

Nome	RA	Turma
Adriam Ferreira da Silva	2648067	C32
Carlos Gabriel Baratieri	2706598	C32
Larissa Gonçalves Carneiro	2678381	C32

## Roteiro de Prática de Laboratório

### Prática 3: Linearidade e Superposição

## 1. OBJETIVOS

Verificar os conceitos de linearidade e superposição.

## 2. MATERIAIS

- Multímetro;
- Resistores;
- Matriz de Contatos (Protoboard);
- Fontes de tensão de corrente contínua;
- Cabos e fios para conexão entre a fonte e os resistores.

Calcule as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento. **Defina linearidade e superposição e cite exemplos.** Os cálculos, análises e definições devem estar presentes, ou seja, devem ser colocados nos relatórios, para análise do professor (docente).

---

### Cunho Teórico: Definições, Exemplos e Referências Bibliográficas

Linearidade é um comportamento de sistemas e funções orientado pelos aspectos de **aditividade** e **homogeneidade** (proporcionalidade). Logo, circuito é linear quando a saída é proporcional à entrada.

#### Aditividade:

Se a minha entrada for a soma de duas grandezas, logo minha saída é a soma de suas individuais.

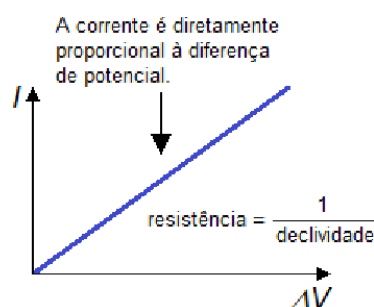
$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

#### Proporcionalidade:

Se a minha entrada da função por multiplicada por uma constante, minha saída também será.

$$f(kx) = kf(x)$$

**Princípio da superposição:** Basicamente diz que, em um sistema linear, quando eu tenho múltiplas entradas, a minha saída será a soma individual delas. Basicamente, é o fundamento matemático para o **Teorema da Superposição**. *Exemplo de linearidade: Lei de Ohm*



O **Teorema da Superposição** é um exemplo concreto do princípio apresentado anteriormente, pois, em sua definição:

Em um circuito, a corrente ou tensão que flui em seus elementos é igual à soma algébrica das contribuições produzidas por cada fonte independente.

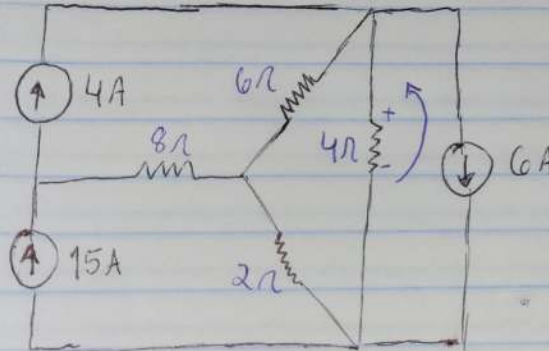
#### Referências sobre Superposição:

- [Khan Academy - Superposição em circuitos DC](#)
- [Boylestad - Introdução à Análise de Circuitos, 12ª ed.](#)
- Material Didático do professor no Moodle

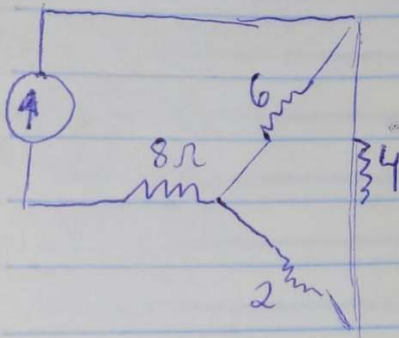
#### Referências sobre Linearidade:

- [Linearidade em circuitos DC](#)
- [ResearchGate](#)
- [O que é Princípio da Superposição?](#)

Exemplo do Teorema da Superposição: Exercício dado em sala!



