

Nome	RA	Turma
Adriam Ferreira da Silva	2648067	C32
Carlos Gabriel Baratieri	2706598	C32
Larissa Gonçalves Carneiro	2678381	C32

Roteiro de Prática de Laboratório

Prática 3: Linearidade e Superposição

1. OBJETIVOS

Verificar os conceitos de linearidade e superposição.

2. MATERIAIS

- Multímetro;
- Resistores;
- Matriz de Contatos (Protoboard);
- Fontes de tensão de corrente contínua;
- Cabos e fios para conexão entre a fonte e os resistores.

Calcule as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento. **Defina linearidade e superposição e cite exemplos.** Os cálculos, análises e definições devem estar presentes, ou seja, devem ser colocados nos relatórios, para análise do professor (docente).

Cunho Teórico: Definições, Exemplos e Referências Bibliográficas

Linearidade é um comportamento de sistemas e funções orientado pelos aspectos de **aditividade** e **homogeneidade** (proporcionalidade). Logo, circuito é linear quando a saída é proporcional à entrada.

Aditividade:

Se a minha entrada for a soma de duas grandezas, logo minha saída é a soma de suas individuais.

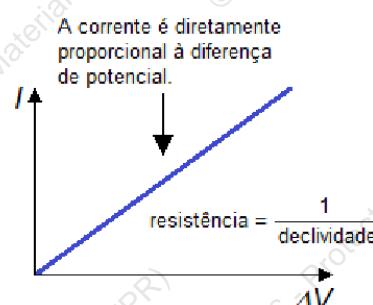
$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

Proporcionalidade:

Se a minha entrada da função por multiplicada por uma constante, minha saída também será.

$$f(kx) = kf(x)$$

Princípio da superposição: Basicamente diz que, em um sistema linear, quando eu tenho múltiplas entradas, a minha saída será a soma individual delas. Basicamente, é o fundamento matemático para o **Teorema da Superposição**. *Exemplo de linearidade: Lei de Ohm*



O Teorema da Superposição é um exemplo concreto do princípio apresentado anteriormente, pois, em sua definição:

Em um circuito, a corrente ou tensão que flui em seus elementos é igual à soma algébrica das contribuições produzidas por cada fonte independente.

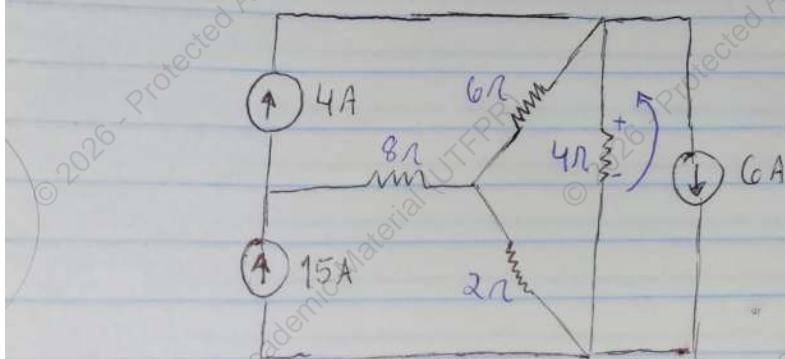
Referências sobre Superposição:

- Khan Academy - Superposição em circuitos DC
- Boylestad - Introdução à Análise de Circuitos, 12ª ed.
- Material Didático do professor no Moodle

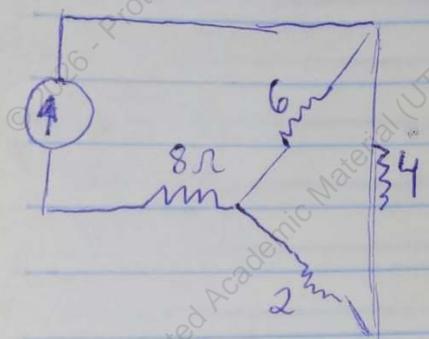
Referências sobre Linearidade:

- Linearidade em circuitos DC
- ResearchGate
- O que é Princípio da Superposição?

Exemplo do Teorema da Superposição: Exercício dado em sala!



