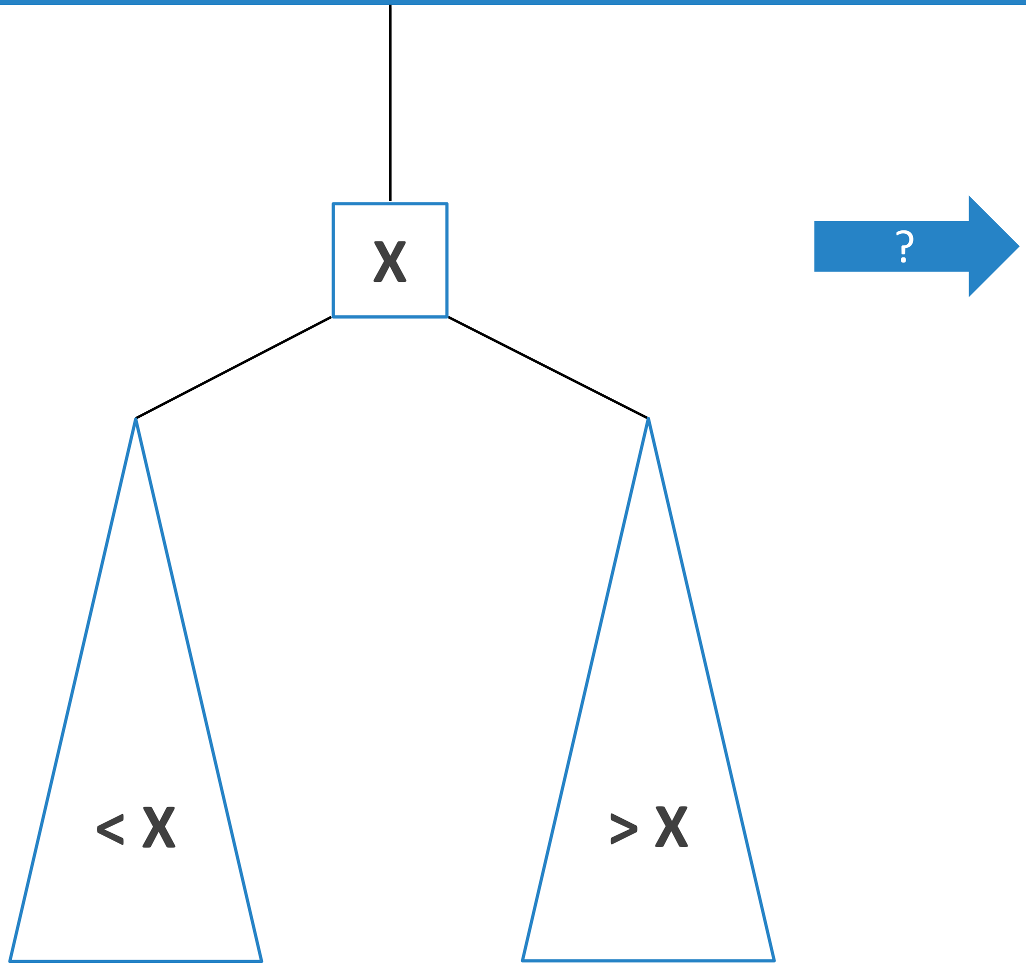
Árboles 2-3

Las operaciones en 2-3 tienen mucho *overhead*

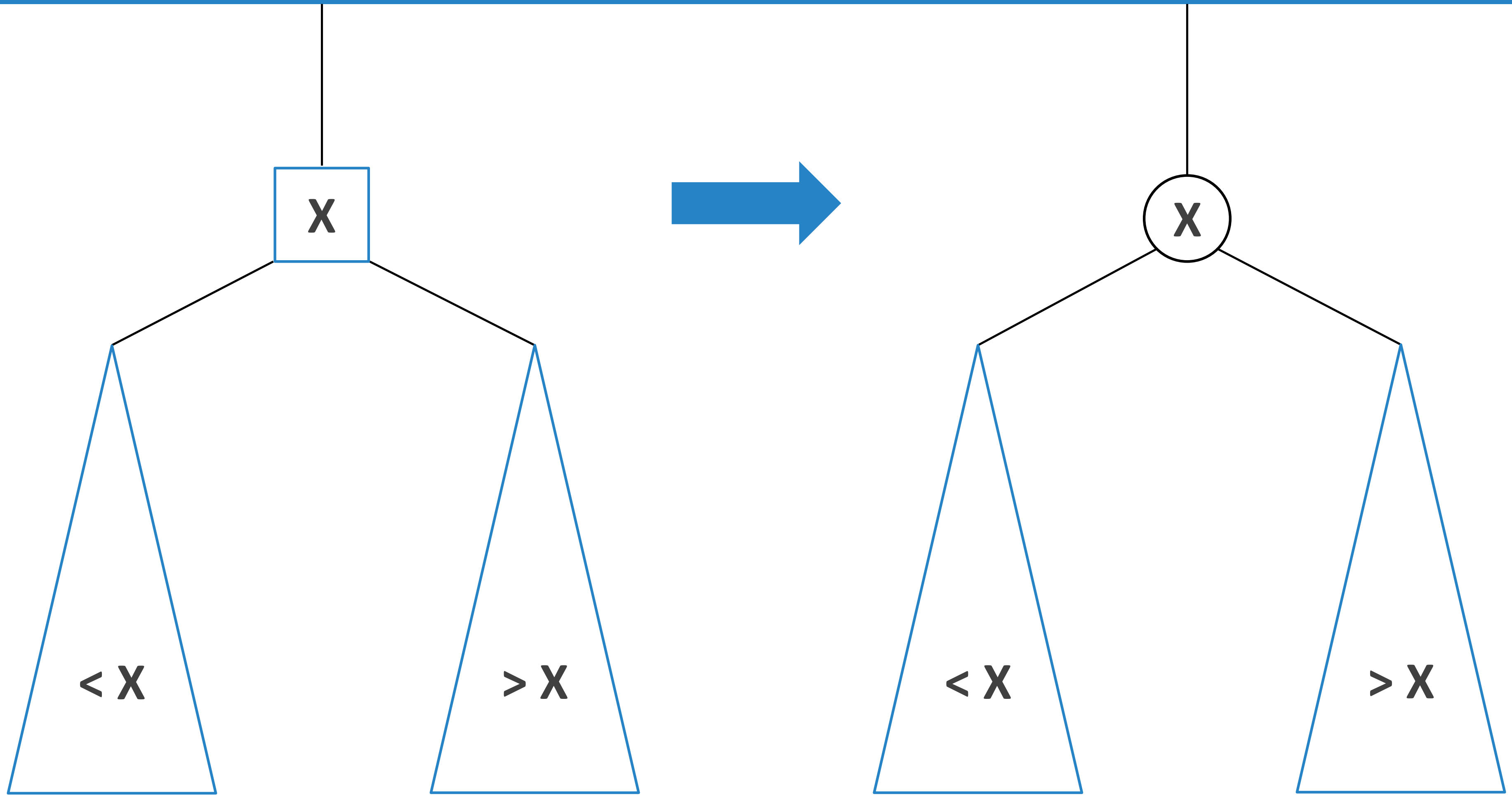
¿Será posible representar un árbol 2-3 como un ABB?

