## 1.1 磁路介绍

在大多数具有实际工程意义的情况下，磁场的完整、详细的解决方案涉及麦克斯韦方程的解决，并需要一套构成关系来描述材料特性。虽然在实践中，精确的解决方案往往是无法实现的，但各种简化的假设允许获得有用的工程解决方案。

$$\oint_c Hdl \quad \int_S Jda \tag{1}$$

$$\oint_S Bda \tag{2}$$

公式1经常被称为*安培定律*，指出磁场强度$H$（磁场强度，是一个空间矢量）的切向分量在一个封闭的轮廓$c$周围的线积分，等于通过连接该轮廓的任何表面$S$的总电流。从公式1中我们看到，$H$的来源是电流密度$J$。公式2，经常被称为*磁场的高斯定律*，指出磁通密度$B$是守恒的，即没有净磁通进入或离开一个封闭的表面（这相当于说，不存在单极磁场源）。)从这些方程中我们看到，磁场量可以完全由源电流的瞬时值决定，因此，磁场的时间变化直接由源的时间变化决定。

第二个简化的假设涉及到*磁路的*概念。在一个复杂的几何结构中，要获得磁场强度$H$和磁通密度$B$的一般解决方案是非常困难的。然而，在许多实际应用中，包括许多类型的电动机的分析，一个三维的问题往往可以通过本质上是一个一维的电路等效来近似，产生可接受的工程精度的解决方案。

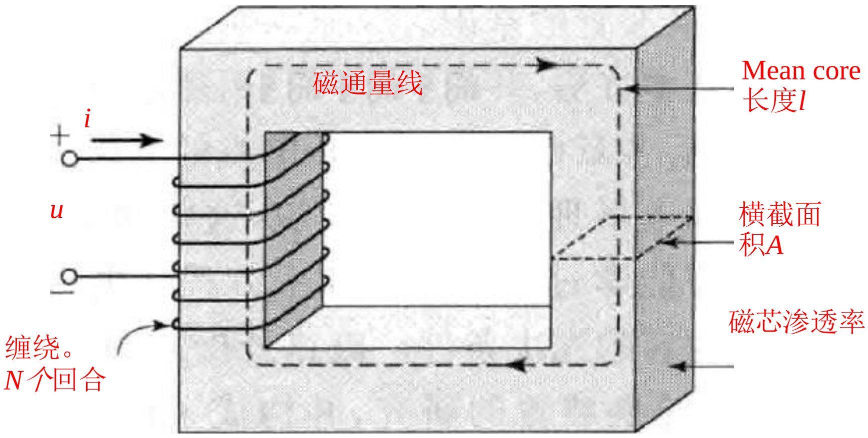



**图1.1** 简单的磁路。

磁路包括一个大部分由高渗透性磁性材料组成的结构。高磁导率材料的存在

倾向于使磁通量被限制在结构所定义的路径上，就像电流被限制在电路的导体上一样。在最简单的定义中，磁导率可以被认为是磁通密度*B的*大小与磁场强度*H的*比值。在本节中说明了磁路的这一概念，并将被视为相当适用于本书的许多情况。

图1.1中显示了一个简单的磁路例子。假设磁芯由磁性材料组成，其*磁导率* $\mu$远远大于周围空气的磁导率（$\mu \gg \mu_0$），其中$\mu_0$=4π×10⁻
7H/m是自由空间的磁导率。铁芯具有均匀的横截面，由一个携带*i*安培电流的*N*圈绕组激励。如图所示，该绕组在铁芯中产生一个磁场。

由于磁芯的高磁导率，一个精确的解决方案将表明，磁通量几乎完全被限制在磁芯中，场线沿着磁芯定义的路径，并且由于横截面积是均匀的，所以磁通密度在一个横截面上基本上是均匀的。磁场可以用磁通线来表示，这些磁通线形成了与绕组相互连接的闭环。

在图1的磁路中，铁芯中的磁场来源是安匝积*Ni*。在磁路术语中，*Ni*是作用于磁路的*磁动力*（mmf）*F*。虽然图1.1只显示了一个绕组，但变压器和大多数旋转机器通常至少有两个绕组，*Ni*必须被所有绕组的安培匝数的代数和所取代。

