

# Лабораторная работа 2.1.3

## Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе

Симанкович Александр  
Б01-104

12.04.2022

### Цель работы

Измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу

Определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

### Оборудование и приборы

Звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

### Теоретическое введение

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где  $R$  - газовая постоянная,  $T$  - температура газа, а  $\mu$  его молярная масса. Выразим показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2$$

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полуволен, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2},$$

где  $\lambda$  — длина волны звука в трубе, а  $n$  — любое целое число.

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением:

$$c = \lambda f.$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1) При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Для  $k$ -ого резонанса имеем:

$$L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2},$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ .

2) При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для  $k$ -ого резонанса получим:

$$L = (n + k) \frac{\lambda_{k+1}}{2}$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L} (n + k) = f_1 + \frac{c}{2L} k.$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

## Экспериментальная установка

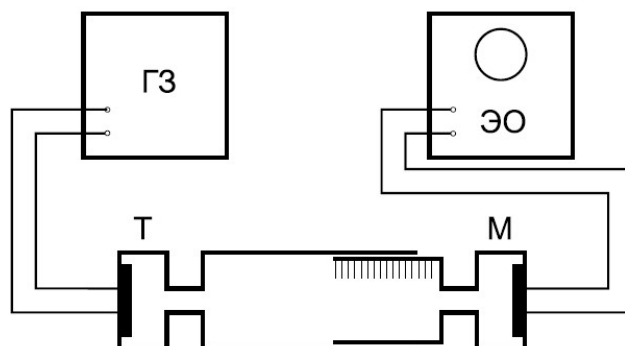


Рис. 1: установка с раздвижной трубой

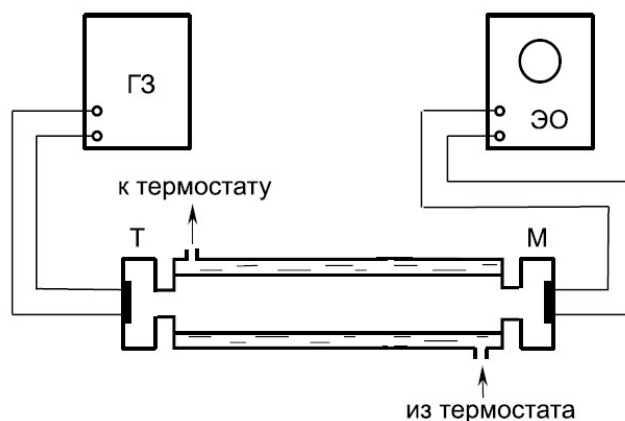


Рис. 2: установка с термостатом

Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки. В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты;

в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (см. рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения  $\gamma$  для воздуха и для  $CO_2$ .

Вторая установка (см. рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

## Ход работы

### Измерение $C_p/C_v$ для воздуха при помощи установки с раздвижной трубой

Проведём измерение коэффициента  $C_p/C_v$  для воздуха при помощи установки с раздвижной трубой. Для проведения серии измерений фиксируем частоту звукового сигнала и оставляем её неизменной при до окончания снятия показаний. Увеличиваем и уменьшаем длину трубки, чтобы добиться резонанса, возникновение которого устанавливается при помощи осциллографа. При возникновении резонанса фиксируем то расстояние, на которое была выдвинута трубка прибора. Данные измерения проводим для нескольких значений частот. Полученные результаты заносим в таблицу.

$f$ , Гц	3500		3750		4000		4250		4500	
$k$	$l$ , мм	$L$ , мм	$l$ , мм	$L$ , мм	$l$ , мм	$L$ , мм	$l$ , мм	$L$ , мм	$l$ , мм	$L$ , мм
0	27	0	26	0	39	0	8	0	12	0
1	76	49	73	47	82	43	48	40	50	38
2	126	99	119	93	125	86	90	82	90	78
3	175	148	166	140	170	131	130	122	128	116
4	225	198	211	185	213	174	173	165	161	149
5							213	205	205	193

Таблица 1: Измерения  $l(k)$  для фиксированных  $f$ , воздух

Для каждого измерения удлинения трубы ошибка составляет  $\sigma_l = 1.0$  мм. Соответственно для разности длин  $\sigma_L = \sqrt{2}\sigma_l = 1.5$  мм.

