

<b>Nome</b>	<b>RA</b>	<b>Turma</b>
Adriam Ferreira da Silva	2648067	C32
Carlos Gabriel Baratieri	2706598	C32
Larissa Gonçalves Carneiro	2678381	C32

## **Roteiro de Prática de Laboratório**

### **Prática 3: Linearidade e Superposição**

## 1. OBJETIVOS

Verificar os conceitos de linearidade e superposição.

## 2. MATERIAIS

- Multímetro;
- Resistores;
- Matriz de Contatos (Protoboard);
- Fontes de tensão de corrente contínua;
- Cabos e fios para conexão entre a fonte e os resistores.

Calcule as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento. **Defina linearidade e superposição e cite exemplos.** Os cálculos, análises e definições devem estar presentes, ou seja, devem ser colocados nos relatórios, para análise do professor (docente).

---

### Cunho Teórico: Definições, Exemplos e Referências Bibliográficas

Linearidade é um comportamento de sistemas e funções orientado pelos aspectos de **aditividade** e **homogeneidade** (proporcionalidade). Logo, circuito é linear quando a saída é proporcional à entrada.

#### Aditividade:

Se a minha entrada for a soma de duas grandezas, logo minha saída é a soma de suas individuais.

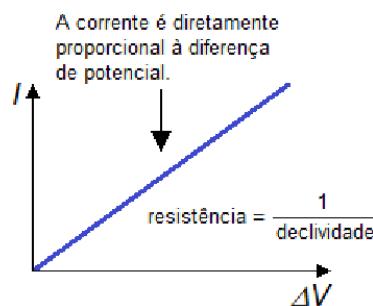
$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

#### Proporcionalidade:

Se a minha entrada da função por multiplicada por uma constante, minha saída também será.

$$f(kx) = kf(x)$$

**Princípio da superposição:** Basicamente diz que, em um sistema linear, quando eu tenho múltiplas entradas, a minha saída será a soma individual delas. Basicamente, é o fundamento matemático para o **Teorema da Superposição**. *Exemplo de linearidade: Lei de Ohm*



O **Teorema da Superposição** é um exemplo concreto do princípio apresentado anteriormente, pois, em sua definição:

Em um circuito, a corrente ou tensão que flui em seus elementos é igual à soma algébrica das contribuições produzidas por cada fonte independente.

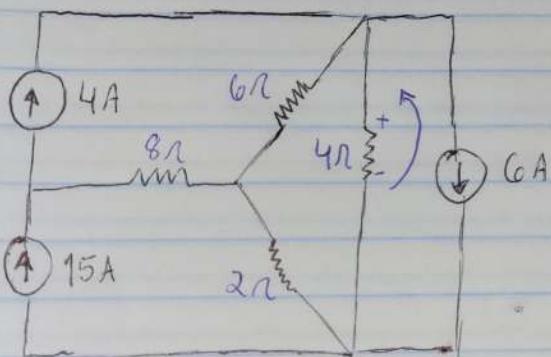
#### Referências sobre Superposição:

- Khan Academy - Superposição em circuitos DC
- Boylestad - Introdução à Análise de Circuitos, 12ª ed.
- Material Didático do professor no Moodle

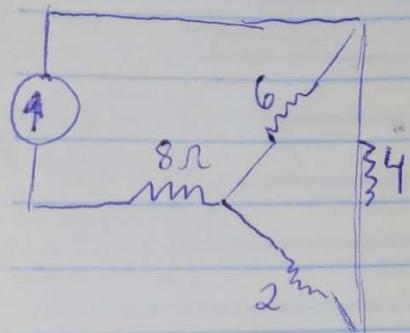
#### Referências sobre Linearidade:

- Linearidade em circuitos DC
- ResearchGate
- O que é Princípio da Superposição?

Exemplo do Teorema da Superposição: Exercício dado em sala!



Para fonte 4A:

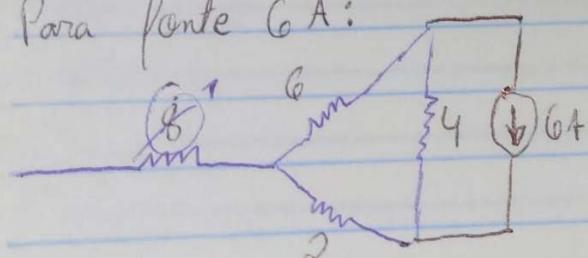


$$4 + 2 = 6 \Omega$$

$6 // 6 \rightarrow$  Divisor de corrente

$$i_x = \frac{4 \cdot 6}{6 + 6} = 2 \text{ A}$$

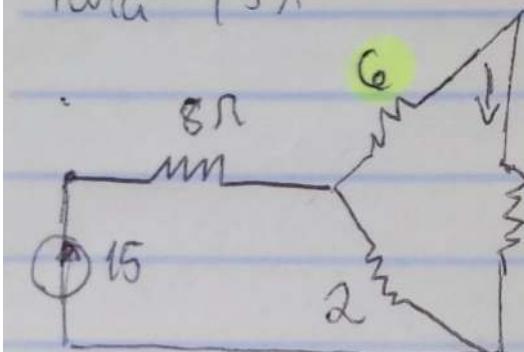
Para fonte 6A:



$$6 + 2 = 8 \Omega$$

$$i_y = \frac{6 \cdot 8}{8 + 4} = 4 \text{ A}$$

Para 15A



$$6 + 4 = 10 \Omega$$

$$i_x = \frac{2 \cdot 15}{12 \cdot 6} = 2.5 \text{ A}$$

Resultado:  $2 - 2.5 - 4 = 0.5 \text{ A} \Rightarrow 0.5 \times 4 = 2 \text{ V}$

### 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Antes de responder às questões para finalizar o relatório, deve-se:

- Calcular as grandezas dos circuitos contidos nesse experimento para fazer as comparações e preencher corretamente as tabelas.
- Analisar os temas linearidade e superposição na bibliografia existente para responder corretamente às questões.

**3.1** Montar o circuito referenciado na Figura 1, efetuar as medições necessárias e posteriormente preencher os dados da Tabela 1.

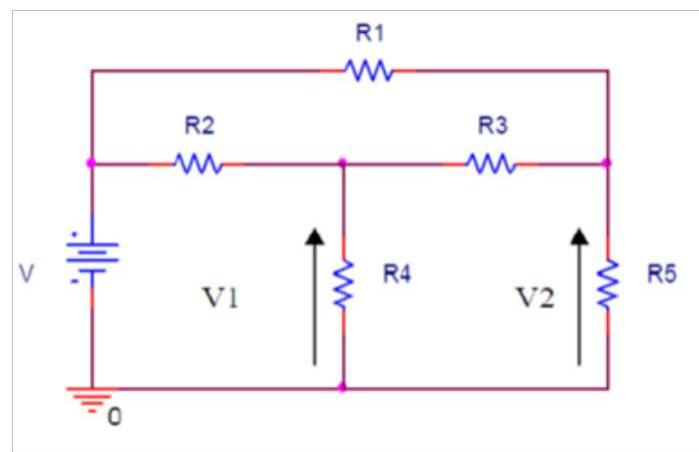
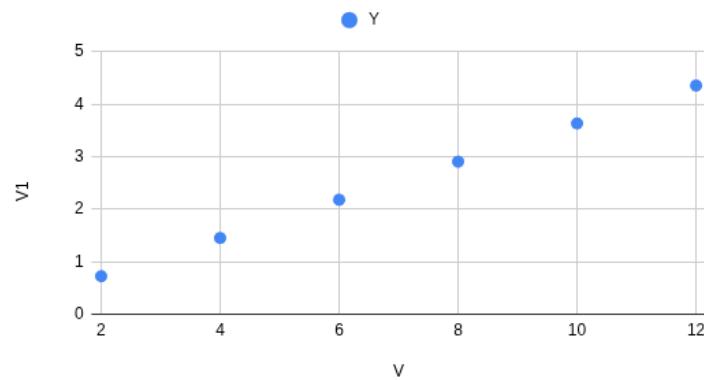
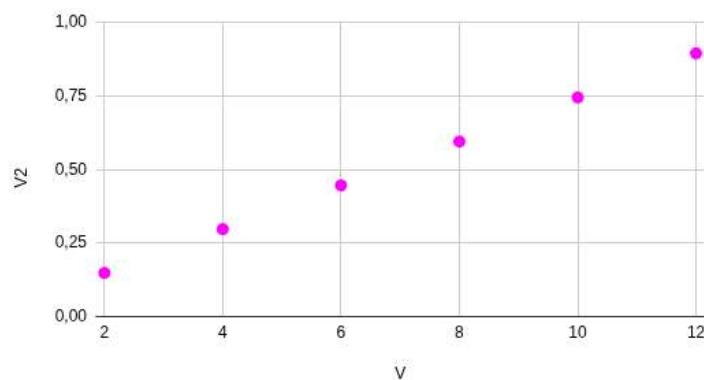


Figura 1: Análise do comportamento de tensões num circuito.

