



Direct numerical simulation of controlled turbulent duct flows

Steffen Straub | 6. November 2015

ABSCHLUSSVORTRAG



Department of Mechanics Königlich Technische Hochschule Schweden



- Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick



- Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick



- Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick



- Einleitung
- 2 Methoden
- 3 Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick

S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows



- Einleitung
- 2 Methoden
- Validierung
- 4 Ergebnisse
 - gemittelte Statistiken
 - Sekundärströmung
 - Reibungsminderung
- 5 Zusammenfassung & Ausblick

S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows





Quelle: ecodaily.org Quelle: nasa.gov

- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:





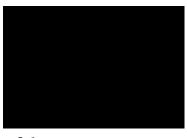


Quelle: ecodaily.org Quelle: nasa.gov

- turbulente Reibungsminderung
 - Effizienz steigern:
 - Kosten J
 - I Imwelt







Quelle: ecodaily.org Quelle: nasa.gov

- turbulente Reibungsminderung







Quelle: ecodaily.org Quelle: nasa.gov

- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:
 - Kosten ↓
 - Umwelt





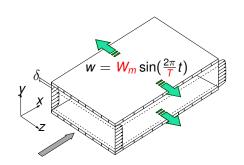




Quelle: ecodaily.org Quelle: nasa.gov

- turbulente Reibungsminderung
- Effizienz steigern:
 - Kosten ↓
 - Umwelt



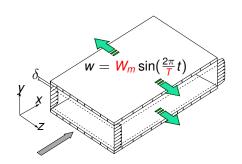


$$DR:=rac{C_{f,0}-C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände







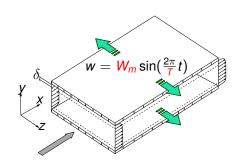
$$DR := \frac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände

- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen







$$DR := rac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände

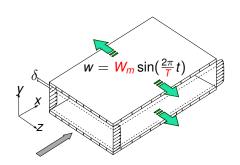
- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren

S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows

+ viele numerische und experimentelle Untersuchungen







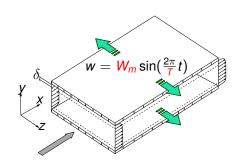
$$DR := rac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

Harmonisch oszillierende Wände

- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen







$$DR := \frac{C_{f,0} - C_{f,c}}{C_{f,0}}$$

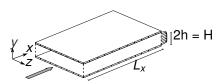
Harmonisch oszillierende Wände

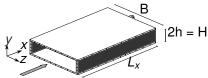
- + hohe Reibungsminderung
- + einfache Technik
- + einfach zu implementieren
- + viele numerische und experimentelle Untersuchungen



Channel - Duct





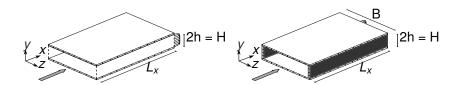


- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitiger Koordinate z
 - Seitenverhälnis
 - Sekundärströmung



Channel – Duct

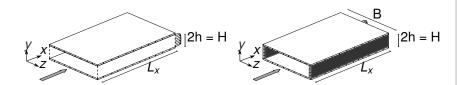






Channel – Duct



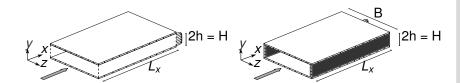


- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitiger Koordinate z



Channel - Duct





Spezielle Eigenschaften des Ducts

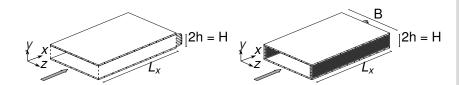
S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows

- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitiger Koordinate z
- Seitenverhälnis
- Sekundärströmung



Channel – Duct



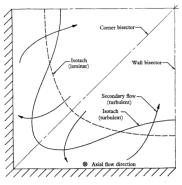


- Gemittelte Größen sind abhängig von spannweitiger Koordinate z
- Seitenverhälnis
- Sekundärströmung

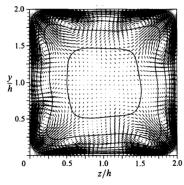


Sekundärströmung





Gessner and Jones (1965)

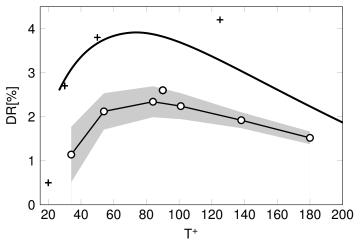


Gavrilakis (1992)



Problemstellung





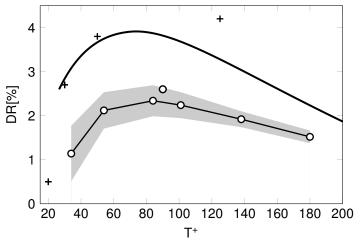
Diskrepanz: Experiment – Simulation!