Построим график:

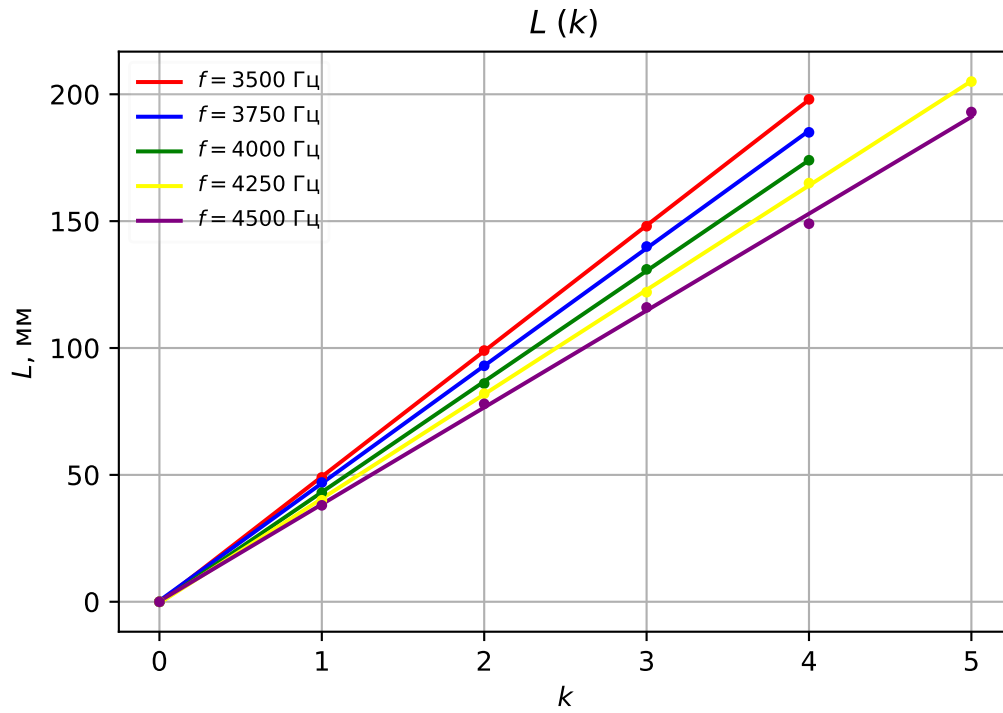


Рис. 3: Зависимость  $L(k)$  для воздуха

По методу наименьших квадратов рассчитаем  $a$  считая зависимость линейной ( $y = ax + b$ ).

$f$ , Гц	$a$ , мм	$\sigma_a$ , мм	$\lambda$ , мм	$\sigma_\lambda$ , мм
3500	49.5	0.1	99.0	0.2
3750	46.3	0.2	92.6	0.4
4000	43.6	0.2	87.2	0.4
4250	41.1	0.2	82.3	0.4
4500	38.2	0.6	76.3	1.1

Таблица 2: Результаты вычислений для воздуха

Наклон данных графиков  $a = \lambda/2$ , отсюда  $\lambda = 2a$ . При этом

$$c = \lambda f$$

Погрешность:

$$\sigma_c = c \sqrt{\varepsilon_\lambda^2 + \varepsilon_f^2}$$

Тогда, усредняя значения скорости звука при разных частотах:

$$c = (347 \pm 5) \text{ м/с}$$

Температура, при которой проводились измерения:  $T = 296 \text{ К}$ .

