

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus de Cornélio Procopio
ACC - Análise de Circuitos em Corrente Contínua
Prof. João Cesar de Paula Salve



Nome	RA	Turma
Adriam Ferreira da Silva	2648067	C32
Carlos Gabriel Baratieri	2706598	C32
Larissa Gonçalves Carneiro	2678381	C32

Roteiro de Prática de Laboratório

Prática 3: Linearidade e Superposição

1. OBJETIVOS

Verificar os conceitos de linearidade e superposição.

2. MATERIAIS

- Multímetro;
- Resistores;
- Matriz de Contatos (Protoboard);
- Fontes de tensão de corrente contínua;
- Cabos e fios para conexão entre a fonte e os resistores.

Calcule as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento. **Defina linearidade e superposição e cite exemplos.** Os cálculos, análises e definições devem estar presentes, ou seja, devem ser colocados nos relatórios, para análise do professor (docente).

Cunho Teórico: Definições, Exemplos e Referências Bibliográficas

Linearidade é um comportamento de sistemas e funções orientado pelos aspectos de **aditividade** e **homogeneidade** (proporcionalidade). Logo, circuito é linear quando a saída é proporcional à entrada.

Aditividade:

Se a minha entrada for a soma de duas grandezas, logo minha saída é a soma de suas individuais.

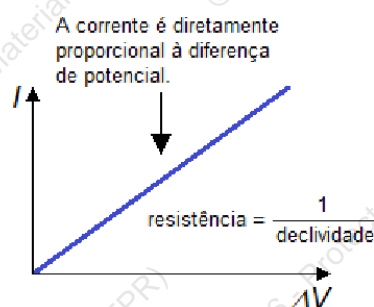
$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

Proporcionalidade:

Se a minha entrada da função for multiplicada por uma constante, minha saída também será.

$$f(kx) = kf(x)$$

Princípio da superposição: Basicamente diz que, em um sistema linear, quando eu tenho múltiplas entradas, a minha saída será a soma individual delas. Basicamente, é o fundamento matemático para o **Teorema da Superposição**. *Exemplo de linearidade: Lei de Ohm*



O **Teorema da Superposição** é um exemplo concreto do princípio apresentado anteriormente, pois, em sua definição:

Em um circuito, a corrente ou tensão que flui em seus elementos é igual à soma algébrica das contribuições produzidas por cada fonte independente.

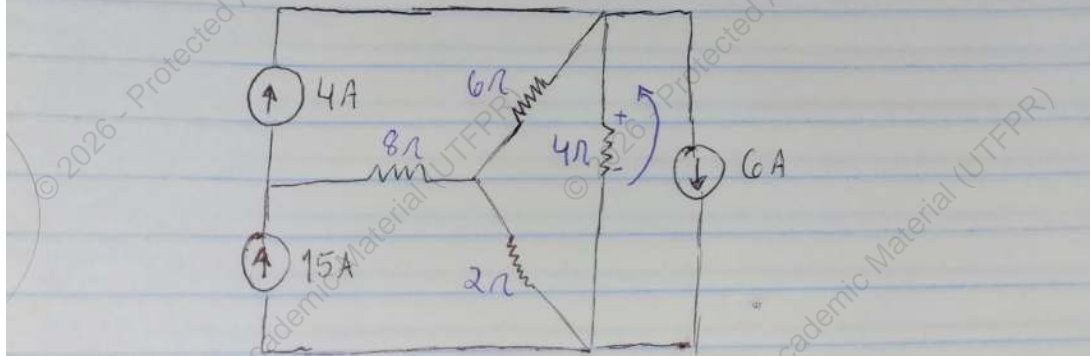
Referências sobre Superposição:

- [Khan Academy - Superposição em circuitos DC](#)
- [Boylestad - Introdução à Análise de Circuitos, 12ª ed.](#)
- Material Didático do professor no Moodle

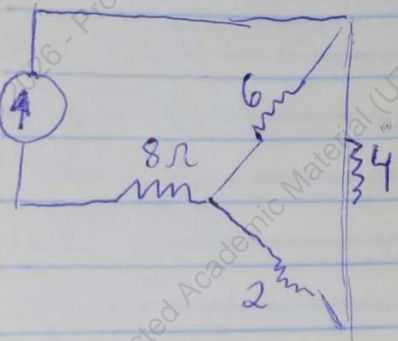
Referências sobre Linearidade:

- [Linearidade em circuitos DC](#)
- [ResearchGate](#)
- [O que é Princípio da Superposição?](#)

Exemplo do Teorema da Superposição: Exercício dado em sala!



