

# Лабораторная работа 2.2.3

## Измерение теплопроводности воздуха при атмосферном давлении

Симанкович Александр

Б01-104

30.03.2022

### Цель работы

Измерить коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении в зависимости от температуры.

### Оборудование и приборы

Цилиндрическая колба с натянутой по оси нитью; термостат; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); эталонное сопротивление; источник постоянного напряжения; реостат (или магазин сопротивлений).

### Теоретическое введение

Теплопроводность — это процесс передачи тепловой энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается законом Фурье, утверждающим, что плотность потока энергии  $\vec{q} [\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}]$  (количество теплоты, переносимое через единичную площадку в единицу времени) пропорциональна градиенту температуры:

$$\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T,$$

где  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности.

$$\kappa \sim \lambda \vec{v} \cdot n c_v$$

где  $\lambda$  — длина свободного пробега молекул газа,  $\vec{v}$  — средняя скорость их теплового движения,  $n$  — концентрация (объёмная плотность) газа.

Подставляя формулу для средней скорости движения молекул получаем, что  $\kappa$  не зависит от плотности газа и пропорционален корню из температуры.

Решая задачу при данных условиях и геометрии установки получаем:

$$Q = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} \kappa \cdot \Delta T \quad (1)$$

Считая изменения  $\kappa$  в процессе измерений для каждой отдельной температуры постоянным, получаем зависимость  $Q(T)$ .

## Экспериментальная установка

На оси полой цилиндрической трубки с внутренним диаметром  $2r_0$  1 см размещена металлическая нить диаметром  $2r_1 \approx 0.05$  мм и длиной  $L \approx 40$  см.

Полость трубки заполнена воздухом (полость через небольшое отверстие сообщается с атмосферой). Стенки трубки помещены в кожух, через который пропускается вода из термостата, так что их температура поддерживается постоянной. Для предотвращения конвекции трубка расположена вертикально.

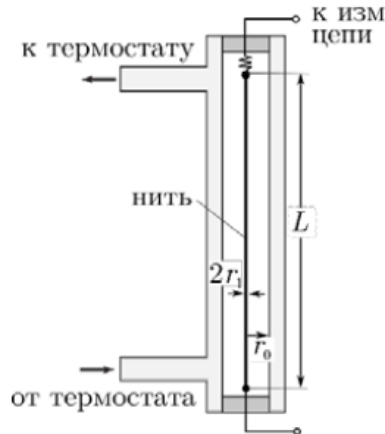


Рис. 1: Схема установки

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). По пропускаемому через нить постоянному току  $I$  и напряжению  $U$  на ней вычисляется мощность нагрева по закону Джоуля–Ленца:

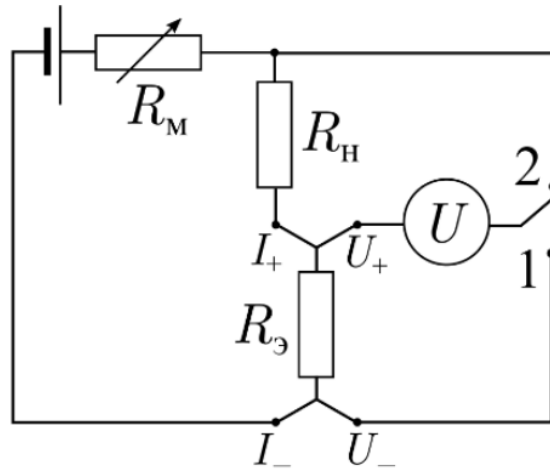
$$Q = UI,$$

и сопротивление по закону Ома:

$$R = \frac{U}{I}$$

Сопротивление нити является однозначной функцией её температуры  $R(T)$ . В пределах  $20 - 70^\circ\text{C}$  зависимость можно считать линейной  $R = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$ . Эта зависимость может быть получена по данным эксперимента в результате экстраполяции  $R(Q)$  при  $Q \rightarrow 0$ . Иначе, зная материал нити, можно воспользоваться справочными данными.