Para fonte 4A:

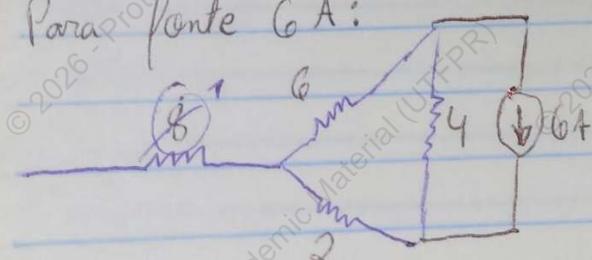


$$4 + 2 = 6 \Omega$$

$6 // 6 \rightarrow$ Divisor de corrente

$$i_x = \frac{4 \cdot 6}{6 + 6} = 2 A$$

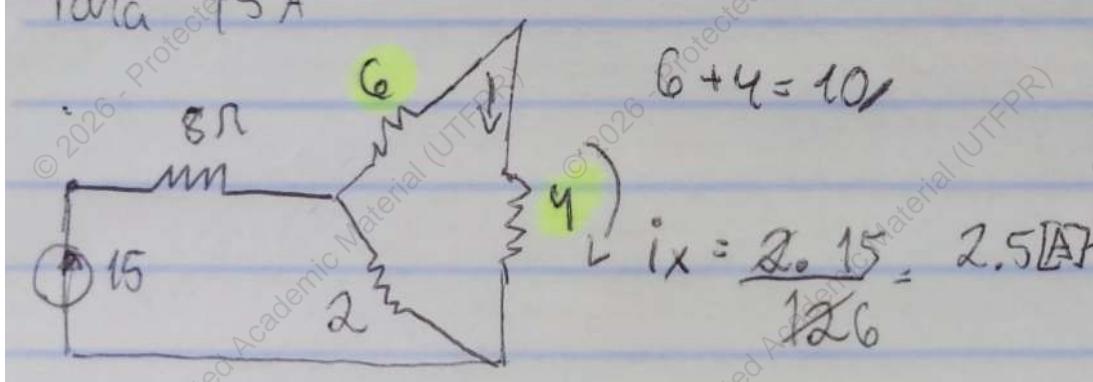
Para fonte 6 A:



$$6 + 2 = 8 \Omega$$

$$i_y = \frac{6 \cdot 8}{8 + 4} = 4 A$$

Para 15 A



$$6 + 4 = 10 \Omega$$

$$i_x = \frac{2 \cdot 15}{12 \cdot 6} = 2.5 A$$

Resultado: $2 - 2.5 - 4 = 0.5 [A] \Rightarrow 0.5 \times 4 = 2 [V]$

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Antes de responder às questões para finalizar o relatório, deve-se:

- Calcular as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento para fazer as comparações e preencher corretamente as tabelas.
- Analisar os temas linearidade e superposição na bibliografia existente para responder corretamente às questões.

3.1 Montar o circuito referenciado na Figura 1, efetuar as medições necessárias e posteriormente preencher os dados da Tabela 1.

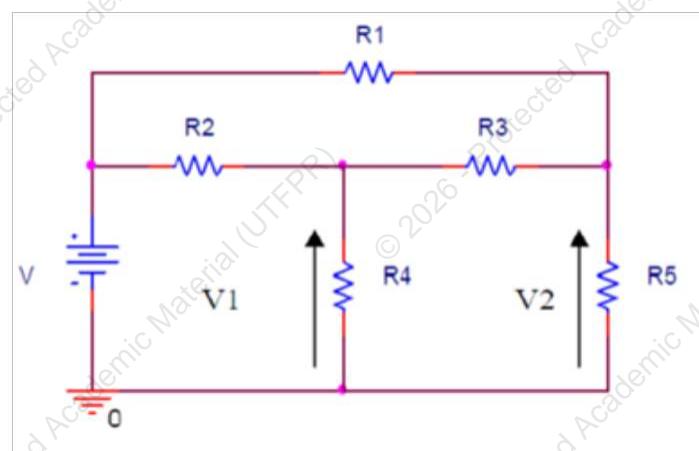
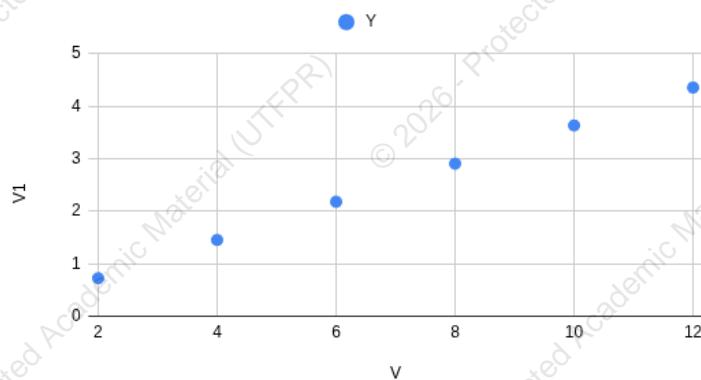
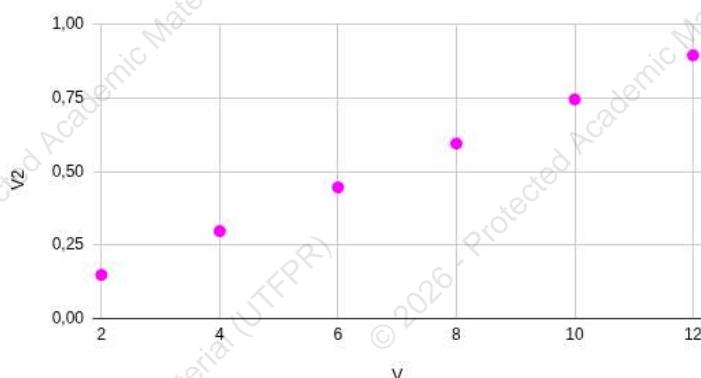


