

## Вариант 1

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{x^2y + xy^2}{x^2 - xy + y^2}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0).$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = x \left( \sqrt[3]{1 + \sqrt{|y|}} - 1 \right)$$

3. Найти  $z''_{xy}$  в точке  $u = 2$ ,  $v = 1$ , если

$$\begin{cases} x = u + v^2, \\ y = u^2 - v^3, \\ z = 2uv \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = (6y - 14x + 9)e^y, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 2 - x\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 4x^2 + 12xy - y^2$  при  $x^2 + y^2 = 4$

## Вариант 2

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{x^2y^2}{x^2y^2 - (x - y)^2}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = |y| \sin x$$

3. Найти  $u'_x$ ,  $v'_y$ , если

$$\begin{cases} x = u \cos(v/u), \\ y = u \sin(v/u) \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = 2x(1 - y^2) + y^4, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x - 2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 3x^2 + 24xy + 10y^2$  при  $x^2 + y^2 = 5$

## Вариант 3

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{x^3 + xy^2}{x^2 + y^4}, \quad (x_0, y_0) = (\infty, \infty)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^4}$$

3. Найти  $u'_x$ ,  $v'_y$ , если

$$\begin{cases} x = e^u + u \sin v, \\ y = e^u - u \cos v \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = x^2 - 10^y + 6, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 10^y, 0 \leq y \leq 1\}.$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 6x^2 + 16xy - 6y^2$  при  $x^2 + y^2 = 1$

## Вариант 4

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^3}, \quad (x_0, y_0) = (\infty, \infty)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = \sqrt[5]{\sin x(1 - \cos xy)}$$

3. Найти  $du(x, y)$ , если  $u = \frac{x+z}{y+z}$ , где  $z$  определяется из уравнения

$$ze^z = xe^x + ye^y$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = \cos(x + y), \quad D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 3x^2 + 24xy + 10y^2$  при  $x^2 + y^2 = 5$ .

## Вариант 5

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{xy^2(x^2 + y^2)}{1 - \cos(x^2 + y^2)}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = \sqrt[3]{y^2} \operatorname{arctg} \sqrt{|x|}$$

3. Найти  $dz(x, y)$ , если

$$\begin{cases} x = u + v, \\ y = u^2 + v^2, \\ z = u^3 + v^3 \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = y^2 - x^2 + 2xy - 8x, \quad D = \{(x, y) : x^2 \leq y \leq 2 - x^2\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 5x^2 + 24xy - 2y^2$  при  $x^2 + y^2 = 16$

## Вариант 6

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos(x^2 + y^2)}}{\operatorname{tg}^2(x^2 + y^2)}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = (\sin x + \sqrt[3]{xy})^2$$

3. Найти  $du$ ,  $dv$  при  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $u = 0$ ,  $v = \pi/4$ , если

$$\begin{cases} e^{u/x} \cos v/y = x/\sqrt{2}, \\ e^{u/x} \sin v/y = y/\sqrt{2} \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = (6x - 14y + 9)e^x, \quad D = \{(x, y) : y^2 \leq x \leq 2 - y, 0 \leq y \leq 1\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 3x^2 + 16xy - 9y^2$  при  $x^2 + y^2 = 1$

## Вариант 7

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{y}{x} \operatorname{tg} \frac{x}{x+y}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = \sin(\pi/4 + \sqrt[3]{xy^2})$$

3. Найти  $du$ ,  $dv$ , если

$$\begin{cases} u + v = x + y, \\ \frac{\sin u}{\sin v} = \frac{x}{y} \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = y^2 - 10^x + 6, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 10^x\}.$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 3x^2 + 24xy + 10y^2$  при  $x^2 + y^2 = 5$

## Вариант 8

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = (1 + xy^2)^{1/(x^2+y^2)}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = \sqrt[3]{y^2} \arcsin \sqrt{|x|}$$

3. Найти  $z''_{xx}$ , если  $z = x^2 + y^2$ , где  $y(x)$  определяется из уравнения

$$x^2 - xy + y^2 = 1$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = 2y(1 - x^2) + x^4, \quad D = \{(x, y) : -2 \leq x \leq \sqrt{y}, 0 \leq y \leq 1\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 3x^2 + 24xy + 10y^2$  при  $x^2 + y^2 = 5$

## Вариант 9

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = (1 + xy)^{1/(|x|+|y|)}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = y + \cos \sqrt[3]{x^2 + y^2}$$

3. Найти  $dz(x, y)$ , если

$$\begin{cases} x = u \cos v, \\ y = u \sin v, \\ z = v \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy - 8y, \quad D = \{(x, y) : y^2 \leq x \leq 2 - y^2\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 6x^2 + 16xy - 6y^2$  при  $x^2 + y^2 = 1$

## Вариант 10

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \left( \cos \sqrt{x^2 + y^2} \right)^{-1/(x^2 + y^2)}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = |y| \sin x$$

3. Найти  $z''_{xx}$ , если

$$\begin{cases} x = \cos \varphi \cos \psi, \\ y = \cos \varphi \sin \varphi, \\ z = \sin \varphi \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = \sin(x + y), \quad D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 3x^2 + 24xy + 10y^2$  при  $x^2 + y^2 = 5$ .

## Вариант 11

1. Найти двойной предел функции  $f$  в точке  $(x_0, y_0)$  или доказать, что он не существует, если

$$f(x, y) = \frac{x^2 y (x^2 + y^2)}{\operatorname{tg}^2(x^2 + y^2)}, \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

2. Исследовать функцию  $f$  на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$ , если

$$f(x, y) = y \sqrt[3]{1 + x^{2/3}}$$

3. Найти  $u'_x$ ,  $v'_y$ , если

$$\begin{cases} x = v \sin(u/v), \\ y = v \cos(u/v) \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения  $f$  на множестве  $D$ , если

$$f(x, y) = x^2 - y^2, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2x\}$$

5. Найти условные экстремумы функции  $f(x, y) = 5x^2 + 24xy - 2y^2$  при  $x^2 + y^2 = 16$