Para fonte 4A:

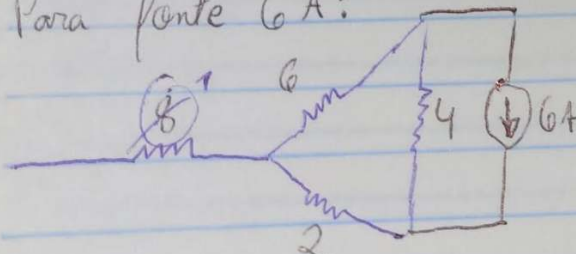


$$4 + 2 = 6 \Omega$$

$6 \parallel 6 \rightarrow$  Divisor de corrente

$$i_x = \frac{4 \cdot 6}{6 + 6} = 2 \text{ A}$$

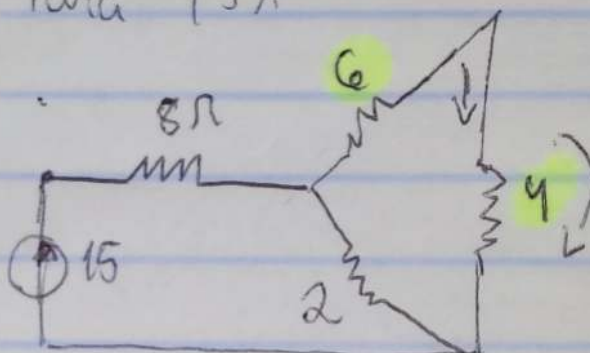
Para fonte 6A:



$$6 + 2 = 8 \Omega$$

$$i_y = \frac{6 \cdot 8}{8 + 4} = 4 \text{ A}$$

Para 15A



$$6 + 4 = 10 \Omega$$

$$i_z = \frac{2 \cdot 15}{2 + 6} = 2.5 \text{ A}$$

$$\text{Resultado: } 2 - 2.5 - 4 = 0.5 \text{ [A]} \Rightarrow 0.5 \times 4 = 2 \text{ [V]}$$

### 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Antes de responder às questões para finalizar o relatório, deve-se:

- Calcular as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento para fazer as comparações e preencher corretamente as tabelas.
- Analisar os temas linearidade e superposição na bibliografia existente para responder corretamente às questões.

**3.1** Montar o circuito referenciado na Figura 1, efetuar as medições necessárias e posteriormente preencher os dados da Tabela 1.

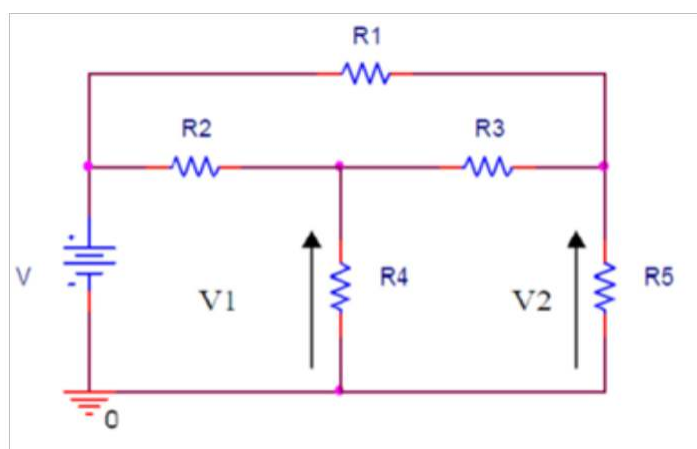


Figura 1: Análise do comportamento de tensões num circuito.

Tabela 1 - Dados simulados e medidos do circuito da figura 4.1

V [V]	V <sub>1</sub> [V]			V <sub>2</sub> [V]		
Tensão de entrada	Teórico	Prático	Erro% = $\frac{V_{1TEO} - V_{1PRA}}{V_{1TEO}} \cdot 100\%$	Teórico	Prático	Erro% = $\frac{V_{2TEO} - V_{2PRA}}{V_{2TEO}} \cdot 100\%$
V = 2V	0.726	0.722	0.552	0.150	0.148	1.333
V = 4V	1.453	1.450	0.207	0.300	0.297	1
V = 6V	2.179	2.179	0	0.450	0.446	0.889
V = 8V	2.906	2.906	0	0.601	0.595	0.998
V = 10V	3.632	3.633	0.028	0.751	0.745	0.799
V = 12V	4.359	4.356	0.069	0.901	0.895	0.666

**3.2** Elaborar os gráficos referentes aos dados experimentais das curvas “ $V_1 \times V$ ” e “ $V_2 \times V$ ” e explicar o comportamento dos mesmos com base no teorema da linearidade.

