

第十三届蓝桥杯大赛软件赛省赛

C/C++ 研究生组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0。

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

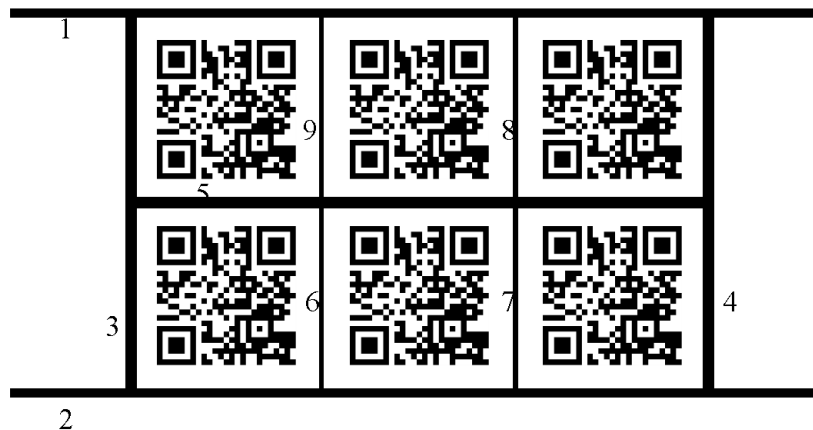
试题 A：裁纸刀

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝有一个裁纸刀，每次可以将一张纸沿一条直线裁成两半。

小蓝用一张纸打印出两行三列共 6 个二维码，至少使用九次裁出来，下图给出了一种裁法。



在上面的例子中，小蓝的打印机没办法打印到边缘，所以边缘至少要裁 4 次。另外，小蓝每次只能裁一张纸，不能重叠或者拼起来裁。

如果小蓝要用一张纸打印出 20 行 22 列共 440 个二维码，他至少需要裁多少次？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 灭鼠先锋

本题总分：5 分

【问题描述】

灭鼠先锋是一个老少咸宜的棋盘小游戏，由两人参与，轮流操作。

灭鼠先锋的棋盘有各种规格，本题中游戏在两行四列的棋盘上进行。游戏的规则为：两人轮流操作，每次可选择在棋盘的一个空位上放置一个棋子，或在同一行的连续两个空位上各放置一个棋子，放下棋子后使棋盘放满的一方输掉游戏。

小蓝和小乔一起玩游戏，小蓝先手，小乔后手。小蓝可以放置棋子的方法很多，通过旋转和翻转可以对应如下四种情况：

```
XOOO XXOO OXOO OXXO
OOOO OOOO OOOO OOOO
```

其中 o 表示棋盘上的一个方格为空，x 表示该方格已经放置了棋子。

请问，对于以上四种情况，如果小蓝和小乔都是按照对自己最优的策略来玩游戏，小蓝是否能获胜。如果获胜，请用 V 表示，否则用 L 表示。请将四种情况的胜负结果按顺序连接在一起提交。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个长度为 4 的由大写字母 V 和 L 组成的字符串，如 VVLL，在提交答案时只填写这个字符串，填写多余的内容将无法得分。

试题 C：质因数个数

时间限制：2.0s 内存限制：256.0MB 本题总分：10 分

【问题描述】

给定正整数 n ，请问有多少个质数是 n 的约数。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n 。

【输出格式】

输出一个整数，表示 n 的质数约数个数。

【样例输入】

396

【样例输出】

3

【样例说明】

396 有 2, 3, 11 三个质数约数。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10000$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10^9$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^{16}$ 。

试题 D: 选数异或

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

给定一个长度为 n 的数列 A_1, A_2, \dots, A_n 和一个非负整数 x , 给定 m 次查询, 每次询问能否从某个区间 $[l, r]$ 中选择两个数使得他们的异或等于 x 。

【输入格式】

输入的第一行包含三个整数 n, m, x 。

第二行包含 n 个整数 A_1, A_2, \dots, A_n 。

接下来 m 行, 每行包含两个整数 l_i, r_i 表示询问区间 $[l_i, r_i]$ 。

【输出格式】

对于每个询问, 如果该区间内存在两个数的异或为 x 则输出 yes, 否则输出 no。

【样例输入】

```
4 4 1
1 2 3 4
1 4
1 2
2 3
3 3
```

【样例输出】

```
yes
no
yes
no
```

【样例说明】

显然整个数列中只有 2,3 的异或为 1。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 100$ ；

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 1000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 100000$ ， $0 \leq x < 2^{20}$ ， $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ， $0 \leq A_i < 2^{20}$ 。

试题 E: GCD

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

给定两个不同的正整数 a, b ，求一个正整数 k 使得 $\gcd(a+k, b+k)$ 尽可能大，其中 $\gcd(a, b)$ 表示 a 和 b 的最大公约数，如果存在多个 k ，请输出所有满足条件的 k 中最小的那个。

【输入格式】

输入一行包含两个正整数 a, b ，用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个正整数 k 。

【样例输入】

5 7

【样例输出】

1

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $a < b \leq 10^5$ ；

对于 40% 的评测用例， $a < b \leq 10^9$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq a < b \leq 10^{18}$ 。

试题 F: 爬树的甲壳虫

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

有一只甲壳虫想要爬上一颗高度为 n 的树, 它一开始位于树根, 高度为 0, 当它尝试从高度 $i-1$ 爬到高度为 i 的位置时有 P_i 的概率会掉回树根, 求它从树根爬到树顶时, 经过的时间的期望值是多少。

