

Direct numerical simulation of controlled turbulent duct flows

Steffen Straub | 6. November 2015

ABSCHLUSSVORTRAG



Department of Mechanics
Königlich Technische Hochschule
Schweden

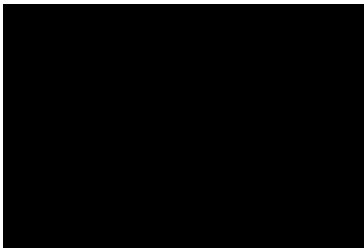
- 1 Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick

- 1 Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick

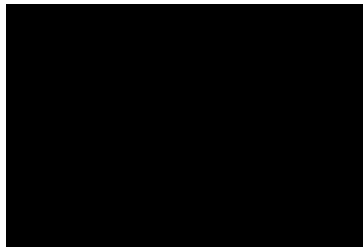
- 1 Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick

- 1 Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick

- 1 Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick



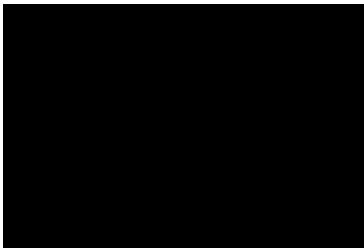
Quelle: ecodaily.org



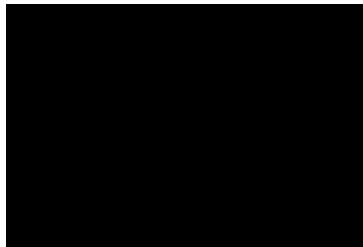
Quelle: nasa.gov

Strömungskontrolle

- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:



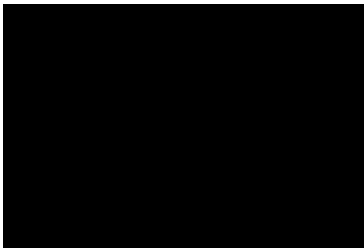
Quelle: ecodaily.org



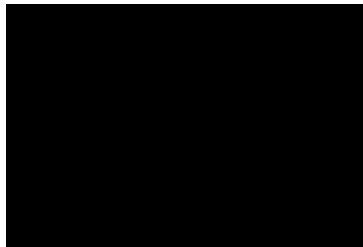
Quelle: nasa.gov

Strömungskontrolle

- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:
 - Kosten ↓
 - Umwelt



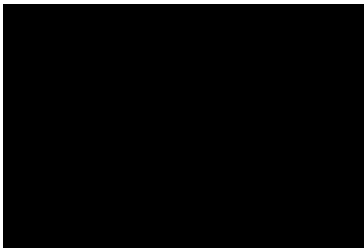
Quelle: ecodaily.org



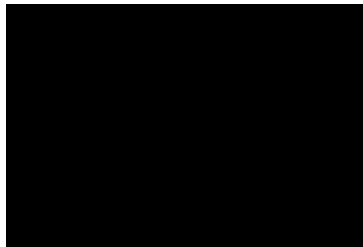
Quelle: nasa.gov

Strömungskontrolle

- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:
 - Kosten ↓
 - Umwelt



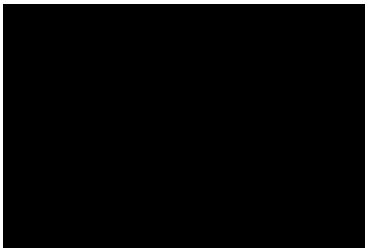
Quelle: ecodaily.org



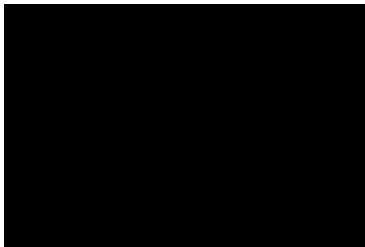
Quelle: nasa.gov

Strömungskontrolle

- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:
 - Kosten ↓
 - Umwelt



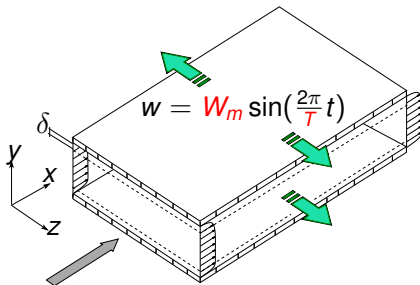
Quelle: ecodaily.org



Quelle: nasa.gov

Strömungskontrolle

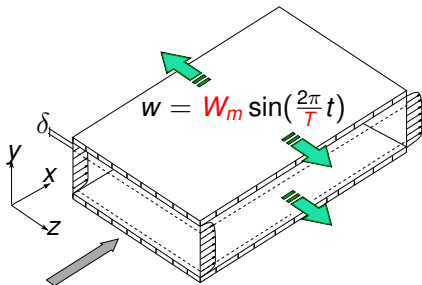
- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:
 - Kosten ↓
 - Umwelt



$$DR := \frac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände

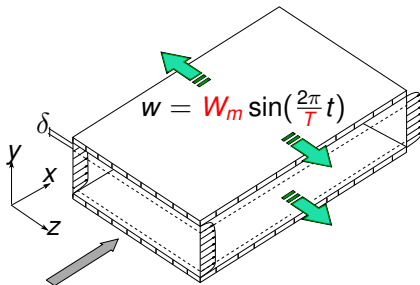
- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen



$$DR := \frac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände

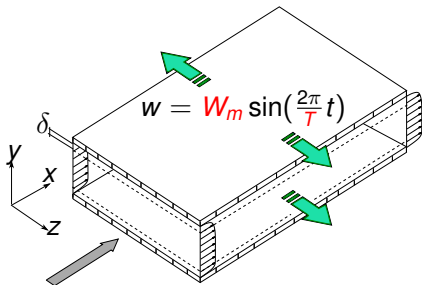
- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen



$$DR := \frac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände

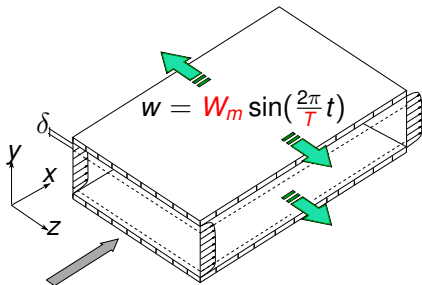
- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen



$$DR := \frac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände

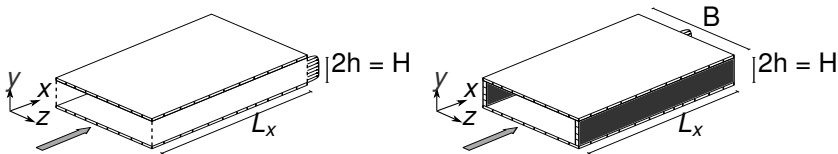
- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen



$$DR := \frac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

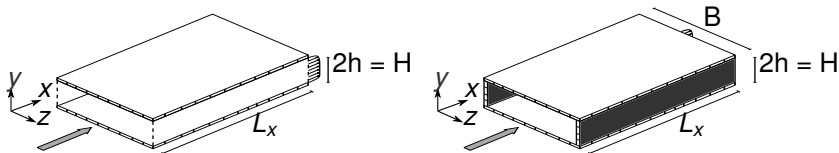
Harmonisch oszillierende Wände

- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen



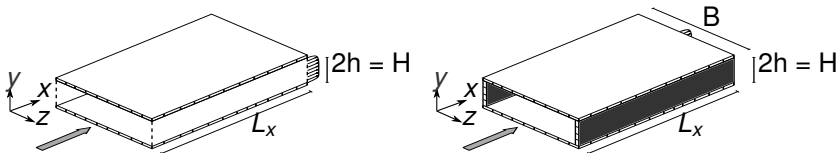
Spezielle Eigenschaften des Ducts

- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitischer Koordinate z
- Seitenverhältnis
- Sekundärströmung



