Лабораторная работа 3.1.3
Измерение магнитного поля Земли

Симанкович Александр
Б01-104

8 сентября 2022 г.

Цель работы

Исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов. Измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

Оборудование и приборы

Неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

Теоретическое введение

Магнитный момент m тонкого витка площадью S с током I:

$$m = IS \quad (\text{СИ}), \qquad m = \frac{1}{c} IS \quad (\text{СГС}).$$

Магнитное поле точечного диполя:

$$\mathbf{B}_{\text{дип}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{3(\mathbf{m}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3}\right) \quad (\text{СИ}), \qquad \mathbf{B}_{\text{дип}} = \frac{3(\mathbf{m}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \quad (\text{СГС}). \tag{1}$$

Во внешнем магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$ на точечный магнитный диполь $\mathbf{m}$ действует механический момент сил:

$$\boldsymbol{\mathcal{M}} = [\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}].$$

Потенциальная энергия диполя во внешнем магнитном поле:

$$W = -(\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{B}).$$

Сила, действующая на диполь в неоднородном поле:

$$\boldsymbol{F} = -\nabla W = (\mathfrak{m}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}.$$

В частности, проекция на ось x:

$$F_x = \mathfrak{m}_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + \mathfrak{m}_y \frac{\partial B_x}{\partial y} + \mathfrak{m}_z \frac{\partial B_x}{\partial z}$$

Сила взаимодействия двух точечных диполей в случае $\mathfrak{m}_{1,2} \parallel \boldsymbol{r}$:

$$F_{12} = \mathfrak{m}_1 \frac{\partial B_2}{\partial r} = -6\frac{m_1 m_2}{r^4} \quad \text{(СГС)}. \qquad F_{12} = -6\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_1 m_2}{r^4} \quad \text{(СИ)}$$

Сила взаимодействия двух точечных диполей в случае $\mathfrak{m}_{1,2} \perp \boldsymbol{r}$:

$$F_{12} = 3\frac{m_1 m_2}{r^4} \quad \text{(СГС)}. \qquad F_{12} = 3\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_1 m_2}{r^4} \quad \text{(СИ)}$$

Магниты

В работе используются неодимовые магниты в форме шариков. Для равномерно намагниченного магнитожесткого шарика магнитное поле может быть вычислено точно. На расстояниях $r > R$ оно совпадает с полем точечного магнитного диполя (1). В случае $r < R$ из непрерывности нормальной компоненты индукции на поверхности шара:

$$\boldsymbol{B}_0 = \frac{2\mathfrak{m}}{R^3} \quad \text{(СГС)} \qquad \boldsymbol{B}_0 = \frac{\mu_0 \mathfrak{m}}{2\pi R^3} \quad \text{(СИ)}.$$

Введем *намагниченность* $\boldsymbol{M}$:

$$\mathfrak{m} = \boldsymbol{M} V,$$

где V – объем магнита. Также введем *остаточную индукцию* $\boldsymbol{B}_r$:

$$\boldsymbol{B}_r = 4\pi \boldsymbol{M} \quad \text{(СГС)} \qquad \boldsymbol{B}_r = \mu_0 \boldsymbol{M} \quad \text{(СИ)}.$$

$\boldsymbol{B}_p$ – индукция на полюсах. Для нее выполняется:

$$B_p = B_0 = \frac{2}{3} B_r.$$

Экспериментальная установка

Магнитный момент шариков

Метод А

Величину магнитного момента m двух одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max}, на котором они ещё удерживают друг друга в поле силы тяжести.

$$\mathfrak{m} = \sqrt{\frac{mg r_{max}^4}{6}} \quad \text{(СГС)}$$

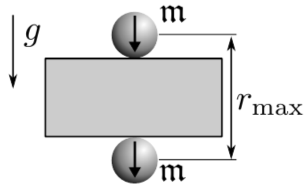


Рис. 1: Определения магнитного момента шарика (Метод А).