穿过一个表面*S的*净磁通量是法线的表面积分。

的组成部分 $B$ 因此

$$\int_S B \text{ 达} \tag{3}$$

在国际单位中，其单位是*韦伯*（Wb）。

公式2指出，进入或离开一个封闭表面的净磁通量（等于$B$在该封闭表面上的表面积分）为零。

这相当于说，所有进入包围一个体积的表面的磁通量必须通过该表面的其他部分离开该体积，因为磁通线形成了闭环。因为很少有磁通量从图1的磁路两侧"泄露 "出去，这个结果表明，通过磁芯的每个截面的净磁通量是相同的。

对于这种类型的磁路，通常假定磁通密度（以及相应的磁场强度）在整个横截面和整个磁芯中是均匀的。在这种情况下，公式3简化为简单的标量方程

$$_c = B_c A_c \tag{4}$$

其中

$_c$= 核心通量

$B_c$ = 核心磁通密度

$A_c$ = 磁芯横截面积

从公式1来看，作用于磁路的mmf与该磁路的磁场强度之间的关系是。在一般情况下，在任何情况下，mmf下降

磁路的段数可以计算为 $\oint Hdl$ 在该部分的

磁性电路。

$$F\ Ni \oint Hdl \tag{5}$$

磁心的尺寸是这样的：任何磁通线的路径长度都接近于平均磁心长度$l_c$。因此，公式5的线积分成为简单的*H的*大小和平均磁通路径长度$l_c$的标量乘积$H_cl_c$。因此，mmf和磁场强度之间的关系可以用磁路术语写为

$$F\ Ni\ H_cl_c \tag{6}$$

其中，$H_c$是核心中$H$的平均量级。

铁芯中$H_c$的方向可以从*右手定则*中找到，它可以用两种等效的方式来说明。(1)
想象一下，用右手握住一个载流导体，拇指指向电流的方向；然后手指指向该电流产生的磁场方向。(2)
等价地，如果图1中的线圈被抓在右手中（比喻），手指指向电流的方向，拇指将指向磁场的方向。

磁场强度$H$和磁通量之间的关系
密度 $B$是场存在的材料的一种属性。它常见于
假设为线性关系；因此

$$B = H \tag{7}$$

其中$\mu$*被称为*材料的磁导率。在SI单位中。 $H$是
以每米安培为单位，$B$以*每平方米韦伯为*单位，也称为*特拉斯(T)*，$\mu$以*每安培-转米韦伯为*单位，或等同于*每米亨利*，在SI单位中，自由空间的渗透率为$\mu_0$=4π×$10^{-7}$亨利/米。
衬垫磁性材料的磁导率可以用其*相对磁导率*$\mu_r$来表示，其相对于自由空间的值：$\mu$
=$\mu_r\mu_0$。对于变压器和旋转机器中使用的材料，$\mu_r$的典型值在2,000到80,000之间。在这里，我们假设$\mu_r$是一个已知的常数，尽管它实际上随着磁通密度的大小而明显变化。

变压器是缠绕在封闭的铁芯上，如图1所示。然而，包含移动元件的能量转换设备必须在其磁路中设置气隙。图2中显示了一个带有气隙的磁路。当气隙长度$g$远小于相邻磁芯面的尺寸时，磁芯的磁通量$_c$将沿着磁芯和气隙定义的路径移动，可以使用磁路分析的技术。如果气隙长度变得过大，将观察到磁通量从气隙的两侧 "漏出"，并且