Nos interesa conservar toda la información del 2-3

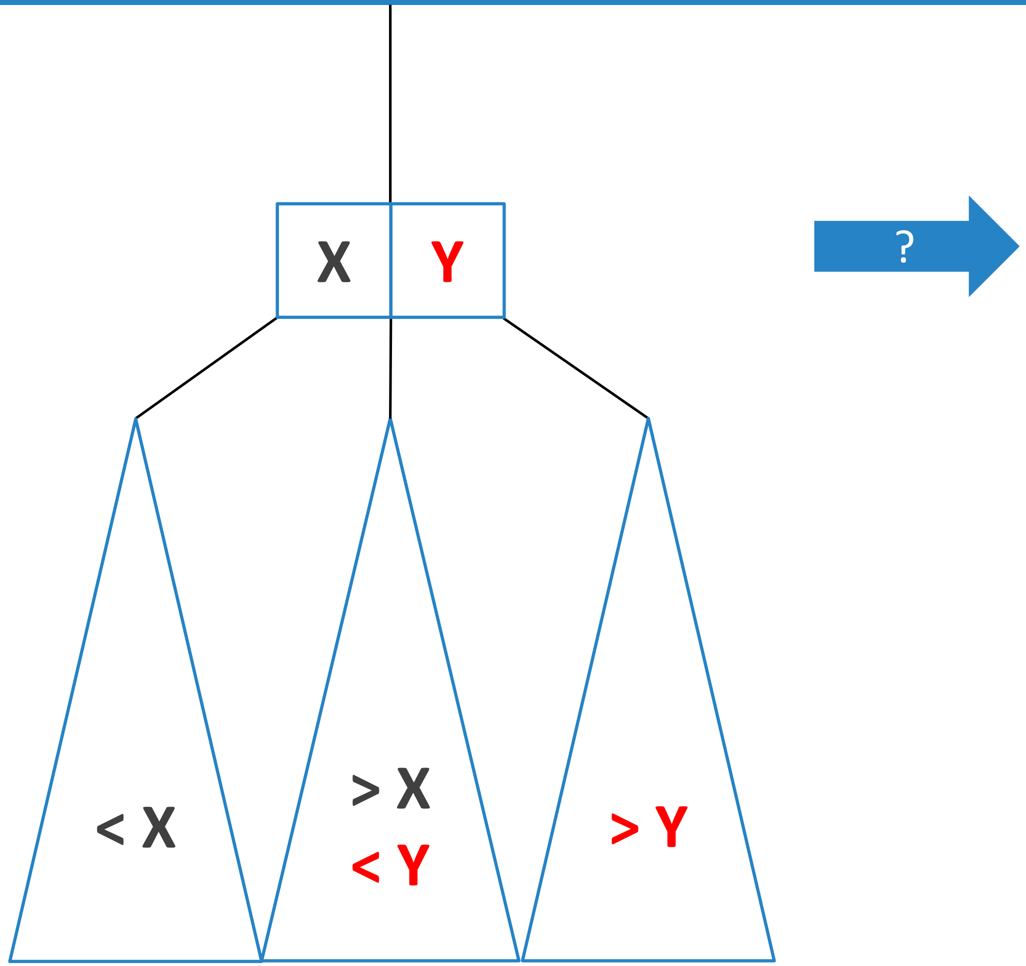
Nodo 2



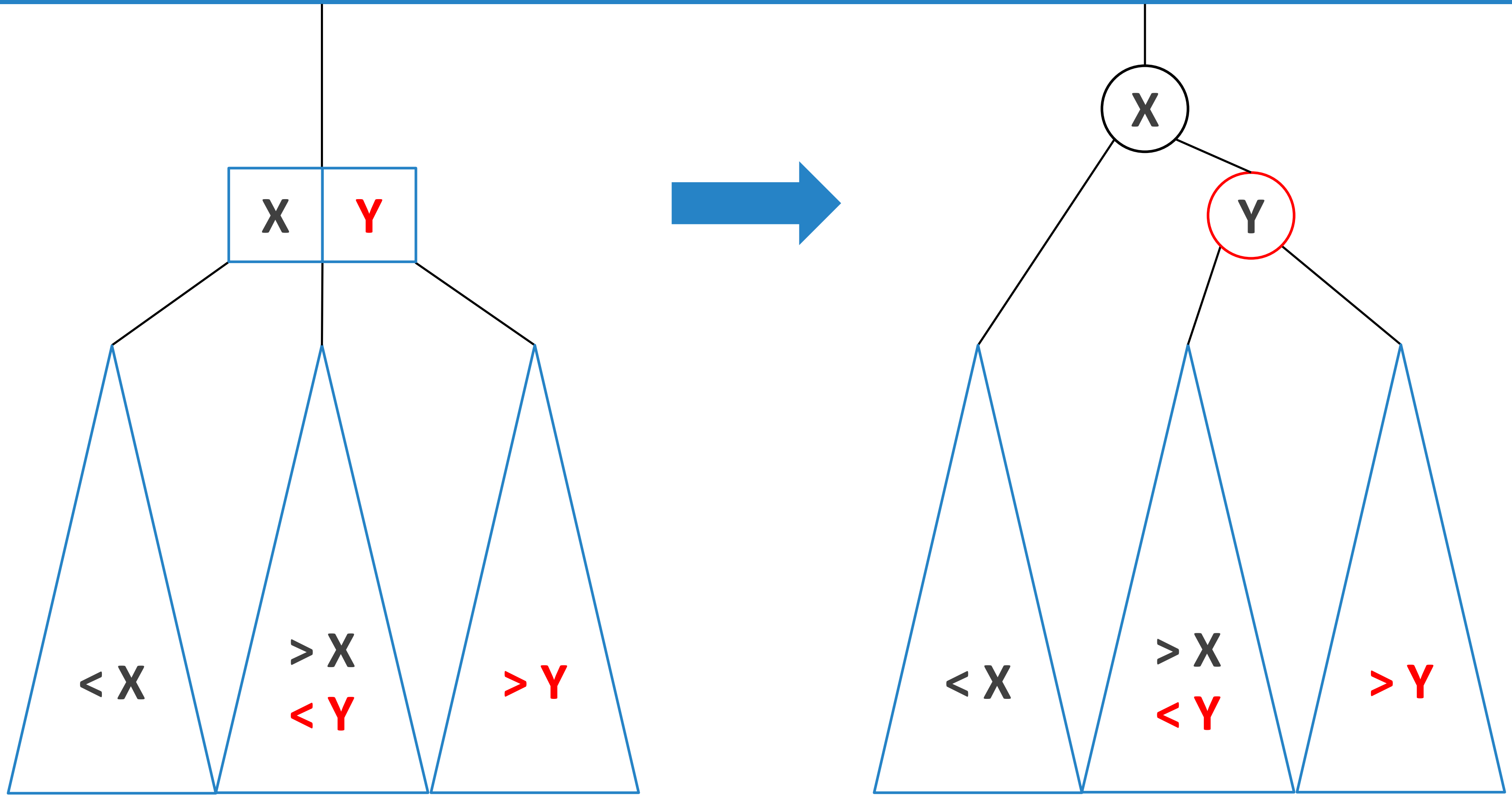
Nodo 2



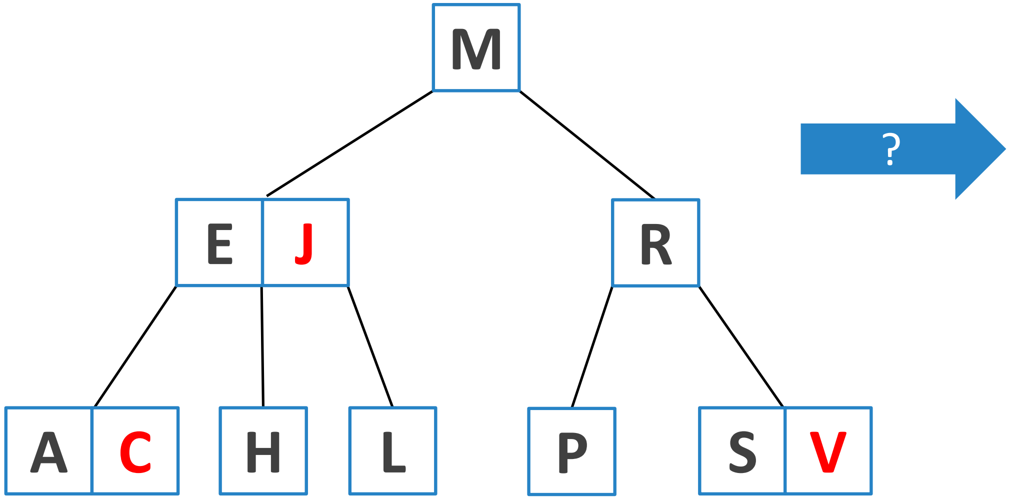
Nodo 3



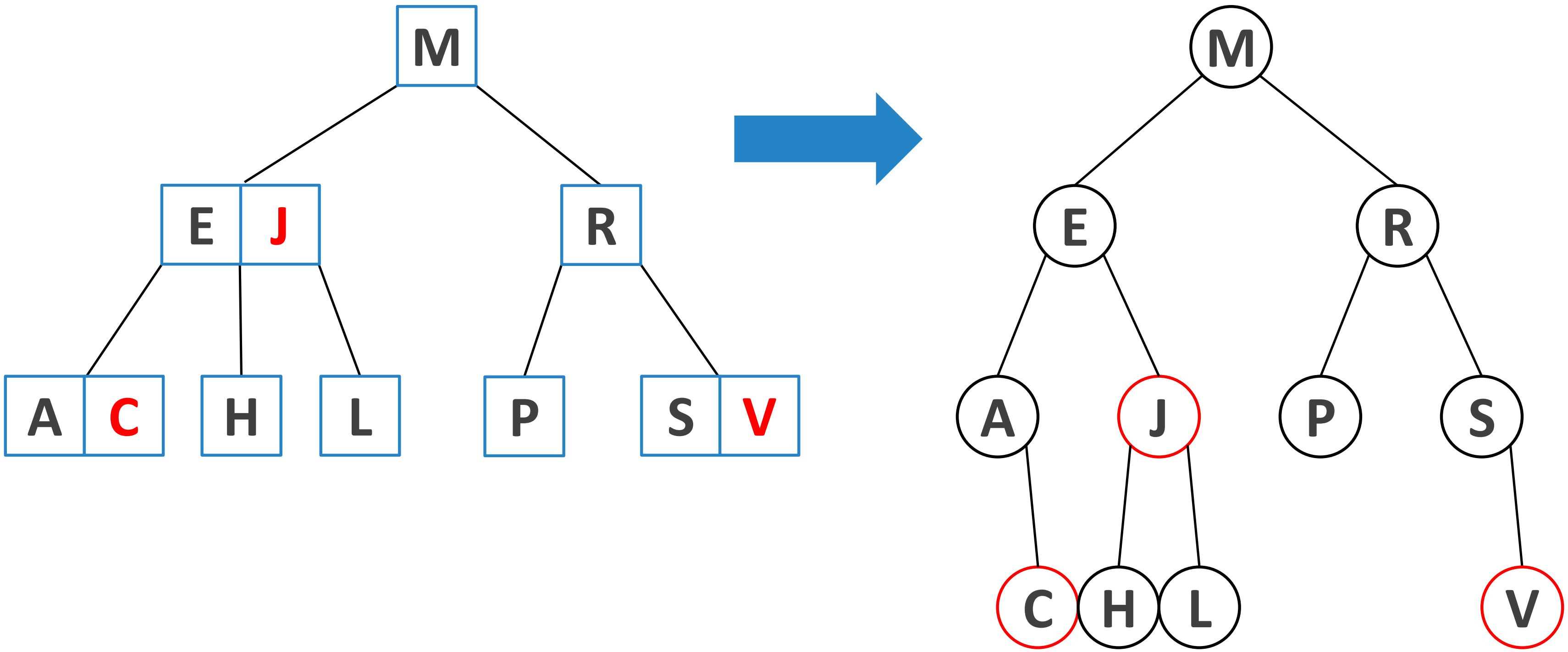
Nodo 3



Árbol 2-3



Árbol 2-3



Árbol Rojo-Negro

Un árbol Rojo-Negro es un ABB que cumple lo siguiente:

- Cada nodo es ya sea **rojo** o **negro**
- La raíz del árbol es **negra**
- Si un nodo es **rojo**, sus hijos deben ser **negros**
- La cantidad de nodos **negros** camino a cada hoja debe ser la misma

Las hojas nulas se consideran como nodos **negros**

Inserción en Rojo-Negro

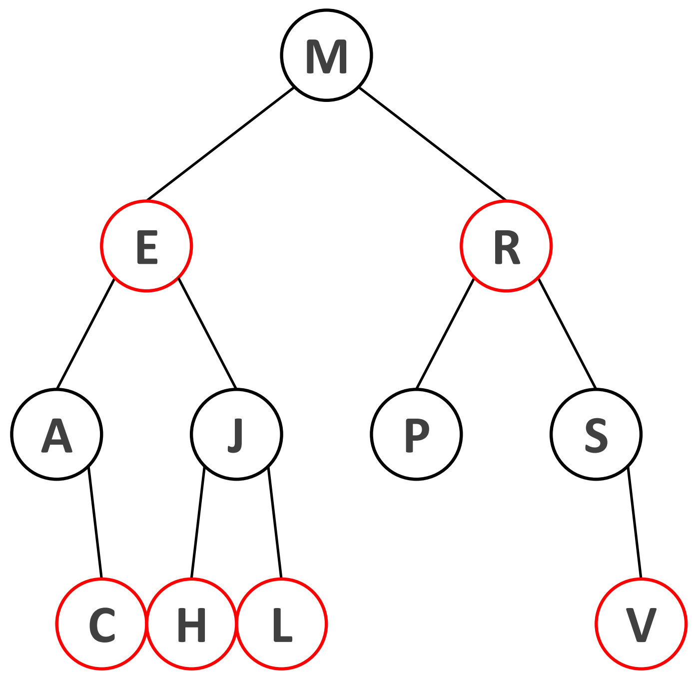
Una inserción puede violar las propiedades del rojo-negro