Para fonte 4A:

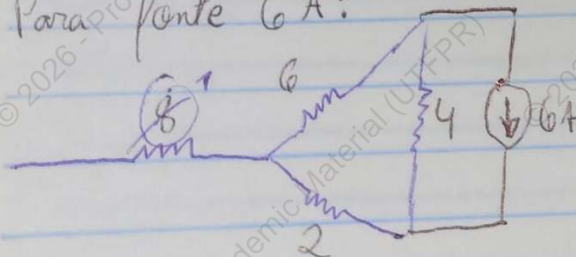


$$4 + 2 = 6 \Omega$$

$6 \parallel 6 \rightarrow$ Divisor de corrente

$$i_x = \frac{4 \cdot 6}{6 + 6} = 2 \text{ A}$$

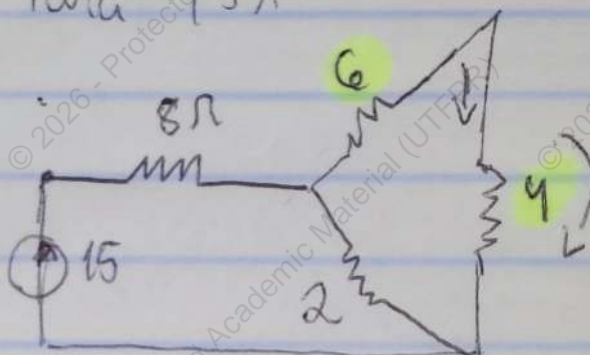
Para fonte 6A:



$$6 + 2 = 8 \Omega$$

$$i_y = \frac{6 \cdot 8}{8 + 4} = 4 \text{ A}$$

Para 15A



$$6 + 4 = 10 \Omega$$

$$i_x = \frac{2 \cdot 15}{12 + 6} = 2.5 \text{ A}$$

$$\text{Resultado: } 2 - 2.5 - 4 = 0.5 \text{ [A]} \Rightarrow 0.5 \times 4 = 2 \text{ [V]}$$

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Antes de responder às questões para finalizar o relatório, deve-se:

- Calcular as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento para fazer as comparações e preencher corretamente as tabelas.
- Analisar os temas linearidade e superposição na bibliografia existente para responder corretamente às questões.

3.1 Montar o circuito referenciado na Figura 1, efetuar as medições necessárias e posteriormente preencher os dados da Tabela 1.

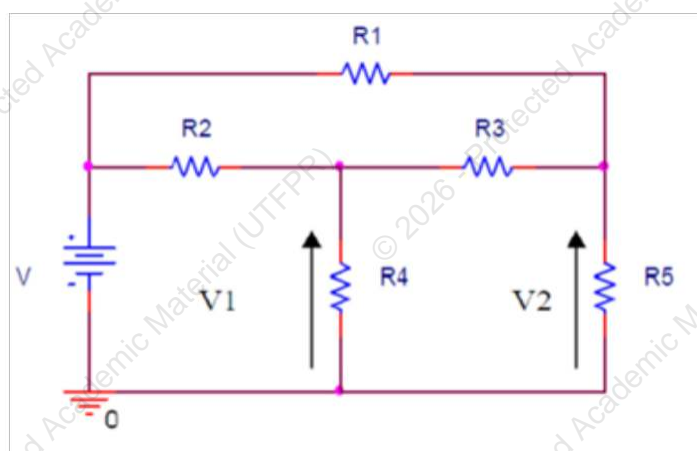


Figura 1: Análise do comportamento de tensões num circuito.

Tabela 1 - Dados simulados e medidos do circuito da figura 4.1

V [V]	V ₁ [V]			V ₂ [V]		
Tensão de entrada	Teórico	Prático	$Erro\% = \frac{V_{1TEO} - V_{1PRA}}{V_{1TEO}} \cdot 100\%$	Teórico	Prático	$Erro\% = \frac{V_{2TEO} - V_{2PRA}}{V_{2TEO}} \cdot 100\%$
V = 2V	0.726	0.722	0.552	0.150	0.148	1.333
V = 4V	1.453	1.450	0.207	0.300	0.297	1
V = 6V	2.179	2.179	0	0.450	0.446	0.889
V = 8V	2.906	2.906	0	0.601	0.595	0.998
V = 10V	3.632	3.633	0.028	0.751	0.745	0.799
V = 12V	4.359	4.356	0.069	0.901	0.895	0.666

3.2 Elaborar os gráficos referentes aos dados experimentais das curvas “ $V_1 \times V$ ” e “ $V_2 \times V$ ” e explicar o comportamento dos mesmos com base no teorema da linearidade.