6. November 2015

Problemstellung





Diskrepanz: Experiment - Simulation!



Einleitung

Methoden

6. November 2015



DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im <u>Duct</u> mit einem *neuen* Tool: Nek5000

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung



DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im <u>Duct</u> mit einem *neuen* Tool: Nek5000

Fokus der Untersuchung

Sekundärströmung

Reibungsminderung





DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im <u>Duct</u> mit einem *neuen* Tool: Nek5000

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung





DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im Duct mit einem neuen Tool: Nek5000

- Sekundärströmung





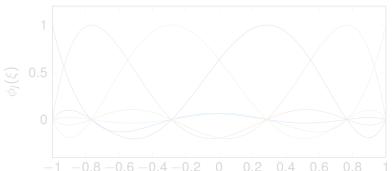
DNS einer kontrollierten turbulenten Strömung im <u>Duct</u> mit einem *neuen* Tool: Nek5000

- Sekundärströmung
- Reibungsminderung





Spectral element method (SEM)





Einleitung S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows

Methoden

Validierung

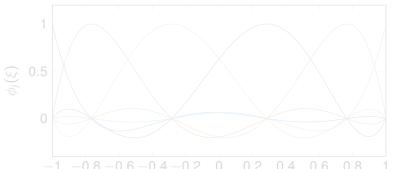
6. November 2015

Zus. & Aus.



Spectral element method (SEM)

- Herleitung: Methode der gewichteten Residuen (Galerkin Methode)
 - Grundgleichungen in Integralform

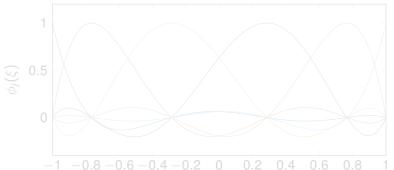






Spectral element method (SEM)

- Herleitung: Methode der gewichteten Residuen (Galerkin Methode)
 - Grundgleichungen in Integralform
- Basisfunktionen: Lagrange Interpolationspolynome h\u00f6herer Ordnung (GLL) je Element





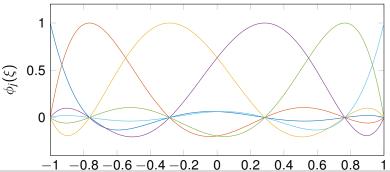
S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows

6. November 2015



Spectral element method (SEM)

- Herleitung: Methode der gewichteten Residuen (Galerkin Methode)
 - Grundgleichungen in Integralform
- Basisfunktionen: Lagrange Interpolationspolynome h\u00f6herer Ordnung (GLL) je Element





Einleitung



	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global





	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global
Konvergenz	algebraisch	spektral	spektral





	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global
Konvergenz	algebraisch	spektral	spektral

+ SEM vereint Vielseitigkeit der FEM mit hoher Konvergenzrate der Spektralmethoden!



Numerische Methoden

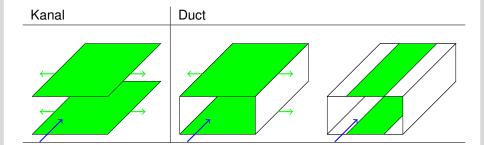


	FEM	SEM	pseudo spectral method
Ansatzfunktionen	lokal	lokal	global
Konvergenz	algebraisch	spektral	spektral

- + SEM vereint Vielseitigkeit der FEM mit hoher Konvergenzrate der Spektralmethoden!
- 10 20 mal langsamer als pseudo spectral method (Ohlsson et al., 2011)