Debemos arreglarlo usando cambios de color y rotaciones

Es más fácil de ver si nos fijamos en el **2-3** equivalente

Equivalencia con los 2-3

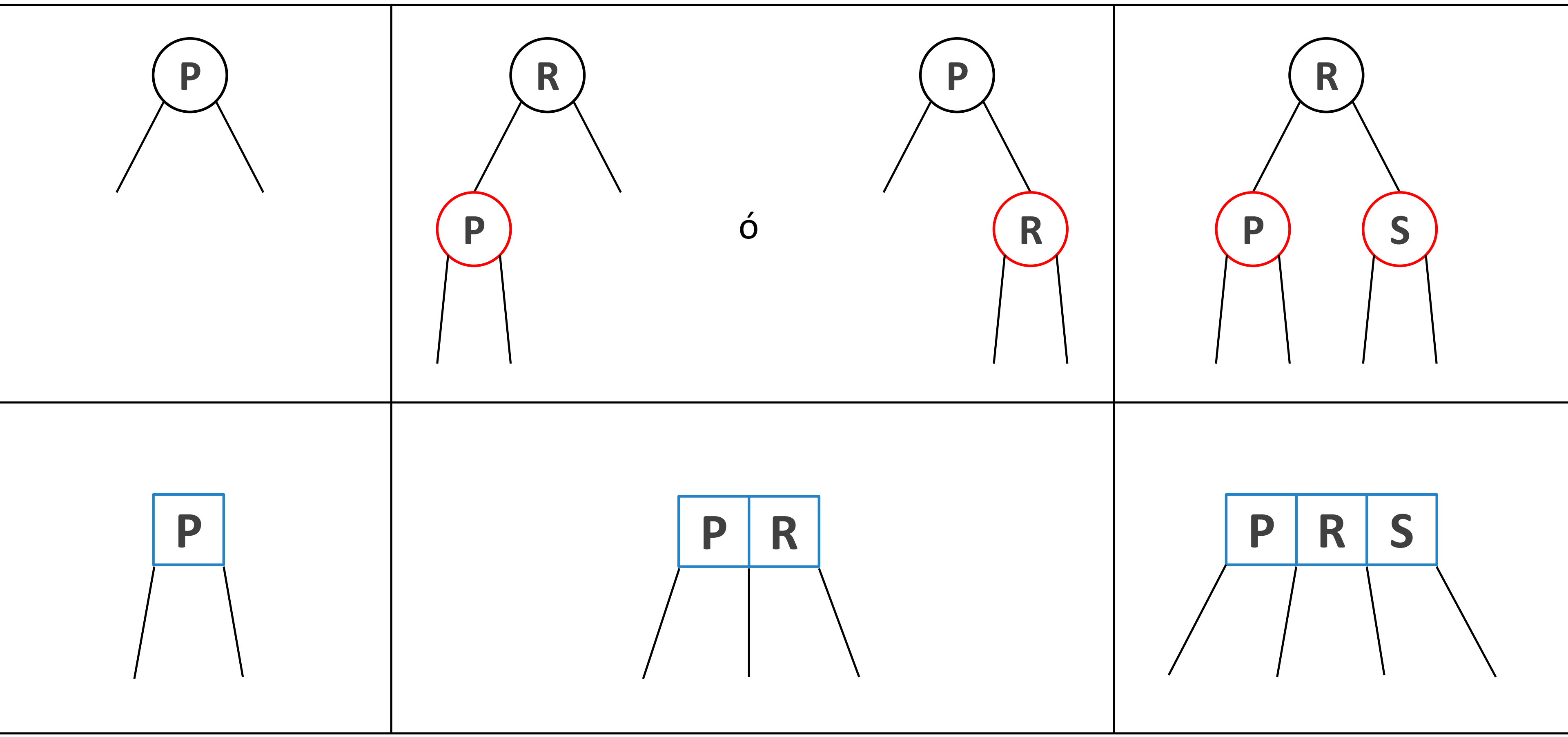
No todos los árboles rojo-negro tienen un 2-3 equivalente



...¡pero sí tienen un 2-4 equivalente!

Equivalencia con los 2-4

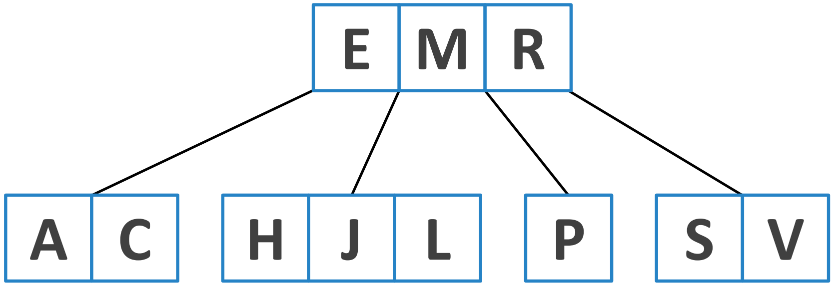
Rojo Negro

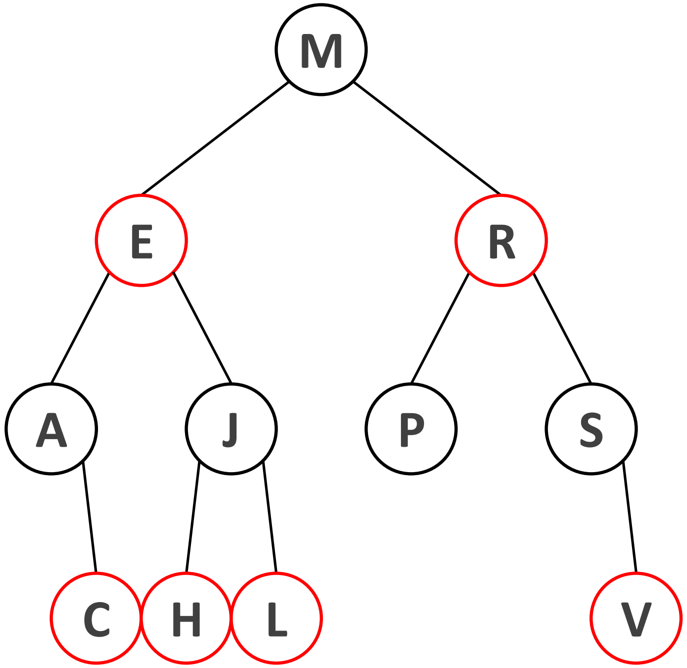


2-4

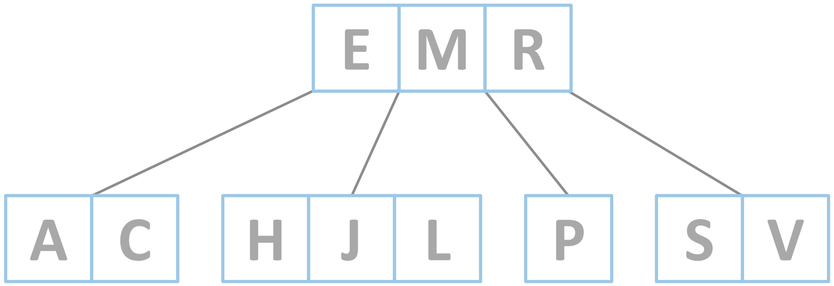
¡Entonces hay que fijarse en el **2-4** equivalente!