Figura 1: Análise do comportamento de tensões num circuito.

Tabela 1 - Dados simulados e medidos do circuito da figura 4.1

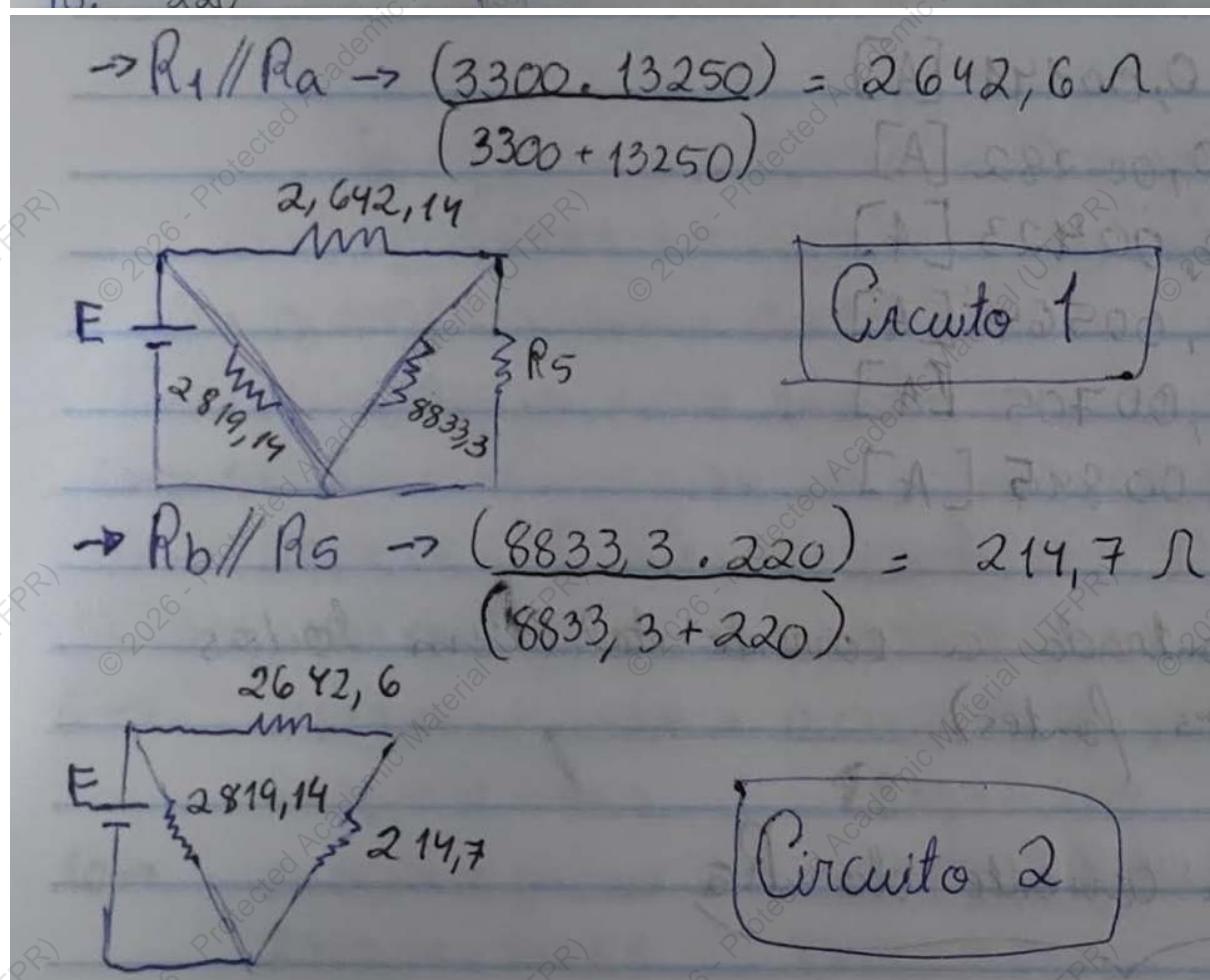
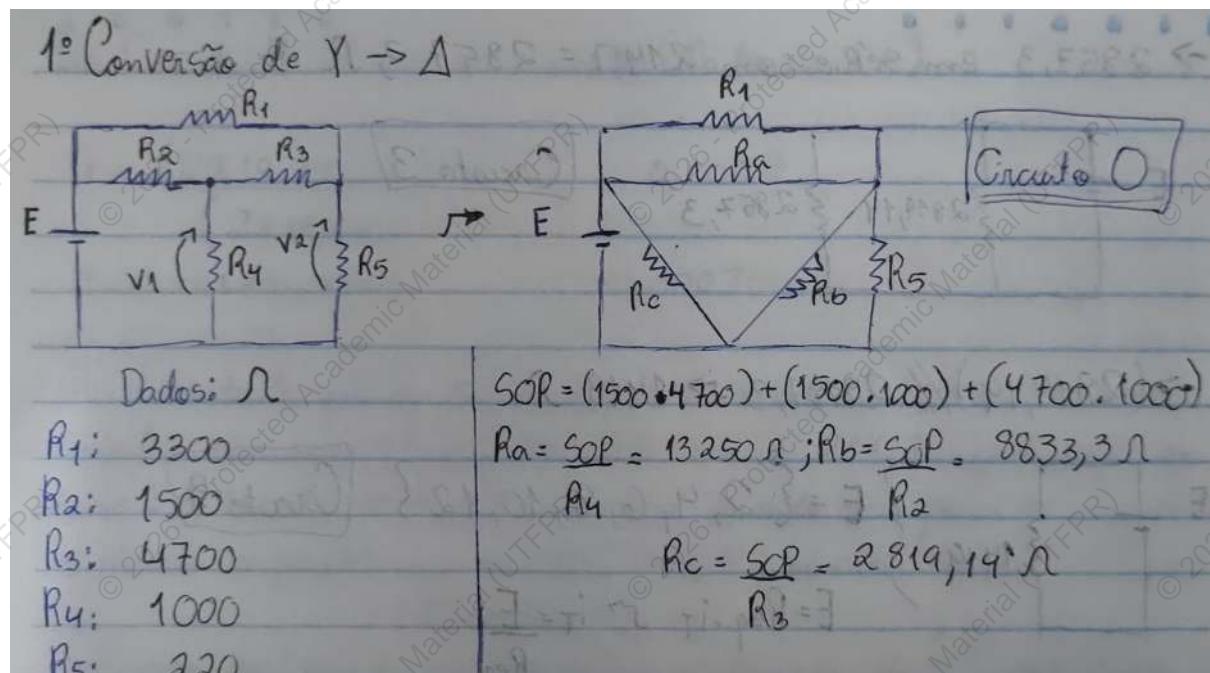
Tensão de entrada V [V]	V ₁ [V]				V ₂ [V]					
	Teórico	Prático	Erro% =	$\frac{V_{1TEO} - V_{1PRA}}{V_{1TEO}}$	· 100%	Teórico	Prático	Erro% =	$\frac{V_{2TEO} - V_{2PRA}}{V_{2TEO}}$	· 100%
$V = 2V$	0.726	0.722		0.552		0.150	0.148		1.333	
$V = 4V$	1.453	1.450		0.207		0.300	0.297		1	
$V = 6V$	2.179	2.179		0		0.450	0.446		0.889	
$V = 8V$	2.906	2.906		0		0.601	0.595		0.998	
$V = 10V$	3.632	3.633		0.028		0.751	0.745		0.799	
$V = 12V$	4.359	4.356		0.069		0.901	0.895		0.666	