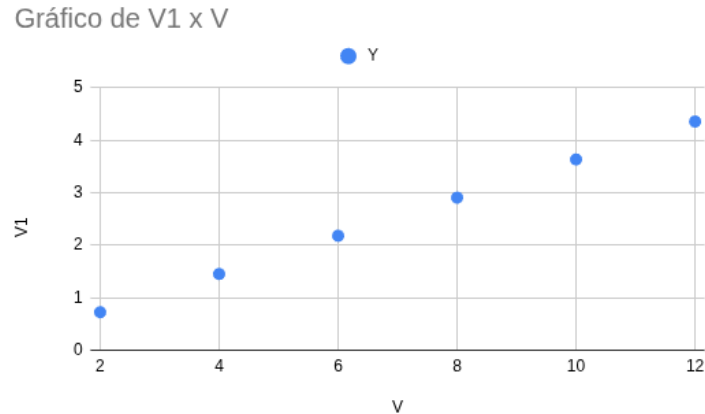


Figura 1: Gráfico da Tensão  $V_1$  [Votls] Medida no resistor R4 pela Tensão de Entrada  $V$  [Votls]

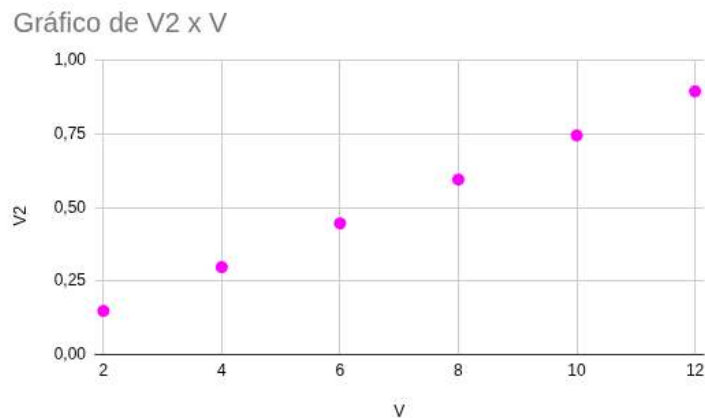


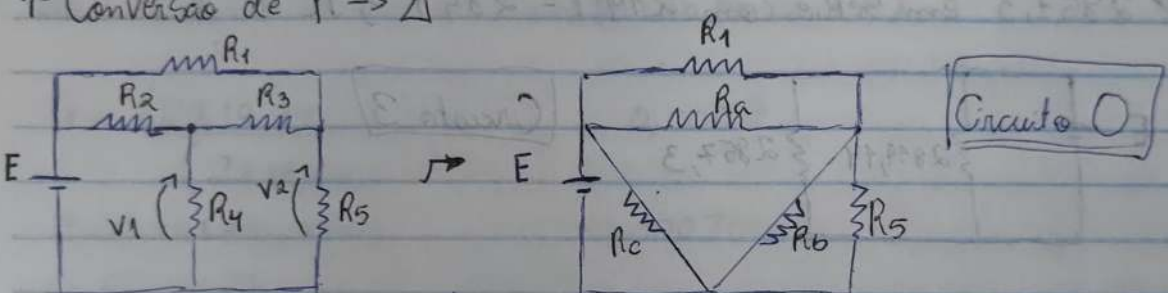
Figura 2: Gráfico da Tensão  $V_2$  [Votls] Medida no resistor R5 pela Tensão de Entrada  $V$  [Votls]

**Resposta:**

Nos gráficos apresentados, observa-se uma relação linear direta entre a tensão de entrada ( $V$ ) e as tensões nos pontos  $V_1$  e  $V_2$ . À medida que a tensão de entrada ( $V$ ) é aumentada, as tensões  $V_1$  e  $V_2$  respondem com um aumento proporcional, mantendo uma constante de proporcionalidade. Este comportamento comprova o **Teorema da Linearidade**.