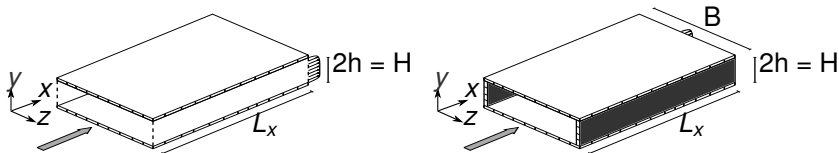
Spezielle Eigenschaften des Ducts

- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitischer Koordinate z
- Seitenverhältnis
- Sekundärströmung



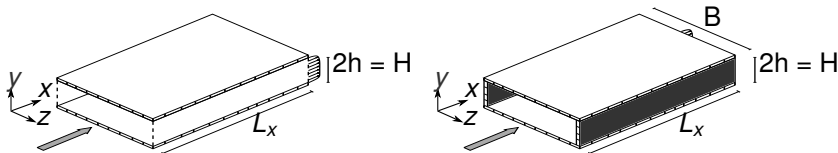
Spezielle Eigenschaften des Ducts

- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitischer Koordinate z
- Seitenverhältnis
- Sekundärströmung



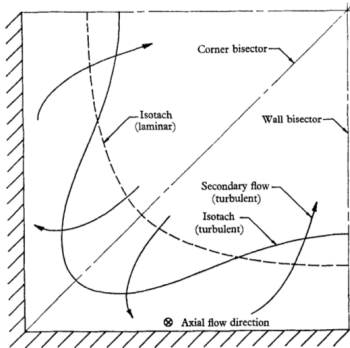
Spezielle Eigenschaften des Ducts

- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitischer Koordinate z
- Seitenverhältnis
- Sekundärströmung

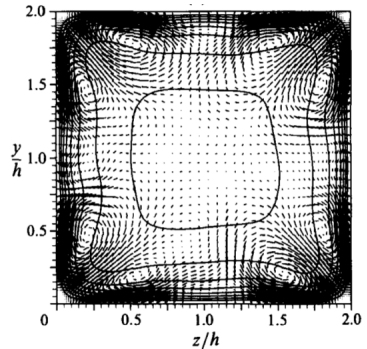


Spezielle Eigenschaften des Ducts

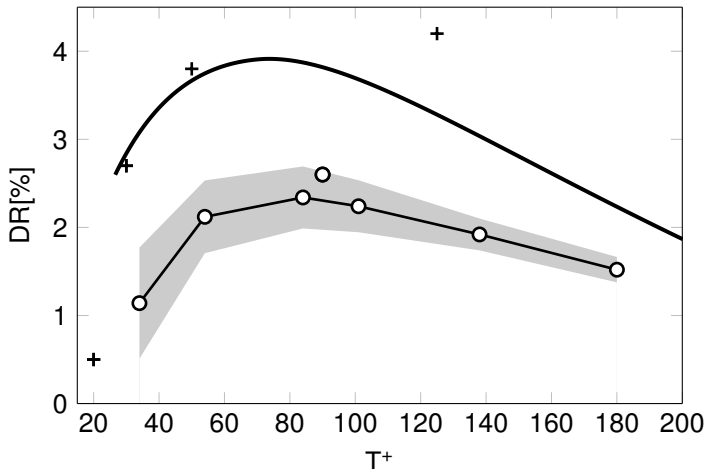
- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitischer Koordinate z
- Seitenverhältnis
- Sekundärströmung



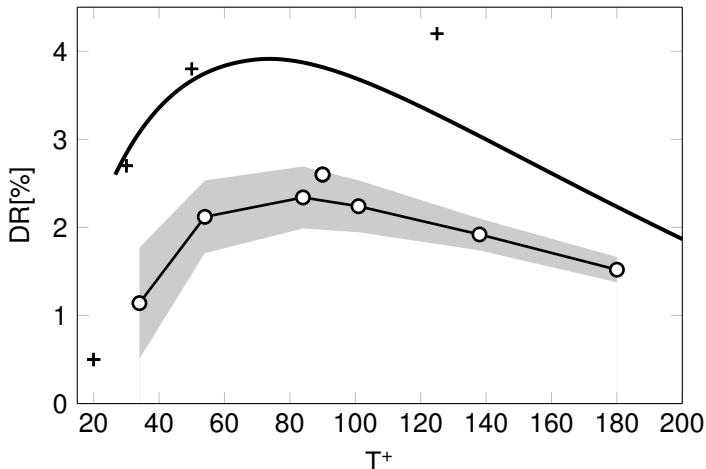
Gessner and Jones (1965)



Gavrilakis (1992)



Diskrepanz: Experiment – Simulation!



Diskrepanz: Experiment – Simulation!

DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im Duct mit einem *neuen* Tool: Nek5000

Fokus der Untersuchung

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung

DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im Duct mit einem *neuen* Tool: Nek5000

Fokus der Untersuchung

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung

DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im Duct mit einem *neuen* Tool: Nek5000

Fokus der Untersuchung

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung

DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im Duct mit einem *neuen* Tool: Nek5000

Fokus der Untersuchung

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung

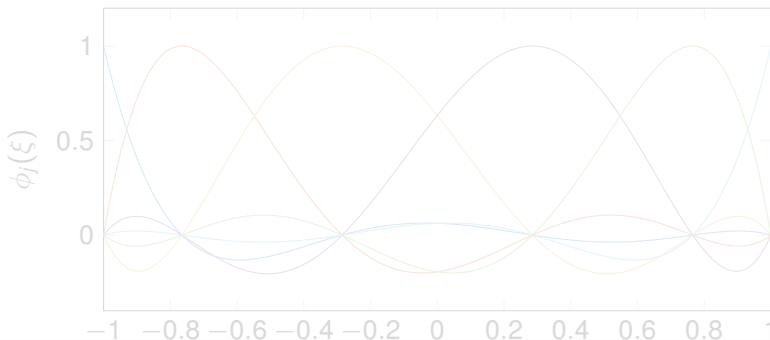
DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im Duct mit einem *neuen* Tool: Nek5000

Fokus der Untersuchung

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung

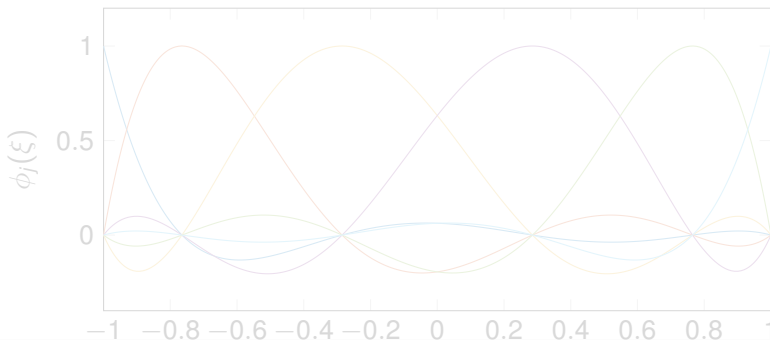
Spectral element method (SEM)

- Herleitung: Methode der gewichteten Residuen (Galerkin Methode)
 - Grundgleichungen in Integralform
- Basisfunktionen: Lagrange Interpolationspolynome höherer Ordnung (GLL) je Element



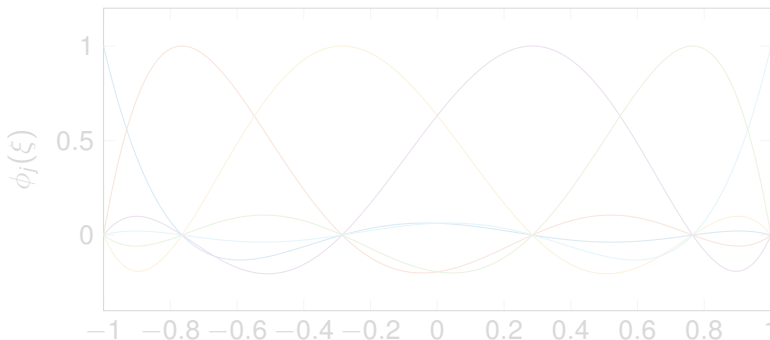
Spectral element method (SEM)