Тогда

$$\gamma = 1.42 \pm 0.04$$

## Измерение $C_p/C_v$ для углекислого газа при помощи установки с раздвижной трубой

Проводя аналогичные первой части измерения, получаем:

$f$ , Гц	3248		4000		5007	
$k$	$l$ , мм	$L$ , мм	$l$ , мм	$L$ , мм	$l$ , мм	$L$ , мм
0	39	0	37	0	13	0
1	90	51	78	41	41	28
2	143	104	109	72	71	58
3	197	158	147	110	99	86
4			188	151	128	115
5			226	189	156	143
6					184	171
7					213	200

Таблица 3: Измерения  $l(k)$  для фиксированных  $f$ , углекислый газ

Строим графики, обрабатываем по МНК.

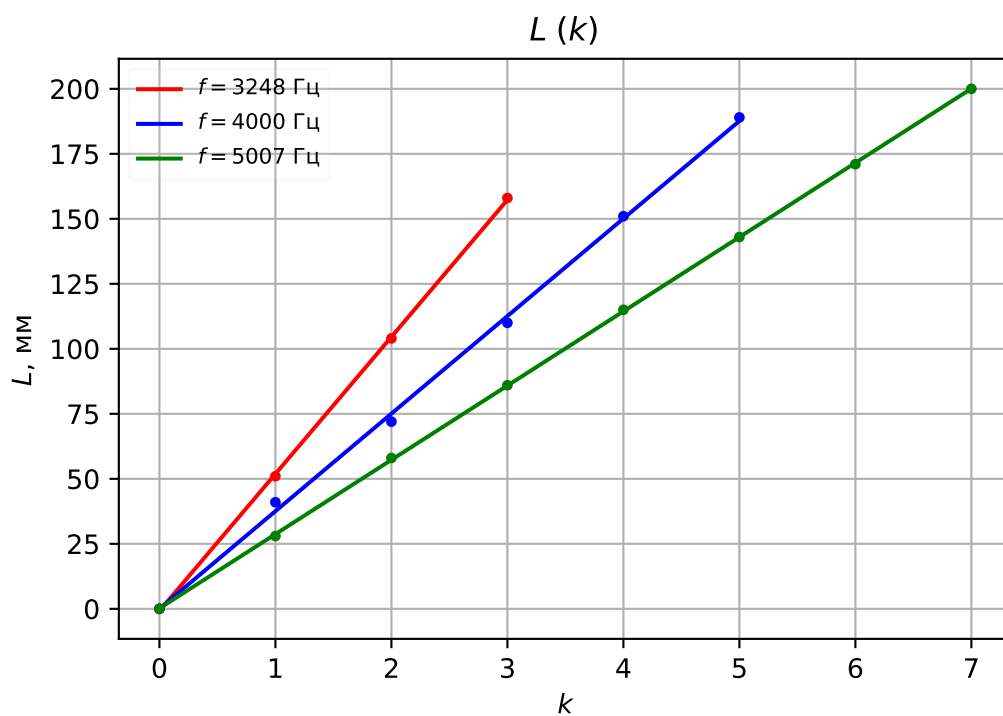


Рис. 4: Зависимость  $L(k)$  для углекислого газа

$f$ , Гц	$a$ , мм	$\sigma_a$ , мм	$\lambda$ , мм	$\sigma_\lambda$ , мм
3248	52.7	0.5	105.4	1.0
4000	37.5	0.7	75.0	1.3
5007	28.6	0.1	57.1	0.2

Таблица 4: Результаты вычислений для углекислого газа

Скорость звука:

$$c = (310 \pm 40) \text{ м/с}$$

Температура, при которой проводились измерения:  $T = 296$  К.

Тогда

$$\gamma = 1.7 \pm 0.5$$

## Измерение $C_p/C_v$ для воздуха при различных температурах

Проведём измерения  $C_p/C_v$  для воздуха при различных температурах. Для этого будем использовать трубу постоянного размера  $L$ . Для фиксированной температуры будем изменять частоту звукового сигнала, тем самым изменяя и длину волны, так, чтобы мы могли наблюдать последовательные резонансы. Для каждого резонанса будем фиксировать частоту, при которой он возник. Полученные измерения занесём в таблицу.

