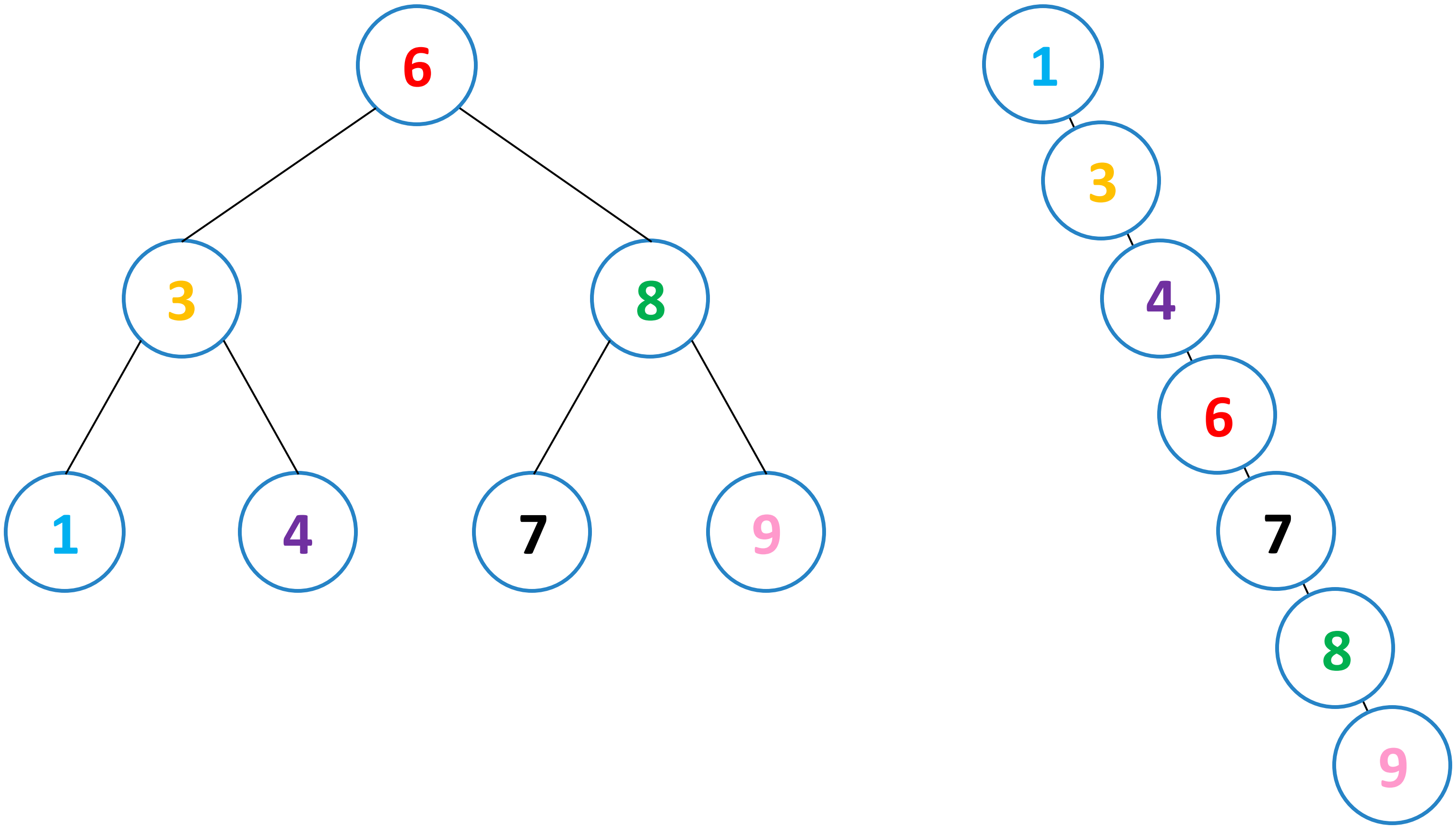
Mismos datos, distinto árbol



¡No podemos garantizar altura $O(\log n)$!