Для большинства металлов относительное изменение сопротивления из-за нагрева невелико: при изменении температуры на 1 градус относительное изменение сопротивления нити может составлять приблизительно от 0,2 % до 0,6% (в зависимости от её материала). Следовательно, измерение  $R$  важно провести с точностью порядка 0.1%.



На рисунке приведена электрическая схема, используемая в работе.

При фиксированной температуре термостата (и, соответственно, стенок сосуда) будут проведены измерения  $U$  и  $I$  и получена зависимость  $R(Q)$ . По экстраполяции каждого набора измерений будет найдено  $R_0$ . Таким образом будет получена зависимость  $R_0(T)$ , из которой будет найден  $\alpha$ . Используя  $\alpha = \frac{dR}{dT}$  и  $\frac{dQ}{dR}$ , получим  $\frac{dQ}{d(\Delta T)}$ . Учитывая уравнение (1) определим коэффициент  $\kappa$ .

### Параметры установки

$L = (365 \pm 2)$  мм – длина нити

$2r_1 = (0.05 \pm 0.005)$  мм – диаметр нити

Материал нити – молибден

$2r_2 = (10 \pm 0.1)$  мм – диаметр колбы

$R_э = (10.000 \pm 0.001)$  Ом – эталонное сопротивление

Погрешность вольтметра:  $0.0035\% \cdot [\text{измерение}] + 0.0005\% \cdot [\text{предел измерений}]$

Максимальное напряжение источника: 4 В

### Ход работы

Проведем измерения:

Погрешности измерений:

$$\varepsilon(U) = 4 \cdot 10^{-4} \quad \varepsilon(R_{эТ}) = 1 \cdot 10^{-4} \quad \varepsilon(R) = 6 \cdot 10^{-4} \quad \varepsilon(Q) = 6 \cdot 10^{-4}$$