- Herleitung: Methode der gewichteten Residuen (Galerkin Methode)
 - Grundgleichungen in Integralform
- Basisfunktionen: Lagrange Interpolationspolynome höherer Ordnung (GLL) je Element



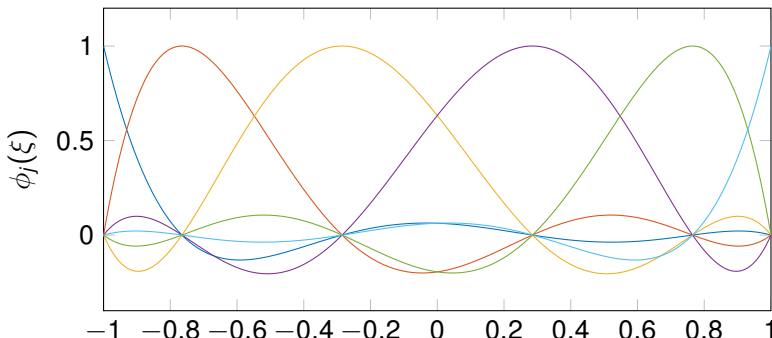
Spectral element method (SEM)

- Herleitung: Methode der gewichteten Residuen (Galerkin Methode)
 - Grundgleichungen in Integralform
- Basisfunktionen: Lagrange Interpolationspolynome höherer Ordnung (GLL) je Element



Spectral element method (SEM)

- Herleitung: Methode der gewichteten Residuen (Galerkin Methode)
 - Grundgleichungen in Integralform
- Basisfunktionen: Lagrange Interpolationspolynome höherer Ordnung (GLL) je Element



	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global

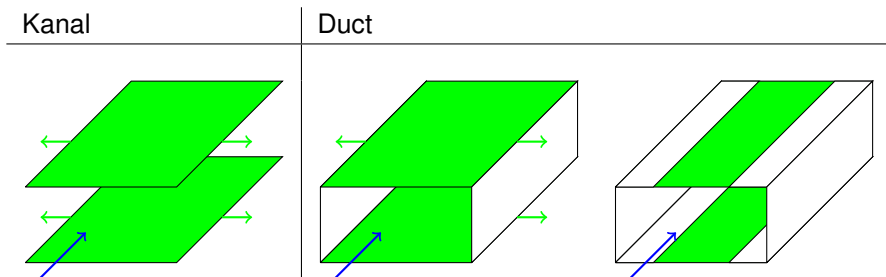
	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global
Konvergenz	algebraisch	spektral	spektral

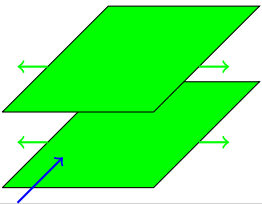
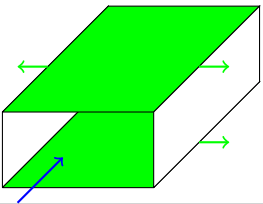
	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global
Konvergenz	algebraisch	spektral	spektral

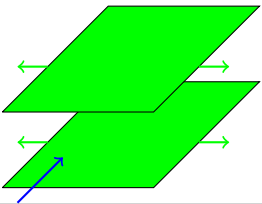
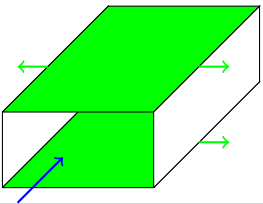
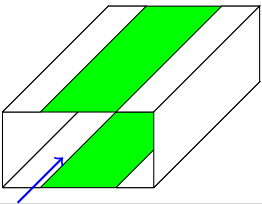
- ⊕ SEM vereint Vielseitigkeit der FEM mit hoher Konvergenzrate der Spektralmethoden!

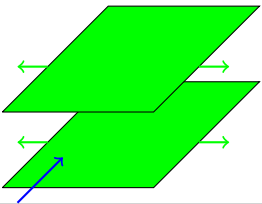
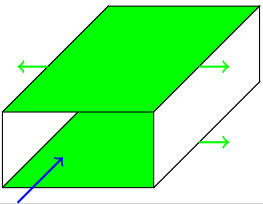
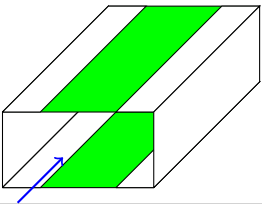
	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global
Konvergenz	algebraisch	spektral	spektral

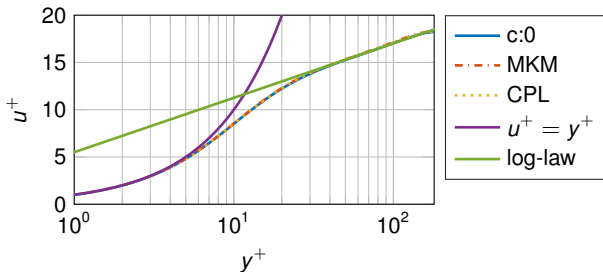
- + SEM vereint Vielseitigkeit der FEM mit hoher Konvergenzrate der Spektralmethoden!
- 10 - 20 mal langsamer als pseudo spectral method (Ohlsson et al., 2011)

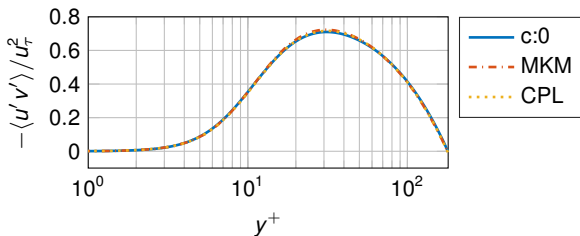
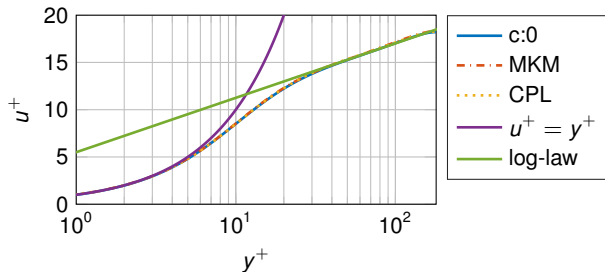


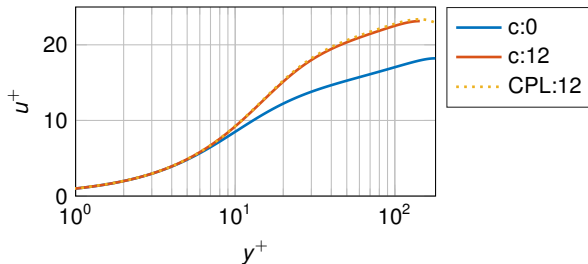
Kanal	Duct
	
<ul style="list-style-type: none"> c:0 	<ul style="list-style-type: none"> d:0

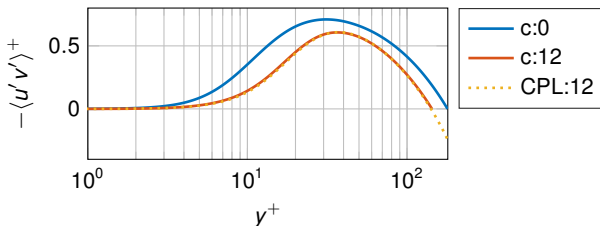
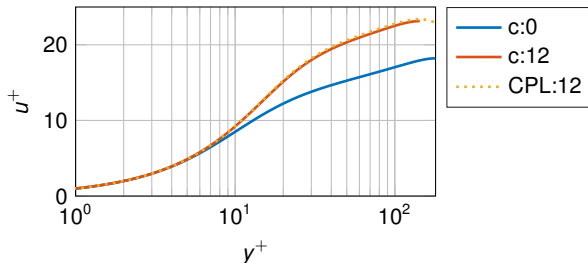
Kanal	Duct	
		