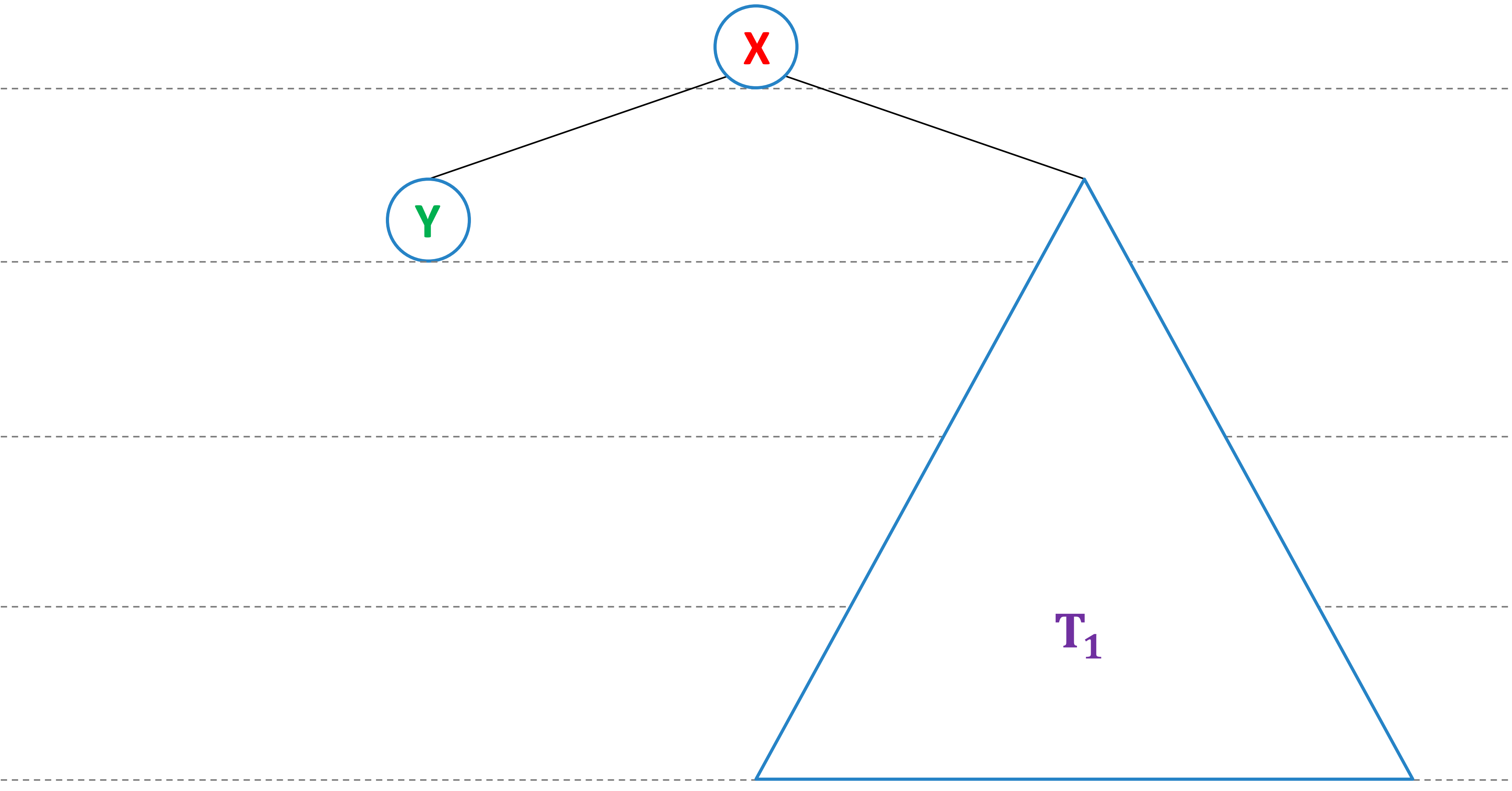
Balance

Debemos asegurarnos que el árbol esté **balanceado**

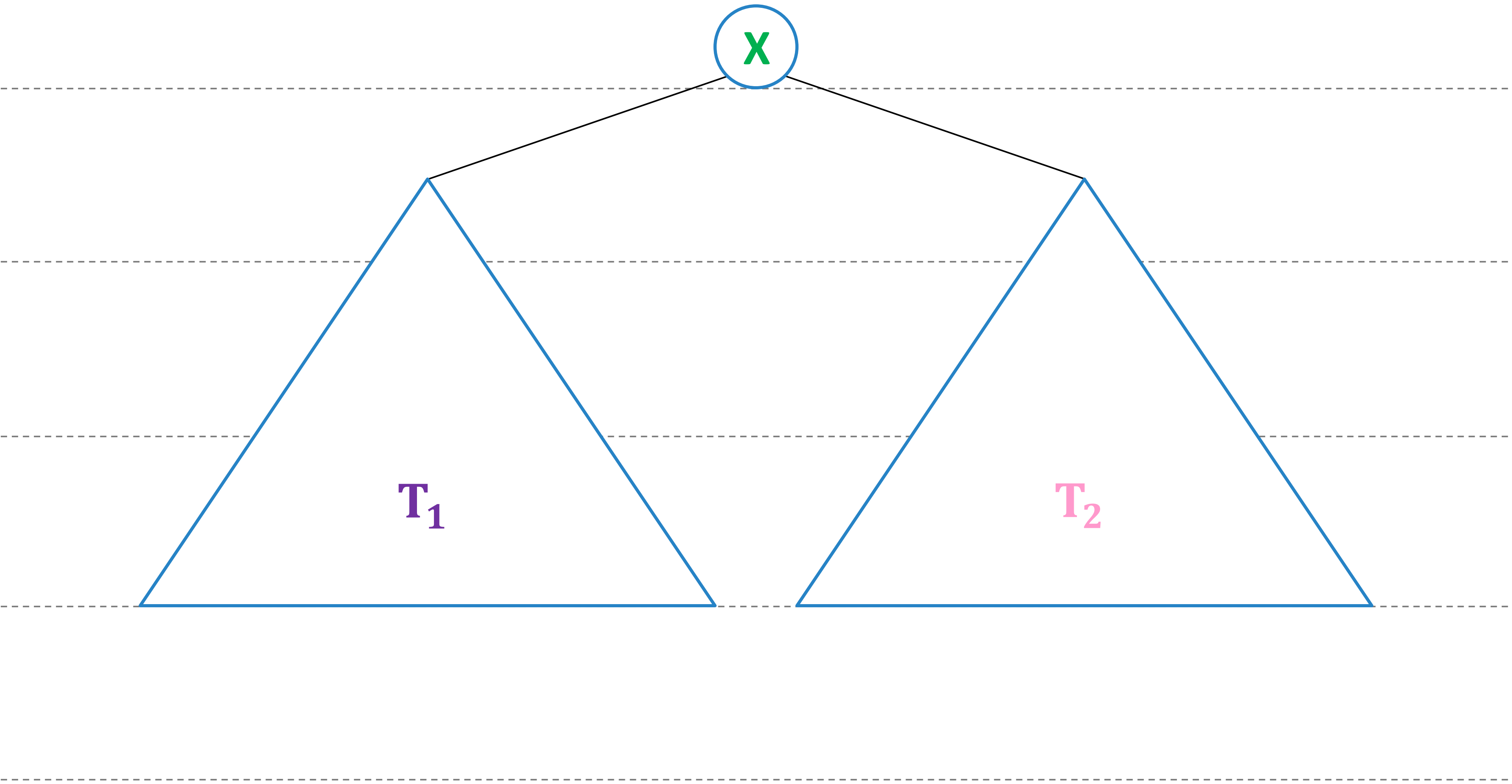
¿Cómo podríamos definir esta noción?

Nos interesa que se pueda cumplir recursivamente

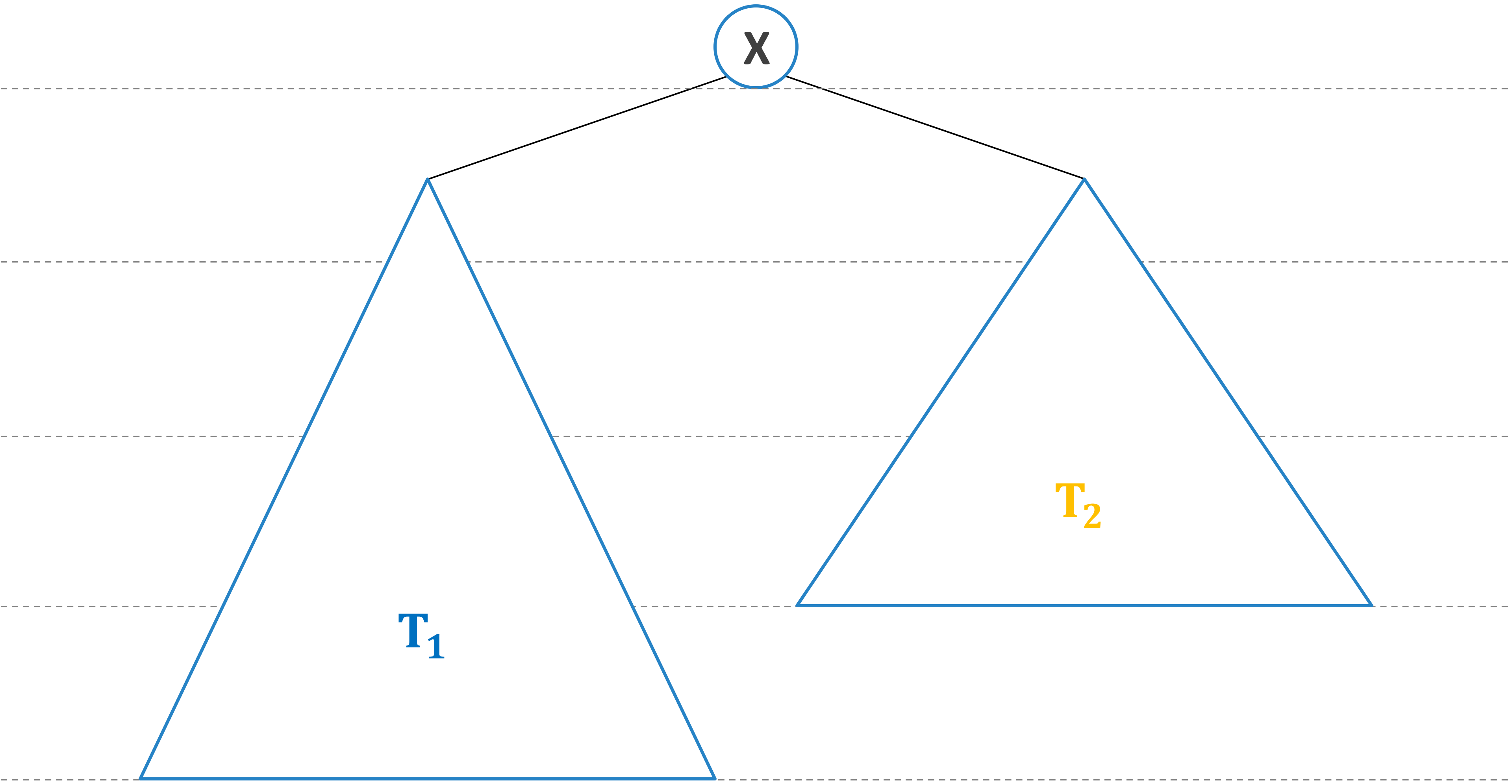
¿Está balanceado?