3.2 Elaborar os gráficos referentes aos dados experimentais das curvas “ $V_1 \times V$ ” e “ $V_2 \times V$ ” e explicar o comportamento dos mesmos com base no teorema da linearidade.

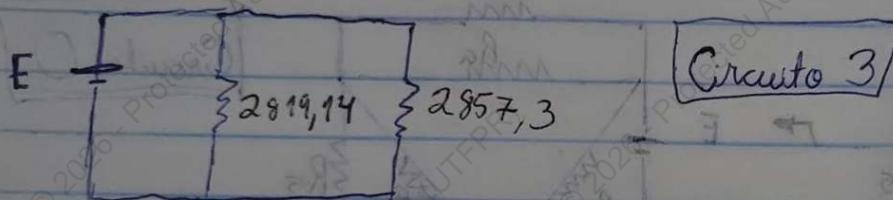
Gráfico de $V_1 \times V$ Figura 1: Gráfico da Tensão V_1 [Vots] Medida no resistor R4 pela Tensão de Entrada V [Vots]Gráfico de $V_2 \times V$ Figura 2: Gráfico da Tensão V_2 [Vots] Medida no resistor R5 pela Tensão de Entrada V [Vots]**Resposta:**

Nos gráficos apresentados, observa-se uma relação linear direta entre a tensão de entrada (V) e as tensões nos pontos V_1 e V_2 . À medida que a tensão de entrada (V) é aumentada, as tensões V_1 e V_2 respondem com um aumento proporcional, mantendo uma constante de proporcionalidade. Este comportamento comprova o **Teorema da Linearidade**.