$T = 22.0\text{ }^{\circ}\text{C}$				$T = 30.0\text{ }^{\circ}\text{C}$			
$R, \text{Ом}$	$Q, \text{Вт}$	$U_{\text{эт}}, \text{В}$	$U_{\text{нить}}, \text{В}$	$R, \text{Ом}$	$Q, \text{Вт}$	$U_{\text{эт}}, \text{В}$	$U_{\text{нить}}, \text{В}$
14.5452	0.0082	0.2370	0.3448	14.9133	0.0083	0.2365	0.3527
14.5751	0.0162	0.3337	0.4864	14.9372	0.0165	0.3327	0.4969
14.6082	0.0242	0.4072	0.5949	14.9630	0.0246	0.4056	0.6070
14.6261	0.0321	0.4688	0.6856	14.9968	0.0327	0.4667	0.6999
14.6591	0.0400	0.5226	0.7661	15.0178	0.0406	0.5201	0.7810
14.6821	0.0479	0.5709	0.8382	15.0449	0.0485	0.5679	0.8544
14.7117	0.0556	0.6150	0.9048	15.0720	0.0564	0.6115	0.9217
14.7370	0.0634	0.6559	0.9666	15.0997	0.0642	0.6520	0.9845
14.7658	0.0711	0.6939	1.0246	15.1313	0.0719	0.6895	1.0433
14.7938	0.0788	0.7297	1.0795	15.1463	0.0796	0.7251	1.0982
14.8209	0.0864	0.7634	1.1315	15.1747	0.0873	0.7583	1.1507
14.8432	0.0940	0.7958	1.1813	15.1987	0.0949	0.7902	1.2010
14.8762	0.1016	0.8264	1.2294	15.2310	0.1025	0.8203	1.2494
14.8983	0.1091	0.8558	1.2750	15.2496	0.1100	0.8492	1.2950
$T = 40.0\text{ }^{\circ}\text{C}$				$T = 50.0\text{ }^{\circ}\text{C}$			
$R, \text{Ом}$	$Q, \text{Вт}$	$U_{\text{эт}}, \text{В}$	$U_{\text{нить}}, \text{В}$	$R, \text{Ом}$	$Q, \text{Вт}$	$U_{\text{эт}}, \text{В}$	$U_{\text{нить}}, \text{В}$
15.3532	0.0085	0.2359	0.3621	15.8044	0.0087	0.2352	0.3718
15.3796	0.0169	0.3314	0.5097	15.8336	0.0173	0.3301	0.5227
15.4098	0.0251	0.4038	0.6222	15.8605	0.0256	0.4019	0.6374
15.4353	0.0333	0.4642	0.7166	15.8861	0.0339	0.4617	0.7335
15.4629	0.0413	0.5170	0.7994	15.9120	0.0420	0.5139	0.8177
15.4892	0.0493	0.5642	0.8739	15.9388	0.0501	0.5605	0.8934
15.5138	0.0572	0.6074	0.9423	15.9656	0.0581	0.6031	0.9629
15.5414	0.0651	0.6471	1.0057	15.9908	0.0660	0.6423	1.0271
15.5664	0.0729	0.6842	1.0651	16.0158	0.0738	0.6789	1.0873
15.5915	0.0806	0.7191	1.1212	16.0406	0.0816	0.7131	1.1439
15.6177	0.0883	0.7518	1.1742	16.0642	0.0892	0.7453	1.1973
15.6422	0.0959	0.7831	1.2250	16.0913	0.0969	0.7761	1.2488
15.6674	0.1035	0.8128	1.2734	16.1140	0.1045	0.8052	1.2975
15.6922	0.1110	0.8411	1.3199	16.1387	0.1120	0.8331	1.3445
$T = 60.0\text{ }^{\circ}\text{C}$				$T = 70.0\text{ }^{\circ}\text{C}$			
$R, \text{Ом}$	$Q, \text{Вт}$	$U_{\text{эт}}, \text{В}$	$U_{\text{нить}}, \text{В}$	$R, \text{Ом}$	$Q, \text{Вт}$	$U_{\text{эт}}, \text{В}$	$U_{\text{нить}}, \text{В}$
16.2669	0.0089	0.2346	0.3815	16.7245	0.0091	0.2339	0.3912
16.2950	0.0176	0.3288	0.5358	16.7481	0.0180	0.3276	0.5486
16.3192	0.0261	0.4000	0.6528	16.7733	0.0266	0.3981	0.6678
16.3452	0.0345	0.4592	0.7506	16.7988	0.0350	0.4568	0.7673
16.3730	0.0427	0.5108	0.8363	16.8229	0.0434	0.5078	0.8542
16.3964	0.0508	0.5569	0.9131	16.8486	0.0516	0.5533	0.9322
16.4226	0.0589	0.5988	0.9835	16.8741	0.0597	0.5947	1.0034
16.4467	0.0669	0.6375	1.0486	16.8958	0.0677	0.6329	1.0693
16.4729	0.0747	0.6735	1.1095	16.9210	0.0756	0.6683	1.1309
16.4960	0.0825	0.7072	1.1666	16.9435	0.0834	0.7015	1.1885
16.5223	0.0902	0.7388	1.2207	16.9697	0.0911	0.7326	1.2432
16.5436	0.0979	0.7691	1.2724	16.9929	0.0988	0.7623	1.2954
16.5697	0.1054	0.7977	1.3218	17.0138	0.1063	0.7904	1.3447
16.5945	0.1129	0.8249	1.3689	17.0388	0.1138	0.8173	1.3925

Построим графики  $R(Q)$ :