¿Está balanceado?



¿Está balanceado?



Balance

Diremos que un ABB está **balanceado** si:

- La altura de sus hijos no difiere en más que 1
- Cada hijo a su vez está **balanceado**

Un ABB que cumple esta propiedad se le llama **AVL**

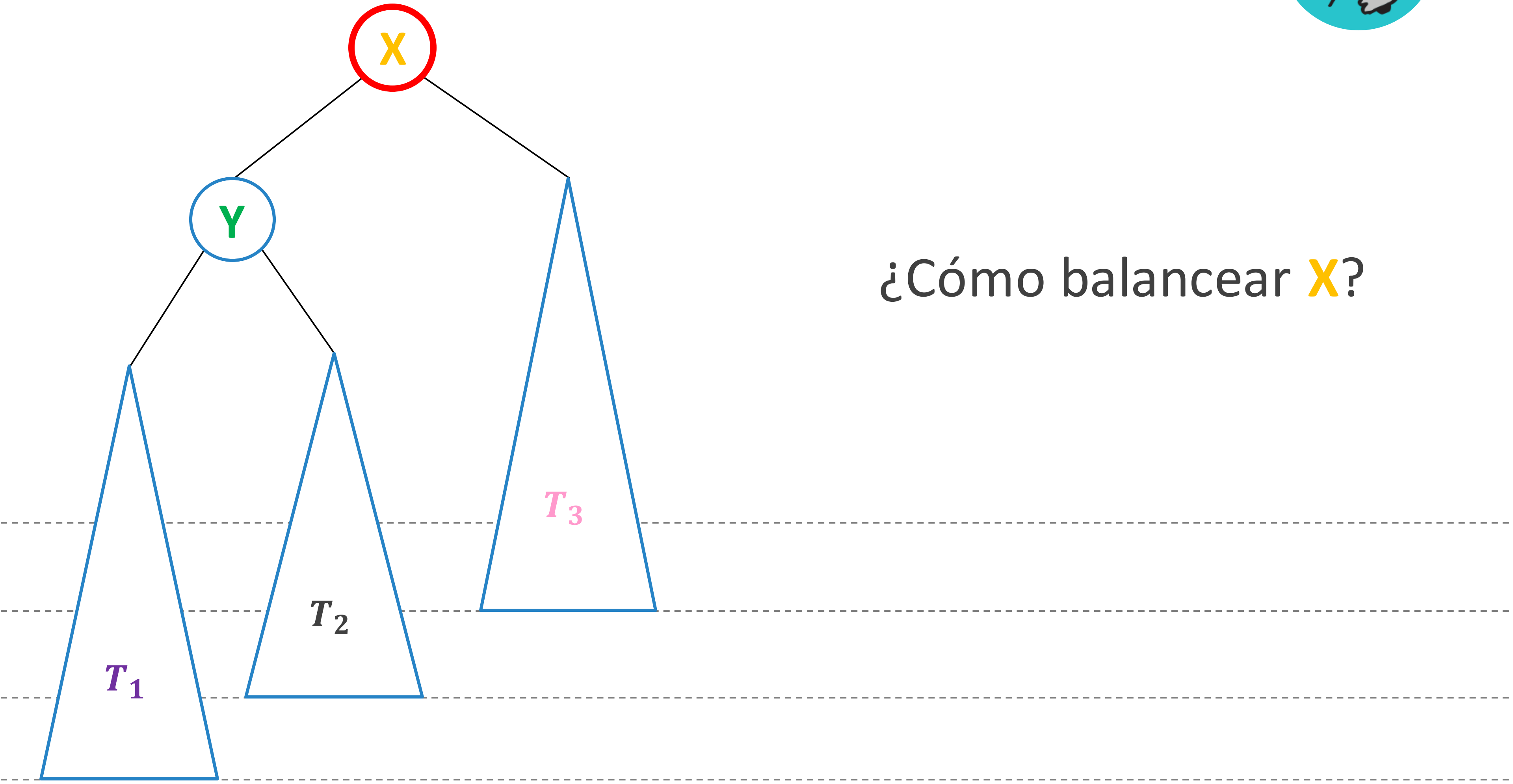
Operaciones en AVL

Al insertar o eliminar un nodo, es posible desbalancear el árbol

¿Cómo garantizamos el **balance** del árbol luego de cada operación?

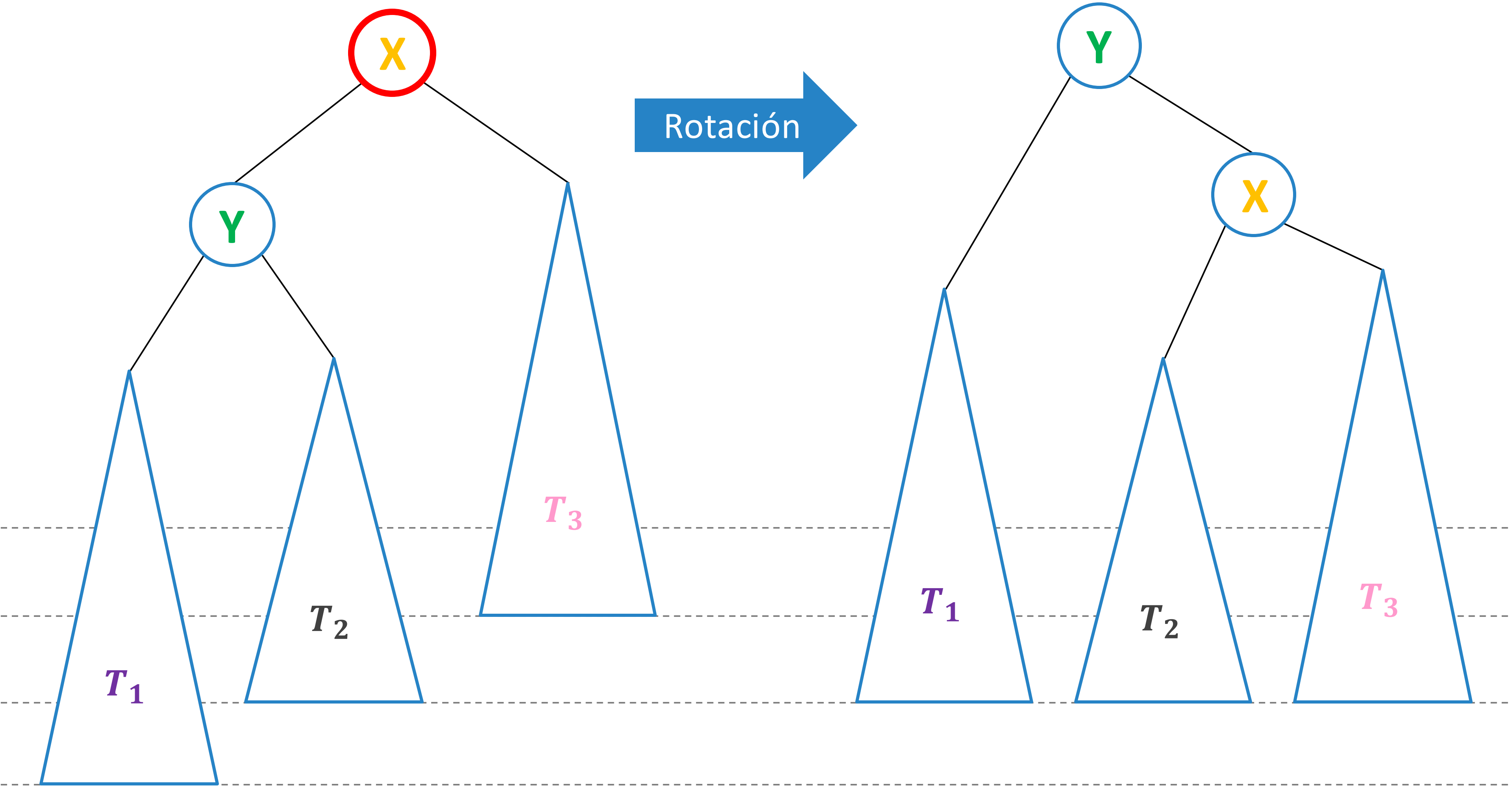
Nos interesa conservar todas las propiedades de los ABB