Tabela 1 - Dados simulados e medidos do circuito da figura 4.1

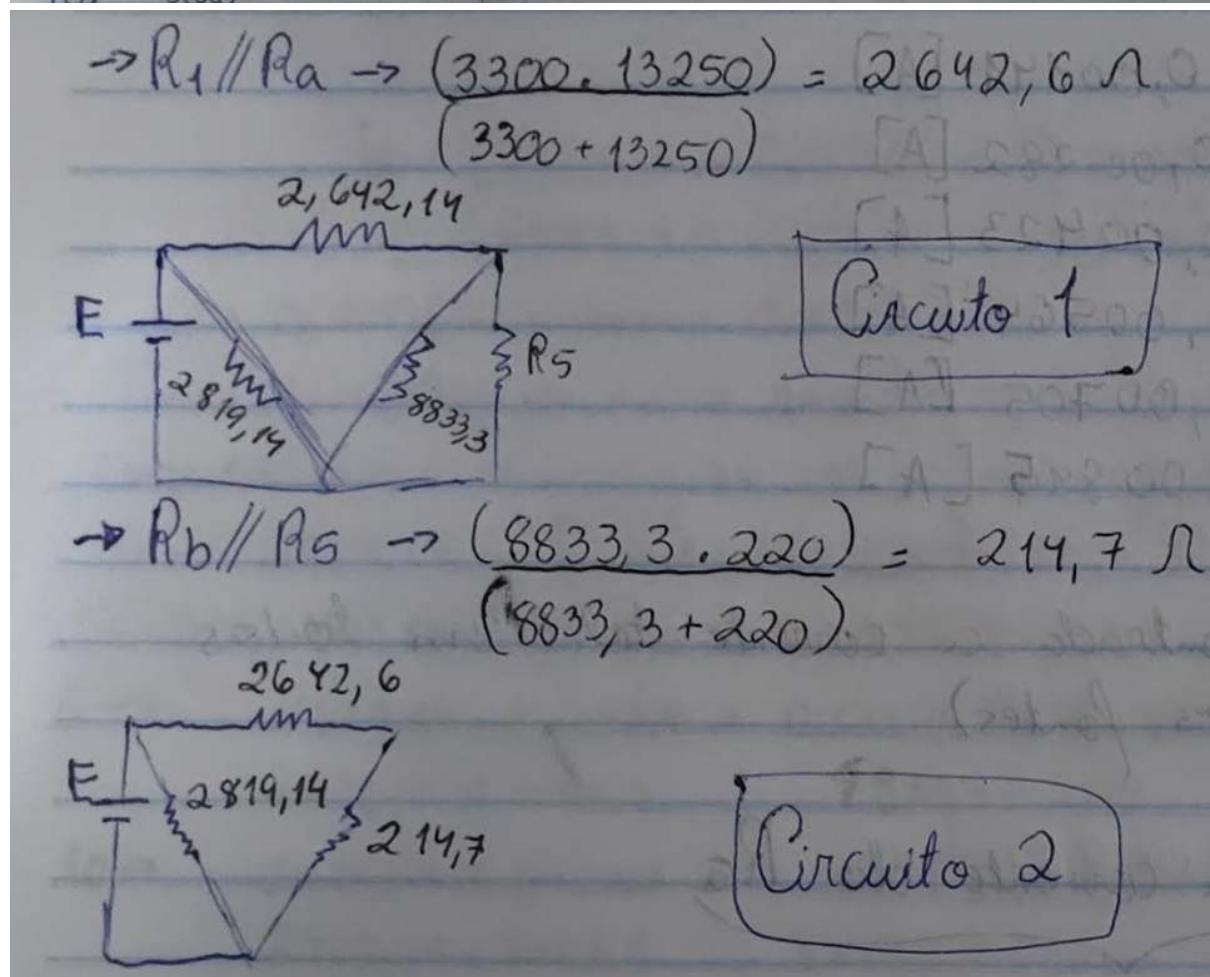
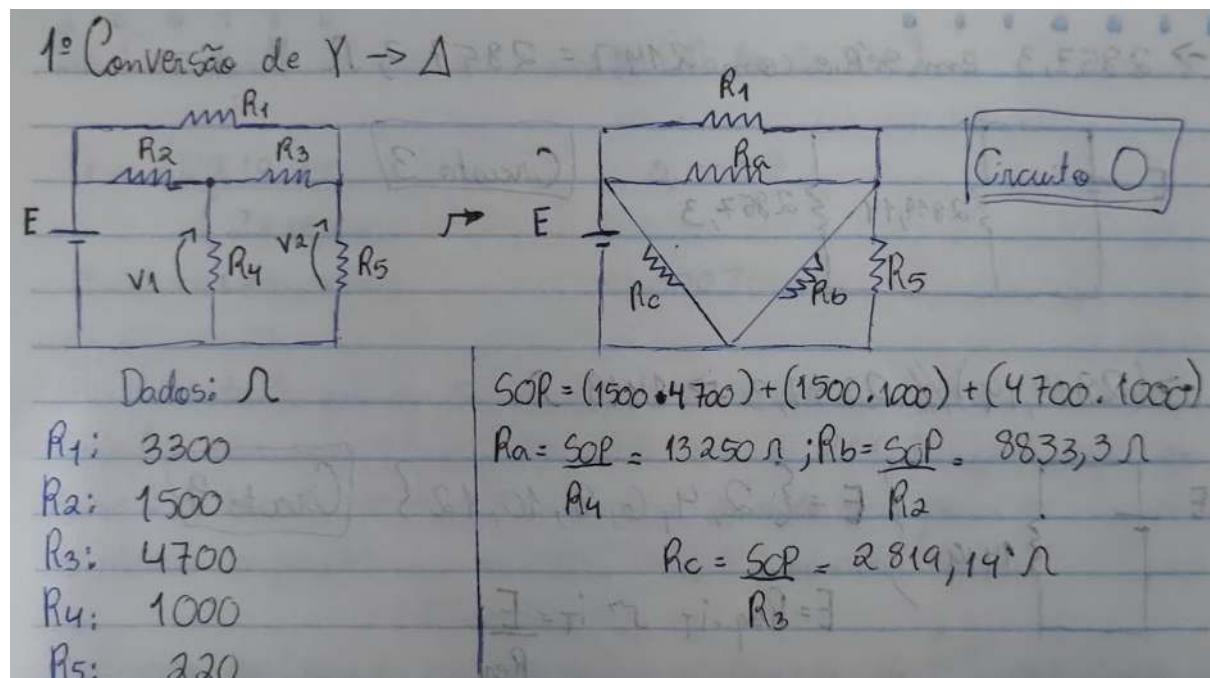
Tensão de entrada	V <sub>1</sub> [V]				V <sub>2</sub> [V]			
	Teórico	Prático	Erro% =	$\frac{ V_{1TEO} - V_{1PRA} }{V_{1TEO}} \cdot 100\%$	Teórico	Prático	Erro% =	$\frac{ V_{2TEO} - V_{2PRA} }{V_{2TEO}} \cdot 100\%$
V = 2V	0.726	0.722		0.552	0.150	0.148		1.333
V = 4V	1.453	1.450		0.207	0.300	0.297		1
V = 6V	2.179	2.179		0	0.450	0.446		0.889
V = 8V	2.906	2.906		0	0.601	0.595		0.998
V = 10V	3.632	3.633		0.028	0.751	0.745		0.799
V = 12V	4.359	4.356		0.069	0.901	0.895		0.666