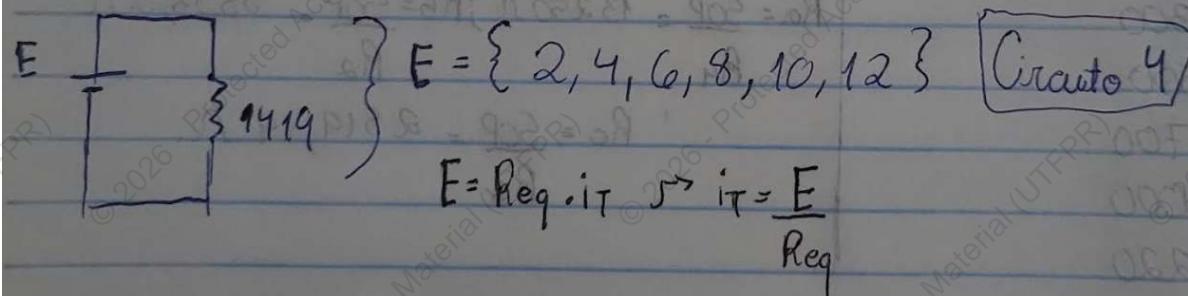
Resolução do Circuito



$\rightarrow 2857,3$ em Série com $214,7 = 2857,3 \Omega$



$\rightarrow (2819,14) // 2857,3 \rightarrow 1419 \Omega$



$$2V \rightarrow 2 / 1419 = 0,00141 [A]$$

$$4V \rightarrow 4 / 1419 = 0,00282 [A]$$

$$6V \rightarrow 6 / 1419 = 0,00423 [A]$$

$$8V \rightarrow 8 / 1419 = 0,00564 [A]$$

$$10V \rightarrow 10 / 1419 = 0,00705 [A]$$

$$12V \rightarrow 12 / 1419 = 0,00845 [A]$$

OBSERVAÇÃO: Foi encontrada a corrente total em todos os circuitos (diferentes fontes)

L> Foco: Encontrar a corrente do R_S

Voltar algumas equivalências

No Circuito 4 Divisor de Corrente (Na tensão 2V)

$$i_2 = \frac{(2819,14 \cdot 0,00141)}{(2819,14 + 2857,3)} = 0,0007$$

$$0,00141 = 0,0007 + i_1 ; i_1 = -0,000709$$

No Circuito 3, quando eu encontro a corrente de 2857,3, isso significa que eu encontrei a de 2642,6 e 214,7, pois estão em Série! A corrente de 214,7 é a total quando vai para o Circuito 2 e observei o paralelo que resultou 214,7, no caso sendo:

$$(R5 // 8833,3)$$

L Divisor de Corrente para encontrar a corrente de R5, pois queremos a queda de tensão nele:

$$i_{R5} = \frac{(8833,3 \cdot 0,0007)}{(8833,3 + 220)} = 0,000682 [A]$$

↳ Corrente que flui em R5

$$V_2 = 0,000682 \cdot 220 = 0,150 [V]$$

Nesse contexto, podemos realizar, recursivamente, com as demais correntes totais das tensões o mesmo processo.

$$4v \rightarrow 2819,14 \cdot \frac{0,00292}{0,004223} = 0,0014 \cdot 8833,3 = 0,01366 \cdot 220 = 0,300 [V]$$

$$2819,14 + 2857,3 - 8833,3 + 220$$

$$6 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,002099}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,002099 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = \frac{0,002099 \cdot 220}{8833,3 + 220} = 0,450 [V]$$

$$10 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,003497}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,003497 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = \frac{0,003497 \cdot 220}{8833,3 + 220} = 0,751 [V]$$

$$12 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,004196}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,004196 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = \frac{0,004196 \cdot 220}{8833,3 + 220} = 0,901 [V]$$

$$9V \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,005637}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,002798 \cdot 8833,3}{220 + 8833,3} = 0,003417 \cdot 220 = 0,6015V$$

Assim, todas as quedas em V_A foram encontradas!