Luego de inserción en T_1

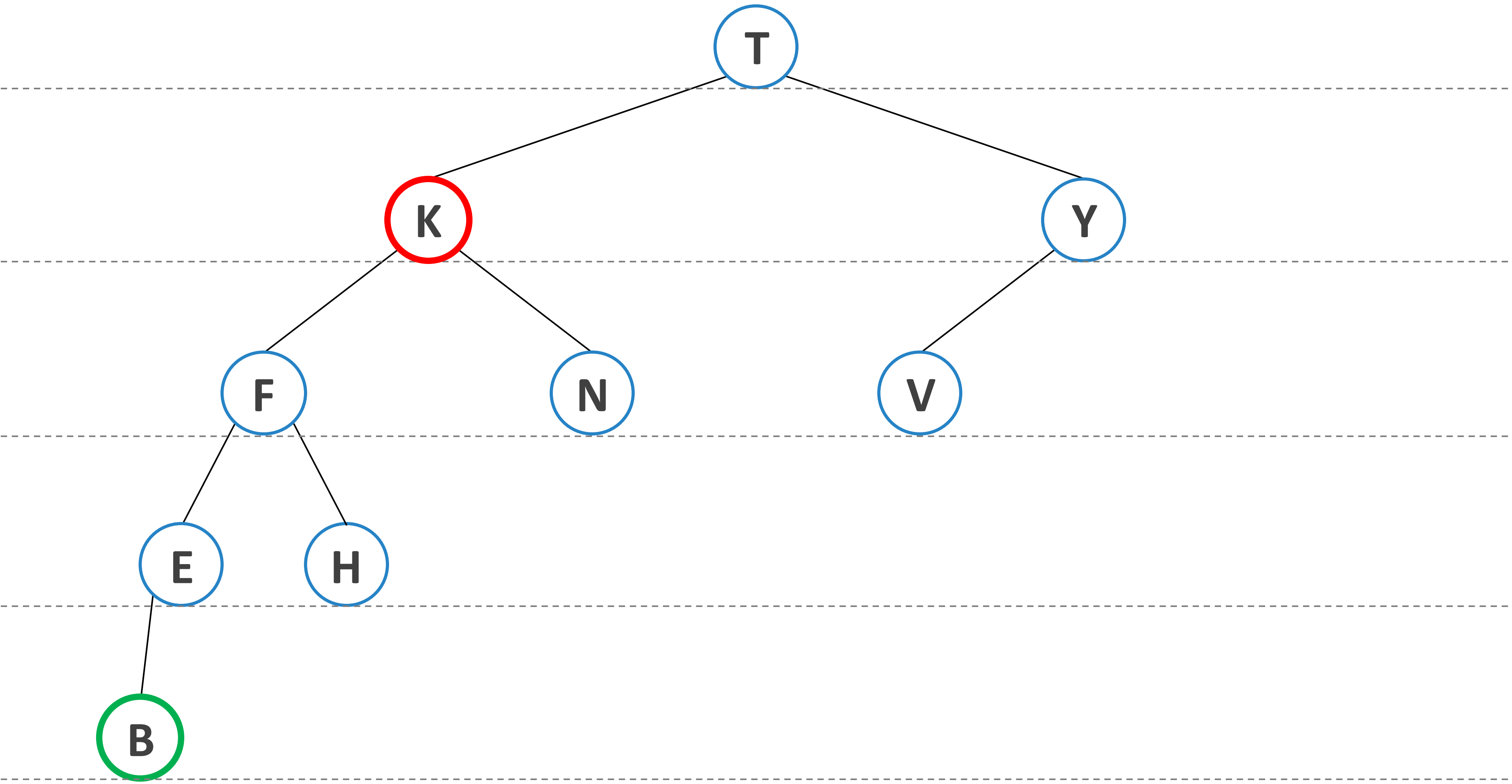


¿Cómo balancear **X**?