**3.2** Elaborar os gráficos referentes aos dados experimentais das curvas “ $V_1 \times V$ ” e “ $V_2 \times V$ ” e explicar o comportamento dos mesmos com base no teorema da linearidade.

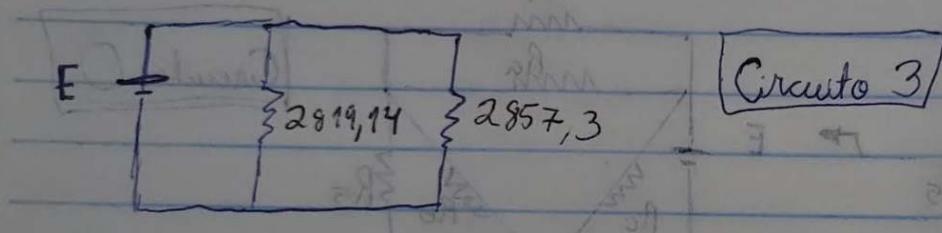
Gráfico de  $V_1 \times V$ Figura 1: Gráfico da Tensão  $V_1$  [Vots] Medida no resistor R4 pela Tensão de Entrada  $V$  [Vots]Gráfico de  $V_2 \times V$ Figura 2: Gráfico da Tensão  $V_2$  [Vots] Medida no resistor R5 pela Tensão de Entrada  $V$  [Vots]
**Resposta:**

Nos gráficos apresentados, observa-se uma relação linear direta entre a tensão de entrada ( $V$ ) e as tensões nos pontos  $V_1$  e  $V_2$ . À medida que a tensão de entrada ( $V$ ) é aumentada, as tensões  $V_1$  e  $V_2$  respondem com um aumento proporcional, mantendo uma constante de proporcionalidade. Este comportamento comprova o **Teorema da Linearidade**.

