

参数 n 是格的维数, χ 是 \mathbb{Z} 上的噪音高斯分布, 其值选取的尽可能小, 素整数 $q=q(n)$ 是模。

E1.SecretKeygen(1^n): 随机均匀选取向量 $\mathbf{s}' \leftarrow \mathbb{Z}_q^n$, 输出 $sk = \mathbf{s} \leftarrow (1, \mathbf{s}') \in \mathbb{Z}_q^{n+1}$ 。

E1.PublicKeygen(\mathbf{s}): 令 $N \geq 2(n \log q)$ 。随机均匀选取矩阵 $\mathbf{A}' \leftarrow \mathbb{Z}_q^{N \times n}$ 和向量 $\mathbf{e} \leftarrow \chi^N$ 。计算 $\mathbf{b} \leftarrow \mathbf{A}'\mathbf{s}' + \mathbf{e}$ 。令 \mathbf{A} 是 $n+1$ 列矩阵, 由向量 \mathbf{b} 和矩阵 $-\mathbf{A}'$ 构成, 即 $\mathbf{A} = [\mathbf{b} | -\mathbf{A}'] \in \mathbb{Z}_q^{N \times (n+1)}$, 其中 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{e}$ 。输出 $pk = \mathbf{A}$ 。

E1.Enc(pk, m): 为了加密消息 $m \in \{0,1\}$, 令 $\mathbf{m} \leftarrow (m, 0, \dots, 0) \in \{0,1\}^{n+1}$ 。选取 $\mathbf{r} \in \{0,1\}^N$, 输出密文 $\mathbf{c} \leftarrow \lfloor q/2 \rfloor \cdot \mathbf{m} + \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{r} \in \mathbb{Z}_q^{n+1}$ 。

E1.Dec(sk, \mathbf{c}): 输出 $m \leftarrow \lfloor \frac{2}{q} [\langle \mathbf{c}, \mathbf{s} \rangle]_q \rfloor \bmod 2$ 。

解密正确性条件: 该方案密文解密的正确性条件是: 密文中的噪音小于 $\lfloor q/2 \rfloor / 2$ 时, 密文可以被正确解密。