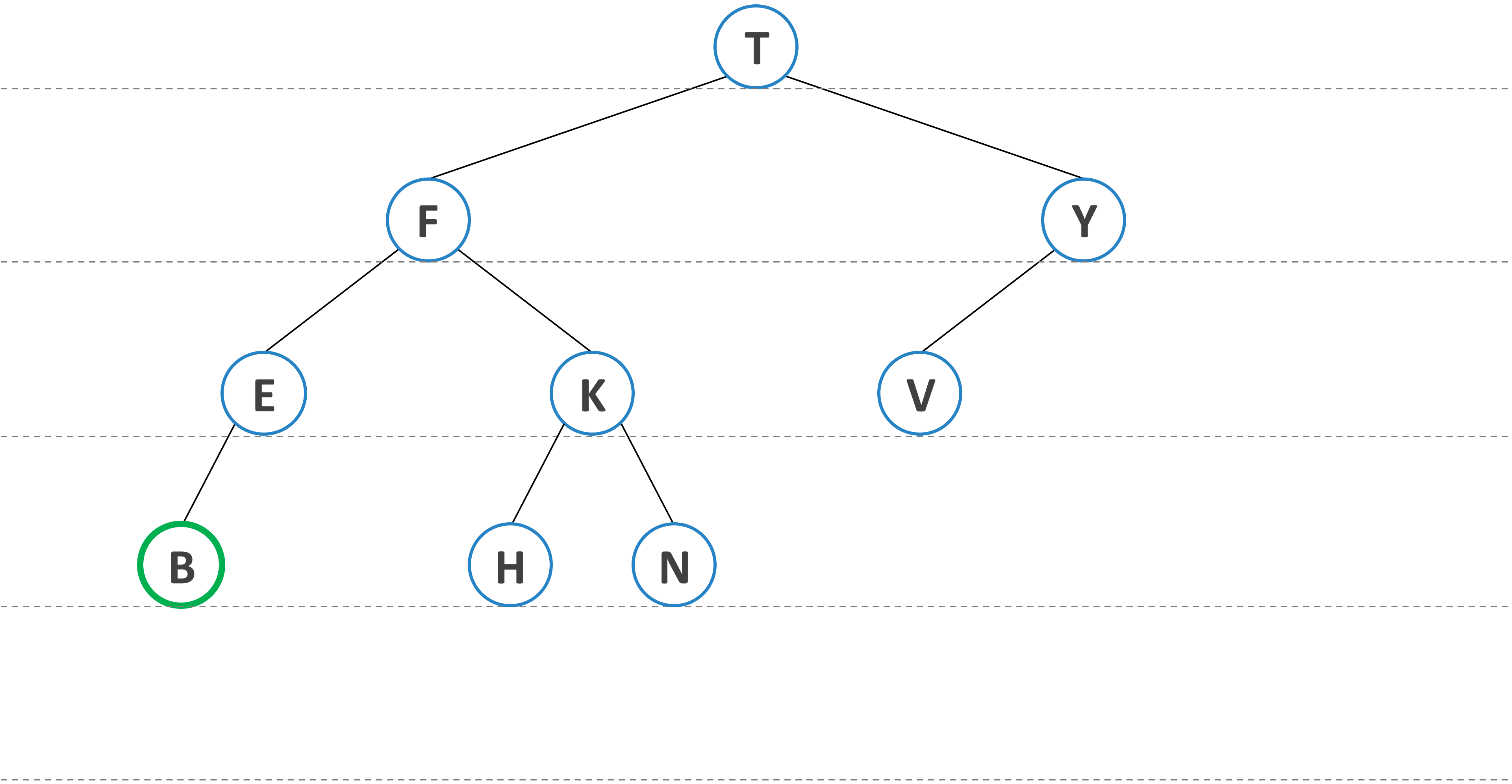
Luego de inserción en T_1



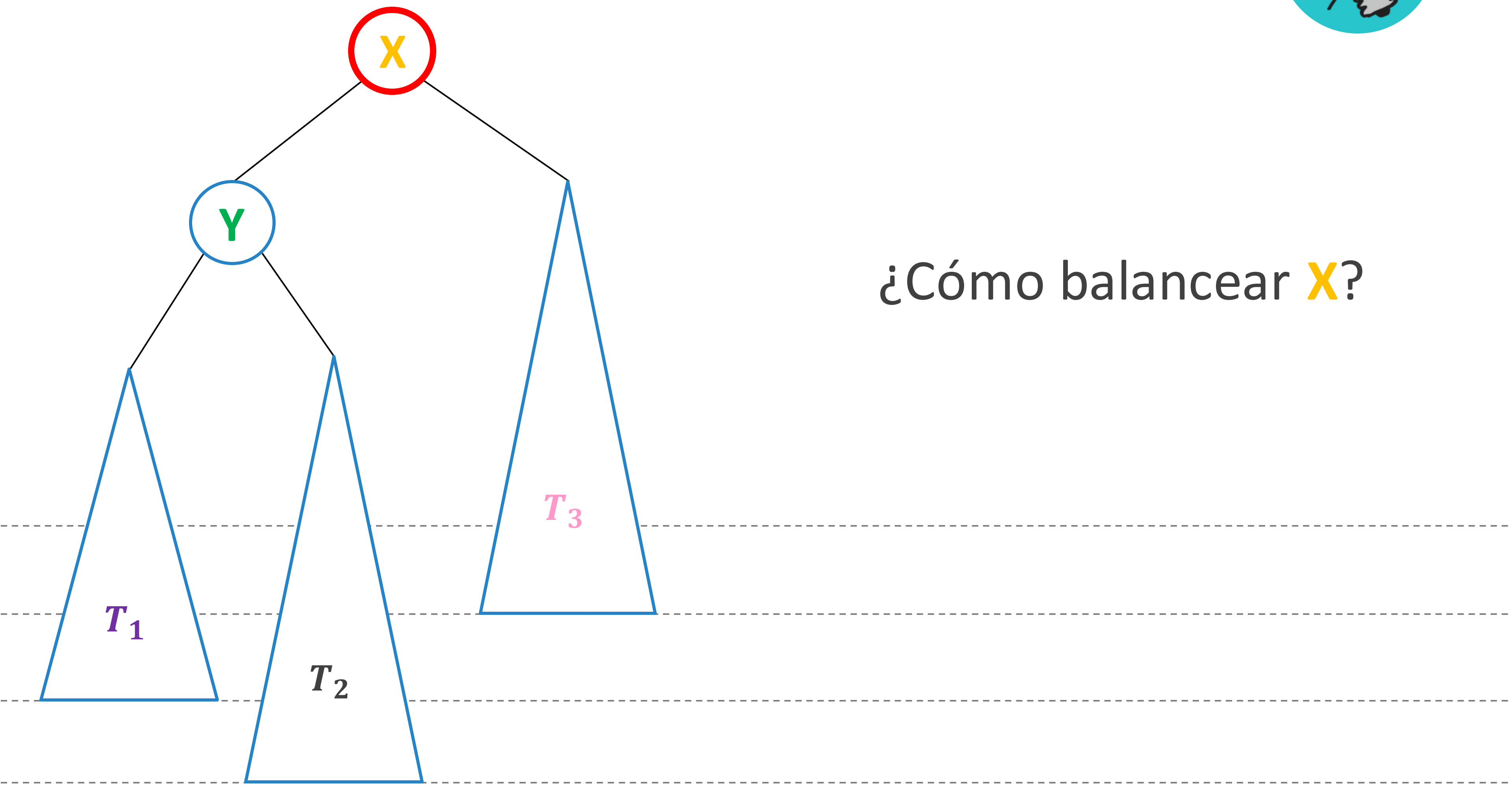
Luego de insertar B



¡Rotación!