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 n 表示树的高度。

接下来 n 行每行包含两个整数 x_i, y_i , 用一个空格分隔, 表示 $P_i = \frac{x_i}{y_i}$ 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案, 答案是一个有理数, 请输出答案对质数 998244353 取模的结果。其中有理数 $\frac{a}{b}$ 对质数 P 取模的结果是整数 c 满足 $0 \leq c < P$ 且 $c \cdot b \equiv a \pmod{P}$ 。

【样例输入 1】

```
1
1 2
```

【样例输出 1】

```
2
```

【样例输入 2】

```
3
1 2
3 5
7 11
```


【样例输出 2】

623902744

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $n \leq 2$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 20$ ；

对于 50% 的评测用例， $n \leq 500$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 200$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 100000$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 10^9$ 。

试题 G: 全排列的价值

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

对于一个排列 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, 定义价值 c_i 为 a_1 至 a_{i-1} 中小于 a_i 的数的个数, 即 $b_i = |\{a_j | j < i, a_j < a_i\}|$ 。定义 A 的价值为 $\sum_{i=1}^n c_i$ 。

给定 n , 求 1 至 n 的全排列中所有排列的价值之和。

【输入格式】

输入一行包含一个整数 n 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案, 由于所有排列的价值之和可能很大, 请输出这个数除以 998244353 的余数。

【样例输入 1】

3

【样例输出 1】

9

【样例输入 2】

2022

【样例输出 2】

593300958

【样例说明】

1 至 3 构成的所有排列的价值如下:

$$(1, 2, 3) : 0 + 1 + 2 = 3 ;$$

$$(1, 3, 2) : 0 + 1 + 1 = 2 ;$$

$$(2, 1, 3) : 0 + 0 + 2 = 2 ;$$

$$(2, 3, 1) : 0 + 1 + 0 = 1 ;$$

$$(3, 1, 2) : 0 + 0 + 1 = 1 ;$$

$$(3, 2, 1) : 0 + 0 + 0 = 0 ;$$

故总和为 $3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 9$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $n \leq 20$ ；

对于 70% 的评测用例， $n \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $2 \leq n \leq 10^6$ 。

试题 H: 扫描游戏

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

有一根围绕原点 O 顺时针旋转的棒 OA ，初始时指向正上方（Y 轴正向）。在平面中有若干物件，第 i 个物件的坐标为 (x_i, y_i) ，价值为 z_i 。当棒扫到某个物件时，棒的长度会瞬间增长 z_i ，且物件瞬间消失（棒的顶端恰好碰到物件也视为扫到），如果此时增长完的棒又额外碰到了其他物件，也按上述方式消去（它和上述那个点视为同时消失）。

如果将物件按照消失的时间排序，则每个物件有一个排名，同时消失的物件排名相同，请输出每个物件的排名，如果物件永远不会消失则输出 -1 。

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 n 、 L ，用一个空格分隔，分别表示物件数量和棒的初始长度。

接下来 n 行每行包含三个整数 x_i, y_i, z_i 。

【输出格式】

输出一行包含 n 整数，相邻两个整数间用一个空格分隔，依次表示每个物件的排名。

【样例输入】

```
5 2
0 1 1
0 3 2
4 3 5
6 8 1
-51 -33 2
```

【样例输出】

1 1 3 4 -1

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 500$ ；

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 200000$ ， $-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9$ ， $1 \leq L, z_i \leq 10^9$ 。

试题 I: 数的拆分

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定 T 个正整数 a_i ，分别问每个 a_i 能否表示为 $x_1^{y_1} \cdot x_2^{y_2}$ 的形式，其中 x_1, x_2 为正整数， y_1, y_2 为大于等于 2 的正整数。

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 T 表示询问次数。

接下来 T 行，每行包含一个正整数 a_i 。

【输出格式】

对于每次询问，如果 a_i 能够表示为题目描述的形式则输出 yes，否则输出 no。

【样例输入】

```
7
2
6
12
4
8
24
72
```

【样例输出】

```
no
no
```

no
yes
yes
no
yes

【样例说明】

第 4,5,7 个数分别可以表示为:

$$a_4 = 2^2 \times 1^2 ;$$

$$a_5 = 2^3 \times 1^2 ;$$

$$a_7 = 2^3 \times 3^2 。$$

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例, $1 \leq T \leq 200$, $a_i \leq 10^9$;

对于 30% 的评测用例, $1 \leq T \leq 300$, $a_i \leq 10^{18}$;

对于 60% 的评测用例, $1 \leq T \leq 10000$, $a_i \leq 10^{18}$;

对于所有评测用例, $1 \leq T \leq 100000$, $1 \leq a_i \leq 10^{18}$ 。

试题 J: 重复的数

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定一个数列 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, 给出若干询问, 每次询问某个区间 $[l_i, r_i]$ 内恰好出现 k_i 次的数有多少个。

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 n 表示数列长度。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n , 表示数列中的数。

第三行包含一个整数 m 表示询问次数。

接下来 m 行描述询问, 其中第 i 行包含三个整数 l_i, r_i, k_i 表示询问 $[l_i, r_i]$ 区间内有多少数出现了 k_i 次。

【输出格式】

输出 m 行, 分别对应每个询问的答案。

【样例输入】

```
3
1 2 2
5
1 1 1
1 1 2
1 2 1
1 2 2
1 3 2
```

【样例输出】

```
1
```


0
2
0
1

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $n, m \leq 500$, $1 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq 1000$;

对于 40% 的评测用例， $n, m \leq 5000$;

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 100000$, $1 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq 100000$, $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$, $1 \leq k_i \leq n$ 。