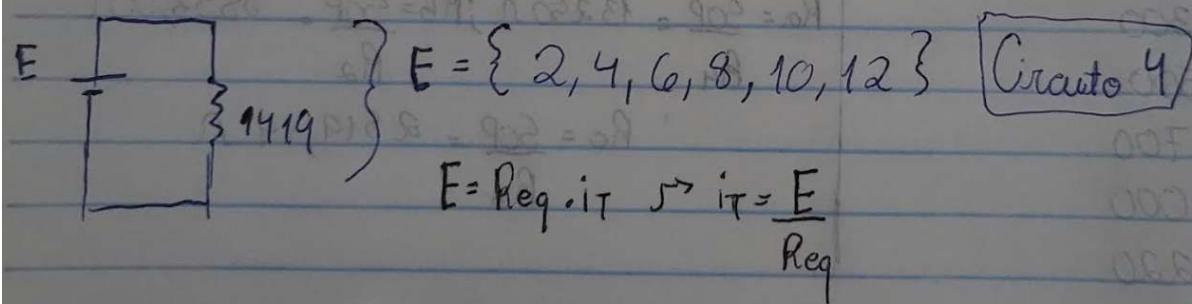
## Resolução do Circuito



$\rightarrow 2857,3$  em Série com  $214,7 = 2857,3 \Omega$



$\rightarrow (2819,14) // 2857,3 \rightarrow 1419 \Omega$



$$2V \rightarrow 2 / 1419 = 0,00141 [A]$$

$$4V \rightarrow 4 / 1419 = 0,00282 [A]$$

$$6V \rightarrow 6 / 1419 = 0,00423 [A]$$

$$8V \rightarrow 8 / 1419 = 0,00564 [A]$$

$$10V \rightarrow 10 / 1419 = 0,00705 [A]$$

$$12V \rightarrow 12 / 1419 = 0,00845 [A]$$

OBSERVAÇÃO: Foi encontrada a corrente total em todos os circuitos (diferentes fontes)

L> Foco: Encontrar a corrente do  $R_S$

Voltar algumas equivalências

## No Circuito 4 Divisor de Corrente (Na tensão 2V)

$$i_2 = \frac{(2819,14 \cdot 0,00141)}{(2819,14 + 2857,3)} = 0,0007$$

$$0,00141 = 0,0007 + i_1 ; i_1 = -0,000709$$

No Circuito 3, quando eu encontro a corrente de 2857,3, isso significa que eu encontrei a de 2642,6 e 214,7, pois estão em série! A corrente de 214,7 é a total quando vai para o Circuito 2 e observei o paralelo que resultou 214,7, no caso sendo:

$$(R5 // 8833,3)$$

L Divisor de Corrente para encontrar a corrente de R5, pois queremos a queda de tensão nele:

$$i_{R5} = \frac{(8833,3 \cdot 0,0007)}{(8833,3 + 220)} = 0,000682 [A] \rightarrow \text{Corrente que flui em } R5$$

$$V_2 = 0,000682 \cdot 220 = 0,150 [V]$$

Nesse contexto, podemos realizar, recursivamente, com as demais correntes totais das tensões o mesmo processo.

$$4v \rightarrow 2819,14 \cdot \frac{0,00292}{0,004228} = 0,0014 \cdot 8833,3 = 0,01366 \cdot 220 = 0,300 [V]$$

$$2819,14 + 2857,3 \quad 8833,3 + 220$$

$$6 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,00292}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,0014 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,002094 \cdot 220 = 0,450 [V]$$

$$10 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,002094}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,0014 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,003497 \cdot 220 = 0,751 [V]$$

$$12 \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,003497}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,0014 \cdot 8833,3}{8833,3 + 220} = 0,004095 \cdot 220 = 0,901 [V]$$

$$8V \rightarrow \frac{2819,14 \cdot 0,005637}{2819,14 + 2857,3} = \frac{0,002798 \cdot 8833,3}{220 + 8833,3} = 0,003417 \cdot 220 = 0,6015V$$

Assim, todas as quedas em  $V_A$  foram encontradas!

Para  $V_1$ , no Circuito 2, temos a associação em série comentada anteriormente, logo, a corrente de 2642,6 é conhecida, sendo ela: 0,0007[A], ela é a total da associação em paralelo que resultou 2642,6, sendo:

$$R_1 // 3250$$

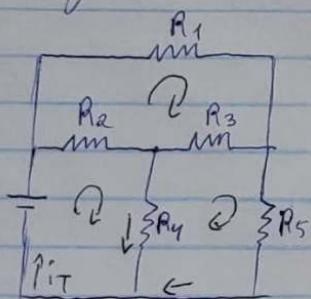
Foco. Encontrar a corrente em  $R_1$

$$i_{R_1} = \frac{13250 \cdot 0,0007}{3300 + 13250} = 0,000560423$$

Analisando o Circuito Original por Kirchhoff podemos observar que

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

Onde já temos  $i_T$  e  $i_{R_5}$  de todas as tensões!