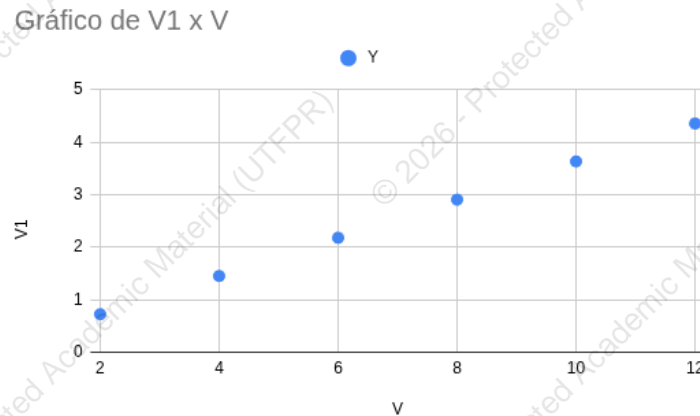


Figura 1: Gráfico da Tensão V_1 [Votls] Medida no resistor R_4 pela Tensão de Entrada V [Votls]

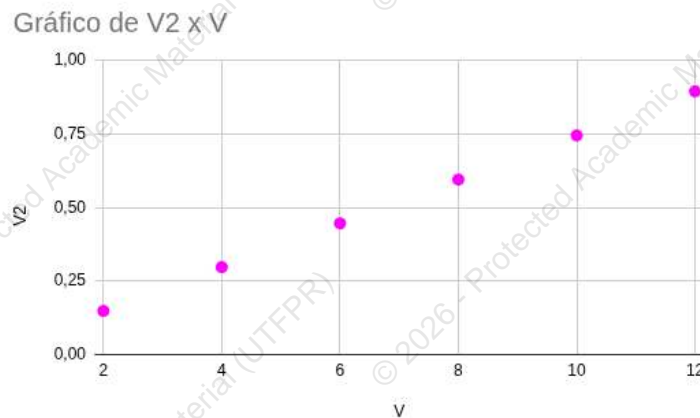


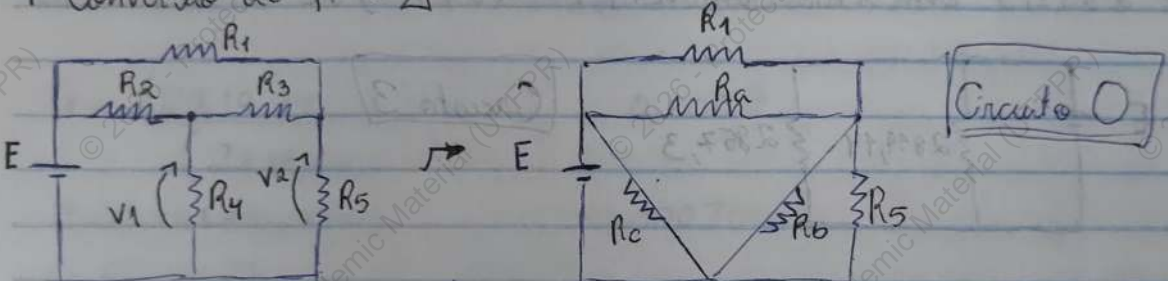
Figura 2: Gráfico da Tensão V_2 [Votls] Medida no resistor R_5 pela Tensão de Entrada V [Votls]

Resposta:

Nos gráficos apresentados, observa-se uma relação linear direta entre a tensão de entrada (V) e as tensões nos pontos V_1 e V_2 . À medida que a tensão de entrada (V) é aumentada, as tensões V_1 e V_2 respondem com um aumento proporcional, mantendo uma constante de proporcionalidade. Este comportamento comprova o **Teorema da Linearidade**.