<ul style="list-style-type: none"> • c:0 • c:4.5 	<ul style="list-style-type: none"> • d:0 • d:4.5 	<ul style="list-style-type: none"> • p:4.5

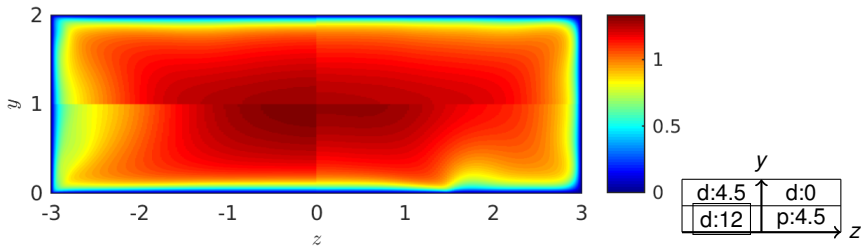
Kanal	Duct	
		
<ul style="list-style-type: none"> • c:0 • c:4.5 • c:12 	<ul style="list-style-type: none"> • d:0 • d:4.5 • d:12 	<ul style="list-style-type: none"> • p:4.5

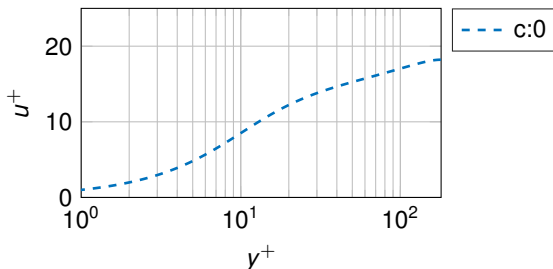
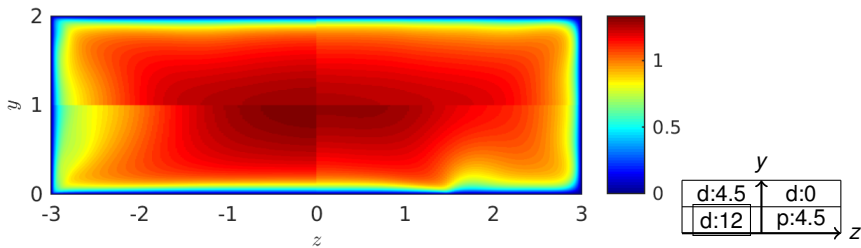


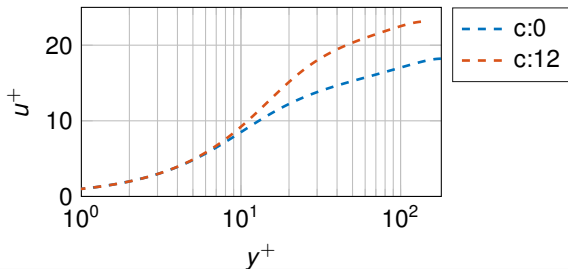
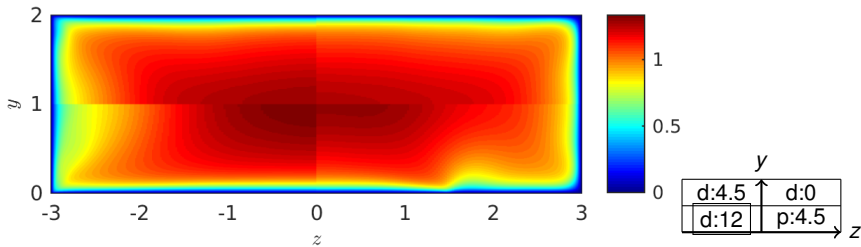


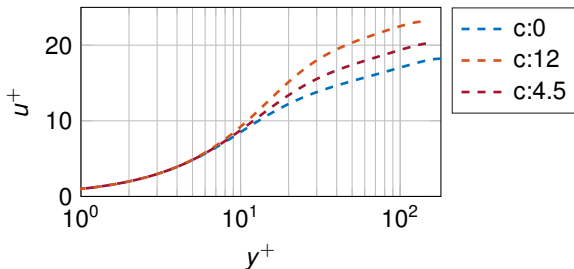
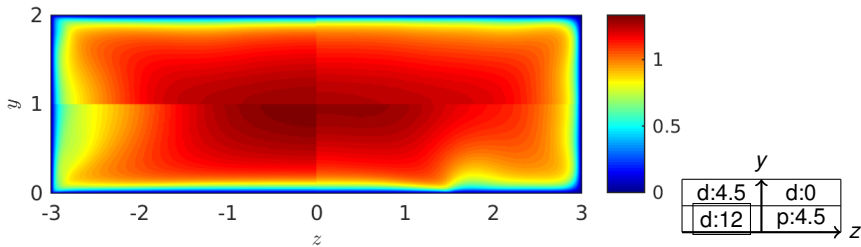


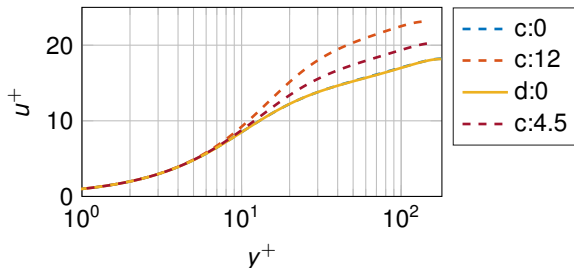
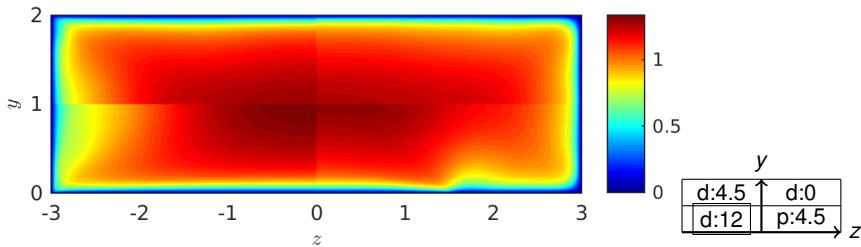


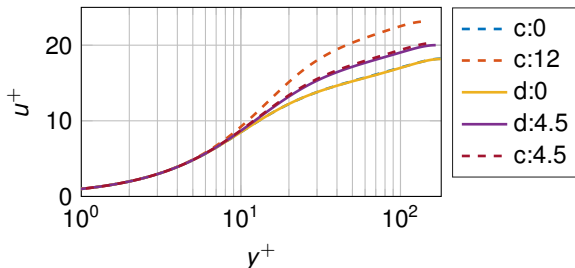
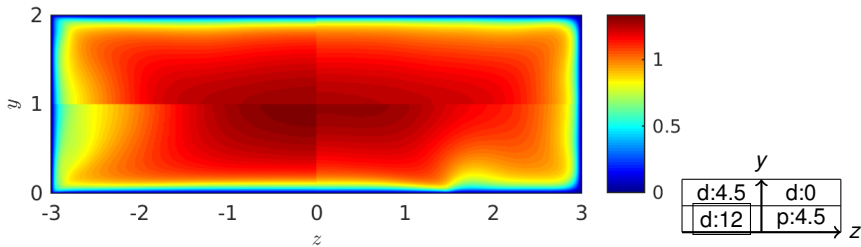