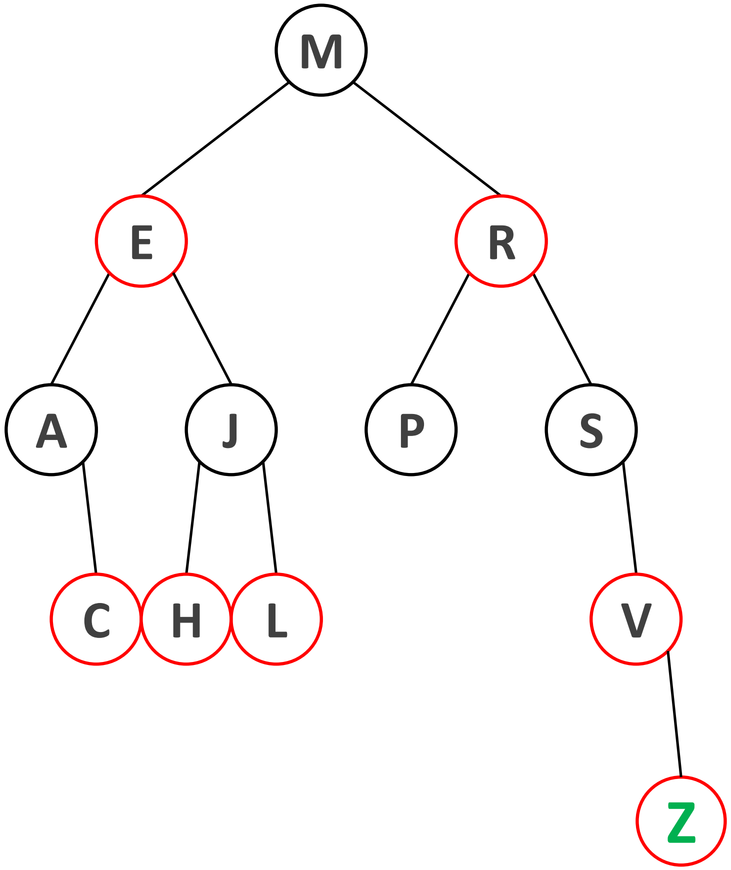
Insertemos la Z





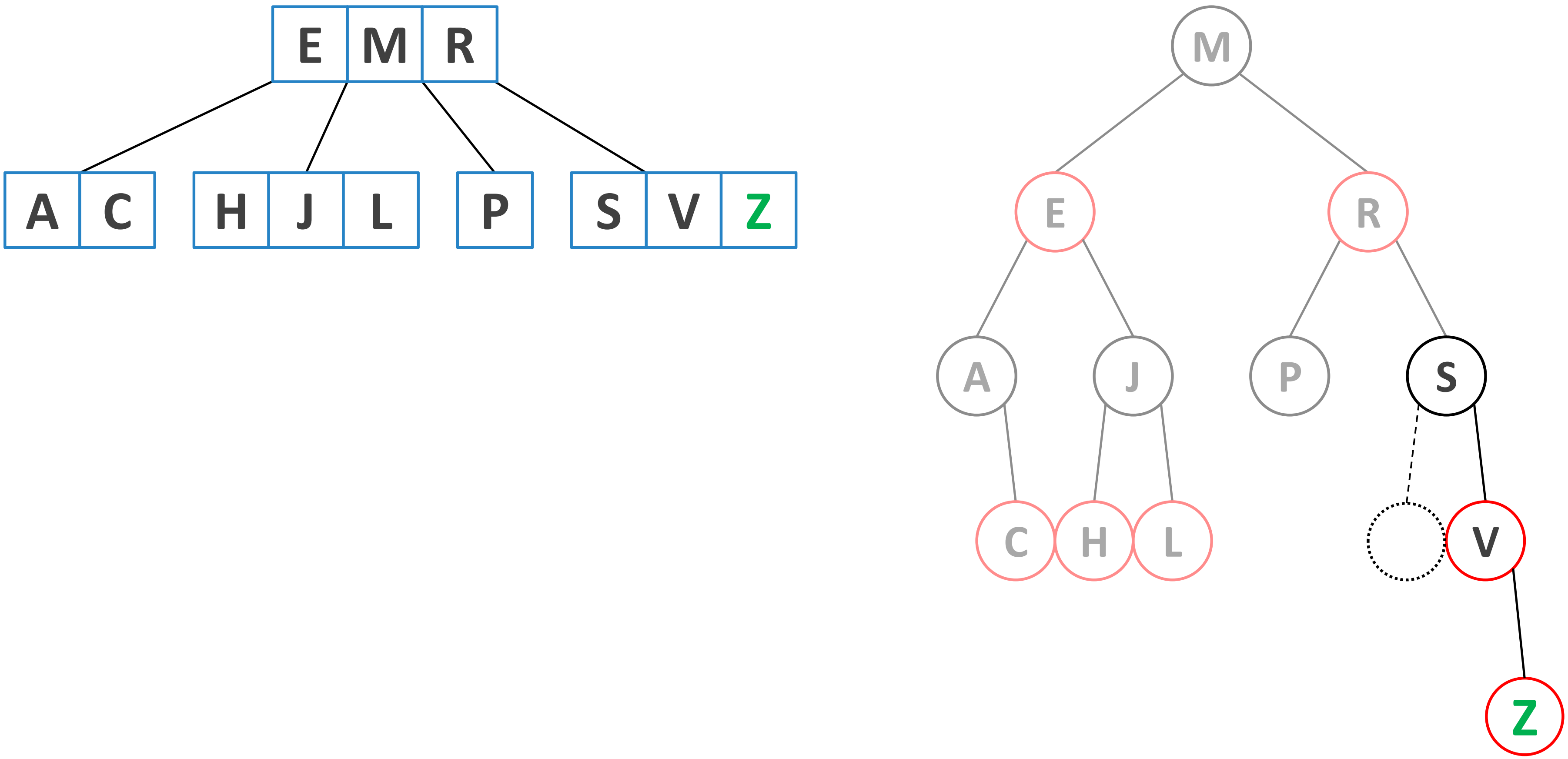
Insertemos la Z





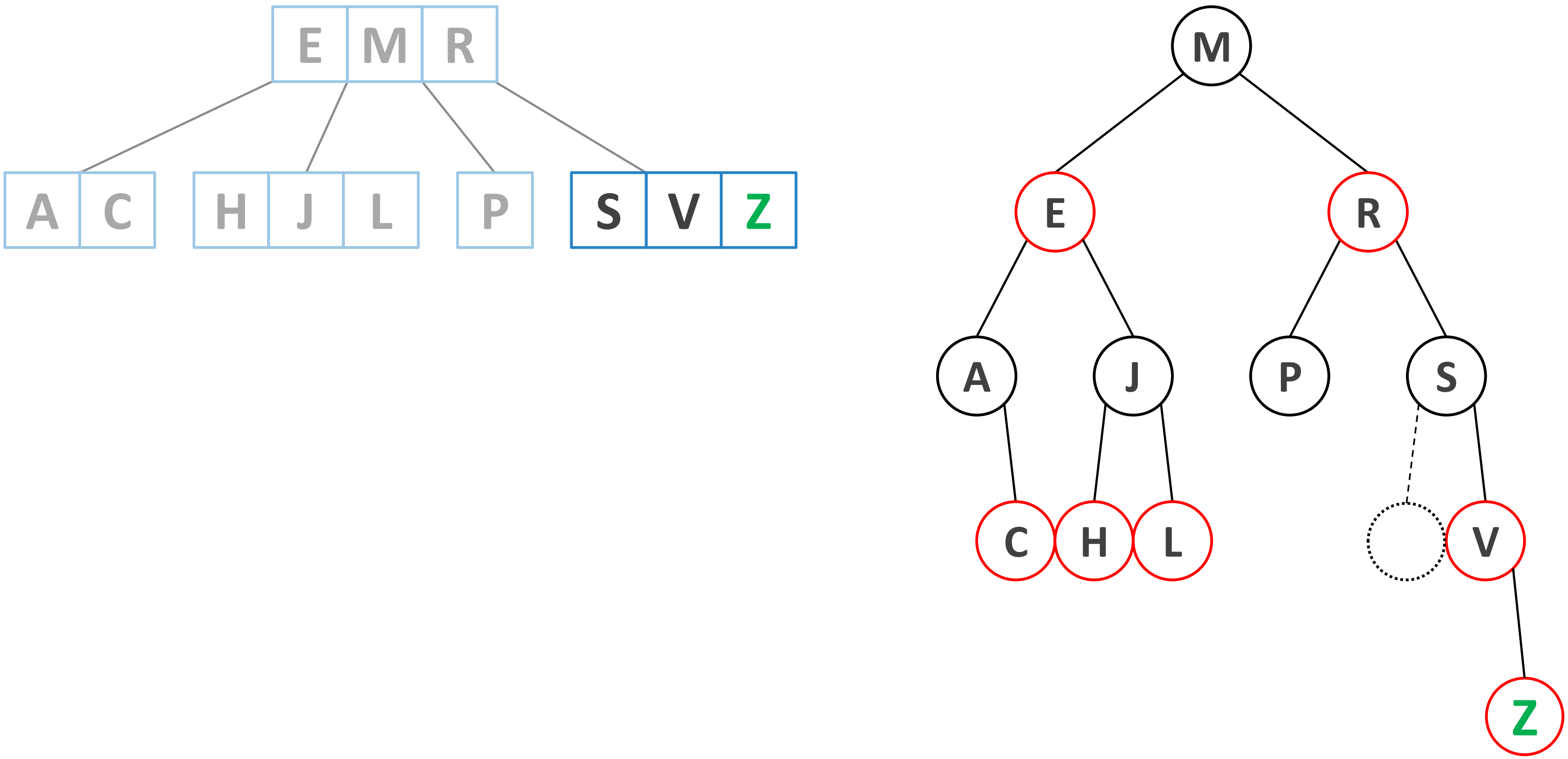
El nodo se inserta **rojo**

Insertemos la Z



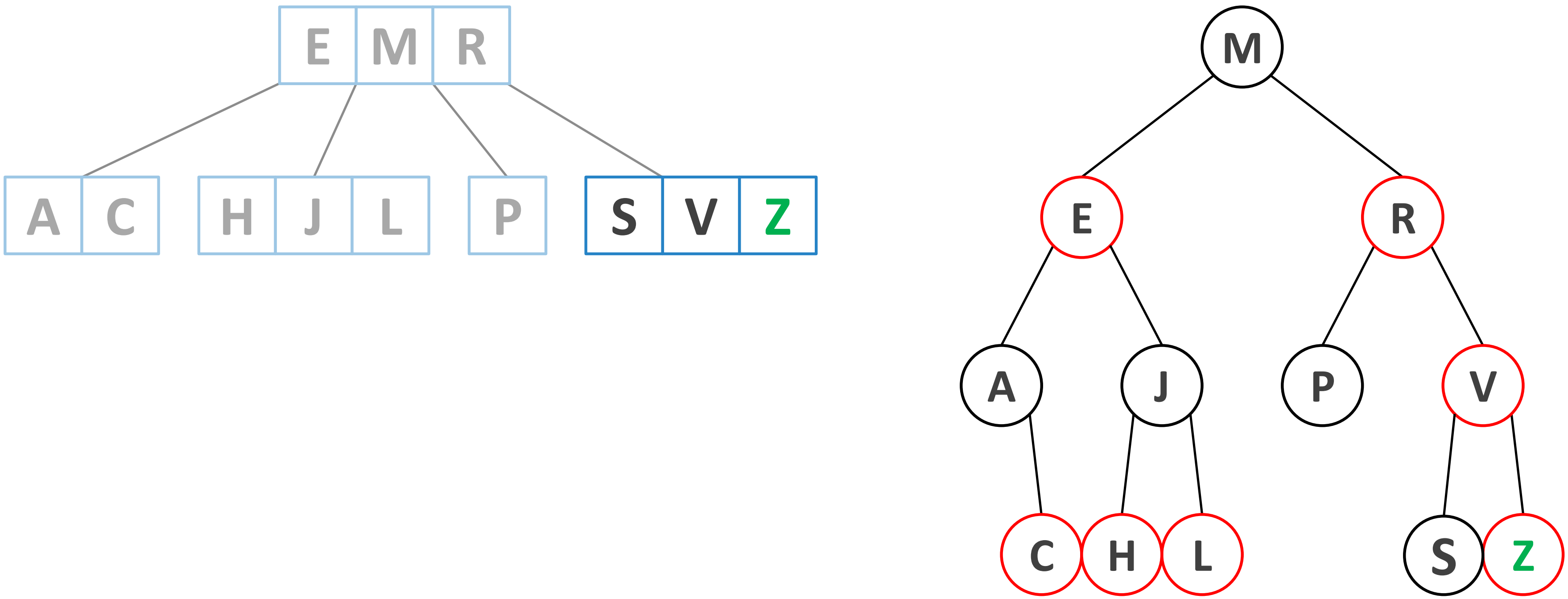
El tío del nodo conflictivo es **negro**

Insertemos la Z



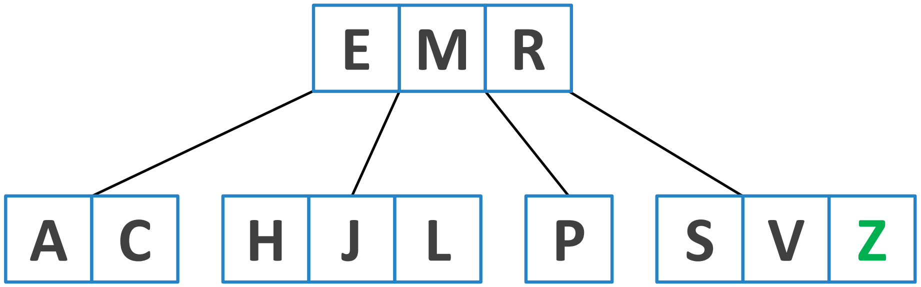
Rotación en torno a S-V

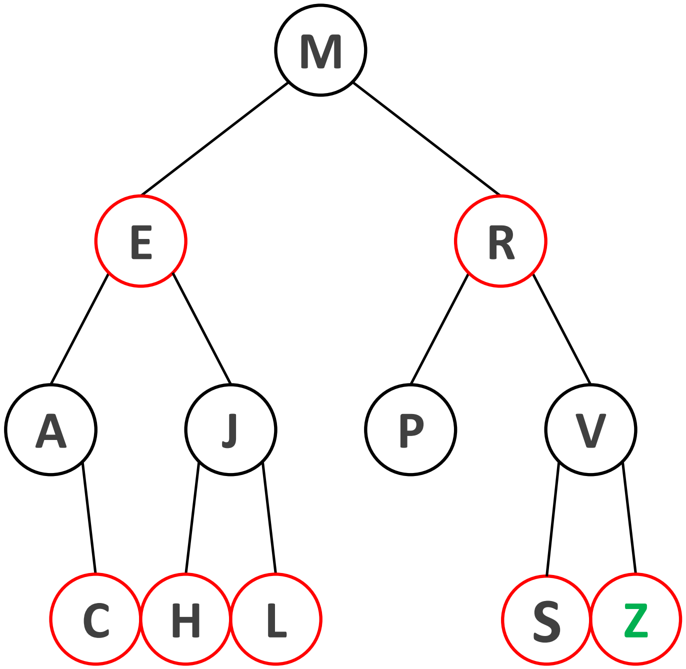
Insertemos la Z



Cambio de color a S y V

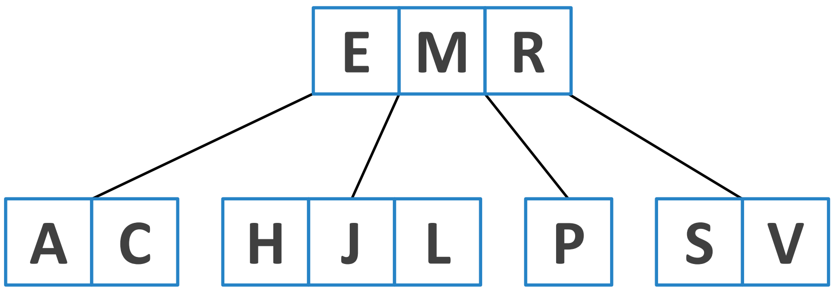
Insertemos la Z

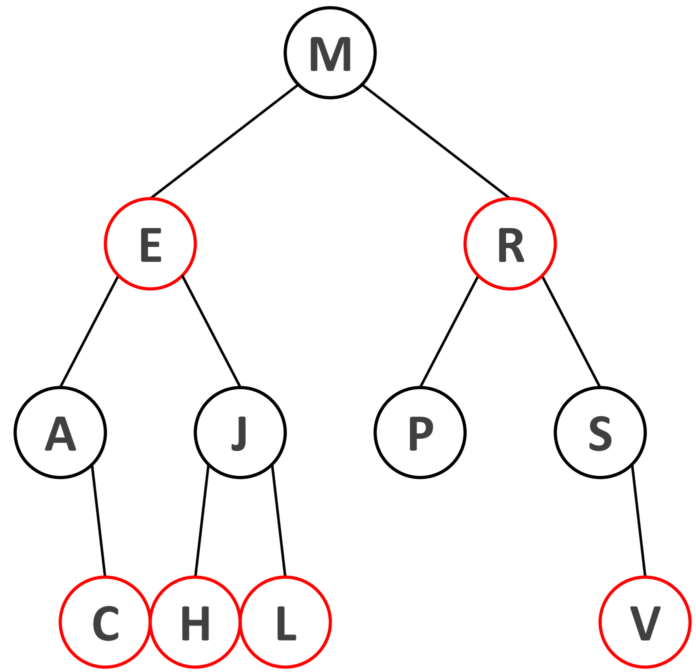




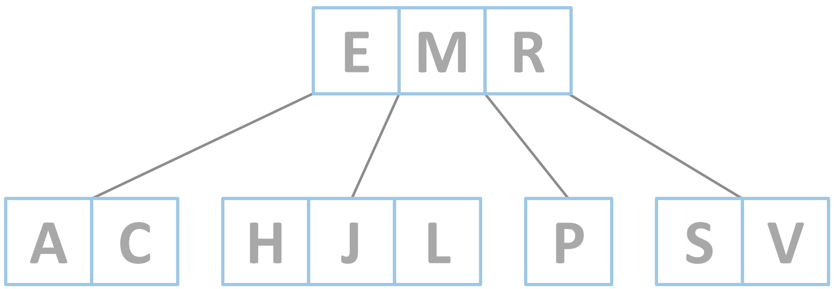
¡Listo!