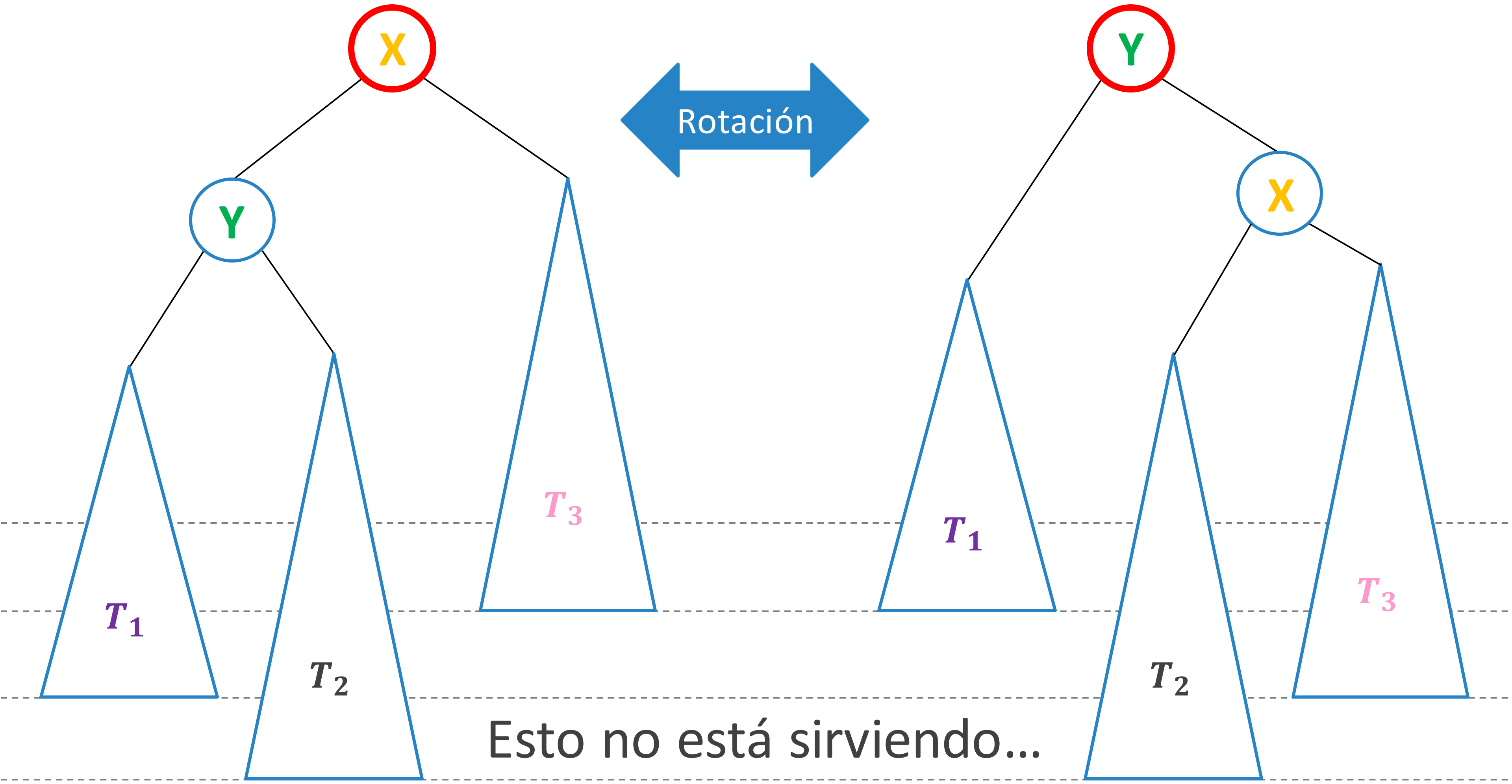


Luego de inserción en T_2



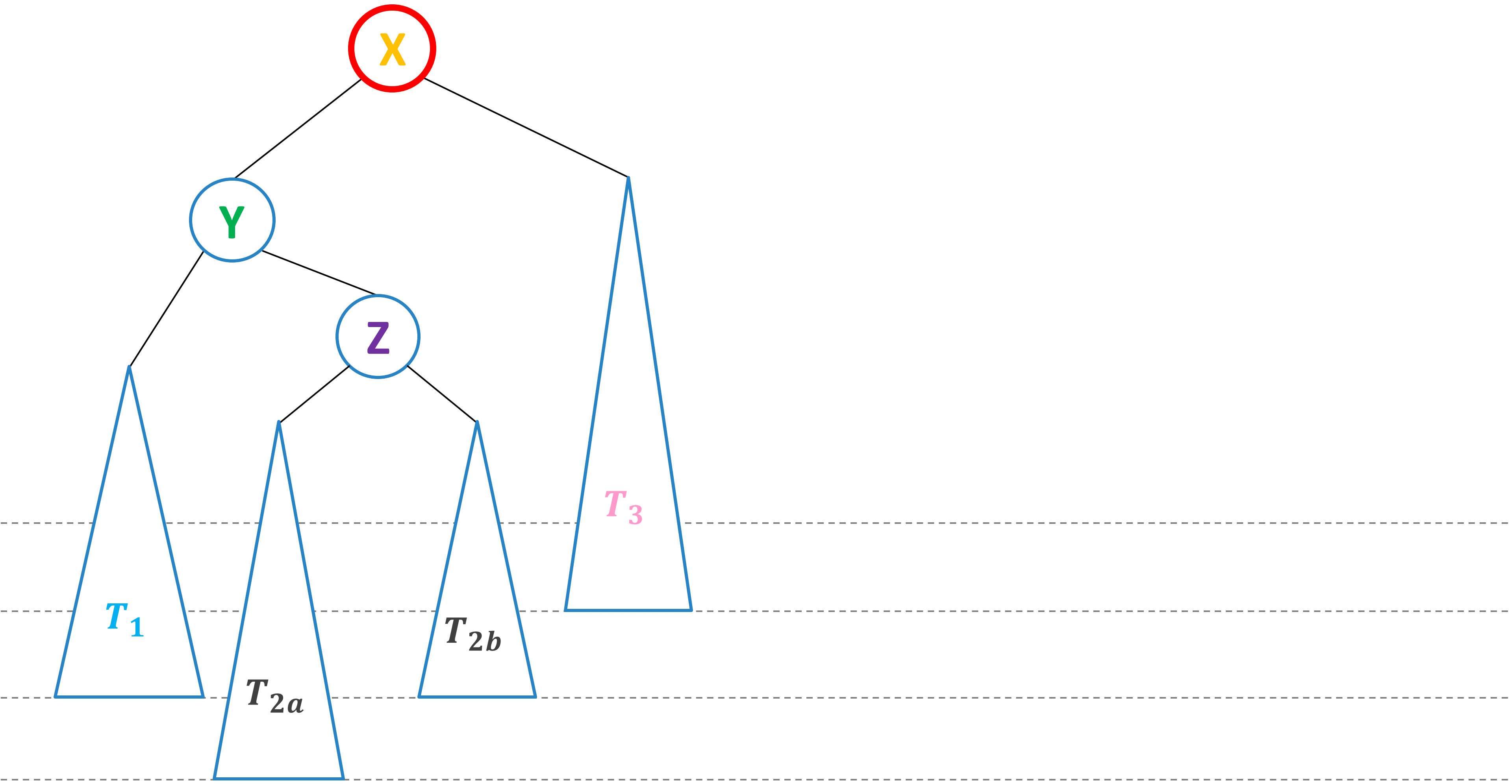
¿Cómo balancear **X**?