Em  $\Delta V$ :

$$i_T = i_{R_4} + i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = i_{R_5} + i_T = i_T - i_{R_5}$$

$$i_{R_4} = 0,00141 - 0,000682$$

$$i_{R_4} = 0,000728[A]$$

$$V_1 = 0,728[V]$$

Aplicar esse mesmo processo, recursivamente!

Em todas as demais tensões

Aplicando em outras quedas de Tensão:

$$4V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00282 - 0,001366 = 0,001453 \cdot 1000 = 1,453[V]$$

$$6V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00423 - 0,002044 = 0,002186 \cdot 1000 = 2,179[V]$$

$$8V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00569 - 0,002798 = 0,002892 \cdot 1000 = 2,906$$

$$10V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00705 - 0,003417 = 0,003633 \cdot 1000 = 3,632[V]$$

$$12V \rightarrow i_3 = i_T - i_4 = 0,00845 - 0,004095 = 0,004355 \cdot 1000 = 4,359[V]$$

**3.3.** Montar o circuito mostrado na figura 3. Em seguida proceder com as seguintes etapas:

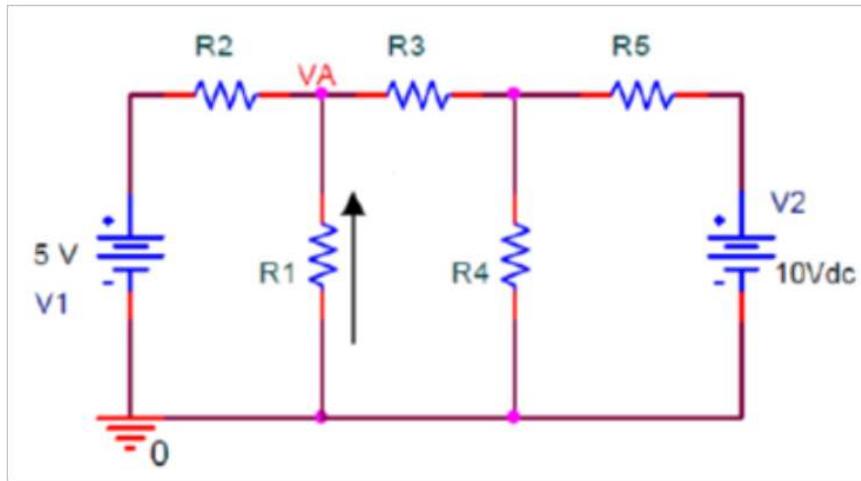


Figura 3: Análise da superposição em circuitos elétricos.

- Conecte a fonte  $V_1$ , desconecte a fonte  $V_2$  (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão  $V_A$  e calcule a potência entregue a  $R_1$ .
- Conecte a fonte  $V_2$ , desconecte a fonte  $V_1$  (e substitua-a por um curto-circuito). Meça a tensão  $V_A$  e calcule a potência entregue a  $R_1$ .
- Conecte as fontes  $V_2$  e  $V_1$ , meça  $V_A$  e calcule a potência entregue a  $R_1$ .

Tabela 2: Dados simulados e medidos do circuito da figura 2

[V]	(TEÓRICO)	(PRÁTICO)	Erro [%]
$V'_A$	2.837	2.846	0,32
$V''_A$	1.430	1.407	1,61
$V_A$	4.267	4.255	0,28

- Comente os resultados da tabela 2. Comprove através do teorema da superposição suas respostas anteriores.