磁路分析的技术将不再严格适用。

因此，只要气隙的长度$g$足够小，图1.2的配置可以被分析为一个具有两个串联组件的磁路，这两个组件都携带相同的磁通量：磁芯的磁导率$\mu$，横截面积$A_c$和平均长度$l_c$，以及气隙的磁导率$\mu_0$，横截面积$A_g$和长度$g$。

$$B_c = /A_c \tag{8}$$

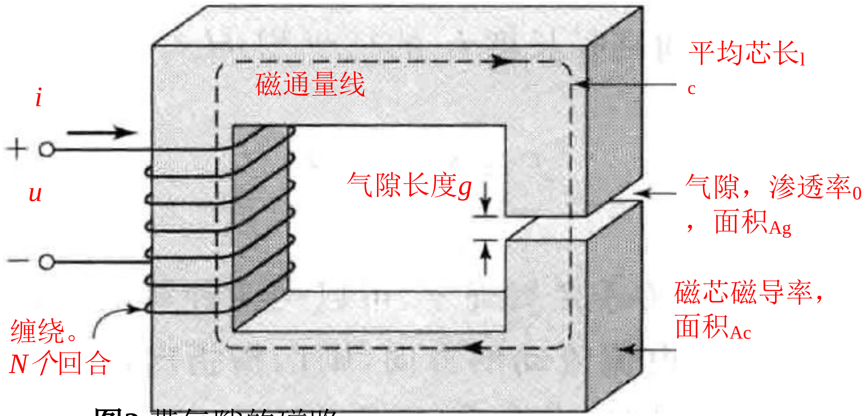



**图2** 带气隙的磁路

而在气隙中

$$B_g = /A_g \tag{9}$$

将公式5应用于该磁路，可以得到

$$F = H_c l_c + H g g \tag{10}$$

并使用公式7的线性$B$-$H$关系得到

$$F \; \frac{B_c}{} l_c \; \frac{B_g}{} g \quad \frac{}{0} \tag{11}$$

这里的$F$ = $Ni$是应用于磁路的mmf。从公式1.10中我们看到，一部分mmf，$F_c$ = $H_c l_c$，需要在磁芯中产生磁场，而其余部分，$F_g$ = Hgg在气隙中产生磁场。

对于实际的磁性材料（正如在第1.3和1.4节中讨论的）。$B_c$和$H_c$不是简单地由公式7所描述的已知恒定磁导率$\mu$相关。事实上，$B_c$通常是$H_c$的一个非线性、多值函数。因此，尽管公式10仍然成立，但它并不直接导致mmf和通量密度的简单表达，如公式11。相反，必须使用非线性$B_c$-$H_c$关系的具体内容，或者用图形或分析方法。然而，在许多情况下，恒定材料渗透率的概念给出了可接受的工程精度的结果，并被经常使用。

根据公式8和9，公式11可以用通量$_c$重写为

$$\Phi \quad \frac{l\chi}{砷} \; \frac{g}{0 \; A_g} \tag{12}$$

该方程中与磁通量相乘的项分别称为磁芯和气隙的*磁阻*（$R$）。

$$R_c \; \frac{l_c}{\text{醋酸}} \tag{13}$$

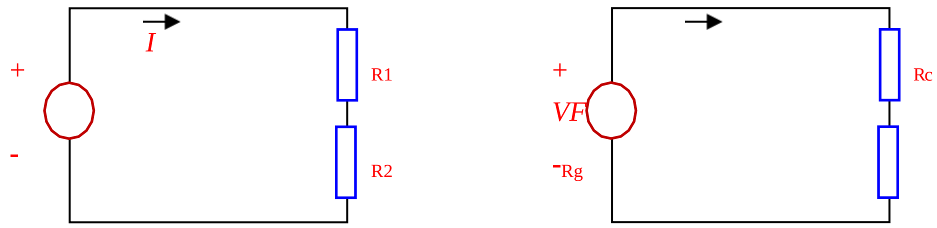
$$g \quad R \frac{g}{0\text{农产品}} \tag{14}$$

因此

$$F\,(R_c\,R_g) \tag{15}$$

最后，公式15可以被倒置来解决通量的问题

$$F/(R_c\,R_g) \tag{16}$$




(a) $I \quad \frac{V}{R1\ R2}$ (b) $\frac{F}{Rg \quad Rc}$

**图3** 电路和磁路的类比

(a) 电路。(b) 磁路。

一般来说，对于任何总磁阻$R_{tot}$的磁路，可以发现磁通量为

$=F/R_{tot}$。

与mmf相乘的项被称为磁导，是磁阻的倒数；因此，例如，磁路的总磁导率为$_{tot}=1/\ R_{tot}$。

请注意，公式15和16类似于电路中的电流和电压的关系。这个类比在图3中得到了说明。图3a显示了一个电路，其中电压*V*驱动电流*I*通过电阻$R_1$和$R_2$。图3b显示了图2的磁路的示意性等效表示。在这里，我们看到mmf