Luego de inserción en T_2

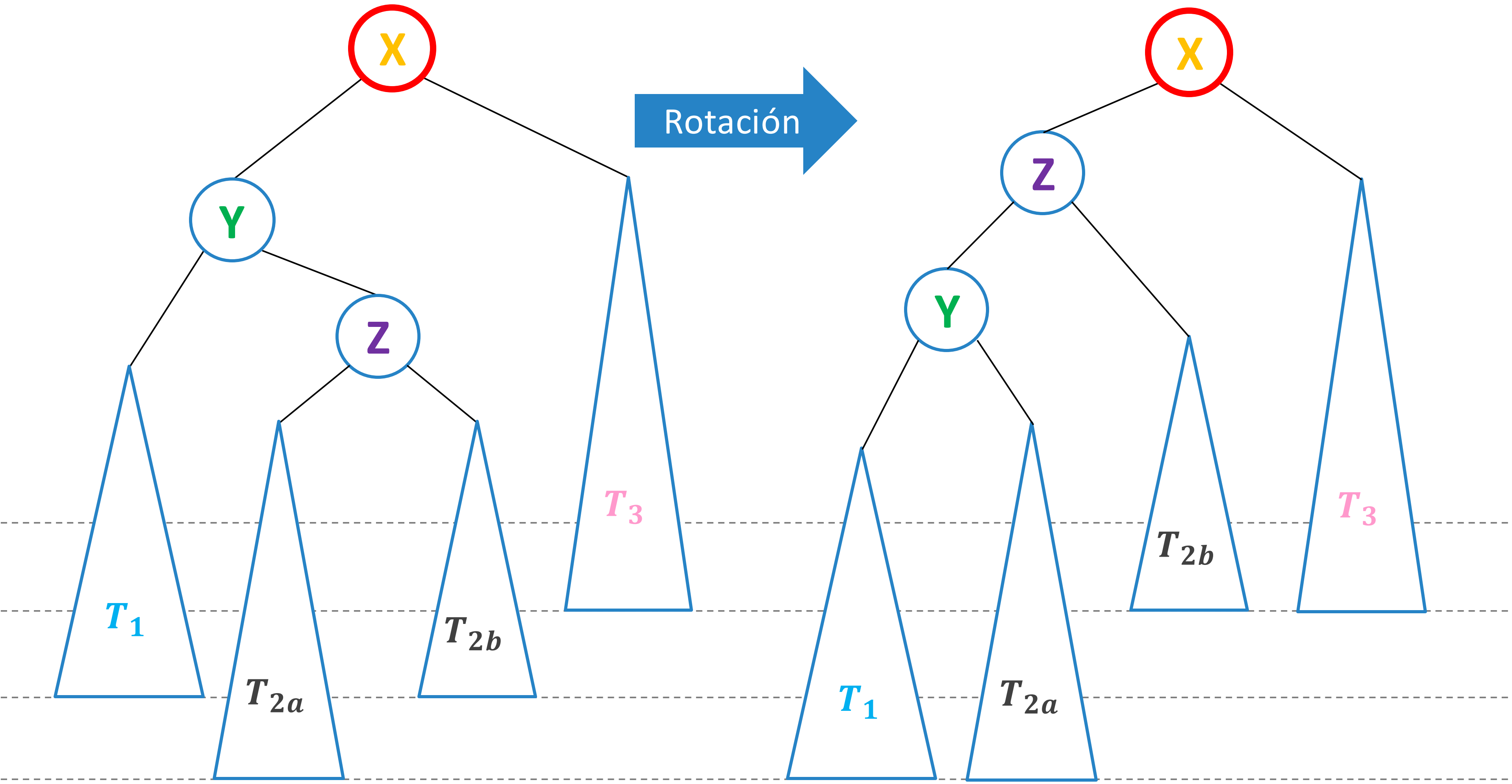


Esto no está sirviendo...