Para V_1 , no Circuito 2, temos a associação em série comentada anteriormente, logo, a corrente de 2642,6 é conhecida, sendo ela: 0,0007[A], ela é a total da associação em paralelo que resultou 2642,6, sendo:

$$R_1 // 13250$$

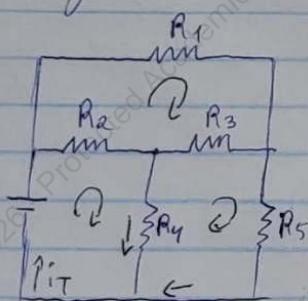
Foco. Encontrar a corrente em R_1

$$i_{R_1} = \frac{13250 \cdot 0,0007}{3300 + 13250} = 0,000560423$$

Analisando o Circuito Original por Kirchhoff podemos observar que

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

Onde já temos i_T e i_{R_5} de todas as tensões!



Em 2V:

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = -i_{R_5} + i_T = i_T - i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = 0,00141 - 0,000682$$

$$i_{R_4} = 0,000728[A]$$

$$V_1 = 0,728[V]$$

Aplicar esse mesmo processo, recursivamente!

Em todas as demais tensões

Aplicando em outras quedas de Tensão:

$$4V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00282 - 0,001366 = 0,001453 \cdot 1000 = 1,453[V]$$

$$6V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00423 - 0,002044 = 0,002186 \cdot 1000 = 2,179[V]$$

$$8V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00569 - 0,002798 = 0,002892 \cdot 1000 = 2,906$$

$$10V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00705 - 0,003417 = 0,003633 \cdot 1000 = 3,632[V]$$

$$12V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00845 - 0,004095 = 0,004355 \cdot 1000 = 4,359[V]$$

3.3. Montar o circuito mostrado na figura 3. Em seguida proceder com as seguintes etapas:

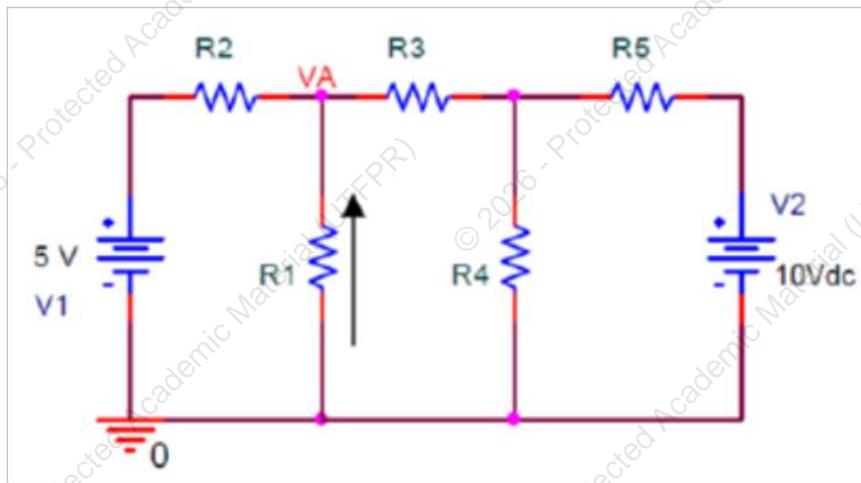


Figura 3: Análise da superposição em circuitos elétricos.

- Conecte a fonte V_1 , desconecte a fonte V_2 (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão V_A e calcule a potência entregue a R_1 .
- Conecte a fonte V_2 , desconecte a fonte V_1 (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão V_A e calcule a potência entregue a R_1 .
- Conecte as fontes V_2 e V_1 , meça V_A e calcule a potência entregue a R_1 .

Tabela 2: Dados simulados e medidos do circuito da figura 2

[V]	(TEÓRICO)	(PRÁTICO)	Erro [%]
V'_A	2.837	2.846	0,32
V''_A	1.430	1.407	1,61
V_A	4.267	4.255	0,28

- Comente os resultados da tabela 2. Comprove através do teorema da superposição suas respostas anteriores.