*F*（类似于电路中的电压）通过磁芯$R_c$和气隙$R_g$的磁阻组合驱动磁通*Φ*（类似于电路中的电流）。电路和磁路解决方案之间的这种类比，往往可以被利用来产生相当复杂的磁路中的磁通量的简单解决方案。

驱动磁通量通过磁路各部分所需的mmf部分，通常被称为磁路各部分的*mmf降*，与磁阻成比例变化（直接类似于电路中电阻元件上的电压降）。考虑一下图2的磁路。从公式13中我们可以看到，高的材料磁导率可以导致低的磁芯磁阻，通常可以使其比气隙的磁阻小得多：即，对于（$\mu A_c/l_c$）≫（$\mu_0 A_g/g$），$R_c \ll R_g$，因此$R_{tot} \approx R_g$。在这种情况下，磁铁的磁阻

核心可以被忽略，通量可以从公式16中单独找到$F$和气隙特性。

$$\underline{F}_{F0\,Ag}\,Ni\,^{0\,Ag}\,\frac{\qquad}{Rgg}\qquad\underline{\qquad} \tag{17}$$

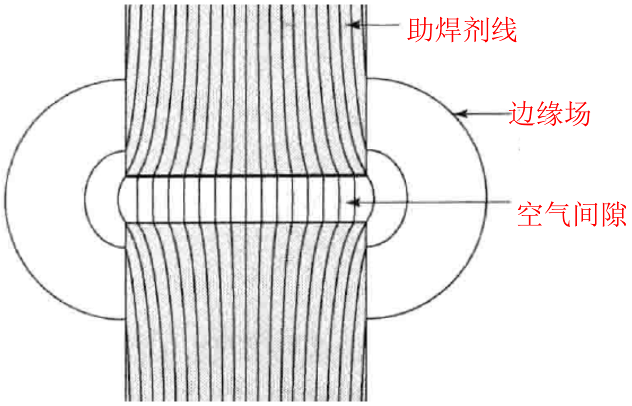



**图4** 气隙边缘场

正如在第1.3节中所看到的，实用的磁性材料的磁导率不是恒定的，而是随着磁通量的变化而变化。从公式13到16我们可以看到，只要这个磁导率保持足够大，它的变化就不会明显影响磁路的性能，其中最主要的磁阻是气隙的磁阻。

在实际系统中，当磁场线穿过气隙时，会有一些向外的"边缘"，如图4所示。只要这种边缘效应不过分，磁性电路的概念仍然适用。这些*边缘场*的效果是增加气隙的有效横截面积$A_g$。已经开发了各种经验方法来说明这种效应。对于短气隙中的这种边缘场的修正，可以通过将气隙长度加到构成其横截面积的两个维度中。在这本书中，通常忽略了流苏场的影响。如果忽略了流苏，$A_g = A_c$。

一般来说，磁路可以由多个串联和并联的元件组成。为了完成电路和磁路之间的类比，我们可以将公式5概括为

$$F\ Ni\ cHdl^{\rho}\qquad {}^{FkHklk}\qquad {}^{kk} \tag{18}$$

其中$F$是作用于驱动磁通量通过闭合回路的mmf（总安匝），$F_k$ = $H_k l_k$是该回路中$k$'th元素上的mmf降。这直接类似于由电压源和电阻组成的电路的基尔乔夫电压定律