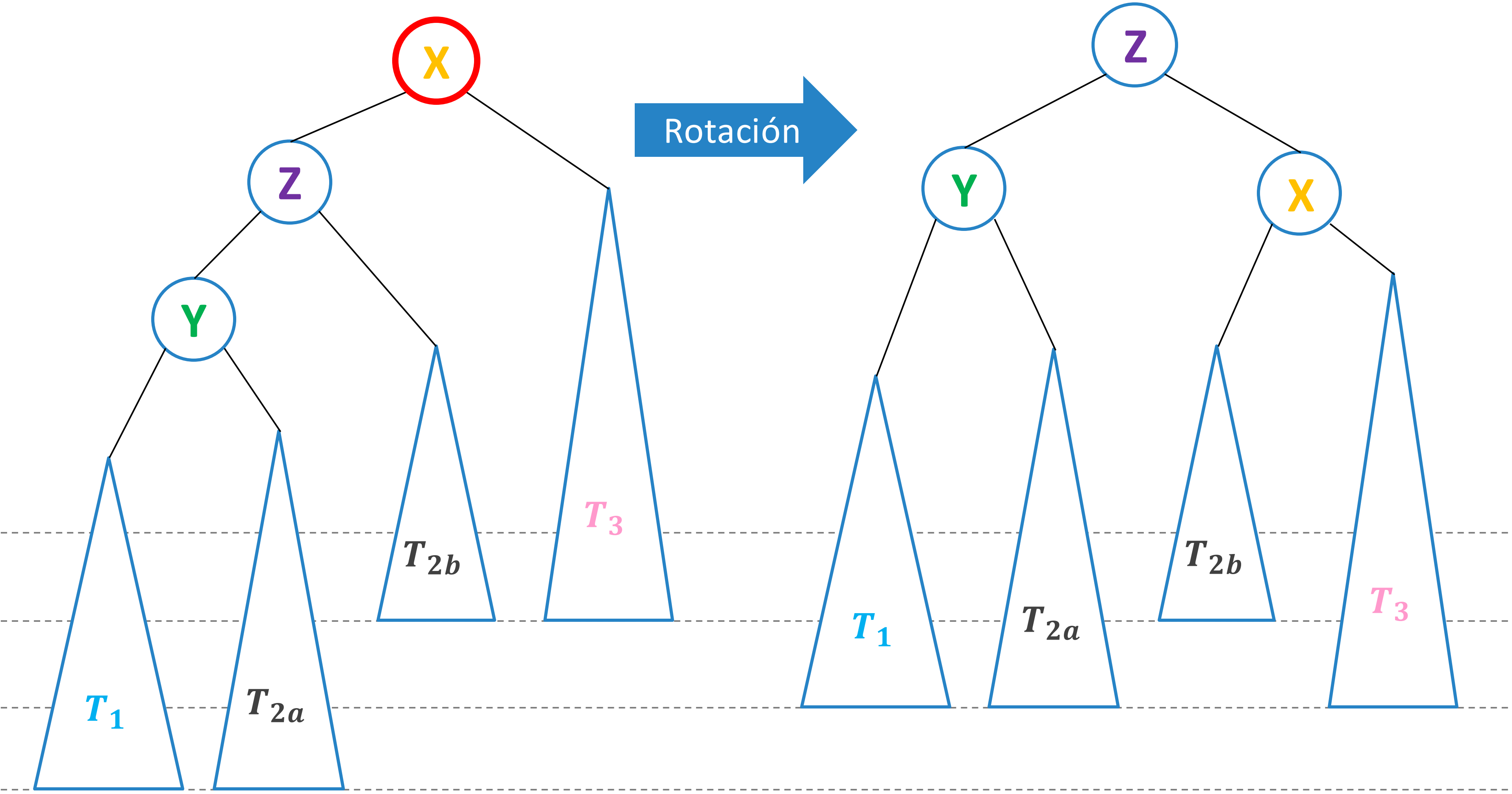
Entremos a T_2



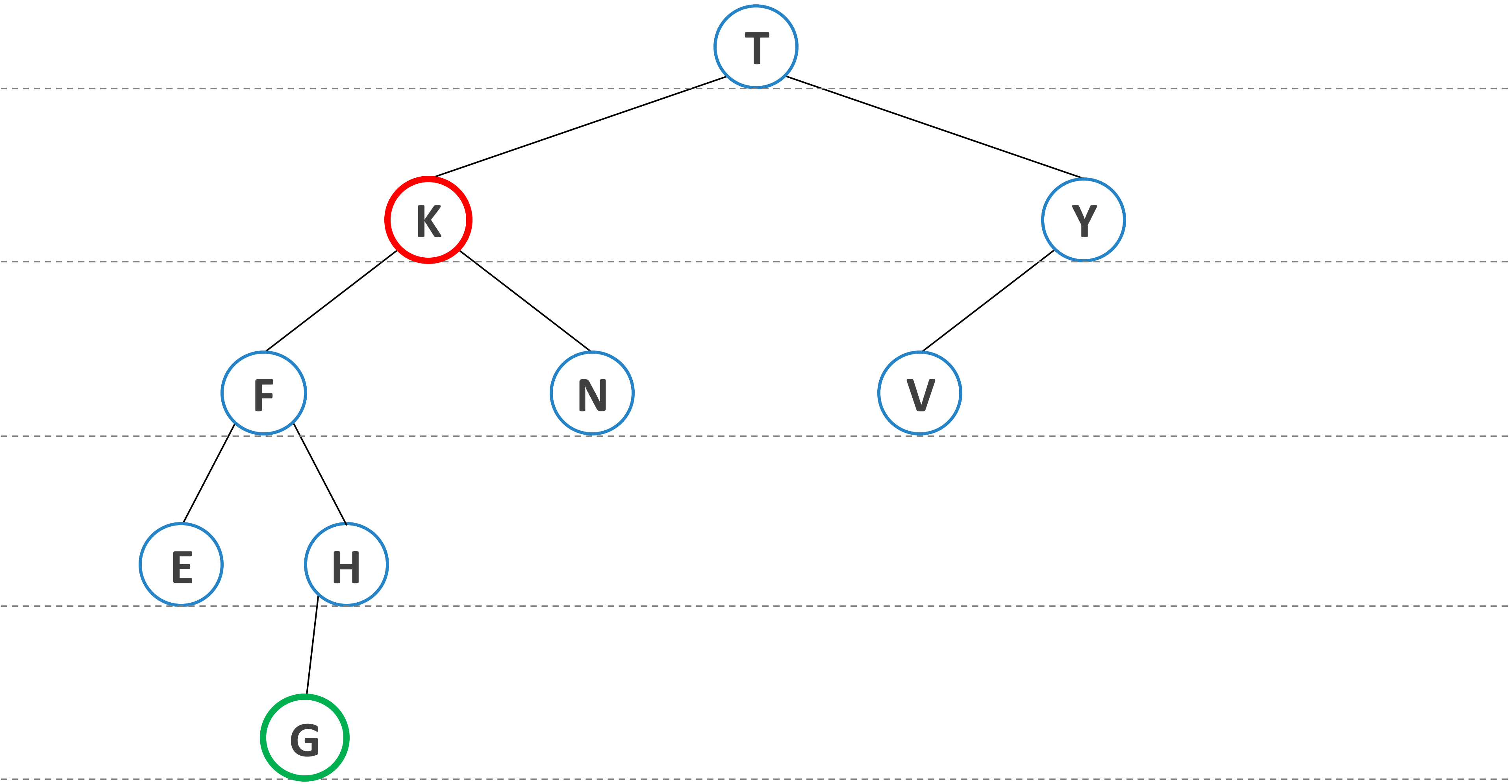
Convirtámoslo en el primer caso



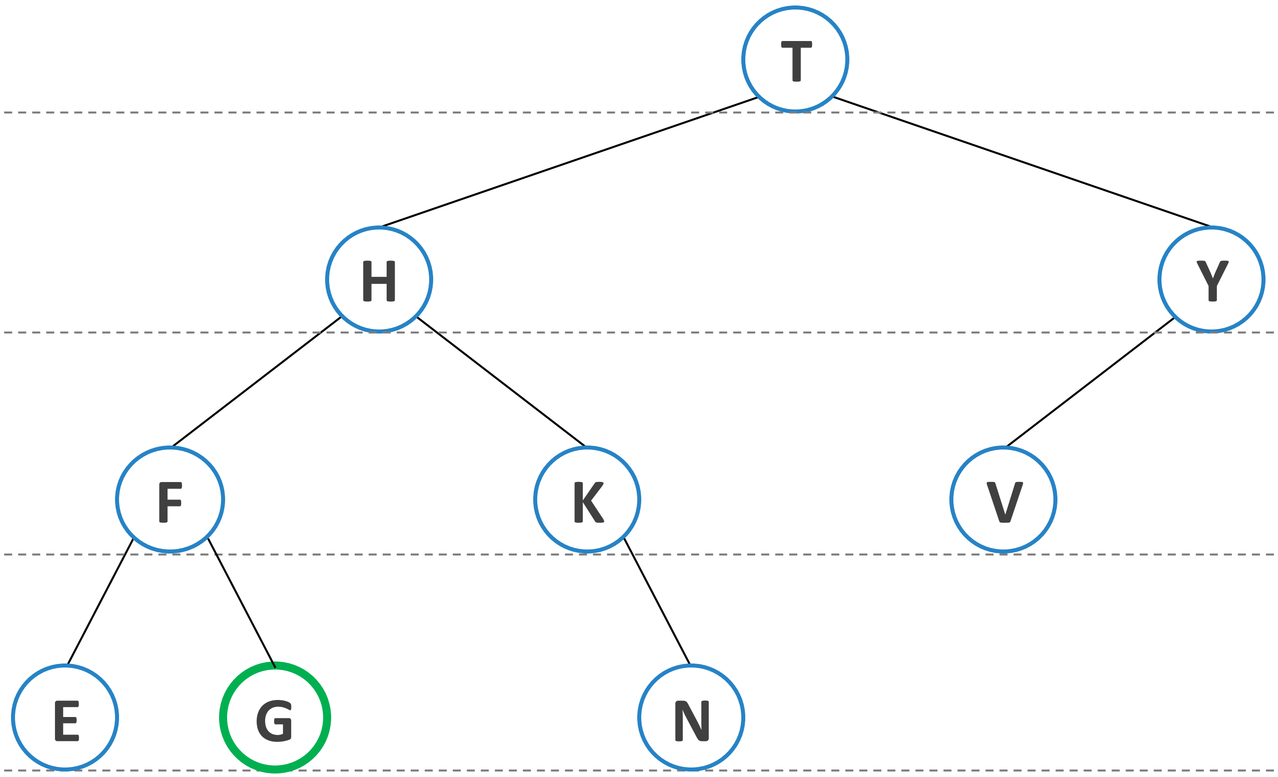
Solucionémoslo



Luego de insertar G



¡Doble Rotación!



Rotaciones

¿Qué tan costoso es rebalancear el árbol?

¿Cuántas rotaciones es necesario hacer en el peor caso?

Altura de un AVL

La complejidad sigue dependiendo de la altura del árbol

¿Pero cuál es la altura de un AVL en el peor caso?

Altura de un AVL

Sea N_h el mínimo de nodos para un AVL de altura h

$$N_1 = 1$$

$$N_2 = 2$$

$$N_h = 1 + N_{h-1} + N_{h-2}$$

N_h es igual a Fibonacci, excepto por el 1.

Es más, $N_h > F_h$, donde F_h es el h-ésimo número de Fibonacci

$$F_h \approx \frac{\varphi^h}{\sqrt{5}}$$

Altura de un AVL

Si un AVL tiene $n = N_h$ nodos, h es la altura máxima que puede tener

$$n = N_h > F_h \approx \frac{\varphi^h}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\varphi^h}{\sqrt{5}} < n$$

$$\varphi^h < \sqrt{5} \cdot n$$

$$h < \log_\varphi \sqrt{5} \cdot n$$

$$h < \log_\varphi n + \log_\varphi \sqrt{5}$$

$$h \in O(\log n)$$