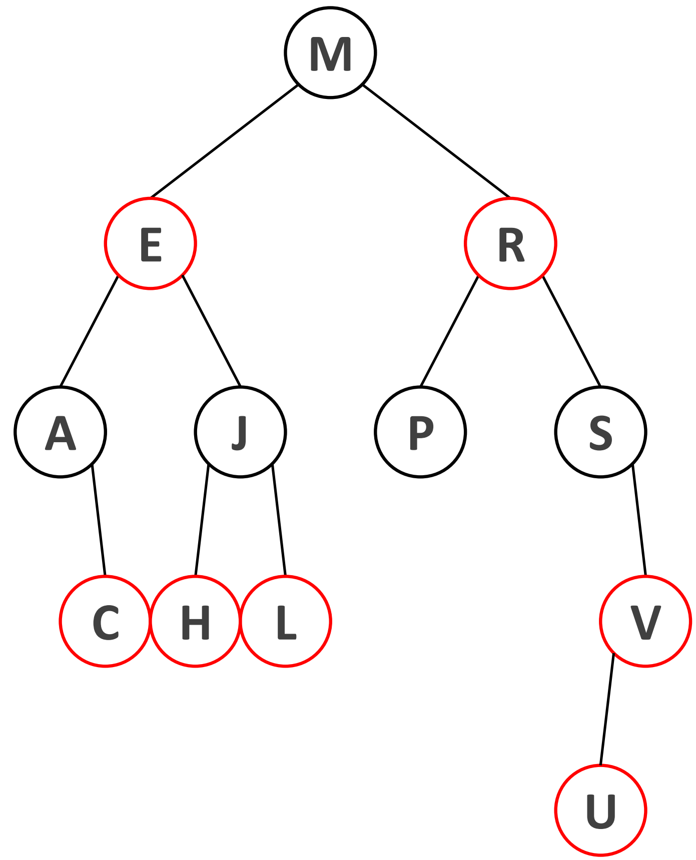
Insertemos la U





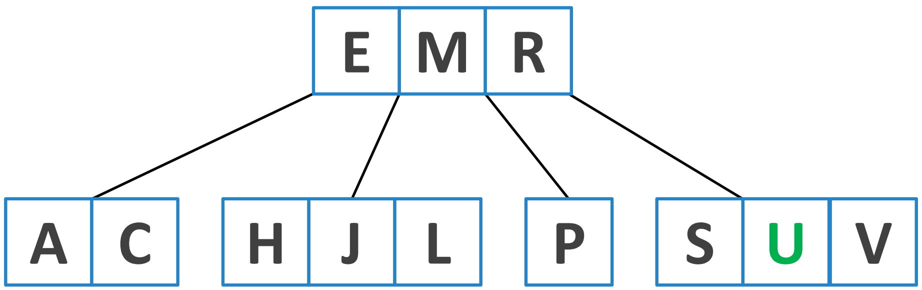
Insertemos la U

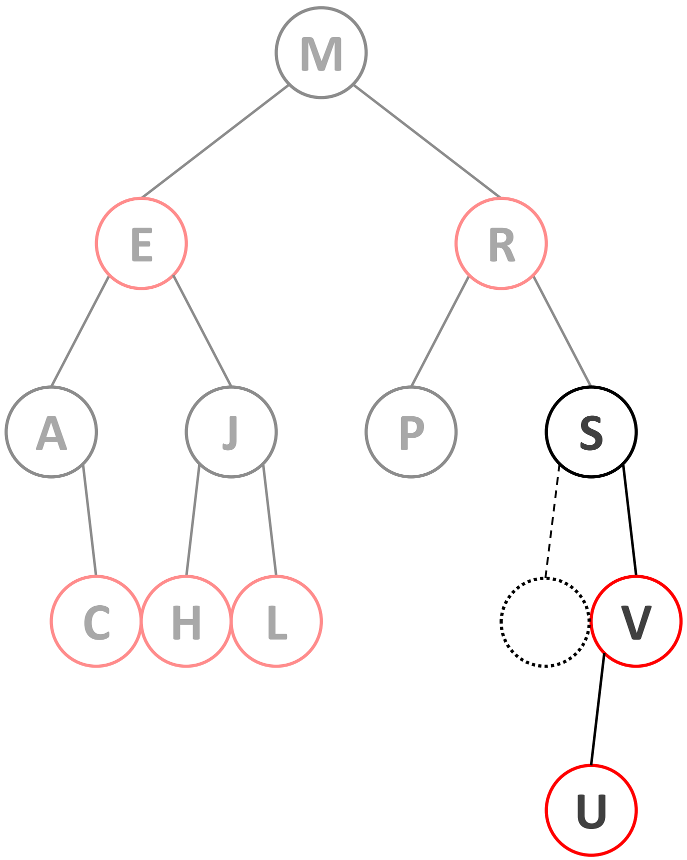




El nodo se inserta **rojo**

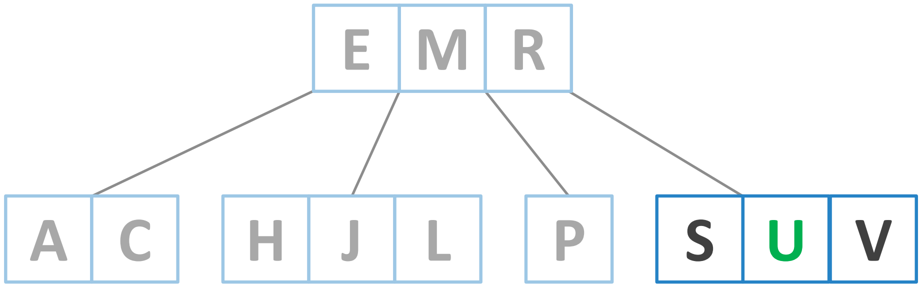
Insertemos la U

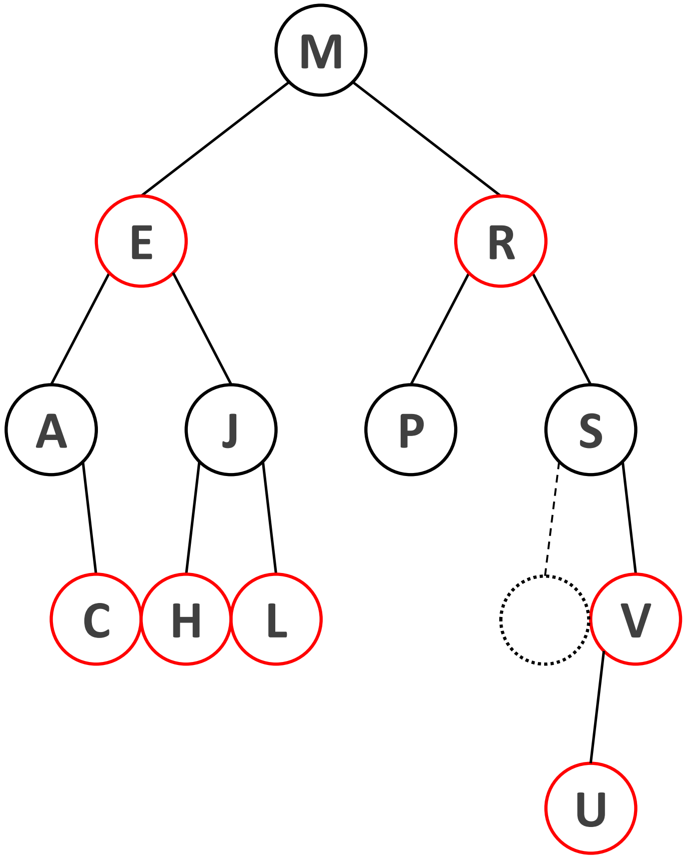




El tío del nodo conflictivo es **negro**

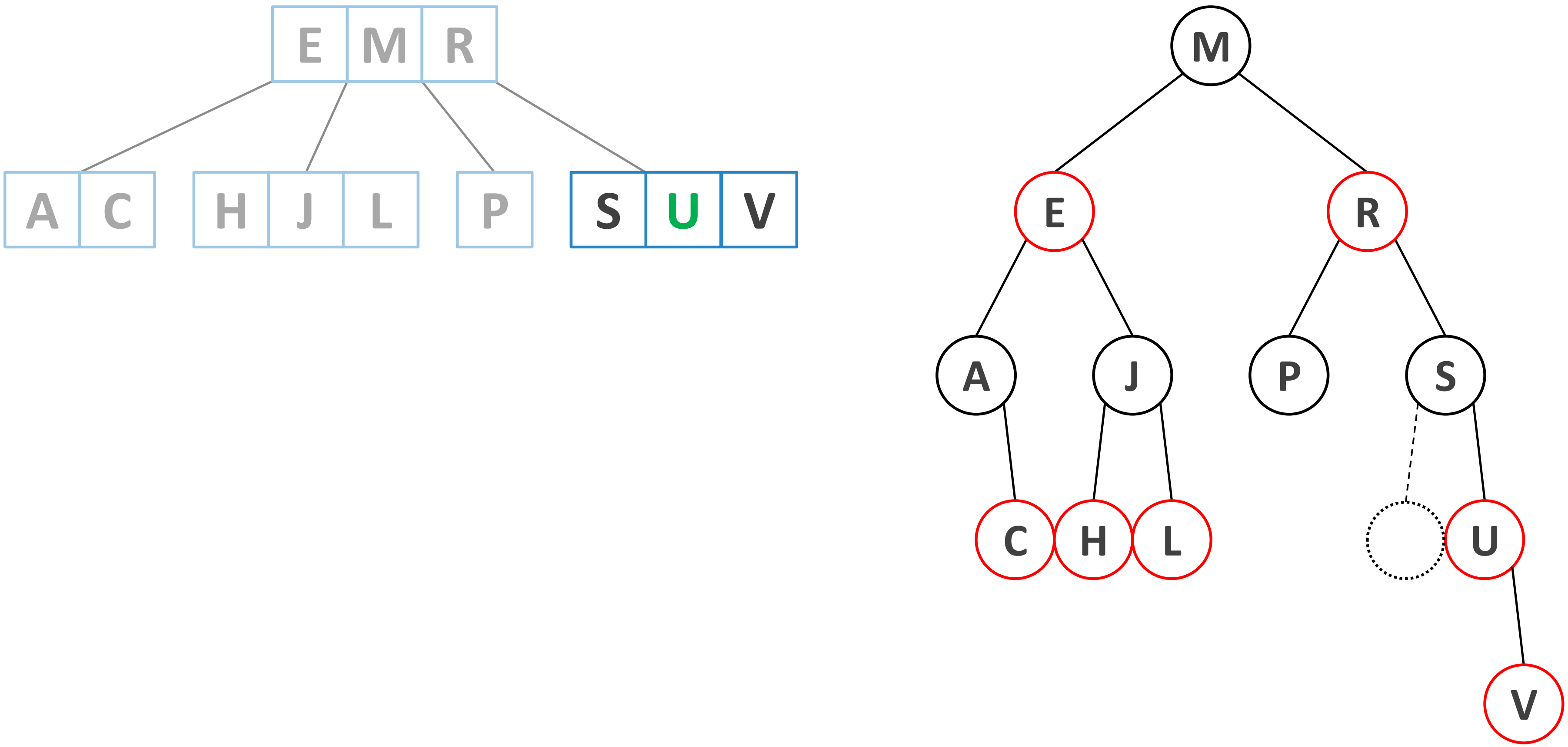
Insertemos la U