## Resolução do Circuito

1ª Conversão de  $Y \rightarrow \Delta$



Dados:  $\Omega$

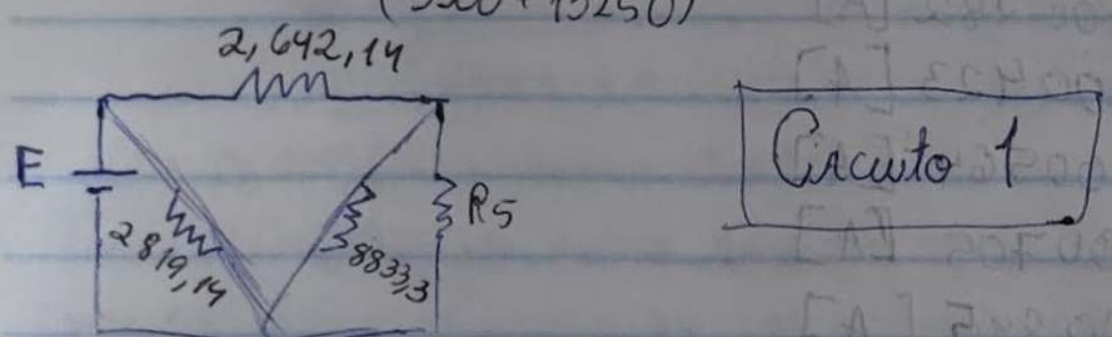
$R_1$ :	3300
$R_2$ :	1500
$R_3$ :	4700
$R_4$ :	1000
$R_5$ :	220

$$SOP = (1500 \cdot 4700) + (1500 \cdot 1000) + (4700 \cdot 1000)$$

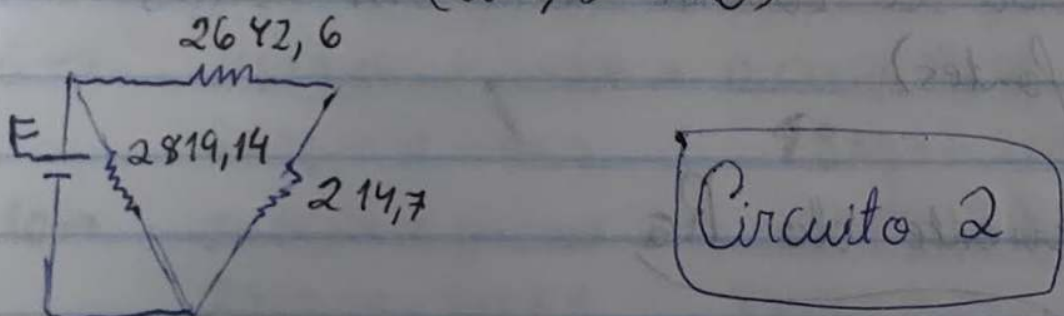
$$R_a = \frac{SOP}{R_2} = 13250 \Omega; R_b = \frac{SOP}{R_3} = 8833,3 \Omega$$

$$R_c = \frac{SOP}{R_4} = 2819,14 \Omega$$

$\rightarrow R_1 // R_a \rightarrow \frac{(3300 \cdot 13250)}{(3300 + 13250)} = 2642,6 \Omega$

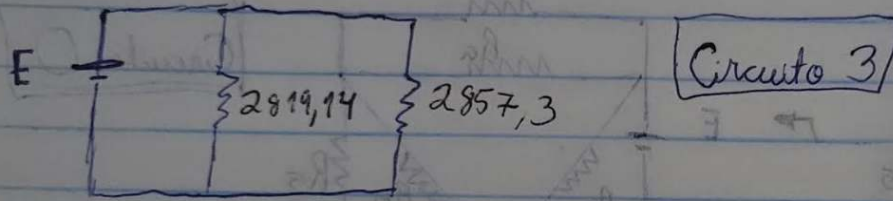


$\rightarrow R_b // R_5 \rightarrow \frac{(8833,3 \cdot 220)}{(8833,3 + 220)} = 214,7 \Omega$