Метод Б

Величину магнитного момента шариков можно определить также по силе их сцепления. Она определяется как сила для разрыва двух магнитных шариков. Для этого можно построить цепочку из шариков и определить, при какой длине она разорвется (см. рис. 1). Также нижнюю часть цепочки шаров можно заменить на массивный груз.

Сила сцепления одинаковых шариков:

$$F_0 = \frac{3\mathfrak{m}^2}{8R^4}.$$

Посчитав силы взаимодействия 1-го и остальных шариков и отбросив шарики ниже 4-го получим:

$$F \approx 1.08 F_0.$$

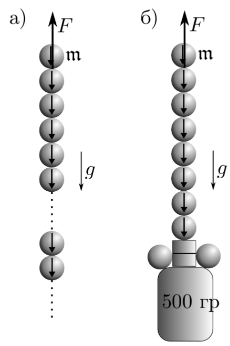


Рис. 2: Определения магнитного момента шарика (Метод Б).

Измерение индукции магнитного поля Земли

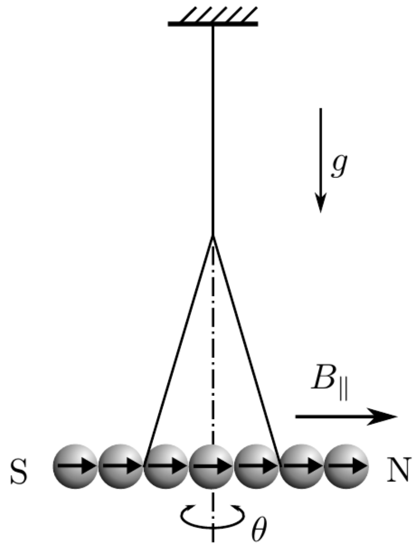
Горизонтальная составляющая

Магнитная 'стрелка' образована из n сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ-образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении 'стрелки' на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$J_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + \mathfrak{m}_0 B_{\|}\theta = 0,$$

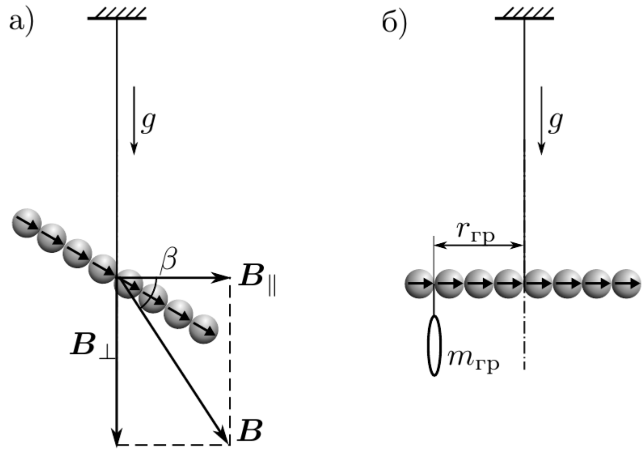
где $\mathfrak{m}_0 = n\mathfrak{m}$ – магнитный момент стрелки, $B_{\|}$ – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, $J_n \approx \dfrac{1}{3}n^3mR^3$, тогда период колебаний $T = kn$, где $k = \pi\sqrt{\dfrac{md^2}{3\mathfrak{m}B_h}}$. Измеряя зависимость $T = T(n)$, находится $B_{\|}$:

$$B_{\|} = \frac{\pi^2 md^2}{3k^2\mathfrak{m}}.$$



Вертикальная составляющая

Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор $\boldsymbol{B}$ индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол β, зависящим от географической широты φ места, где проводится опыт. Величина угла β называется магнитным наклонением.



С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент $\mathcal{M}$ силы тяжести уравновешивающего груза пропорционален числу n шариков, образующих магнитную 'стрелку':

$$\mathcal{M}(n) = m_{\text{гр}} g r_{\text{гр}} = n\mathfrak{m}B_{\perp}.$$

Ход работы

Вывод