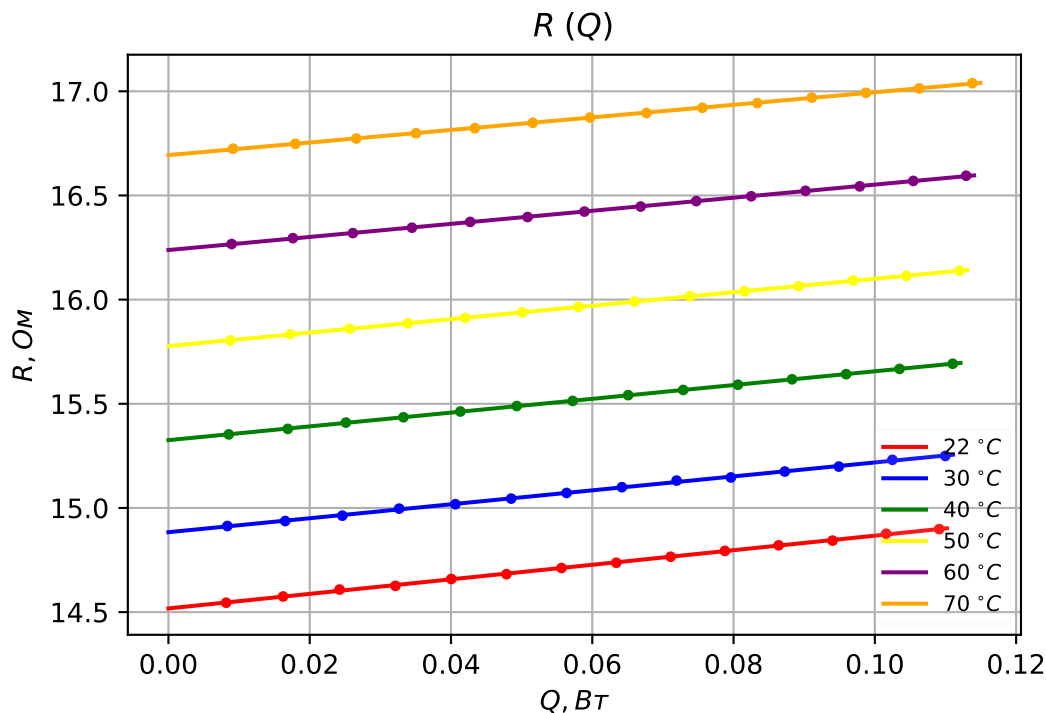


Рис. 2: Зависимость  $R(Q)$

По методу наименьших квадратов рассчитаем  $R_0$  и  $\frac{dR}{dQ}$  и внесем в итоговую таблицу.

Построим график  $R_0(T)$ :

По методу наименьших квадратов рассчитаем  $dR/dT$  считая зависимость линейной ( $y = ax + b$ ).

$\bar{x}$	$\sigma_x^2$	$\bar{y}$	$\sigma_y^2$	$r_{xy}$	$a$	$\Delta a$	$b$	$\Delta b$
4.53e+01	2.76e+02	15.57	5.65e-01	1.25e+01	0.04528	0.00014	13.520	0.007

Таблица 2: Параметры регрессии  $R_0(T)$

Рассчитаем  $\alpha = \frac{1}{R_{273}} \cdot \frac{dR}{dT} = (3.349 \pm 0.011) \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$  и сравним с табличным значением  $\alpha_{\text{табл}} = 4.579 \cdot 10^{-3}$ . Вероятнее всего в качестве материала нити используется некоторый сплав, который имеет отличную от чистого молибдена.

Приведем итоговую таблицу:

$T, ^\circ\text{C}$	$\frac{dR}{dQ}, \frac{\text{Ом}}{\text{Вт}}$	$\frac{dR}{dQ}, \frac{\text{Ом}}{\text{Вт}}$	$R_0, \text{Ом}$	$\sigma(R_0), \text{Ом}$	$\frac{dQ}{dT}, \frac{\text{мВт}}{^\circ\text{C}}$	$\sigma(\frac{dQ}{dT}), \frac{\text{мВт}}{^\circ\text{C}}$	$\kappa, \frac{\text{мВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\sigma(\kappa), \frac{\text{мВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$
22.0	3.493	0.023	14.5177	0.0016	12.96314	0.09557	30.0	0.6
30.0	3.348	0.028	14.8836	0.0019	13.52423	0.11957	31.3	0.7
40.0	3.306	0.007	15.3254	0.0005	13.69605	0.05094	31.7	0.6
50.0	3.230	0.006	15.7771	0.0004	14.01794	0.05139	32.4	0.6
60.0	3.141	0.010	16.2379	0.0007	14.41685	0.06517	33.3	0.6
70.0	3.016	0.013	16.6937	0.0009	15.01181	0.07868	34.7	0.7

Таблица 3: Итоговая таблица

Построим графики  $\kappa(T)$  и  $\ln \kappa (\ln T)$ :