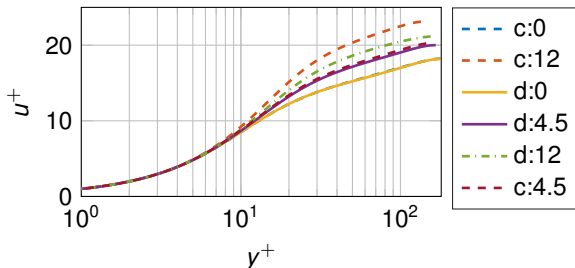
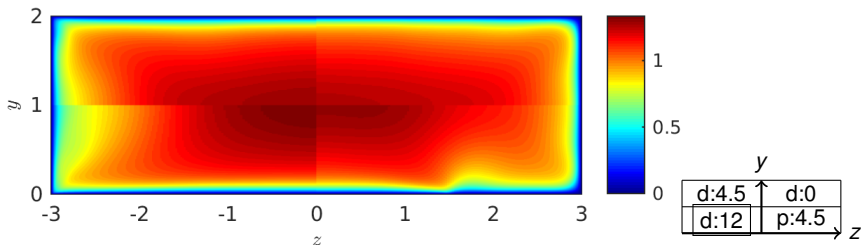


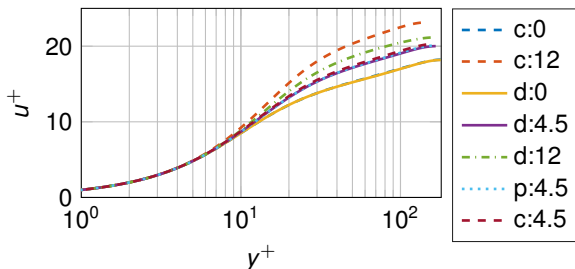
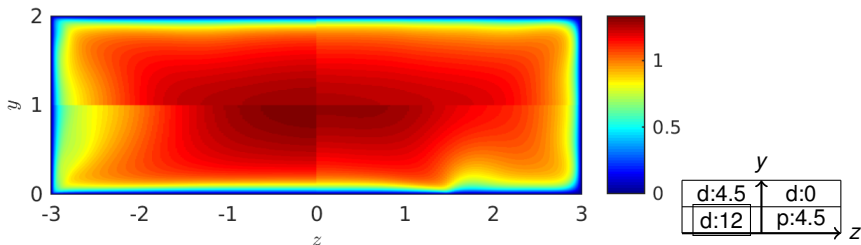


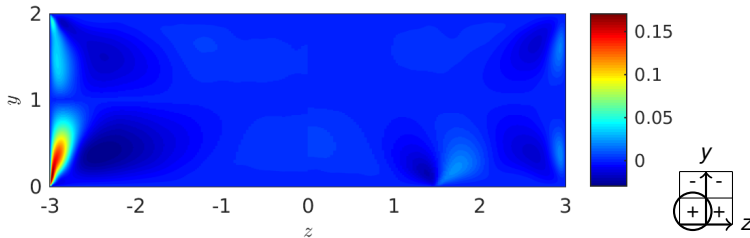




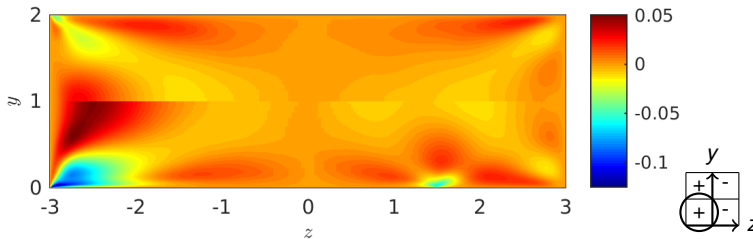
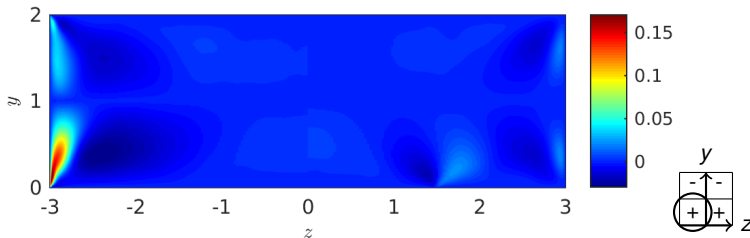




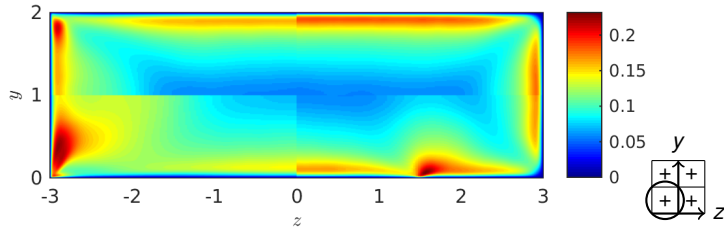




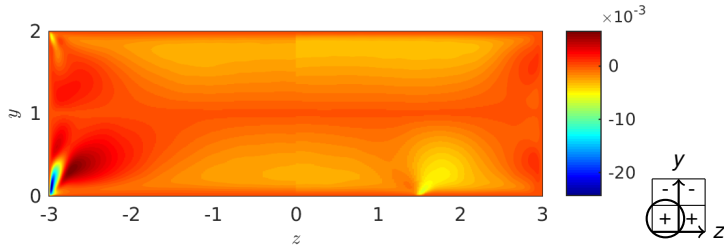
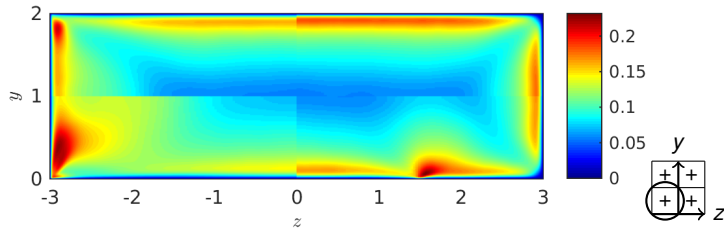
gemittelte Statistiken: V und W



gemittelte Statistiken: $\langle u_{rms} \rangle$ und $\langle u'v' \rangle$

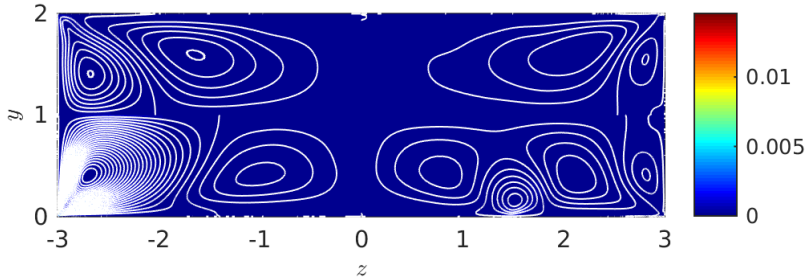


gemittelte Statistiken: $\langle u_{rms} \rangle$ und $\langle u'v' \rangle$

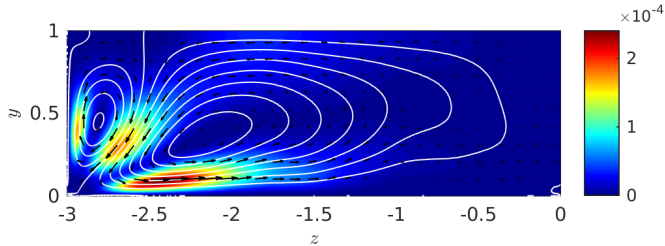


Kinetische Energie der Sekundärströmung

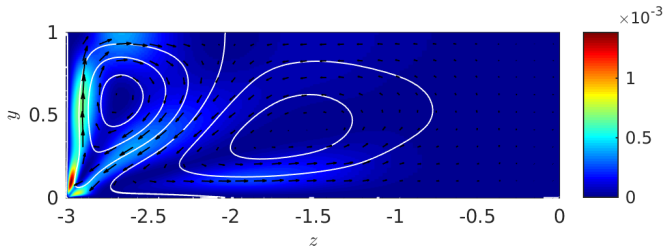
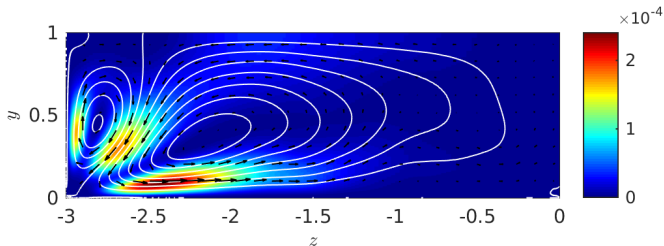
$$K := \frac{1}{2}(V^2 + W^2)$$



