

8 Pytania i Zadania z teorii sygnałów

Pytania przykładowe

- Co to jest sygnał? Jak go definiujemy?
- Jak klasyfikujemy sygnały? (analogowe i dyskretne (cyfrowe); deterministyczne i stochastyczne; ciągłe w czasie i ciągłe w. etc..)
- Podaj po trzy przykłady sygnału analogowego i dyskretnego.
- Jak określamy energię sygnałów dla różnych typów sygnałów (o nieskończonym czasie trwania, okresowych, analogowych i cyfrowych, etc.)?
- Co nazywamy widmem sygnału? Co to jest widmo amplitudowe, widmo fazowe?

Zadania

1. Oblicz wartość średnią i energię sygnału okresowego (analogowego):

$$x(t) = \sin \omega_0 t$$

2. Oblicz moc sygnału (okresowego, dyskretnego):

$$x(n) = \sin n \frac{\pi}{6} \omega_0 t$$

3. Oblicz wartość średnią i energię sygnału (impulsu) trójkątnego:

$$x(t) = \Lambda(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{dla } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{dla } |t| > 1 \end{cases}$$

4. Co policzyć

$$x(n) = \Lambda(n) = \begin{cases} 1 - \frac{|n|}{N} & \text{dla } |n| \leq N \\ 0 & \text{dla } |n| > N \end{cases}$$

Wskazówka. Tu należy znać wzory

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{oraz} \quad 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

5. Znaleźć transformatę Fouriera pudełka jednostkowego (impulsu prostokątnego)

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{dla } |t| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

6. Wyznacz widmo sygnału $x(t) = \operatorname{sngt}$. Wskazówka: jako ciąg aproksymujący sygnał $x(t)$ wziąć ciąg $x_\alpha(t) = e^{-\alpha|t|} \operatorname{sngt}$

7. Wyznaczyć wartość średnią, energię i moc impulsu prostokątnego

$$x(n) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } |n| \leq 5 \\ 0 & \text{gdy } |n| > 5 \end{cases}$$

8. Wyznaczyć wartość średnią, energię i moc sygnału okresowego

$$x(t) = 2 \sin t + \cos t + 1$$

9. Wyznaczyć transformatę Fouriera spłotu dwóch sygnałów:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \in [-1, 1] \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

oraz sygnału $g(t) = \delta(t)$.

Wskazówka. Skorzystać z twierdzenia o splocie, $F(f * g) = F(f)F(g)$. Pamiętać, że delta Diraca jest jednością spłotową.

10. Znaleźć transformatę Fouriera dla spłotu sygnałów

$$f(t) = \begin{cases} 1+t & \text{dla } t \in [-1, 0] \\ 1-t & \text{dla } t \in [0, 1] \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

oraz sygnału $g(t) = \cos(\omega_0 t)$.

Wskazówka. Skorzystać ze znajomości transformaty Fouriera funkcji cosinus:

$$[F(\cos(\omega_0 t))](\omega) = \pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$$

11. Wyznaczyć transformatę Fouriera spłotu dwóch sygnałów:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \in [-1, 1] \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

oraz sygnału $g(t) = \cos(\omega_0 t)$.

12. Wyznaczyć transformatę Fouriera sygnału malejącego wykładniczo

$$x(t) = X_0 e^{-\alpha t}, \quad \alpha > 0, \quad t > 0.$$