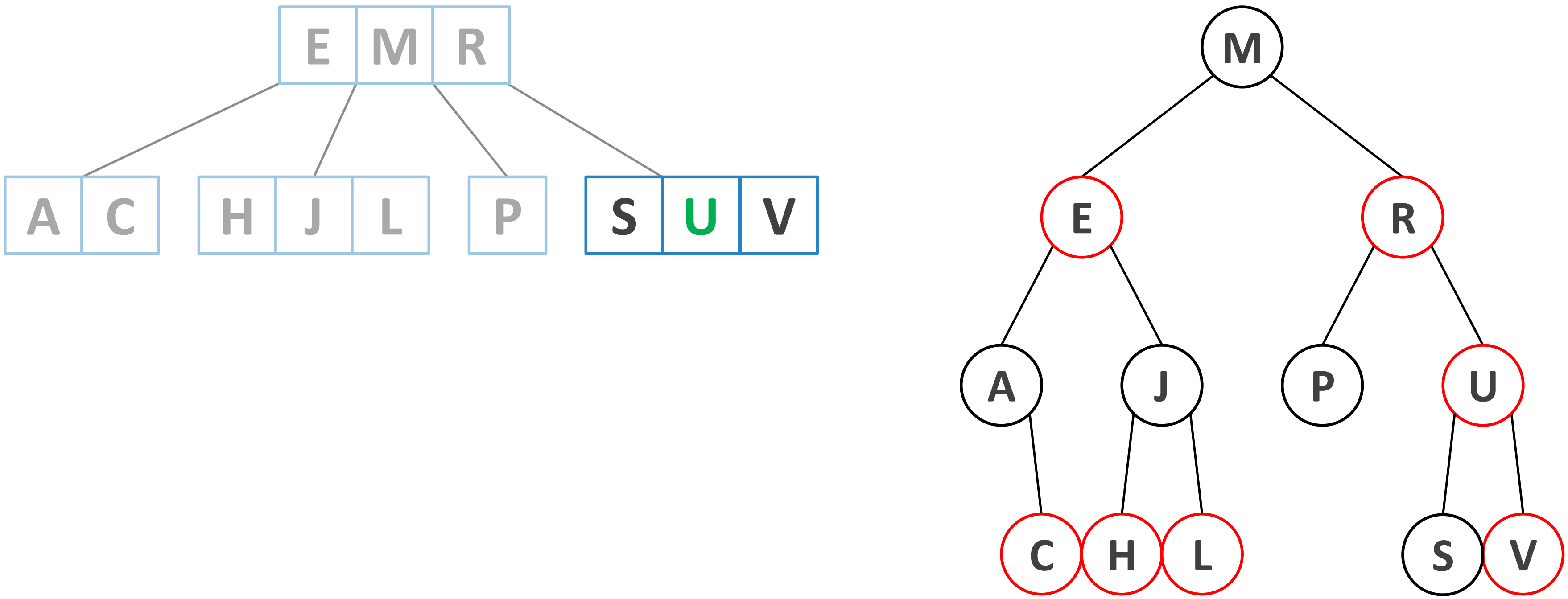
Rotación en torno a U-V

Insertemos la U



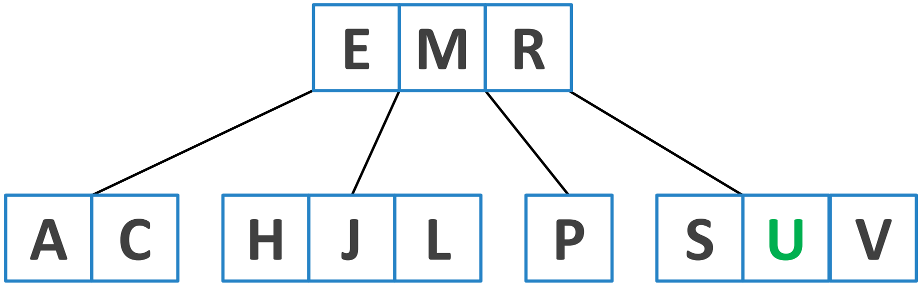
Rotación en torno a S-U

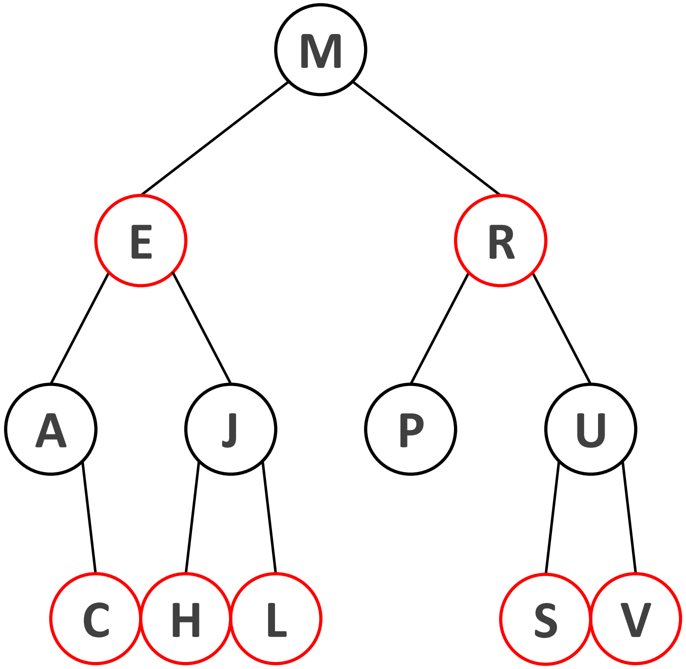
Insertemos la U



Cambio de color de S y U

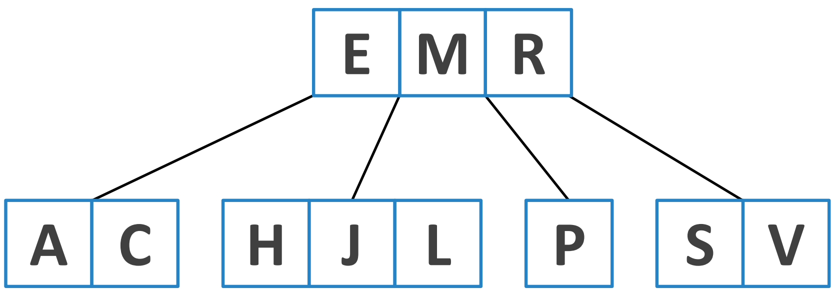
Insertemos la U

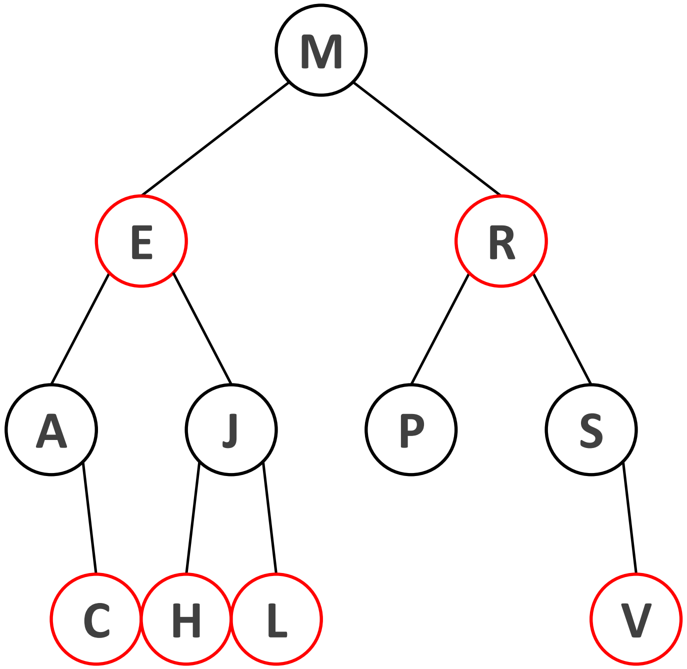




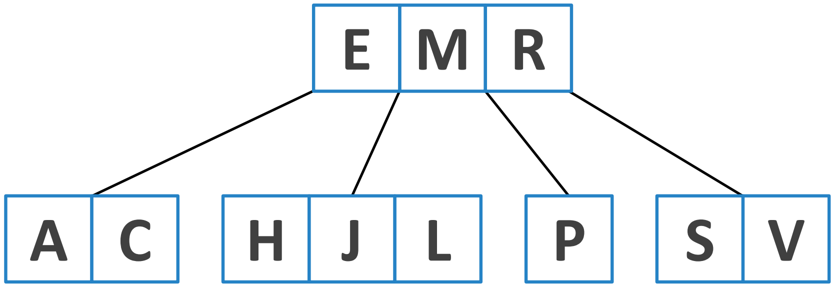
¡Listo!