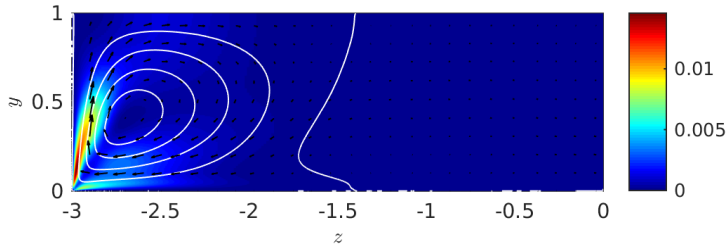
Sekundärströmung: d:0 und d:4.5



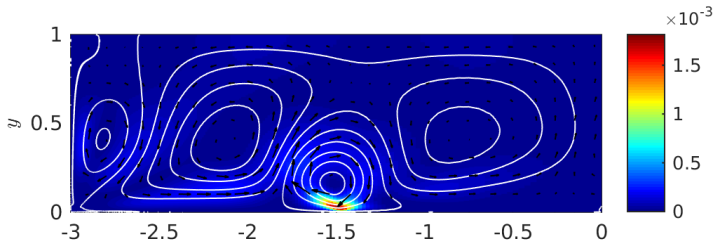
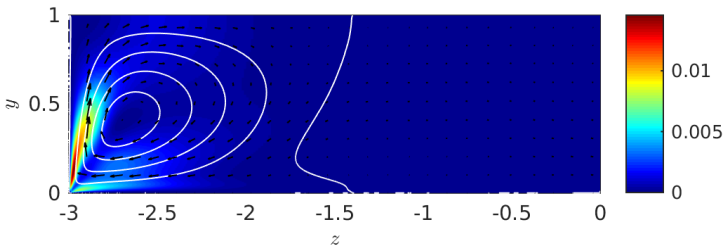
Sekundärströmung: d:0 und d:4.5

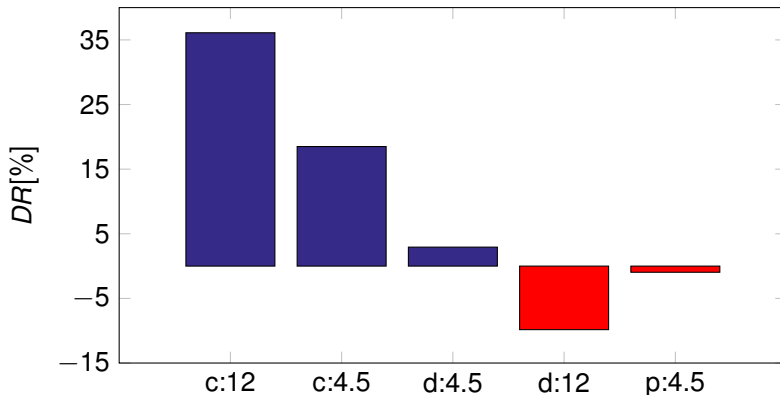


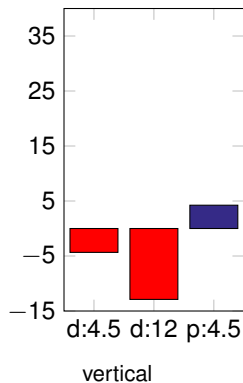
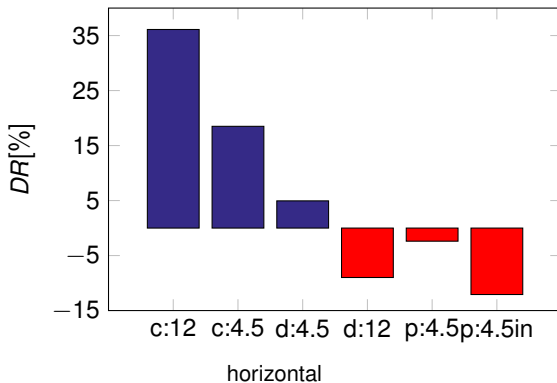
Sekundärströmung: d:12 und p:4.5