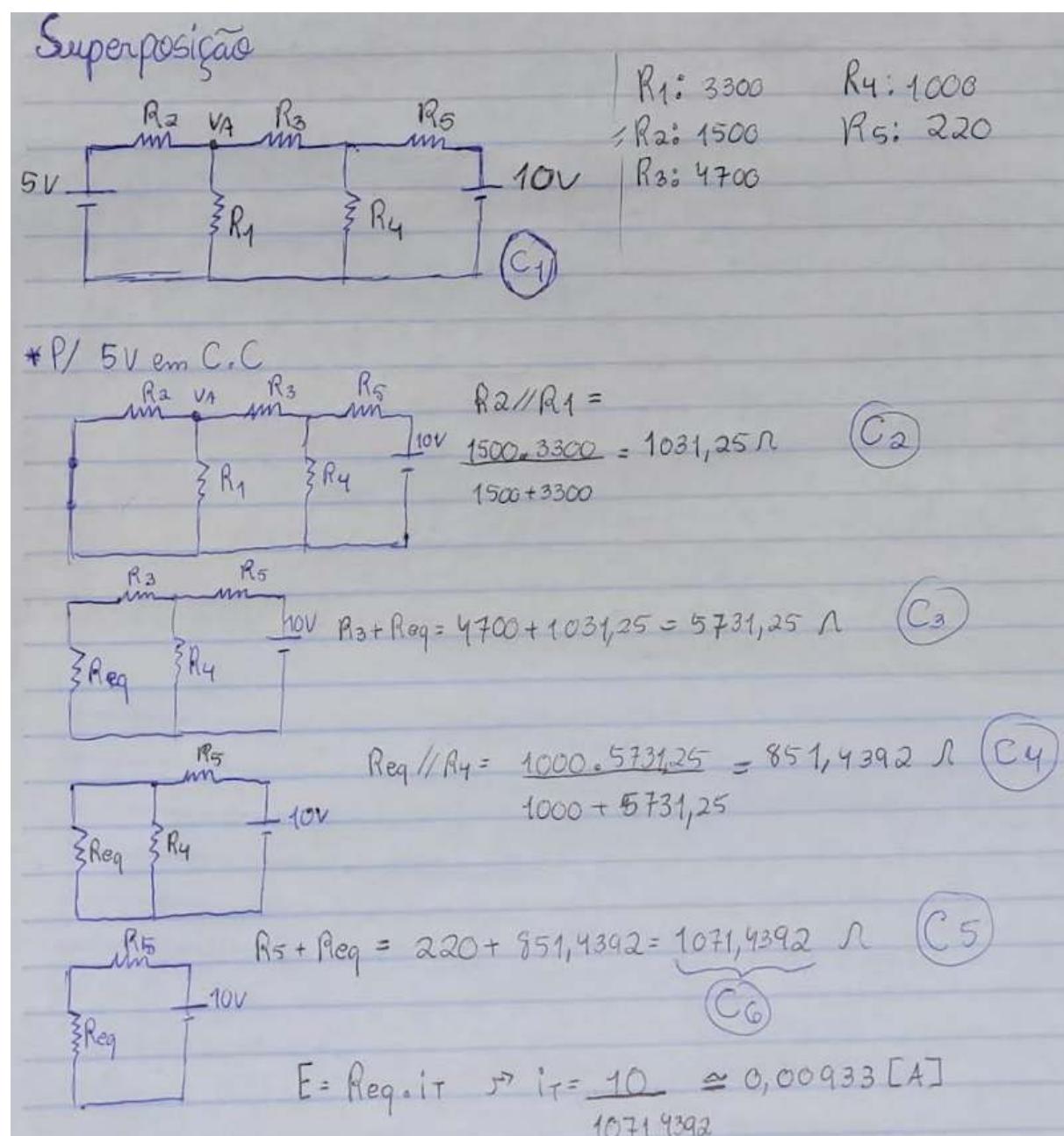
### A propriedade de superposição se aplica à tensão?

Sim, a propriedade de superposição se aplica à tensão. Conforme evidenciado na **Tabela 2**, a soma das tensões parciais,  $V'_A$  e  $V''_A$ , obtidas pela atuação individual de cada fonte, resulta em um valor que se aproxima significativamente da tensão total.

### Se aplica à potência?

Para a potência, a propriedade de superposição não se aplica, pois a potência não é uma grandeza linear.