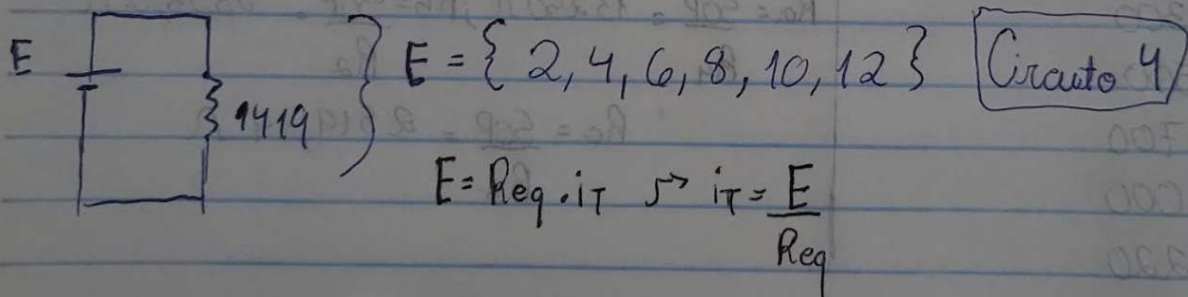




→ 2857,3 em série com 214,7 = 2857,3  $\Omega$



→  $(2819,14) // 2857,3 \rightarrow 1419 \Omega$



$$2V \rightarrow 2 / 1419 = 0,00141 [A]$$

$$4V \rightarrow 4 / 1419 = 0,00282 [A]$$

$$6V \rightarrow 6 / 1419 = 0,00423 [A]$$

$$8V \rightarrow 8 / 1419 = 0,00564 [A]$$

$$10V \rightarrow 10 / 1419 = 0,00705 [A]$$

$$12V \rightarrow 12 / 1419 = 0,00845 [A]$$

Observação: Foi encontrada a corrente total em todos os circuitos (diferentes fontes)

↳ Foco: Encontrar a corrente do  $R_5$

Voltar algumas equivalências

No Circuito 4 Divisor de Corrente (Na tensão 2V)

$$i_2 = \frac{(2819,14 \cdot 0,00141)}{(2819,14 + 2857,3)} = 0,0007$$

$$0,00141 = 0,0007 + i_1 \quad ; \quad i_1 = -0,000709$$

No Circuito 3, quando eu encontro a corrente de 2857,3, isso significa que eu encontrei a de 2642,6 e 214,7, pois estão em série! A corrente de 214,7 é a total quando vou para o Circuito 2 e observo o paralelo que resultou 214,7, no caso sendo:

$$(R5 // 8833,3)$$

↳ Divisor de Corrente para encontrar a corrente de R5, pois queremos a queda de tensão nele:

$$i_{R5} = \frac{(8833,3 \cdot 0,0007)}{(8833,3 + 220)} = 0,000682 [A]$$

↳ corrente que flui em R5

$$V_2 = 0,000682 \cdot 220 = 0,150 [V]$$

Nesse contexto, podemos realizar, recursivamente, com as demais correntes totais das tensões o mesmo processo.

$$4V \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,00292}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,0014 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,01366 \cdot 220 = 0,300 [V]$$

$$6 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,004228}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,002099 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,002099 \cdot 220 = 0,450 [V]$$

$$10 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,00705}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,003497 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,003417 \cdot 220 = 0,751 [V]$$

$$12 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,00845}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,004196 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,004095 \cdot 220 = 0,901 [V]$$



$$8V \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,005637}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,002798 \cdot 8833,3}{220 + 8833,3} = 0,003417 \cdot 220 = 0,601[V]$$

Assim, todas as quedas em  $V_a$  foram encontrados!  
 Para  $V_1$ , no Circuito 2, temos a associação em série comentada anteriormente, logo, a corrente de  $2642,6$  é conhecida, sendo ela:  $0,0007[A]$ , ela é a total da associação em paralelo que resultam  $2642,6$ , sendo:

$$R_1 // 13250$$

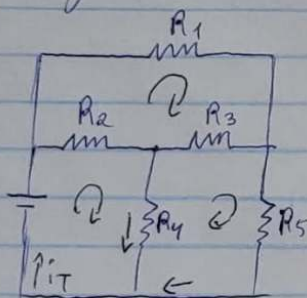
Foco. Encontrar a corrente em  $R_1$

$$i_{R_1} = \frac{13250 \cdot 0,0007}{3300 + 13250} = 0,000560423$$

Analisando o Circuito Original por Kirchhoff podemos observar que

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

Onde já temos  $i_T$  e  $i_{R_5}$  de todas as tensões!



Em  $2V$ :

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = -i_{R_5} + i_T = i_T - i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = 0,00141 - 0,000682$$

$$i_{R_4} = 0,000728[A]$$

$$V_1 = 0,728[V]$$

Aplicar esse mesmo processo, recursivamente!  
 Em todas as demais tensões

Aplicando em outras quedas de tensão:

$$4V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00282 - 0,001366 = 0,001453 \cdot 1000 = 1,453[V]$$

$$6V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00423 - 0,002044 = 0,002186 \cdot 1000 = 2,179[V]$$

$$8V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00564 - 0,002798 = 0,002842 \cdot 1000 = 2,906[V]$$

$$10V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00705 - 0,003417 = 0,003633 \cdot 1000 = 3,632[V]$$

$$12V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00845 - 0,004095 = 0,004355 \cdot 1000 = 4,359[V]$$