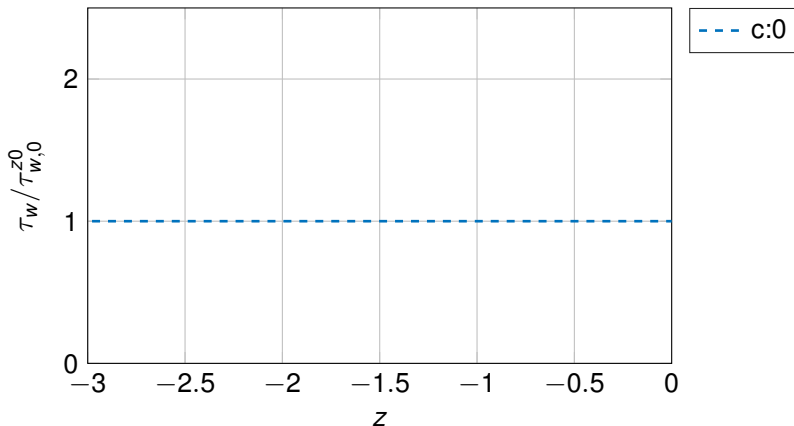


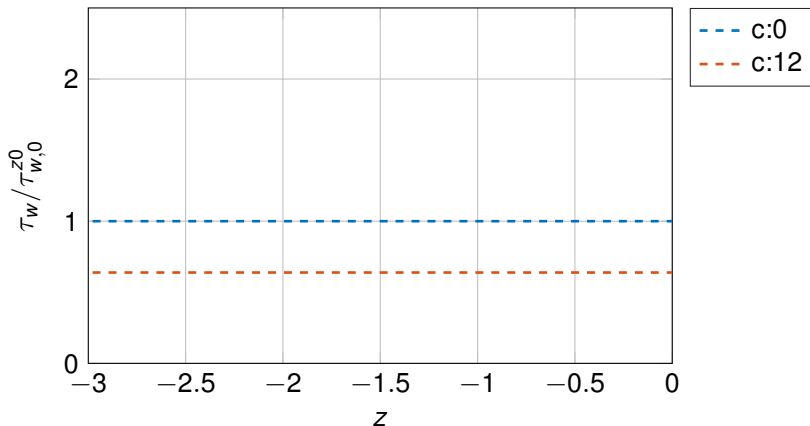
Sekundärströmung: d:12 und p:4.5

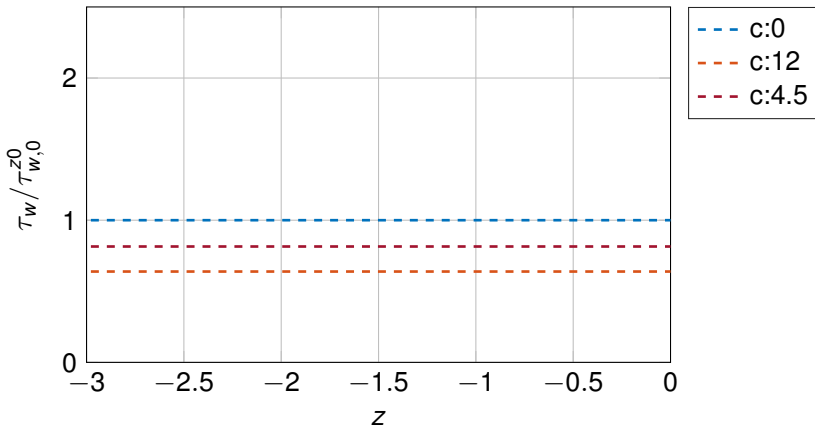


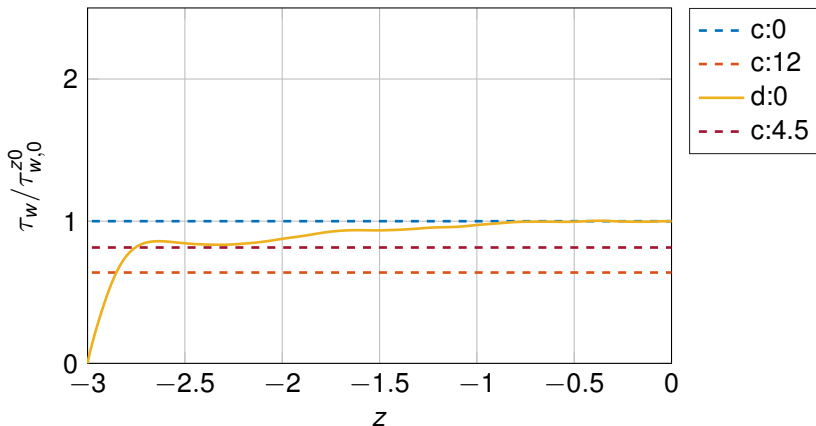


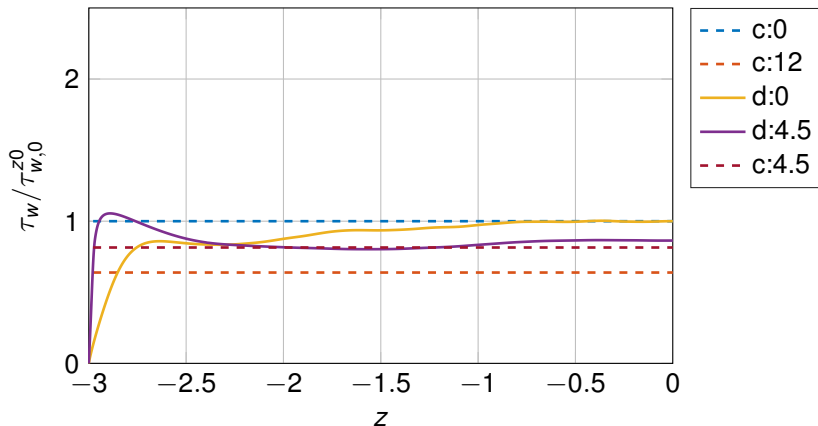


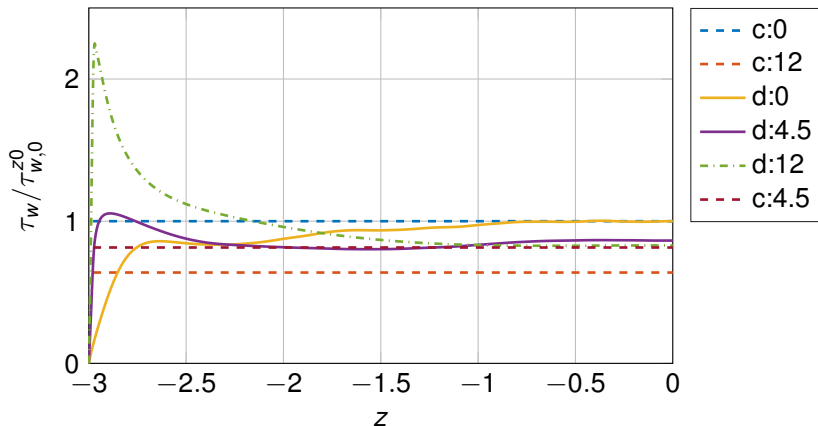


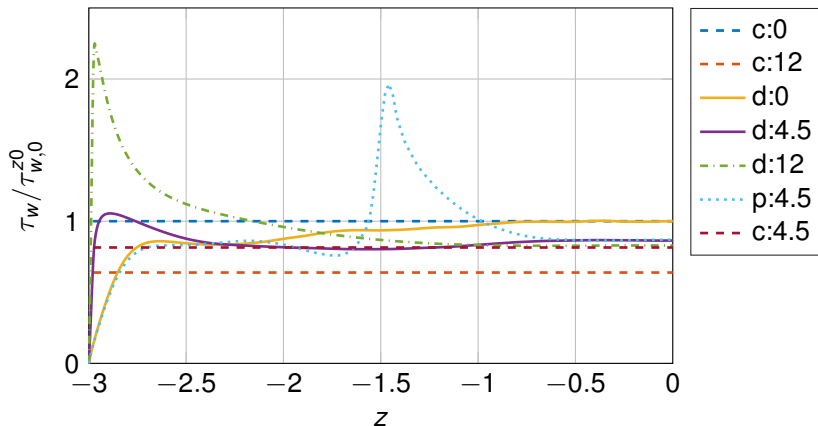












Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct

Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct

Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct

Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct

Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

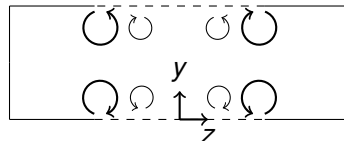
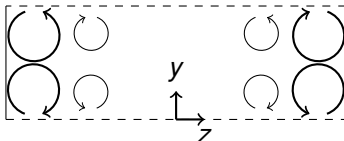
- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct

Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct



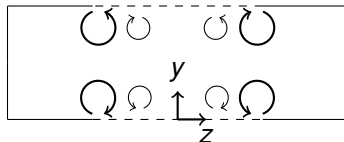
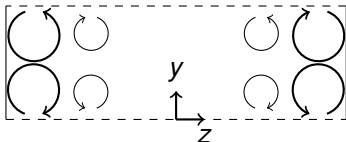
Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche

Weitere Fragen werden aufgeworfen!



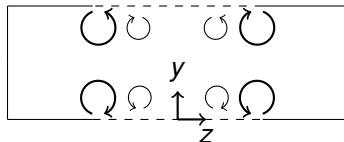
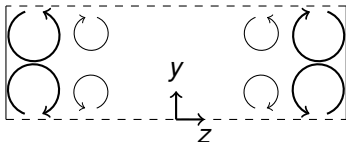
Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche

Weitere Fragen werden aufgeworfen!



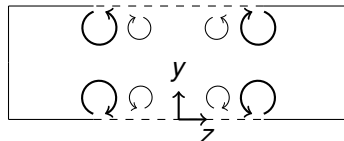
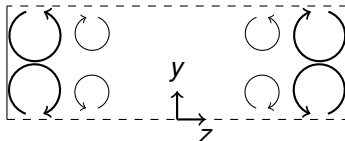
Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche

Weitere Fragen werden aufgeworfen!



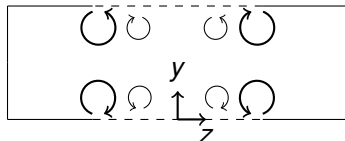
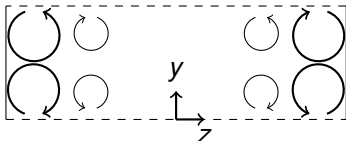
Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche

Weitere Fragen werden aufgeworfen!