## Resolução do Circuito



Em  $C_5$ , mesma corrente; Em  $C_4$  aplicar divisão de corrente em  $R_{eq}$

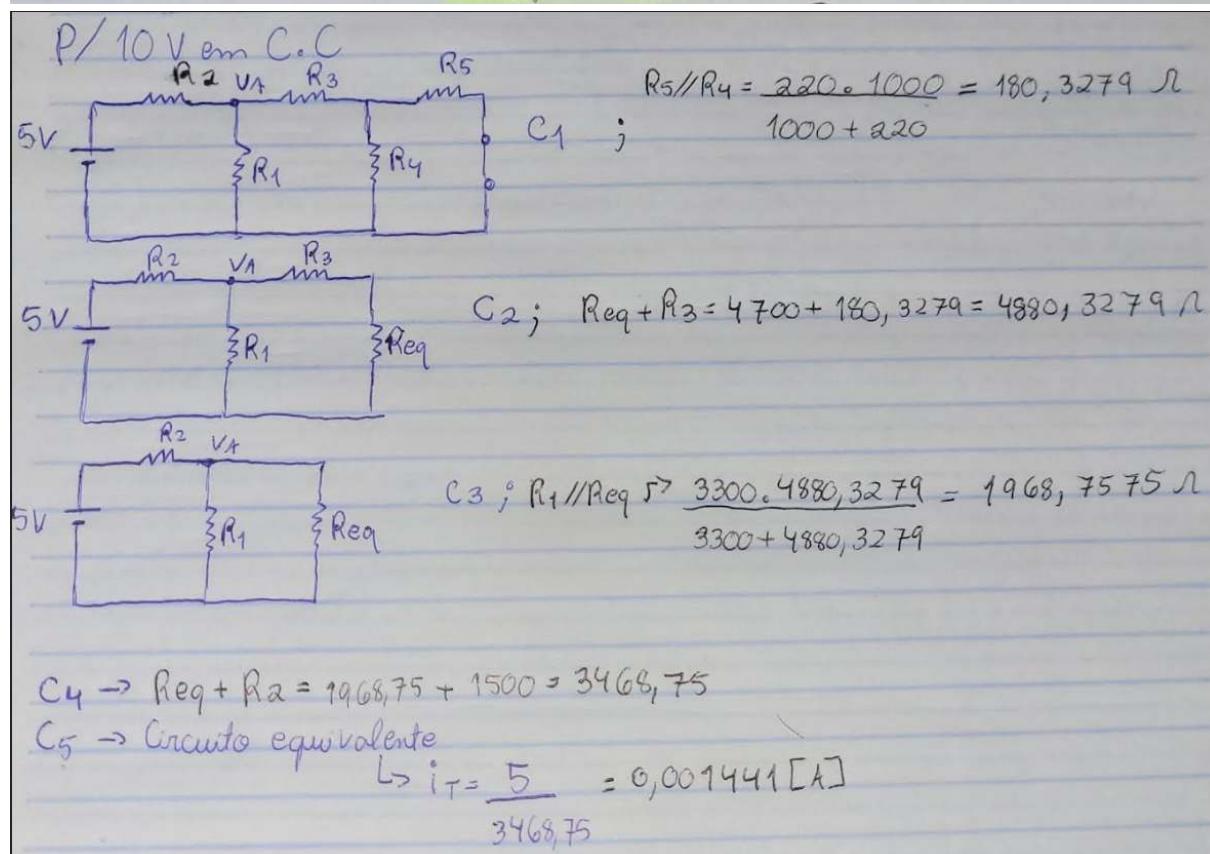
$$i_{Req} = \frac{1000 \cdot 0,00933}{1000 + 5731,25} = 0,00138607 [A]$$

Corrente em  $C_3$ , de  $R_3$  e  $Req$

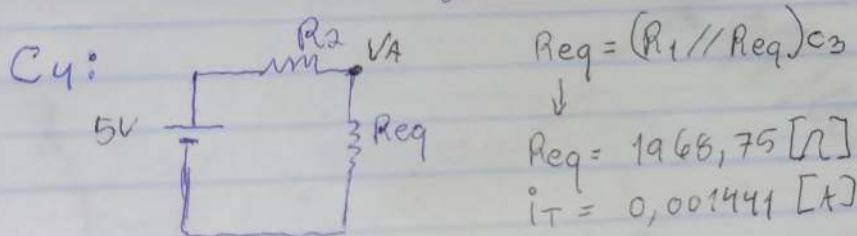
Em  $C_4$ ,  $Req$  é o resultado de  $R_1 // R_2$ , logo, a tensão em ambos são as mesmas:

$$V_A = Req \cdot 0,00138607 = 1031,25 \cdot 0,00138607$$

$V_A = 1,43 [V]$



Em  $C_4$ , mesma corrente, Em  $C_4$  ainda, meu  $R_{eq}$  é resultado do  $(R_1 // R_{eq})$  em  $C_3$ , logo, mesma tensão



$$V_A = 1968,75 + 0,001441$$

$$V_A = 2,837 V$$

Soma Algebráica das Tensões:

$$+1,43 + 2,837 = 4,267 V$$

### Cálculo das Potências

Em 5V em curto, corrente em  $R_1$  ( $V_A''$ )

$$i_{R_1} = \frac{4,43}{3300} = 0,000433 \quad \left\{ P_{R_1} = 1,43 \cdot 0,000433 = 0,62 mW \right.$$

Em 10V em curto, corrente em  $R_1$  ( $V_A'$ )

$$i_{R_1} = \frac{2,837}{3300} = 0,0008597 \quad \left\{ P_{R_1} = 2,837 \cdot 0,0008597 = 2,44 mW \right.$$

Em ambos ligados ( $V_A$ )

$$i_{R_1} = \frac{4,267}{3300} = 0,001293 \quad \left\{ P_{R_1} = 4,267 \cdot 0,001293 = 5,52 mW \right.$$