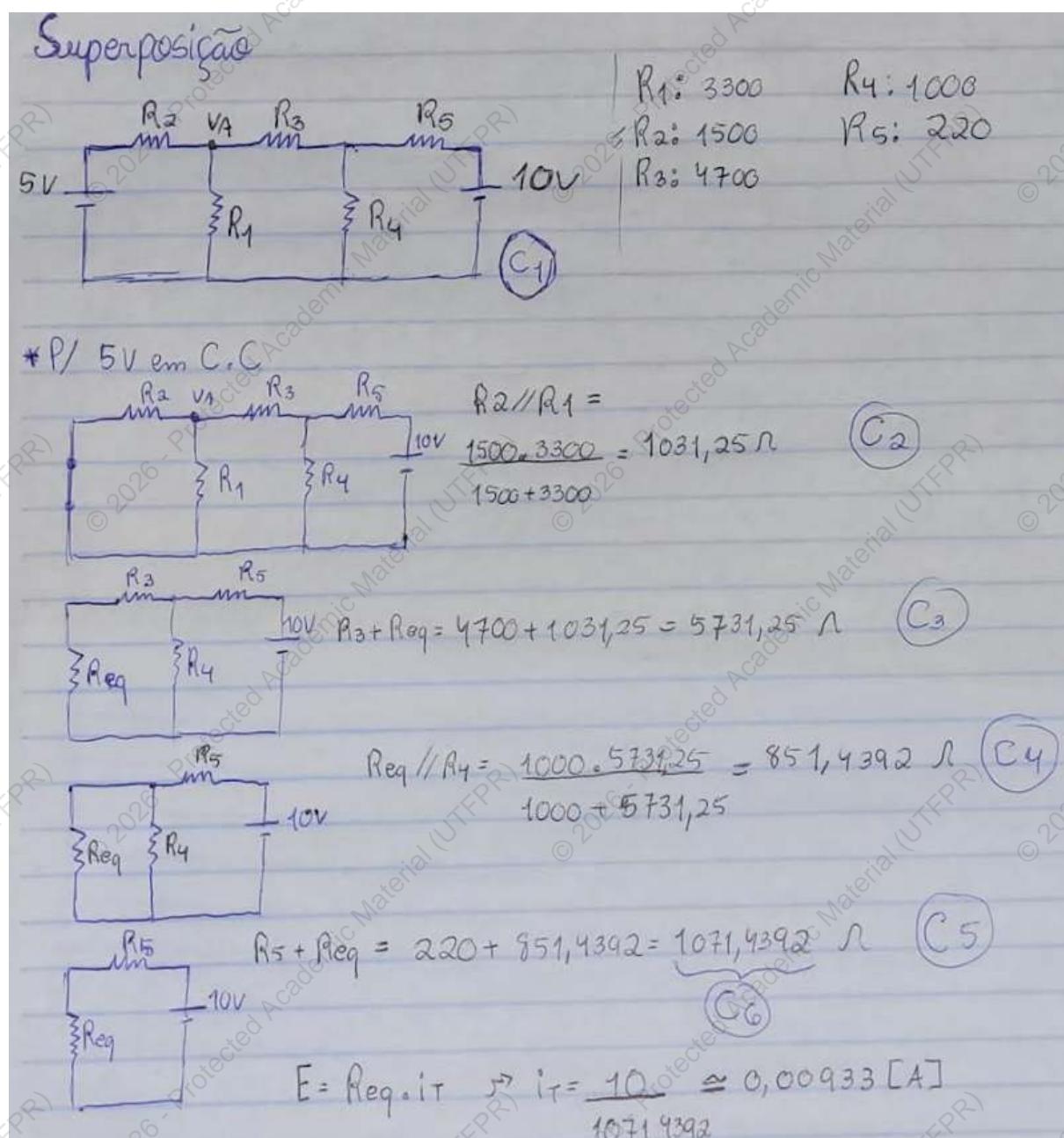
A propriedade de superposição se aplica à tensão?

Sim, a propriedade de superposição se aplica à tensão. Conforme evidenciado na **Tabela 2**, a soma das tensões parciais, V'_A e V''_A , obtidas pela atuação individual de cada fonte, resulta em um valor que se aproxima significativamente da tensão total.

Se aplica à potência?

Para a potência, a propriedade de superposição não se aplica, pois a potência não é uma grandeza linear.