**3.3.** Montar o circuito mostrado na figura 3. Em seguida proceder com as seguintes etapas:

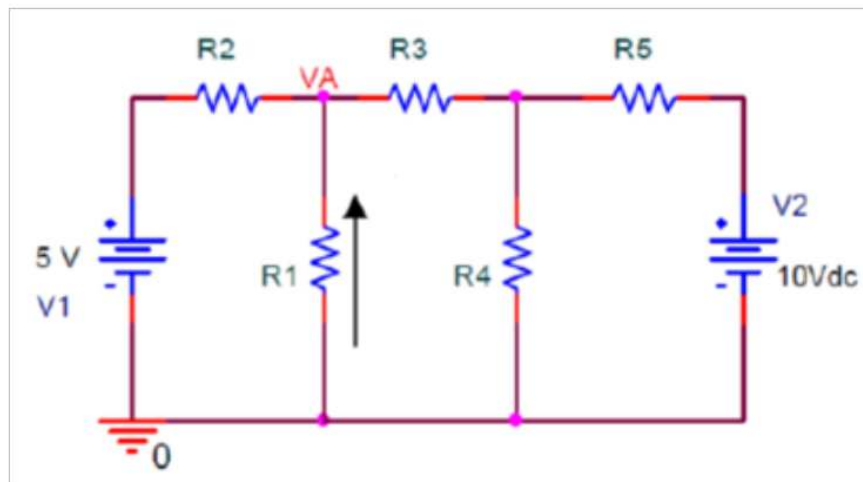


Figura 3: Análise da superposição em circuitos elétricos.

- Conecte a fonte  $V_1$ , desconecte a fonte  $V_2$  (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão  $V_A$  e calcule a potência entregue a  $R_1$ .
- Conecte a fonte  $V_2$ , desconecte a fonte  $V_1$  (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão  $V_A$  e calcule a potência entregue a  $R_1$ .
- Conecte as fontes  $V_2$  e  $V_1$ , meça  $V_A$  e calcule a potência entregue a  $R_1$ .

Tabela 2: Dados simulados e medidos do circuito da figura 2

[V]	(TEÓRICO)	(PRÁTICO)	Erro [%]
$V'_A$	2.837	2.846	0,32
$V''_A$	1.430	1.407	1,61
$V_A$	4.267	4.255	0,28

- Comente os resultados da tabela 2. Comprove através do teorema da superposição suas respostas anteriores.

#### A propriedade de superposição se aplica à tensão?

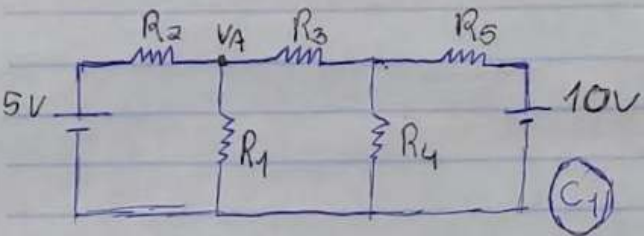
Sim, a propriedade de superposição se aplica à tensão. Conforme evidenciado na **Tabela 2**, a soma das tensões parciais,  $V'_A$  e  $V''_A$ , obtidas pela atuação individual de cada fonte, resulta em um valor que se aproxima significativamente da tensão total.

#### Se aplica à potência?

Para a potência, a propriedade de superposição não se aplica, pois a potência não é uma grandeza linear.

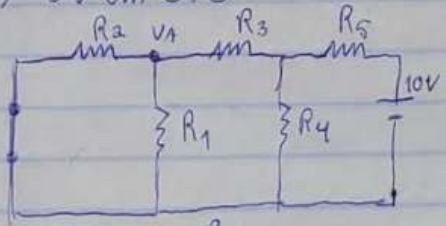
## Resolução do Circuito

*Superposição*

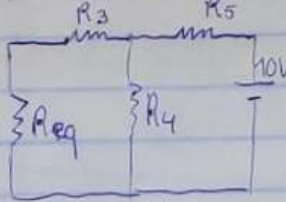


$R_1: 3300$        $R_4: 1000$   
 $R_2: 1500$        $R_5: 220$   
 $R_3: 4700$

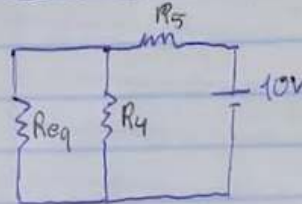
\* P/ 5V em C.C



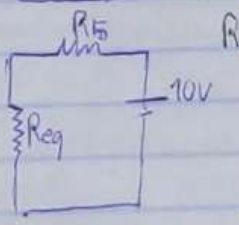
$R_2 // R_1 = \frac{1500 \cdot 3300}{1500 + 3300} = 1031,25 \Omega$  (C2)