$T, ^\circ C$	296		303		308		313		318		323	
$k$	$f, \text{Гц}$	$F, \text{Гц}$	$f, \text{Гц}$	$F, \text{Гц}$	$f, \text{Гц}$	$F, \text{Гц}$	$f, \text{Гц}$	$F, \text{Гц}$	$f, \text{Гц}$	$F, \text{Гц}$	$f, \text{Гц}$	$F, \text{Гц}$
0	251	0	255	0	257	0	259	0	261	0	262	0
1	477	226	482	227	487	230	490	231	494	233	498	236
2	704	453	712	457	718	461	723	464	729	468	734	472
3	933	682	943	688	951	694	958	699	966	705	973	711
4	1162	911	1175	920	1185	928	1194	935	1204	943	1213	951
5	1393	1142	1409	1154	1420	1163	1431	1172	1443	1182	1454	1192
6	1624	1373	1642	1387	1655	1398	1668	1409	1681	1420	1694	1432
7	1856	1605	1877	1622	1891	1634	1906	1647	1922	1661	1936	1674
8	2087	1836	2110	1855	2127	1870	2144	1885	2161	1900	2178	1916
9	2318	2067	2344	2089	2363	2106	2382	2123	2401	2140	2419	2157

Таблица 5: Измерения при фиксированной длине и различных температурах, воздух

Строим графики, обрабатываем по МНК.

$T, ^\circ C$	$a, \text{с}^{-1}$	$\sigma_a, \text{с}^{-1}$	$c, \text{м/с}$	$\sigma_c, \text{м/с}$	$\gamma$	$\sigma_\gamma$
296.0	229.9	0.3	340.3	0.7	1.364	0.005
303.0	232.4	0.4	344.0	0.7	1.362	0.006
308.0	234.2	0.4	346.6	0.7	1.361	0.006
313.0	236.2	0.4	349.5	0.7	1.361	0.006
318.0	238.0	0.4	352.3	0.7	1.361	0.006
323.0	239.9	0.4	355.1	0.7	1.361	0.005

Таблица 6: Результаты вычислений для воздуха

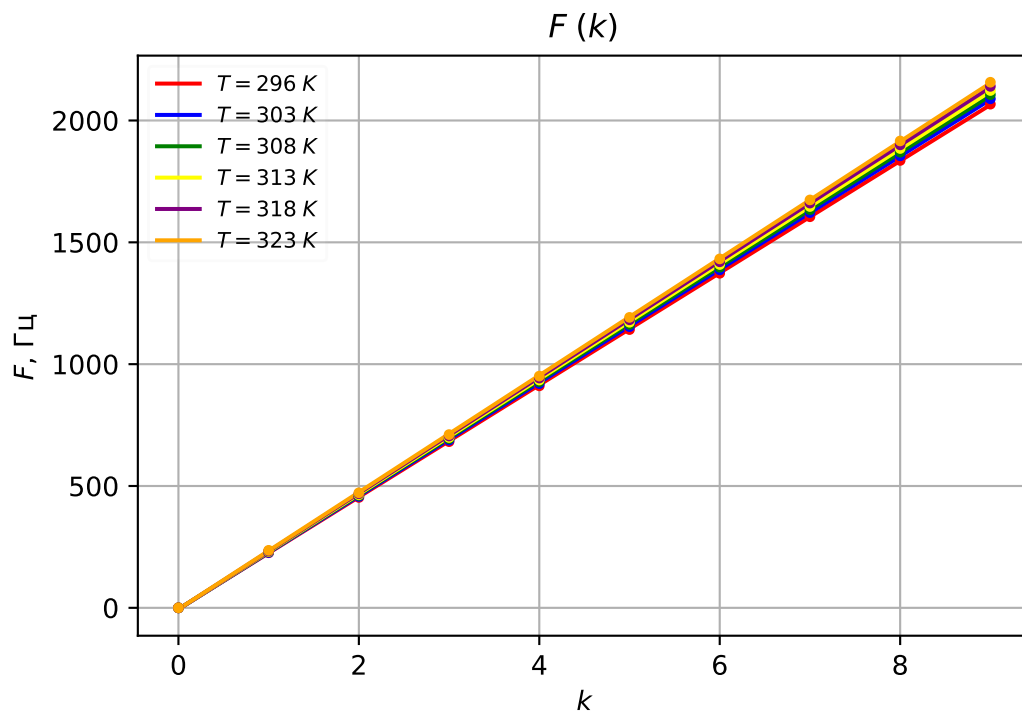


Рис. 5: Зависимость  $F(k)$  для воздуха

Используя  $a = \frac{c}{2L}$  получим значения  $c$ . Рассчитаем  $\gamma$  для каждой серии измерений. Усредняя по всем сериям получим:

$$\gamma = (1.362 \pm 0.015)$$

Построим также график  $c(\sqrt{T})$ :

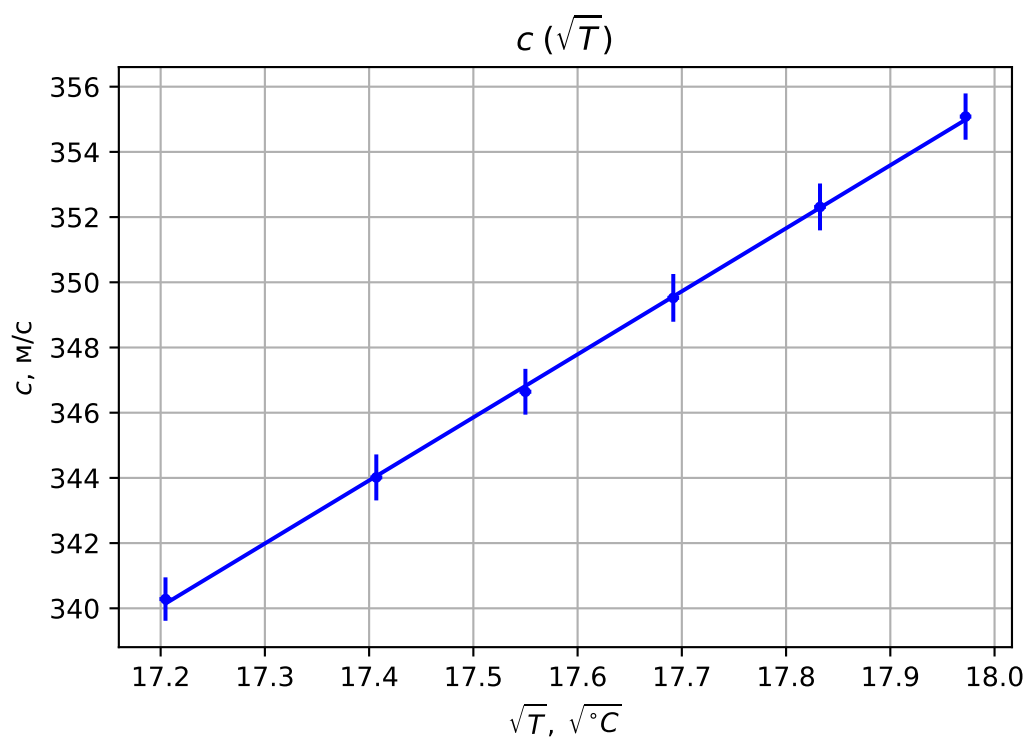


Рис. 6: Зависимость  $c(\sqrt{T})$  для воздуха

## Вывод

Результаты измерений в части с воздухом и раздвижной трубой хорошо описываются теорией и сходятся с табличными:

$$\gamma = 1.42 \pm 0.04 \quad \gamma_{\text{табл}} = 1.398$$

Измерения, полученные в части с углекислым газом нерепрезентативны, поскольку измерения проводились при отсутствии подачи углекислого газа, использовался газ, оставшийся в трубе (запас газа в газгольдере был израсходован).

Зависимость  $F(k)$  в эксперименте с изменяющейся температурой хорошо описывается теорией, значения скоростей и  $\gamma$  близки к табличным.

$$\gamma = 1.362 \pm 0.015 \quad \gamma_{\text{табл}} = 1.398$$

Предполагаемая линейность зависимости  $c(\sqrt{T})$  также выполняется.