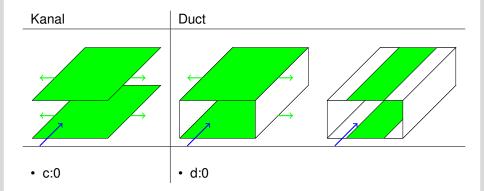








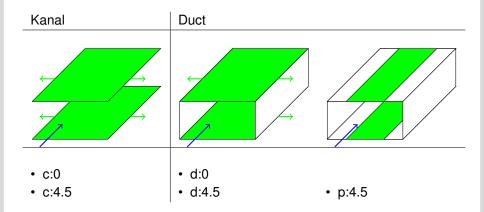






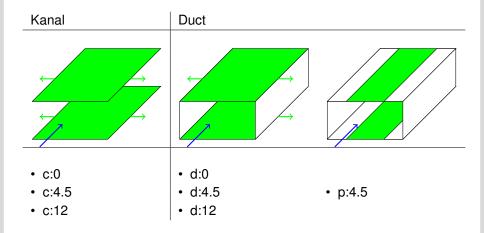
Einleitung







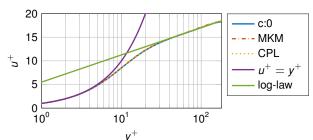






Validierung: unkontrolliert

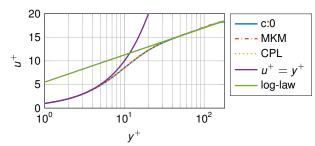


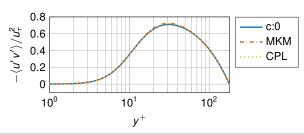




Validierung: unkontrolliert









Einleitung Methoden

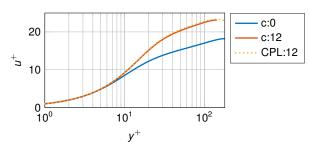
OOO

S. Straub – DNS of controlled turb. duct flows

Validierung ●○ Ergebnisse 00000000 Zus. & Aus.