Resolução do Circuito

1ª Conversão de $Y \rightarrow \Delta$

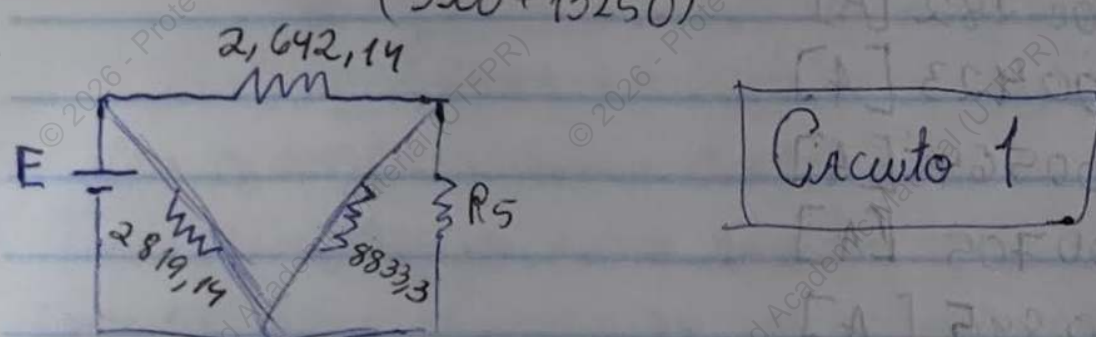


Dados: Ω

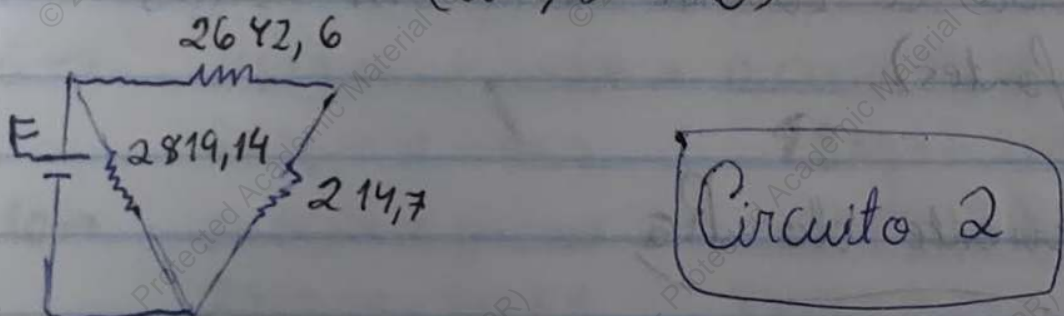
$R_1: 3300$
 $R_2: 1500$
 $R_3: 4700$
 $R_4: 1000$
 $R_5: 220$

$SOP = (1500 \cdot 4700) + (1500 \cdot 1000) + (4700 \cdot 1000)$
 $R_a = \frac{SOP}{R_2} = 13250 \Omega$; $R_b = \frac{SOP}{R_3} = 8833,3 \Omega$
 $R_c = \frac{SOP}{R_4} = 2819,14 \Omega$

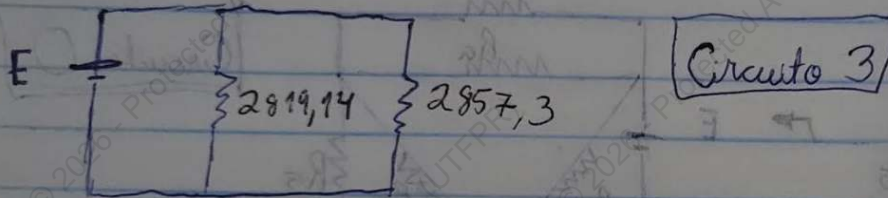
$\rightarrow R_1 // R_a \rightarrow \frac{(3300 \cdot 13250)}{(3300 + 13250)} = 2642,6 \Omega$