$$V\ {}_{Rk\ ik}\,{}^{k} \tag{19}$$

其中，$V$是驱动环路电流的源电压，$R_k i_k$是该环路的第$k$个电阻元件上的电压降。

同样，与基尔乔夫电流法的类比

$$\sum_n 在 = 0 \qquad (20)$$

在一个电路中，进入一个节点的净电流，即电流的总和等于零的说法是

$$\sum_n {}_n = 0 \qquad (21)$$

它指出，进入磁路中一个节点的净磁通量为零。

我们现在已经描述了将具有简单几何形状的磁准静态场问题还原为*磁路模型的*基本原则。我们在这一节的有限目的是介绍工程师在解决实际设计问题时使用的一些概念和术语。我们必须强调，这种类型的思考在很大程度上取决于工程判断和直觉。例如，我们默认磁路中"铁"部分的磁导率是一个恒定的已知量，尽管在一般情况下并非如此（见第1.3节），而且磁场仅局限于磁芯及其气隙中。尽管在许多情况下这是一个很好的假设，但绕组电流在磁芯外产生磁场也是事实。正如我们将看到的那样，当两个或更多的绕组被放置在一个磁路上时，就像在变压器和旋转机器的情况下发生的那样，铁芯外的这些场，被称为*漏磁场*，是不能被忽视的，可能会大大影响设备的性能。

## 1.2 磁通联动，电感和能量

$$e\,N\frac{\mathrm{d}\ \mathrm{d}}{dt dt} \qquad (22)$$

其中是绕组的磁通量，定义为=$N$。通量联动是以韦伯（或等同于韦伯转）为单位来衡量的。请注意，我们选择这个符号来表示时变磁通的瞬时值。

一般来说，一个线圈的磁通量等于在该线圈所跨越的任何表面上整合的磁通密度法线分量的表面积分。请注意，感应电压$e$的方向由公式22定义，因此，如果绕组终端短路，电流将在这样一个方向流动，以反对磁通量的变化。

对于一个由恒定磁导率的磁性材料组成的磁路，或包括一个主要的气隙，和$i$之间的关系将是线性的，我们可以定义*电感*$L$为$L$=/$i$。

$$L=/i 和 =F/_{Rtot}=_{Ftot}\ L=N/i=N（_{Nitot}）/i=_{N2tot} \qquad (23)$$

从中我们可以看出，磁路中一个绕组的电感量与匝数的平方和与该绕组相关的磁路的磁导率（或与磁路的磁阻成反比）成正比。

例如，根据公式17，在假设铁芯的磁阻与气隙的磁阻相比可以忽略不计的情况下，图2中绕组的电感量等于

$$\Lambda \quad \frac{N^2}{(g/_{0}A_g)} \quad \frac{N^2 A_{0\ g}}{g} \tag{24}$$

电感是以*亨利*（H）或*韦伯圈/安培来*衡量的。必须强调的是，严格来说，电感的概念需要在磁通量和mmf之间有一个线性关系。因此，它不能严格适用于磁性材料的非线性特征的情况，如第1.3和1.4节所讨论的，主导磁性系统的性能。然而，在许多实际情况下，系统的磁阻被气隙的磁阻所支配（当然是线性的），磁性材料的非线性效应可以被忽略。

磁性电路上一个绕组终端的功率是衡量通过该特定绕组进入电路的能量流率。*功率*，*p*，是由电压和电流的乘积决定的。

$$p \ ie \ i \frac{d}{dt} \tag{25}$$

其单位是*瓦特*（W），或*每秒焦耳*。因此，在$t_1$和$t_2$的时间间隔内，电路中的*磁储存能量W的*变化是

$$\Delta W \ ^{t2} p \ dt \ ^{t2} ie \ dt \ ^{t2} i \frac{d}{dt} \ ^{2} \mathrm{id} \quad {}_{t1t1} \quad {}_{t1dt1} \tag{26}$$

在SI单位中，磁存储能量*W*是以*焦耳*（J）为单位来衡量的。

对于一个恒定电感的单绕组系统，当磁通量水平从$_1$变为$_2$时，磁储存能量的变化可以写为

$$\Delta W \ ^{2}\mathrm{id} \ ^{2}\mathrm{d} \quad {}_{1} \quad {}_{1} L \quad \frac{1}{\ }(\ ^{2}\ ^{2}) \quad {}_{2L21} \tag{27}$$

在任何给定值的总磁储存能量可以从设置$_1$等于零中找到。

$$W \ \frac{1}{2L2} \ {}_{2} L \ {}_{i2} \quad \_ \tag{28}$$