Resolução do Circuito



Em C_5 , mesma corrente; Em C_4 aplicar divisor de corrente em R_{eq}

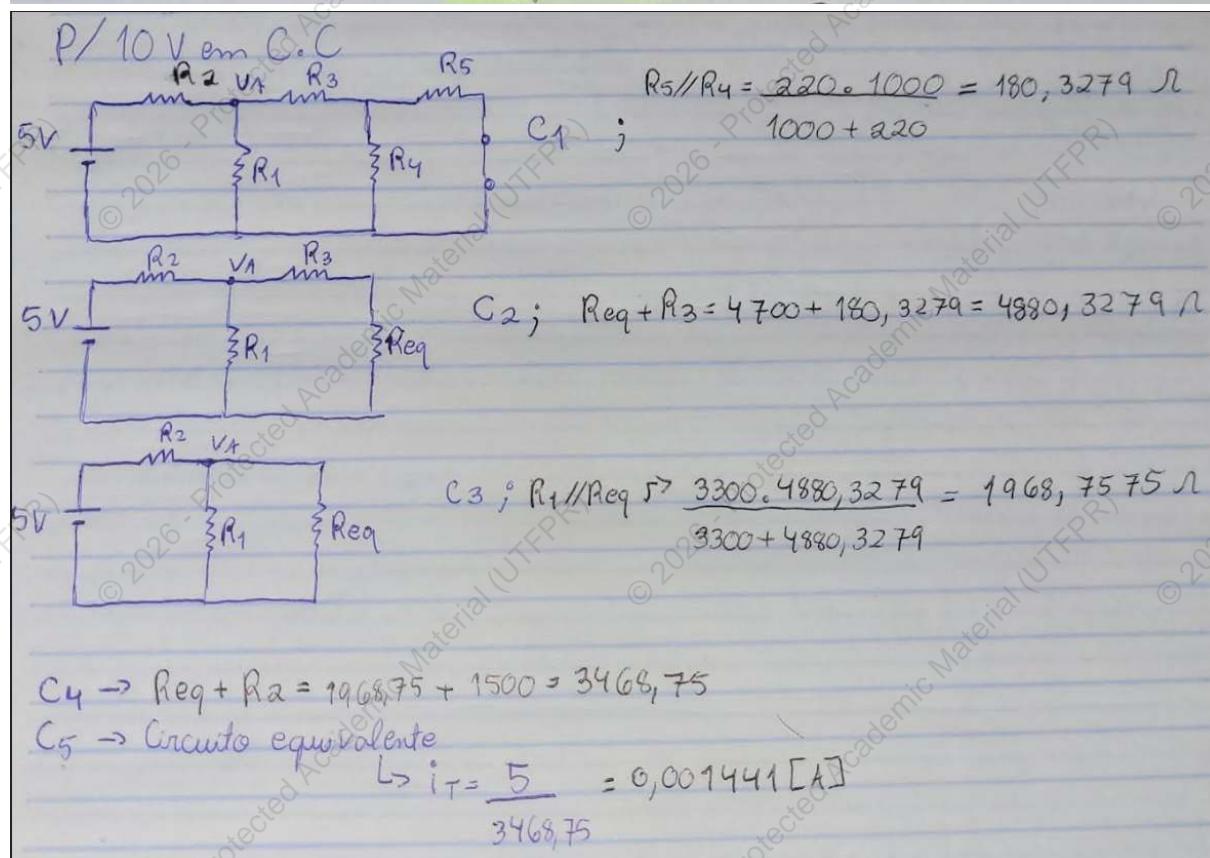
$$i_{req} = \frac{1000 \cdot 0,00933}{1000 + 5731,25} = 0,00138607 [A]$$

Corrente em C_3 do R_3 e R_{eq}

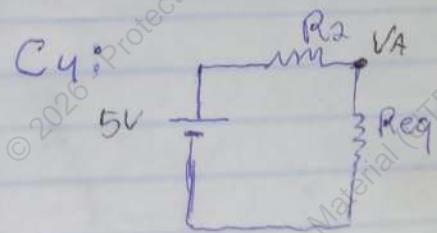
Em C_2 , R_{eq} é o resultado de $R_1 // R_2$, logo, a tensão em ambos são as mesmas:

$$V_A = R_{eq} \cdot 0,00138607 = 1031,25 \cdot 0,00138607$$

$V_A = 1,43 [V]$



Em C_4 , mesma corrente, Em C_4 ainda, meu R_{eq} é resultado do $(R_1 // R_{eq})$ em C_3 , logo, mesma tensão



$$Req = (R_1 // R_{eq}) C_3$$

$$Req = 1968,75 \Omega$$

$$i_T = 0,001441 A$$

$$VA = 1968,75 \cdot 0,001441$$

$$VA = 2,837 V$$

Soma Algebráica das Tensões:

$$+1,43 + 2,837 = 4,267 V$$

Cálculo das Potências

Em 5V em curto, corrente em R_1 (V_A'')

$$i_{R_1} = \frac{4,43}{3300} = 0,001433 \quad | \quad P_{R_1} = 1,43 \cdot 0,001433 = 0,62 mW$$

Em 10V em curto, corrente em R_1 (V_A')

$$i_{R_1} = \frac{2,837}{3300} = 0,0008597 \quad | \quad P_{R_1} = 2,837 \cdot 0,0008597 = 2,44 mW$$

Em ambos ligados (V_A)

$$i_{R_1} = \frac{4,267}{3300} = 0,001293 \quad | \quad P_{R_1} = 4,267 \cdot 0,001293 = 5,52 mW$$