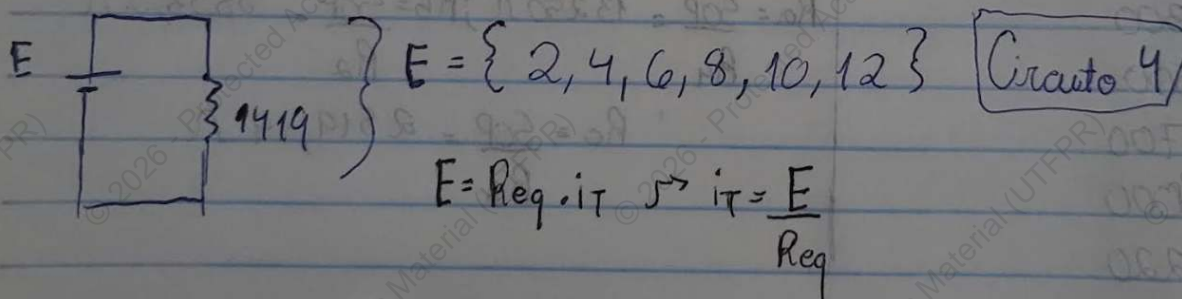
$\rightarrow R_b // R_5 \rightarrow \frac{(8833,3 \cdot 220)}{(8833,3 + 220)} = 214,7 \Omega$



→ 2857,3 em série com 214,7 = 2857,3 Ω



→ $(2819,14) // 2857,3 \rightarrow 1419 \Omega$



$$2V \rightarrow 2 / 1419 = 0,00141 [A]$$

$$4V \rightarrow 4 / 1419 = 0,00282 [A]$$

$$6V \rightarrow 6 / 1419 = 0,00423 [A]$$

$$8V \rightarrow 8 / 1419 = 0,00564 [A]$$

$$10V \rightarrow 10 / 1419 = 0,00705 [A]$$

$$12V \rightarrow 12 / 1419 = 0,00846 [A]$$

Observação: Foi encontrada a corrente total em todos os circuitos (diferentes fontes)

↳ Foco: Encontrar a corrente do R_s

Voltar algumas equivalências

No Circuito 4 Divisor de Corrente (Na tensão 2V)

$$i_2 = \frac{(2819,14 \cdot 0,00141)}{(2819,14 + 2857,3)} = 0,0007$$

$$0,00141 = 0,0007 + i_1 \quad ; \quad i_1 = -0,000709$$

No Circuito 3, quando eu encontro a corrente de 2857,3, isso significa que eu encontrei a de 2642,6 e 214,7, pois estão em série! A corrente de 214,7 é a total quando vou para o Circuito 2 e observo o paralelo que resultou 214,7, no caso sendo:

$$(R5 // 8833,3)$$

↳ Divisor de Corrente para encontrar a corrente de R5, pois queremos a queda de tensão nele:

$$i_{R5} = \frac{(8833,3 \cdot 0,0007)}{(8833,3 + 220)} = 0,000682 [A]$$

↳ corrente que flui em R5

$$V_2 = 0,000682 \cdot 220 = 0,150 [V]$$

Nesse contexto, podemos realizar, recursivamente, com as demais correntes totais das tensões o mesmo processo.

$$4V \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,00292}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,0014 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,01366 \cdot 220 = 0,300 [V]$$

$$6 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,004228}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,002099 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,002099 \cdot 220 = 0,450 [V]$$

$$10 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,00705}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,003497 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,003497 \cdot 220 = 0,751 [V]$$

$$12 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,00845}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,004196 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,004196 \cdot 220 = 0,901 [V]$$

$$8V \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,005637}{2819,14 + 2357,3} - \frac{0,002798 \cdot 8833,3}{220 + 8833,3} = 0,003417 \cdot 220 = 0,6017V$$

Assim, todas as quedas em V_a foram encontrados!

Para V_1 , no Circuito 2, temos a associação em série comentada anteriormente, logo, a corrente de $2642,6$ é conhecida, sendo ela: $0,0007[A]$, ela é a total da associação em paralelo que resultam $2642,6$, sendo:

$$R_1 // 13250$$

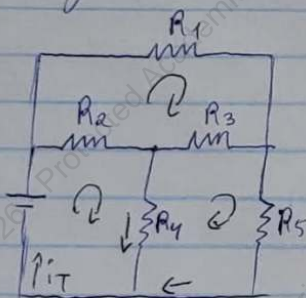
Foco. Encontrar a corrente em R_1

$$i_{R_1} = \frac{13250 \cdot 0,0007}{3300 + 13250} = 0,000560423$$

Analisando o Circuito Original por Kirchhoff podemos observar que

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

Onde já temos i_T e i_{R_5} de todas as tensões!