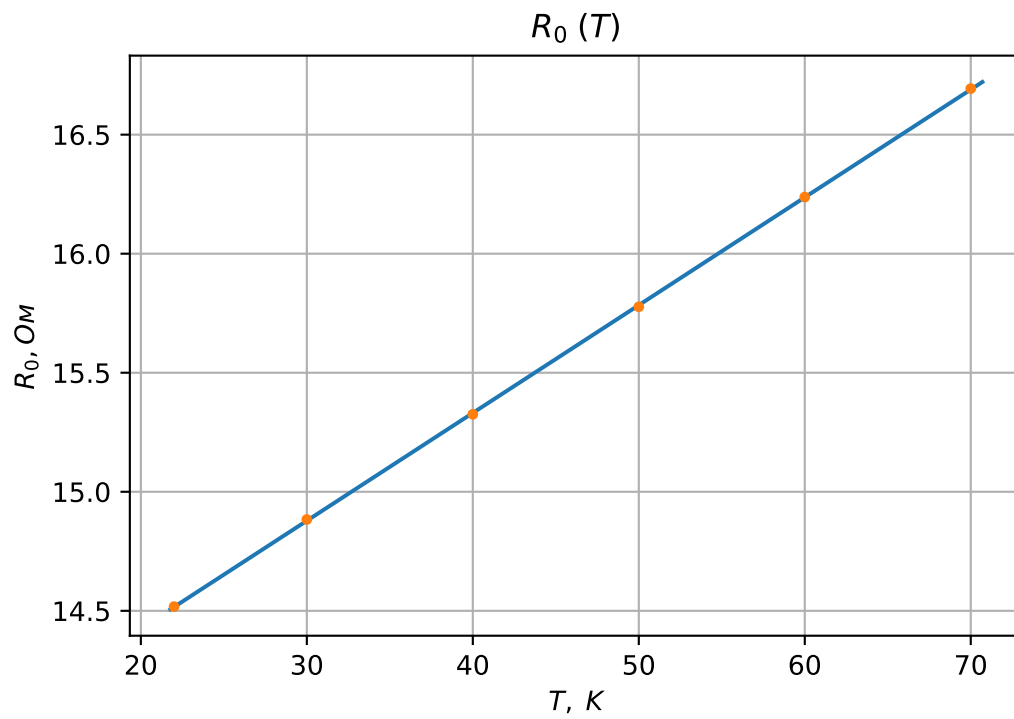


Рис. 3: Зависимость  $R_0(T)$

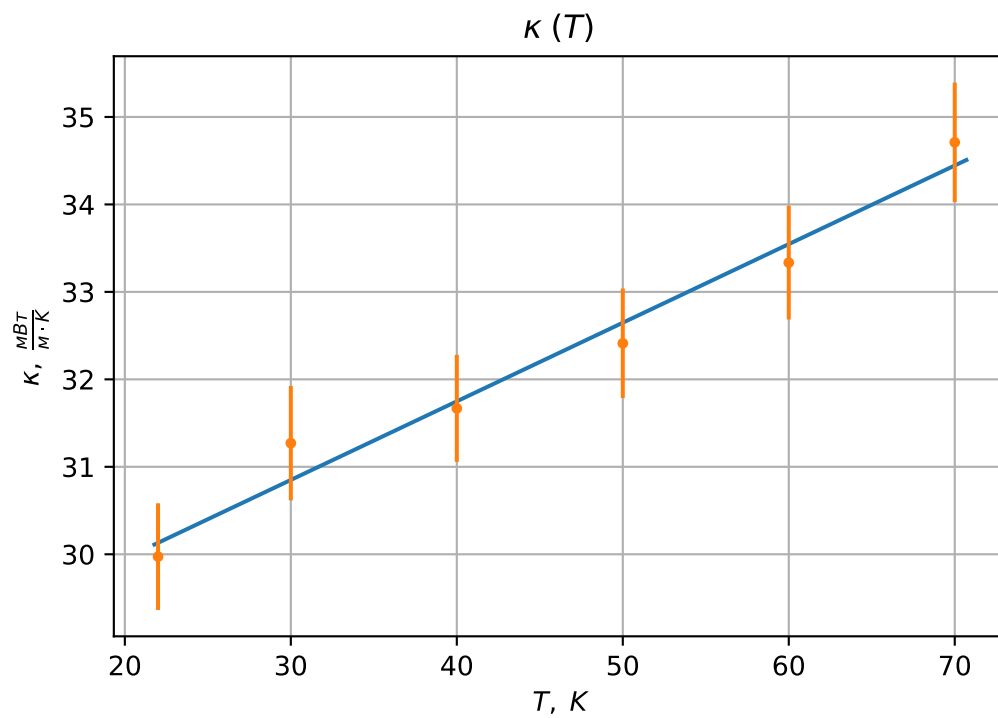


Рис. 4: Зависимость  $\kappa(T)$

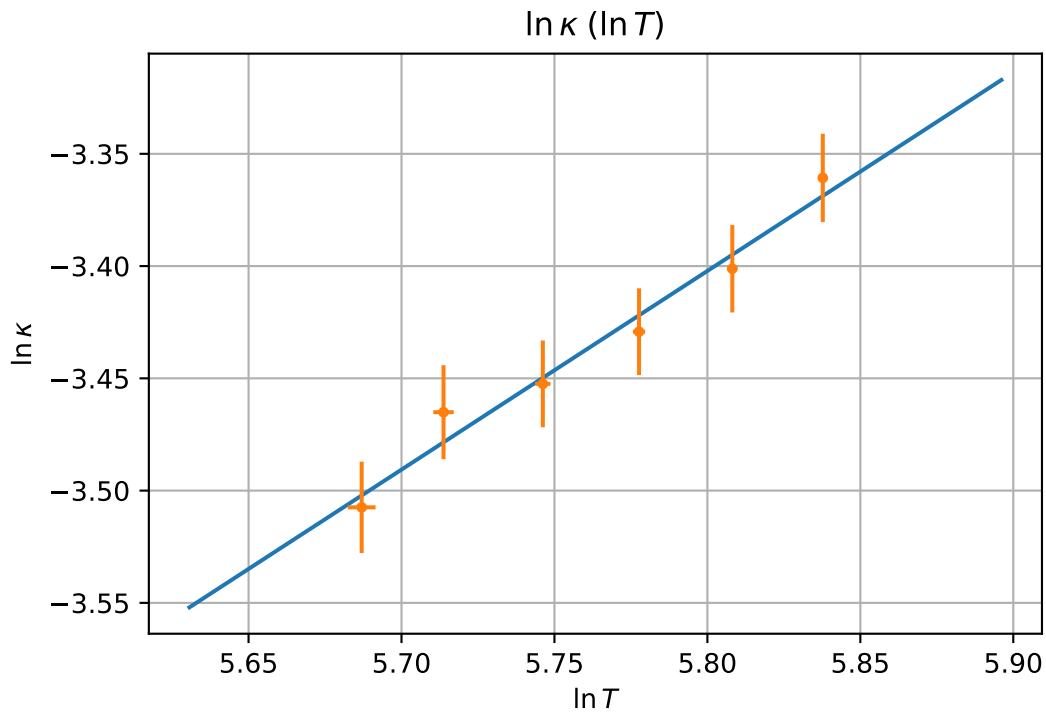


Рис. 5: Зависимость  $\ln \kappa (\ln T)$

Из  $\ln \kappa (\ln T)$  получим  $\beta = (0.9 \pm 0.1)$ , что плохо согласуется с теоретической оценкой  $\beta_{\text{теор}} = 0.5$ , предполагающей взаимодействие молекул как упругих шариков

## Вывод

Метод, используемый в работе, позволяет определить коэффициент теплопроводности воздуха и его зависимость от температуры. Также в работе была получена зависимость сопротивления нити от температуры, что позволяет использовать её в дальнейшем для измерения температуры.

Значение  $\beta$  определяется зависимостью  $\sigma(T)$ , где  $\sigma$  – эффективное сечение столкновений молекул. Значение  $\sigma$  убывает с ростом температуры, так как кинетическая энергия начинает преобладать над потенциальной энергией притяжения молекул. Это согласуется с тем, что  $\beta > \beta_{\text{теор}}$ .