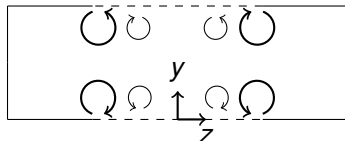
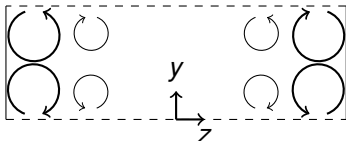
Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche

Weitere Fragen werden aufgeworfen!



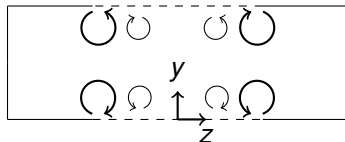
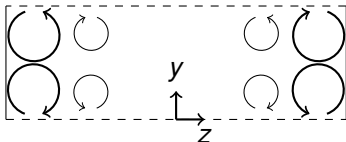
Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche

Weitere Fragen werden aufgeworfen!



Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche

Weitere Fragen werden aufgeworfen!

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - Verändere Übergang bewegt – unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds–Spannungen induzierte?
 - Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - Leite Modell aus Ergebnissen ab

The End!



-
- S. Gavrilakis. Numerical simulation of low-Reynolds-number turbulent flow through a straight square duct. Journal of Fluid Mechanics, 244:101–129, 1992.
- F. Gessner and J. B. Jones. On some aspects of fully-developed turbulent flow in rectangular channels. Journal of Fluid Mechanics, 23:689–713, 1965.
- J. Kim, P. Moin, and R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. Journal of Fluid Mechanics, 177:133–166, 1987.
- J. Ohlsson, P. Schlatter, C. Mavriplis, and D. Henningson. The spectral-element and pseudo-spectral methods: A comparative study. In J. S. Hesthaven and E. M. Rønquist, editors, Spectral and High Order Methods for Partial Differential Equations, volume 76 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering, pages 459–467. Springer

Navier–Stokes Gleichungen

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2} \quad (2)$$

RANS Gleichungen: $u_j = U_j + u'_j$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial U_j}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u'_i u'_j \rangle. \quad (4)$$

Navier–Stokes Gleichungen

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2} \quad (2)$$

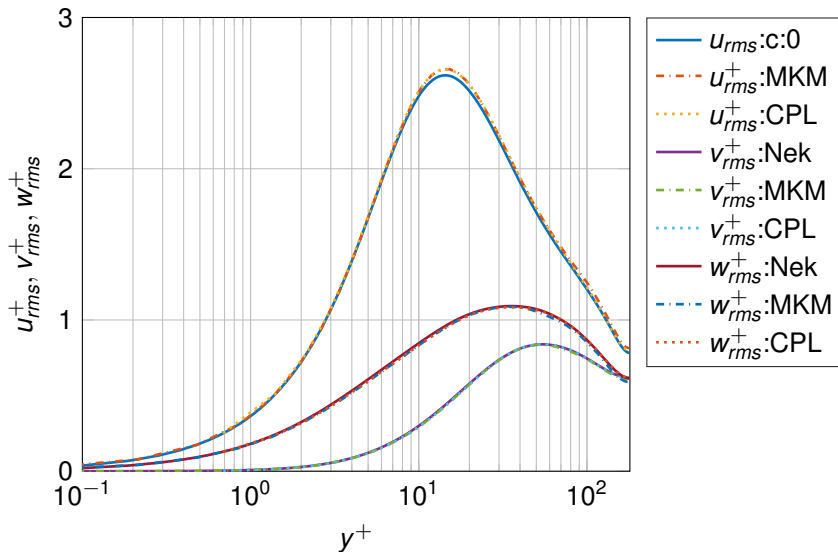
RANS Gleichungen: $u_j = U_j + u'_j$

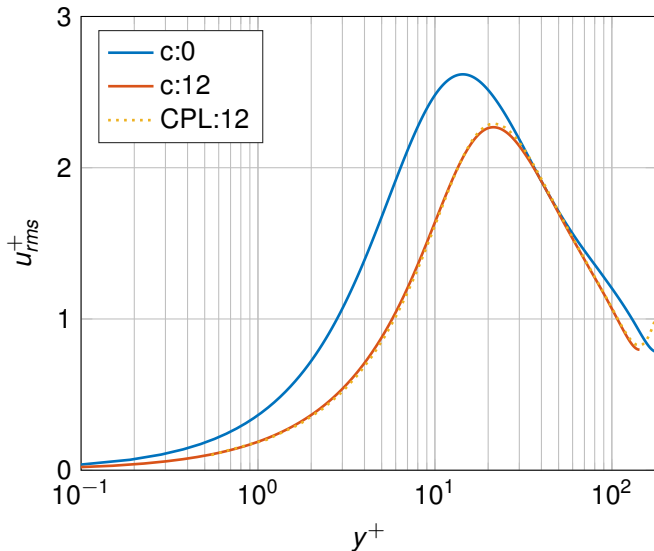
$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

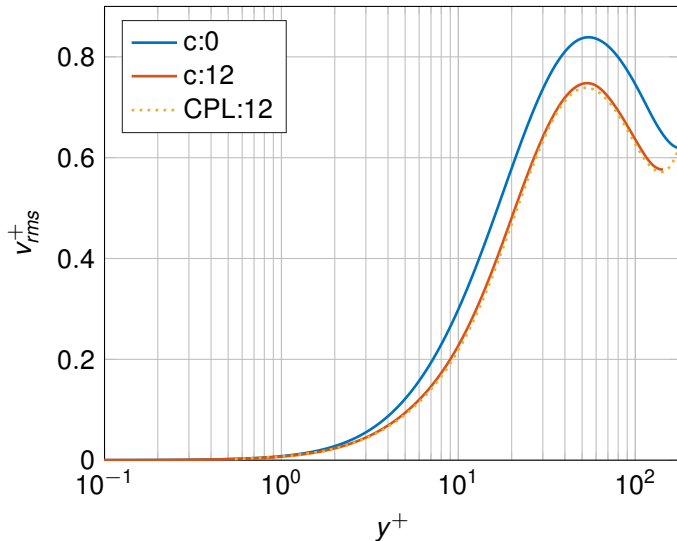
$$\rho \left(\frac{\partial U_j}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u'_i u'_j \rangle. \quad (4)$$

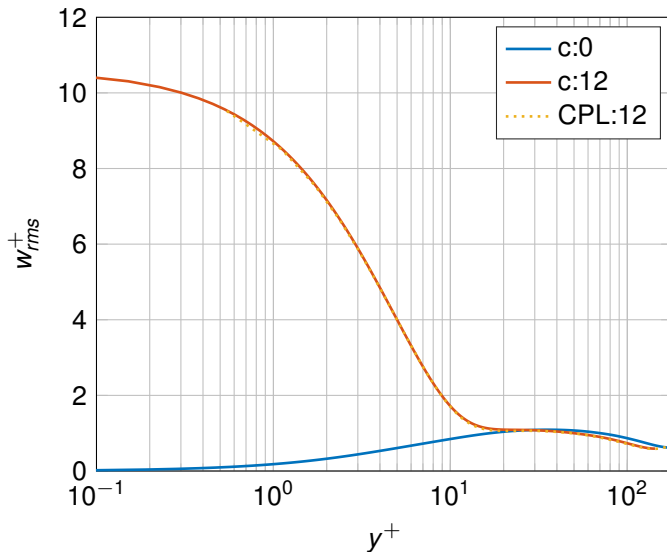
Tabelle : Unkontrollierter Kanal

	c:0	Kim et al. (1987)
Re_b	2800	≈ 2800
Re_τ	179.3	≈ 180
Re_c	3266	≈ 3300
U_c/U_b	1.16	1.16
C_f	$8.20 \cdot 10^{-3}$	$8.18 \cdot 10^{-3}$









gemittelte Statistiken: v_{rms} und $u'w'$