Em $2V$:

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = -i_{R_5} + i_T = i_T - i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = 0,00141 - 0,000682$$

$$i_{R_4} = 0,000728[A]$$

$$V_1 = 0,728[V]$$

Aplicar esse mesmo processo, recursivamente!
 Em todas as demais tensões

Aplicando em outras quedas de tensão:

$$4V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00282 - 0,001366 = 0,001453 \cdot 1000 = 1,453[V]$$

$$6V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00423 - 0,002044 = 0,002186 \cdot 1000 = 2,179[V]$$

$$8V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00564 - 0,002798 = 0,002842 \cdot 1000 = 2,906[V]$$

$$10V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00705 - 0,003417 = 0,003633 \cdot 1000 = 3,632[V]$$

$$12V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00845 - 0,004095 = 0,004355 \cdot 1000 = 4,359[V]$$

3.3. Montar o circuito mostrado na figura 3. Em seguida proceder com as seguintes etapas:

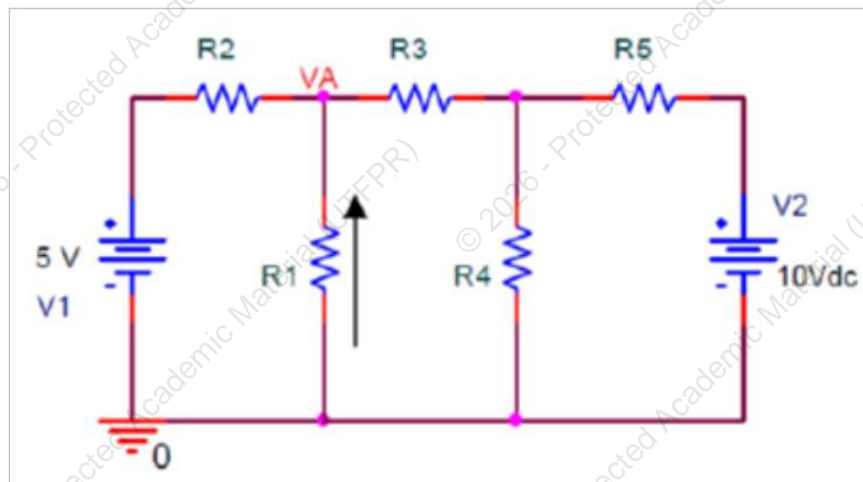


Figura 3: Análise da superposição em circuitos elétricos.

- Conecte a fonte V_1 , desconecte a fonte V_2 (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão V_A e calcule a potência entregue a R_1 .
- Conecte a fonte V_2 , desconecte a fonte V_1 (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão V_A e calcule a potência entregue a R_1 .
- Conecte as fontes V_2 e V_1 , meça V_A e calcule a potência entregue a R_1 .

Tabela 2: Dados simulados e medidos do circuito da figura 2

[V]	(TEÓRICO)	(PRÁTICO)	Erro [%]
V'_A	2.837	2.846	0,32
V''_A	1.430	1.407	1,61
V_A	4.267	4.255	0,28

- Comente os resultados da tabela 2. Comprove através do teorema da superposição suas respostas anteriores.

A propriedade de superposição se aplica à tensão?

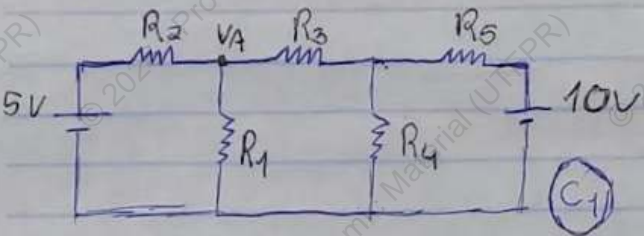
Sim, a propriedade de superposição se aplica à tensão. Conforme evidenciado na **Tabela 2**, a soma das tensões parciais, V'_A e V''_A , obtidas pela atuação individual de cada fonte, resulta em um valor que se aproxima significativamente da tensão total.

Se aplica à potência?

Para a potência, a propriedade de superposição não se aplica, pois a potência não é uma grandeza linear.