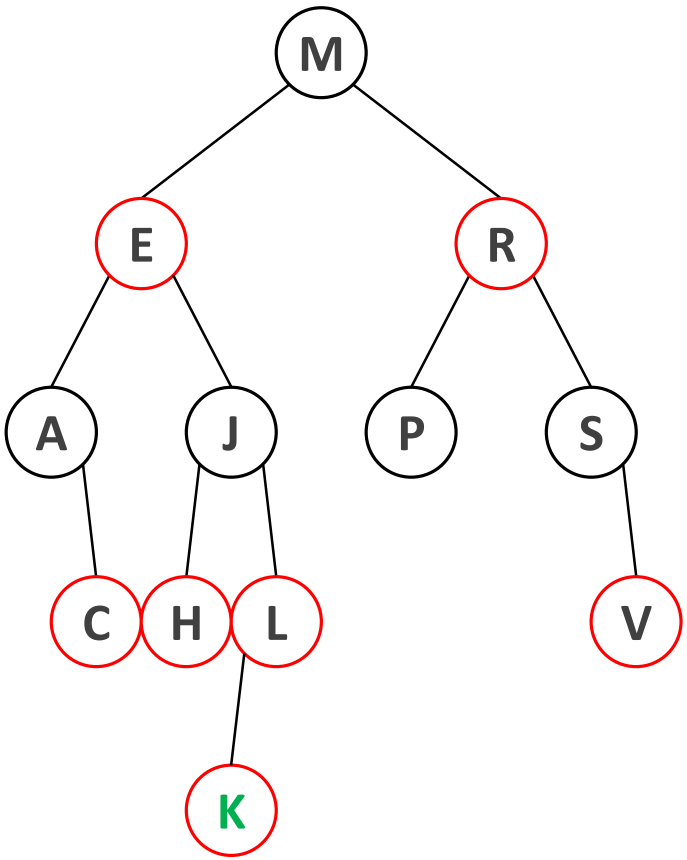
Insertemos la K





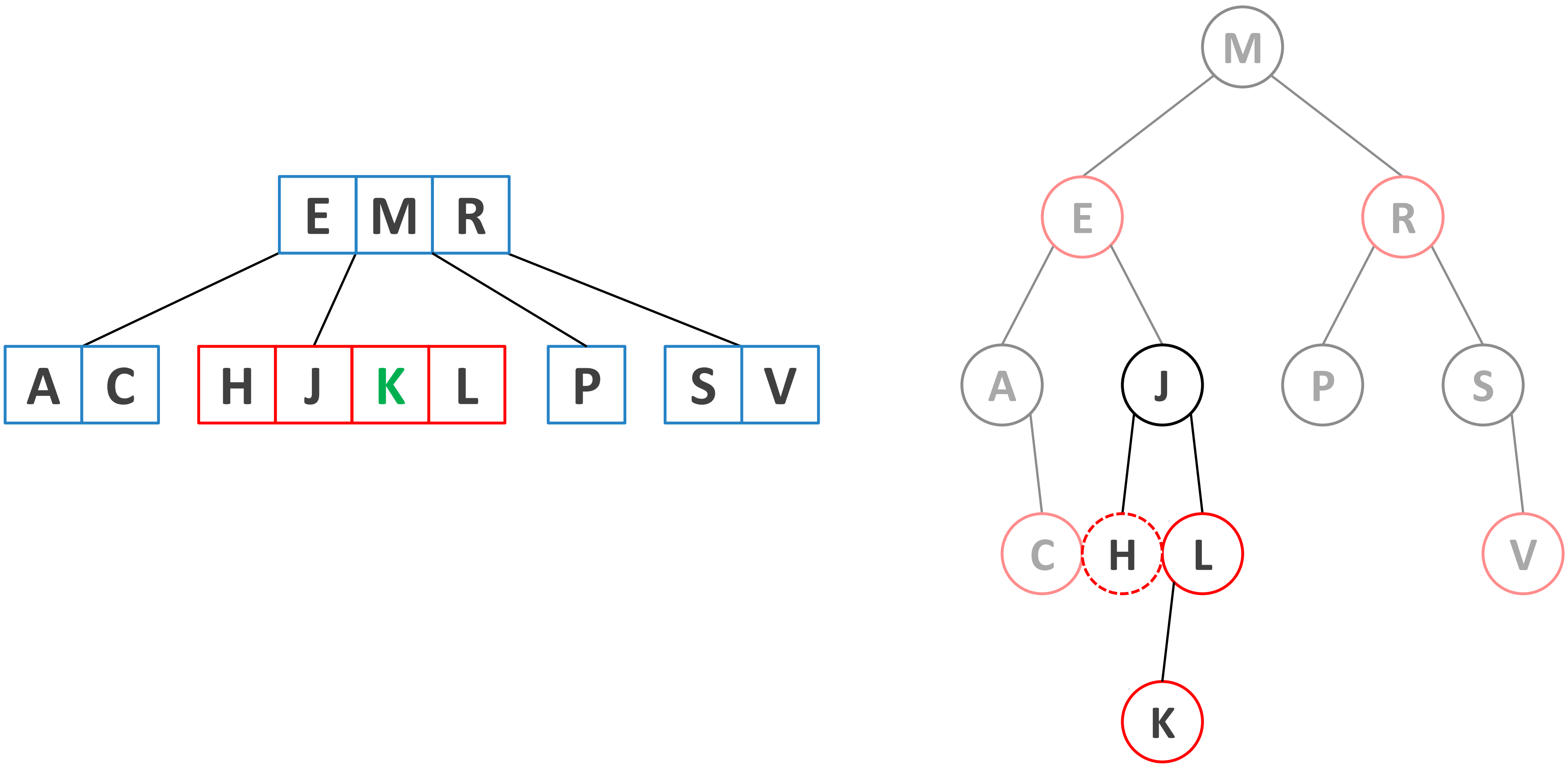
Insertemos la K





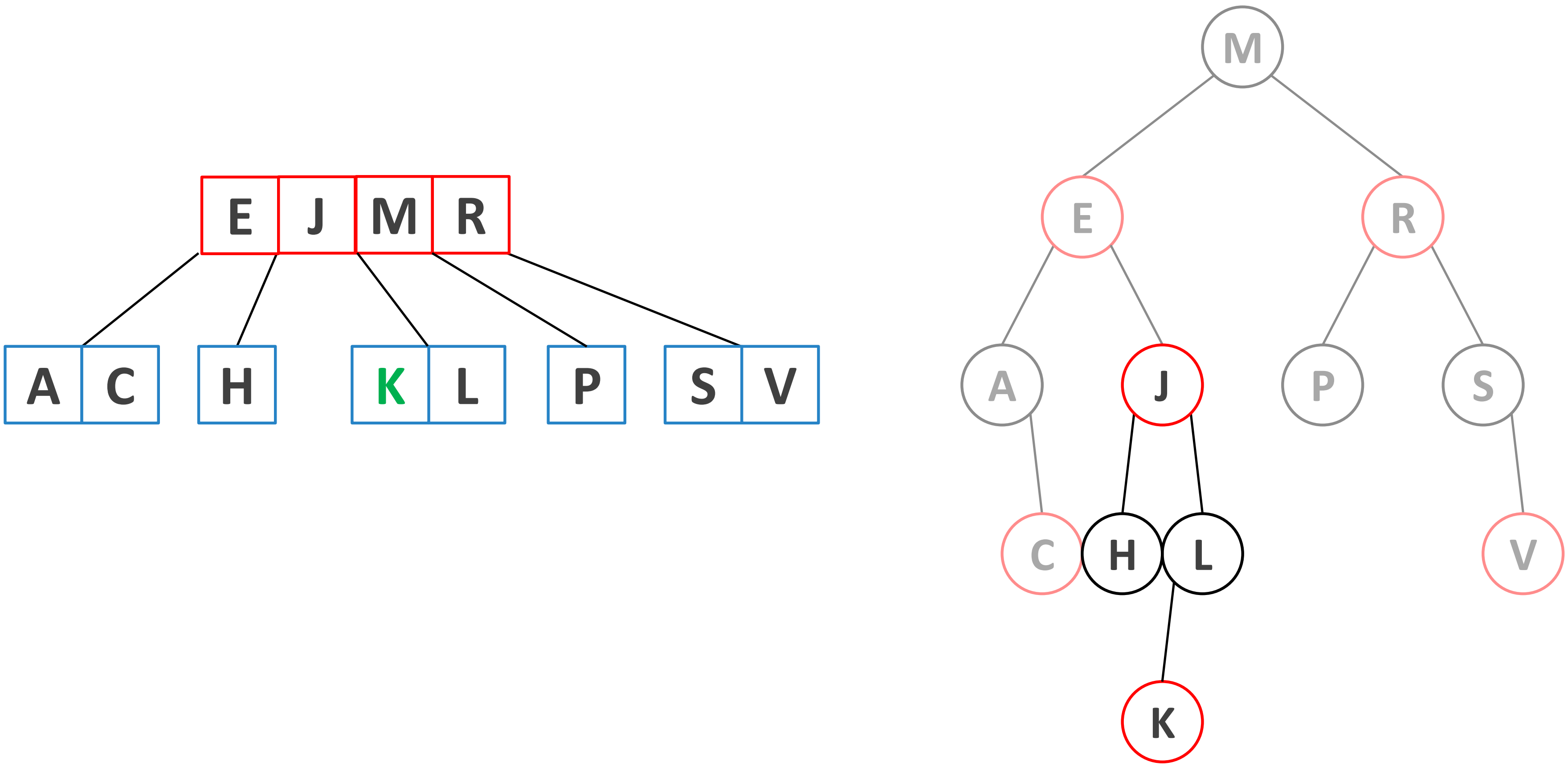
El nodo se inserta **rojo**

Insertemos la K



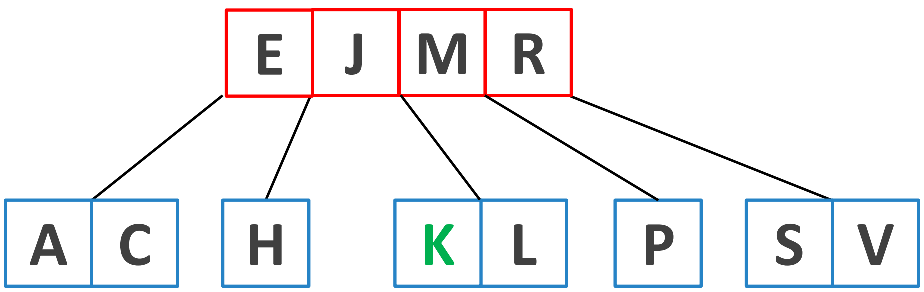
El tío del nodo conflictivo es **rojo**

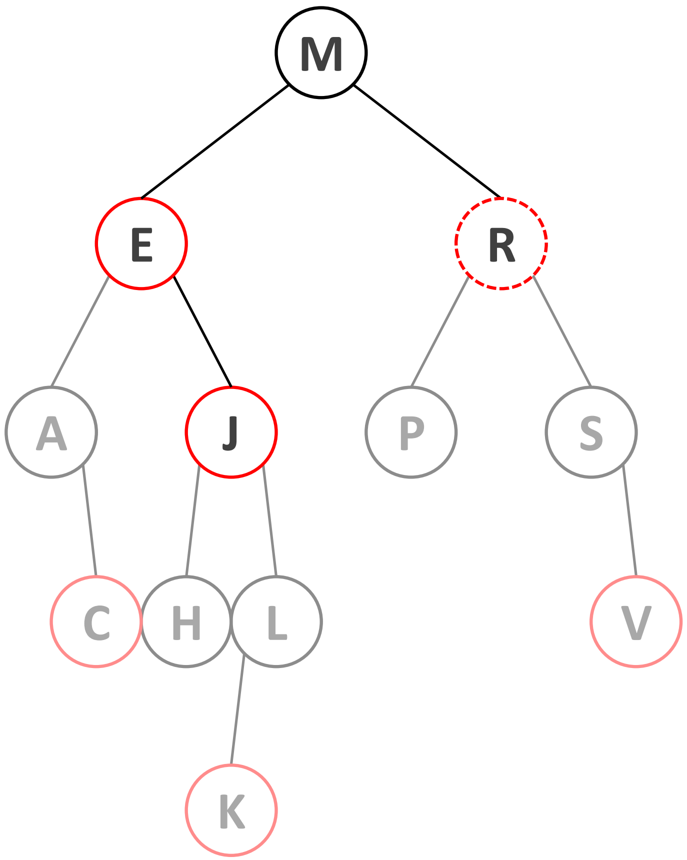
Insertemos la K



Cambio de color

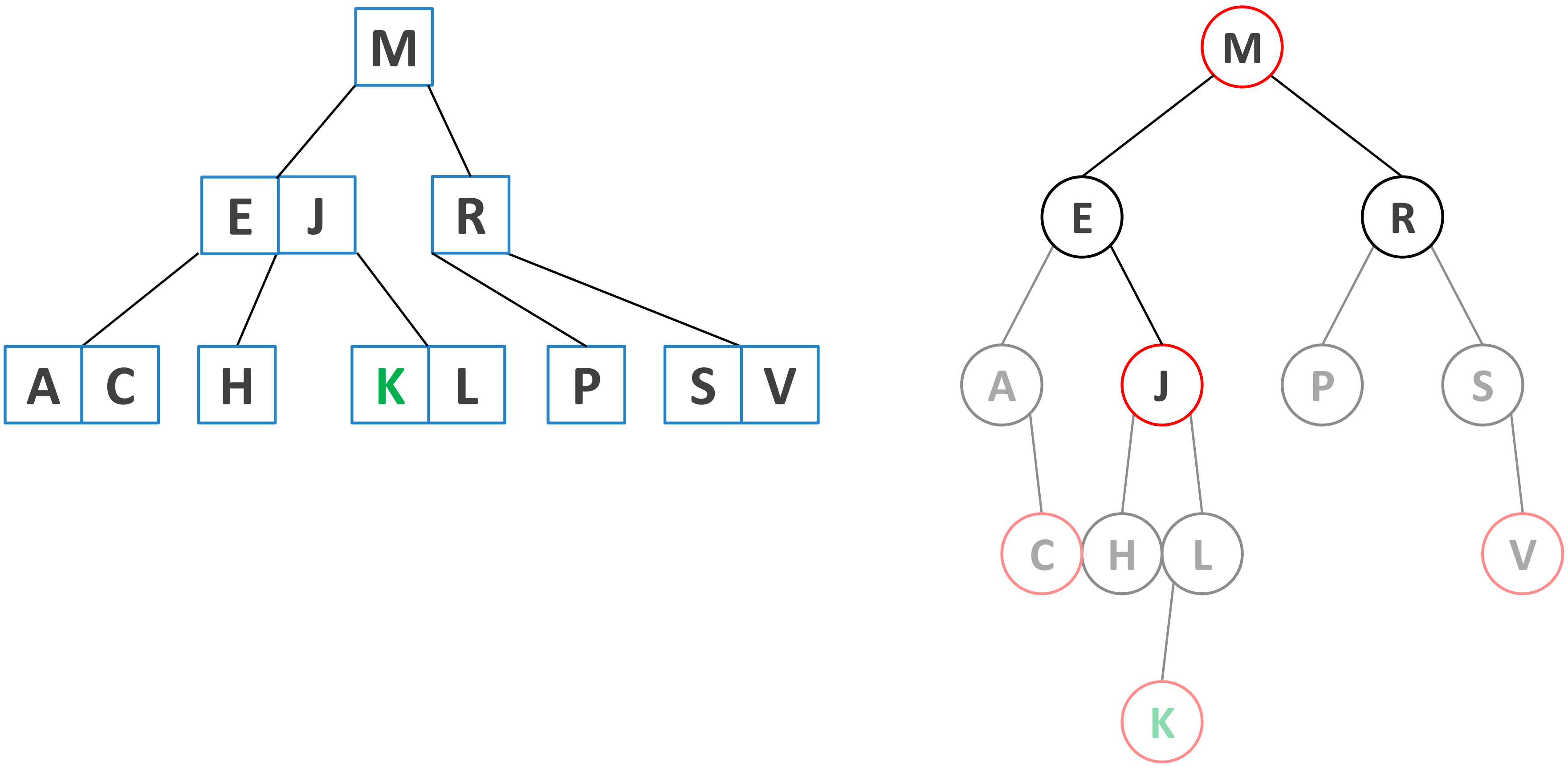
Insertemos la K





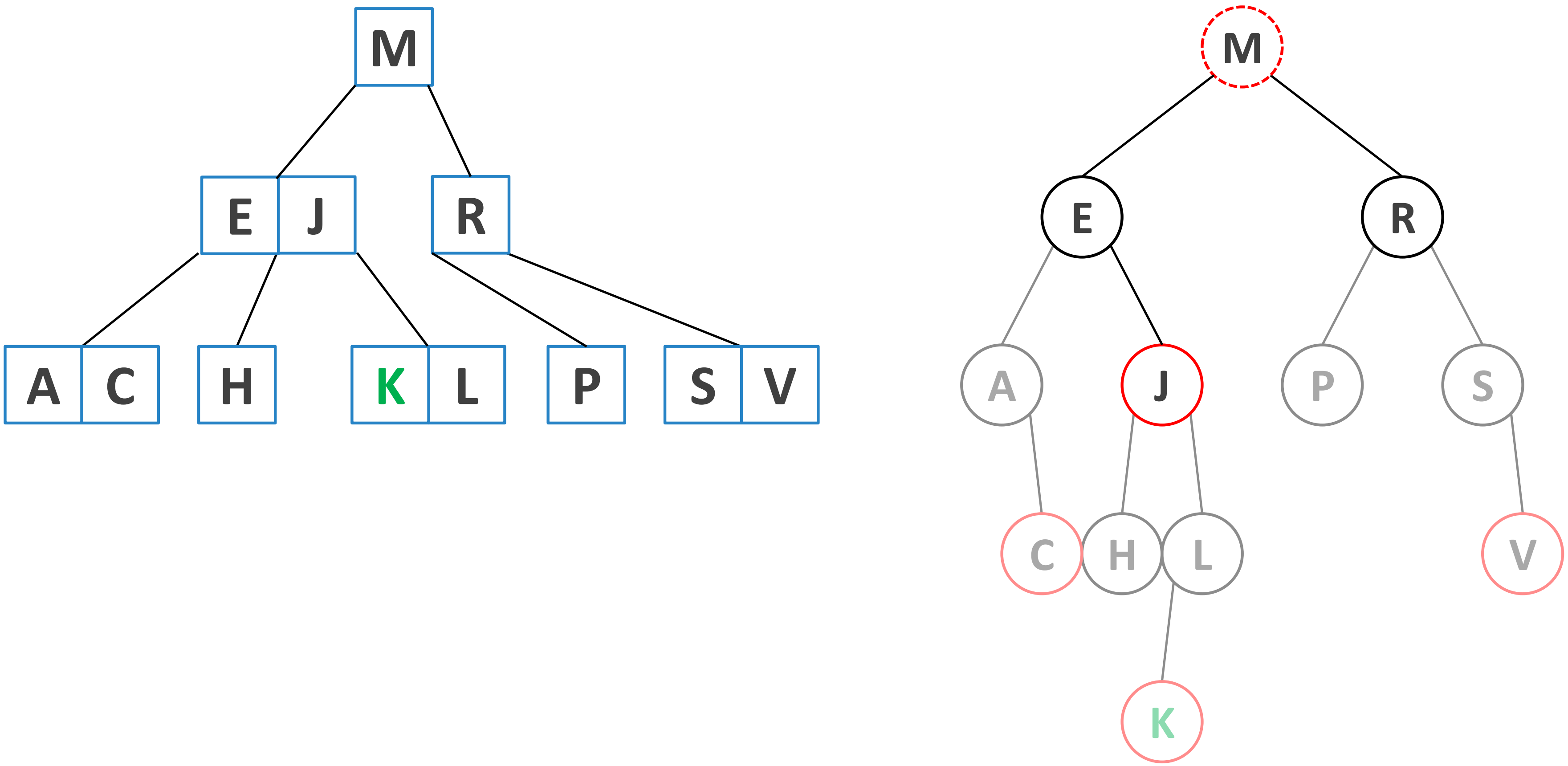
El tío del nodo conflictivo es **rojo**

Insertemos la K



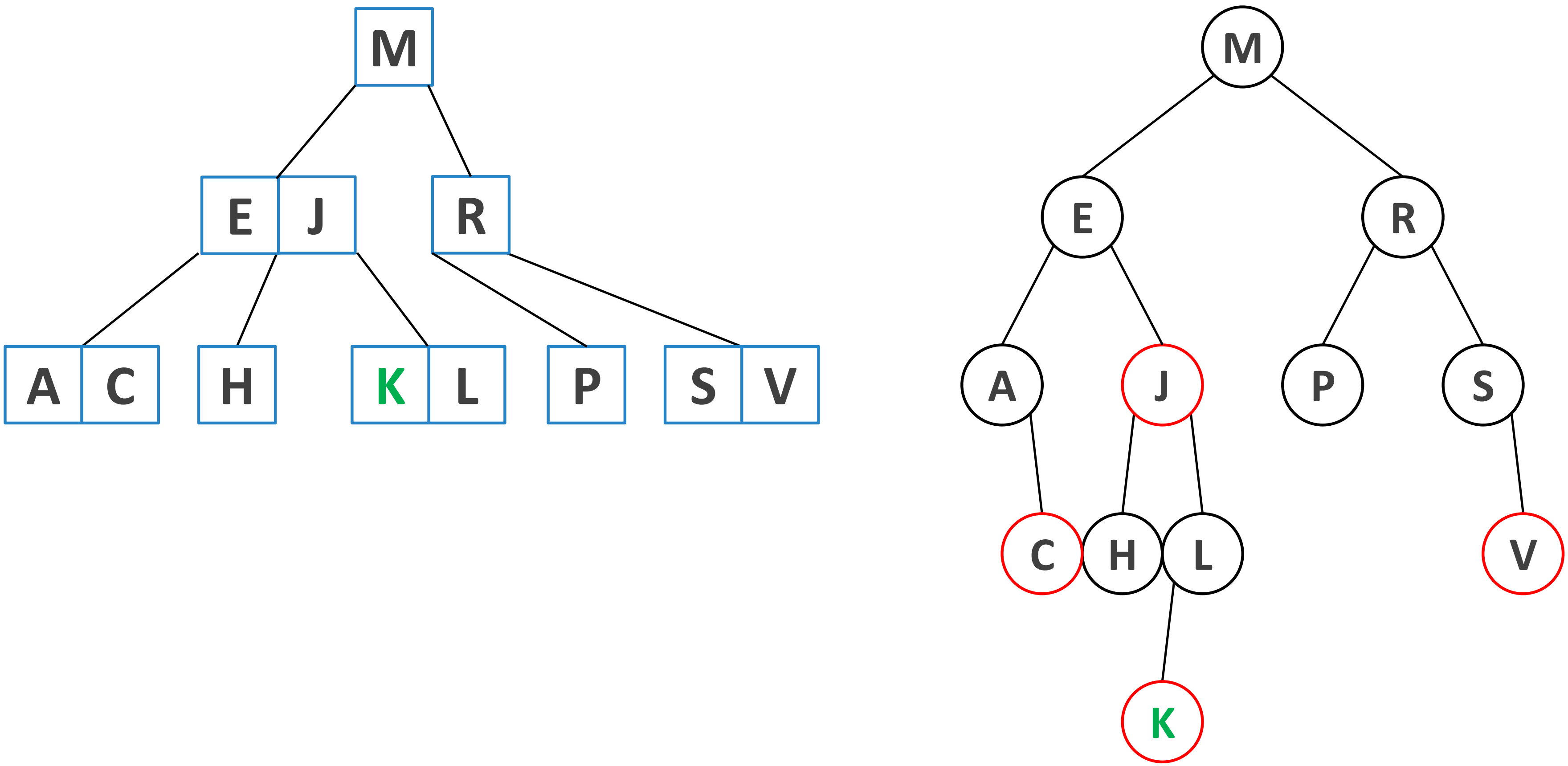
Cambio de color

Insertemos la K



La raíz es roja: se cambia a negro

Insertemos la K



¡Listo!

Inserción en Rojo-Negro

Los nodos siempre se insertan rojos

Si su padre es rojo, hay dos casos según el color del tío:

- Si el tío es negro, tenemos el aumento de grado en el nodo del 2-4
  - Se soluciona con rotaciones y cambios de color. No genera más conflictos.
- Si el tío es rojo, tenemos el caso en que el nodo del 2-4 rebalsa
  - Se soluciona cambiando colores. Puede generar conflictos hacia arriba.

Control

Demuestra que la altura de un árbol rojo-negro con n nodos es $O(\log n)$