$R_3 + R_{eq} = 4700 + 1031,25 = 5731,25 \Omega$  (C3)



$R_{eq} // R_4 = \frac{1000 \cdot 5731,25}{1000 + 5731,25} = 851,4392 \Omega$  (C4)



$R_5 + R_{eq} = 220 + 851,4392 = 1071,4392 \Omega$  (C5)

$E = R_{eq} \cdot i_T \rightarrow i_T = \frac{10}{1071,4392} \approx 0,00933 [A]$  (C6)

Em  $C_5$ , mesma corrente; Em  $C_4$  aplicar divisão de corrente em  $R_{eq}$

$$i_{Req} = \frac{1000 \cdot 0,00933}{1000 + 5731,25} = 0,00138607 \text{ [A]}$$

Corrente em  $C_3$ , de  $R_3$  e  $R_{eq}$

Em  $C_2$ ,  $R_{eq}$  é o resultado de  $R_1 // R_2$ , logo, a tensão em ambos são as mesmas:

$$V_A = R_{eq} \cdot 0,00138607 = 1031,25 \cdot 0,00138607$$

$$V_A = 1,43 \text{ [V]}$$

P/ 10 V em C.C

$C_1$  ;  $R_5 // R_4 = \frac{220 \cdot 1000}{1000 + 220} = 180,3279 \Omega$

$C_2$  ;  $R_{eq} + R_3 = 4700 + 180,3279 = 4880,3279 \Omega$

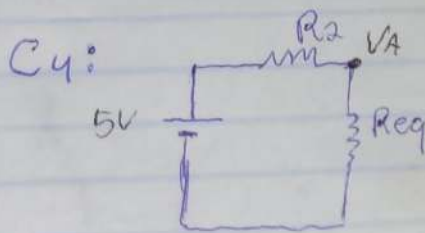
$C_3$  ;  $R_1 // R_{eq} \Rightarrow \frac{3300 \cdot 4880,3279}{3300 + 4880,3279} = 1968,7575 \Omega$

$C_4 \rightarrow R_{eq} + R_2 = 1968,75 + 1500 = 3468,75$

$C_5 \rightarrow$  Circuito equivalente  
 $\hookrightarrow i_T = \frac{5}{3468,75} = 0,001441 \text{ [A]}$



Em  $C_4$ , mesma corrente, Em  $C_4$  ainda, meu  $R_{eq}$  é resultado do  $(R_1 // R_{eq})$  em  $C_3$ , logo, mesma tensão



$$R_{eq} = (R_1 // R_{eq})_{C_3}$$

$$R_{eq} = 1968,75 [\Omega]$$

$$i_T = 0,001441 [A]$$

$$V_A = 1968,75 \cdot 0,001441$$

$$V_A = 2,837 [V]$$

Soma Algébrica das Tensões:

$$+ 1,43 + 2,837 = 4,267 [V]$$

### Cálculo das Potências

Em 5V em curto, corrente em  $R_1$  ( $V_A''$ )

$$i_{R_1} = \frac{1,43}{3300} = 0,000433 \quad \left| \quad P_{R_1} = 1,43 \cdot 0,000433 = 0,62 \text{ mW} \right.$$

Em 10V em curto, corrente em  $R_1$  ( $V_A'$ )

$$i_{R_1} = \frac{2,837}{3300} = 0,0008597 \quad \left| \quad P_{R_1} = 2,837 \cdot 0,0008597 = 2,44 \text{ mW} \right.$$

Em ambos ligados ( $V_A$ )

$$i_{R_1} = \frac{4,267}{3300} = 0,001293 \quad \left| \quad P_{R_1} = 4,267 \cdot 0,001293 = 5,52 \text{ mW} \right.$$