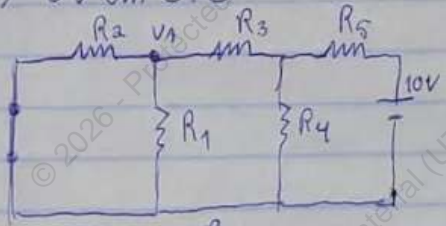
Resolução do Circuito

Superposição

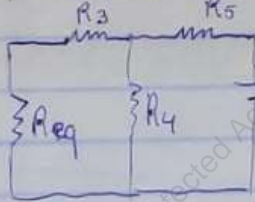


$R_1: 3300$ $R_4: 1000$
 $R_2: 1500$ $R_5: 220$
 $R_3: 4700$

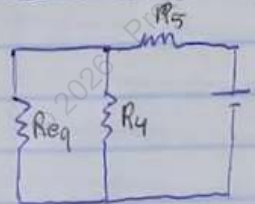
*** P/ 5V em C.C.**



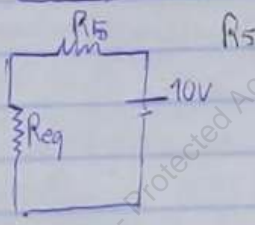
$R_2 // R_1 = \frac{1500 \cdot 3300}{1500 + 3300} = 1031,25 \Omega$ (C2)



$R_3 + R_{eq} = 4700 + 1031,25 = 5731,25 \Omega$ (C3)



$R_{eq} // R_4 = \frac{1000 \cdot 5731,25}{1000 + 5731,25} = 851,4392 \Omega$ (C4)



$R_5 + R_{eq} = 220 + 851,4392 = 1071,4392 \Omega$ (C5)

$E = R_{eq} \cdot i_T \rightarrow i_T = \frac{10}{1071,4392} \approx 0,00933 [A]$ (C6)

Em C_5 , mesma corrente; Em C_4 aplicar divisor de corrente em R_{eq}

$$i_{Req} = \frac{1000 \cdot 0,00933}{1000 + 5731,25} = 0,00138607 \text{ [A]}$$

Corrente em C_3 , de R_3 e R_{eq}

Em C_2 , R_{eq} é o resultado de $R_1 // R_2$, logo, a tensão em ambas são as mesmas:

$$V_A = R_{eq} \cdot 0,00138607 = 1031,25 \cdot 0,00138607$$

$$V_A = 1,43 \text{ [V]}$$

P/ 10 V em C.C

$R_5 // R_4 = \frac{220 \cdot 1000}{1000 + 220} = 180,3279 \Omega$

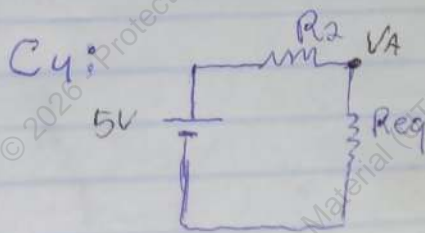
C_2 ; $R_{eq} + R_3 = 4700 + 180,3279 = 4880,3279 \Omega$

C_3 ; $R_1 // R_{eq} \Rightarrow \frac{3300 \cdot 4880,3279}{3300 + 4880,3279} = 1968,7575 \Omega$

$C_4 \rightarrow R_{eq} + R_2 = 1968,75 + 1500 = 3468,75$

$C_5 \rightarrow$ Circuito equivalente
 $\hookrightarrow i_T = \frac{5}{3468,75} = 0,001441 \text{ [A]}$

Em C_4 , mesma corrente, Em C_4 ainda, meu R_{eq} é resultado do $(R_1 // R_{eq})$ em C_3 , logo, mesma tensão



$$R_{eq} = (R_1 // R_{eq})_{C_3}$$

$$R_{eq} = 1968,75 [\Omega]$$

$$i_T = 0,001441 [A]$$

$$V_A = 1968,75 \cdot 0,001441$$

$$V_A = 2,837 [V]$$

Soma Algébrica das Tensões:

$$+ 1,43 + 2,837 = 4,267 [V]$$

Cálculo das Potências

Em 5V em curto, corrente em R_1 (V_A'')

$$i_{R_1} = \frac{1,43}{3300} = 0,000433$$

$$P_{R_1} = 1,43 \cdot 0,000433 = 0,62 \text{ mW}$$

Em 10V em curto, corrente em R_1 (V_A')

$$i_{R_1} = \frac{2,837}{3300} = 0,0008597$$

$$P_{R_1} = 2,837 \cdot 0,0008597 = 2,44 \text{ mW}$$

Em ambos ligados (V_A)

$$i_{R_1} = \frac{4,267}{3300} = 0,001293$$

$$P_{R_1} = 4,267 \cdot 0,001293 = 5,52 \text{ mW}$$