Validierung: kontrolliert

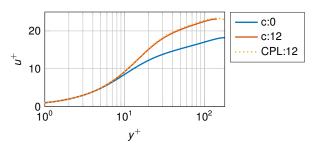


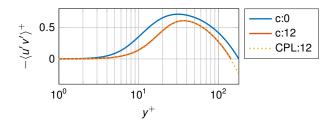




Validierung: kontrolliert



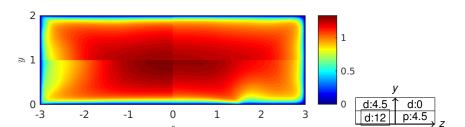






gemittelte Statistiken:U

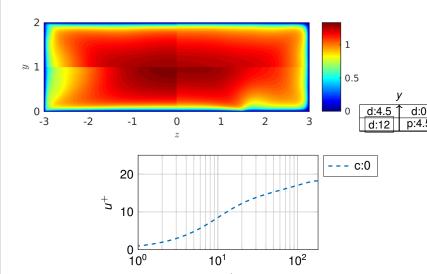






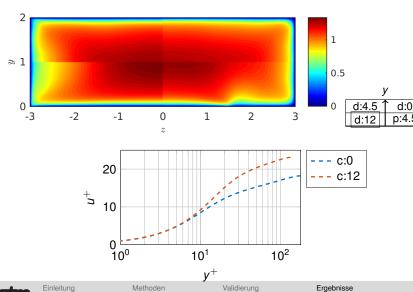
Einleitung



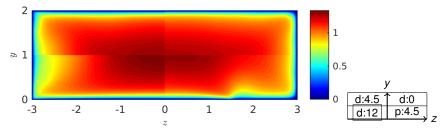


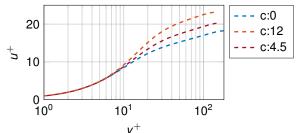










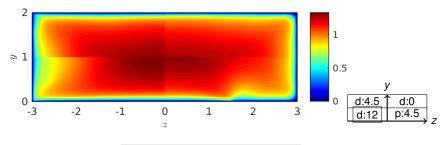


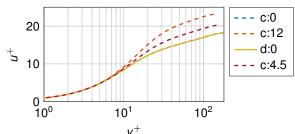


Einleitung

Methoden





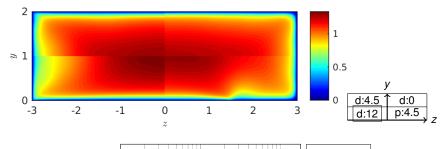


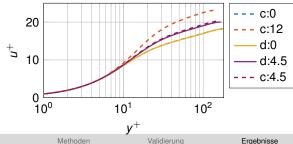


Einleitung

Methoden

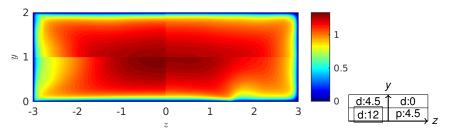


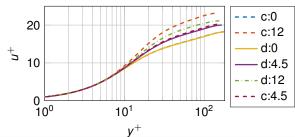










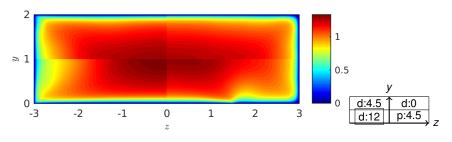


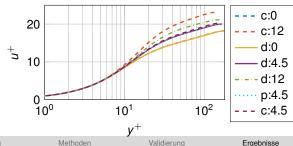


Einleitung

Methoden



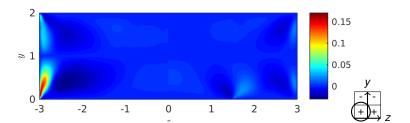






gemittelte Statistiken: V und W

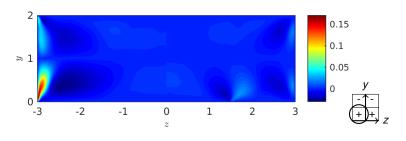


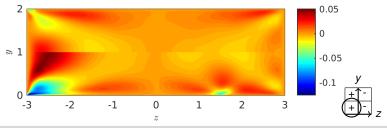




gemittelte Statistiken: V und W









Einleitung

OOOOO

S. Straub – DNS of controlled turb. duct flows

Validierung 00 Ergebnisse

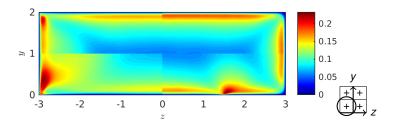
•••••••

6. November 2015

Zus. & Aus.

gemittelte Statistiken: $\langle u_{rms} \rangle$ und $\langle u'v' \rangle$



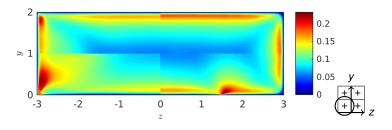


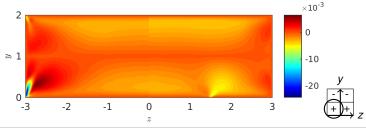


Einleitung

gemittelte Statistiken: $\langle u_{rms} \rangle$ und $\langle u'v' \rangle$







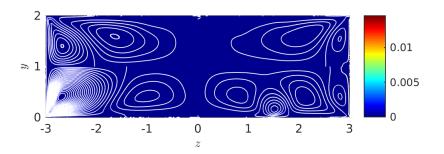


Sekundärströmung



Kinetische Energie der Sekundärströmung

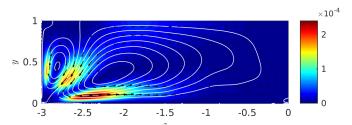
$$K := \frac{1}{2}(V^2 + W^2)$$





Sekundärströmung: d:0 und d:4.5



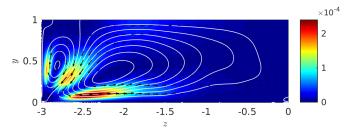


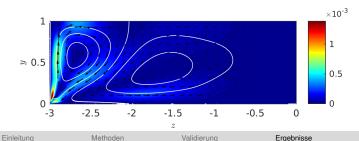


S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows

Sekundärströmung: d:0 und d:4.5









ooooo ooo S. Straub – DNS of controlled turb. duct flows

Validierung oo Ergebnisse

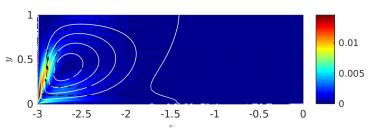
OOOOOO

6. November 2015

Zus. & Aus.

Sekundärströmung: d:12 und p:4.5

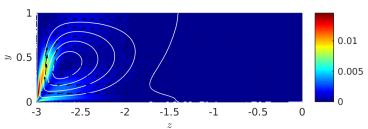


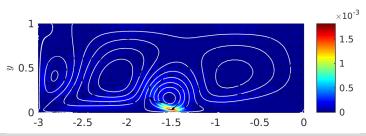




Sekundärströmung: d:12 und p:4.5









Einleitung

OOOOO

S. Straub – DNS of controlled turb. duct flows

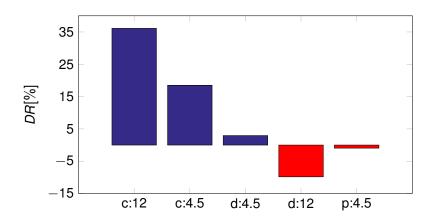
Validierung 00 Ergebnisse

○○○○●○○○

6. November 2015

Zus. & Aus.

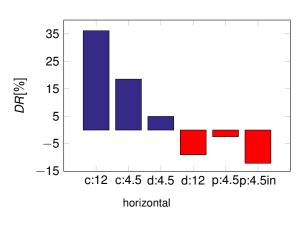


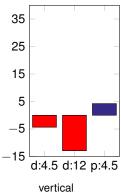




6. November 2015

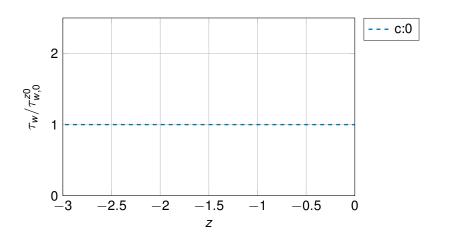






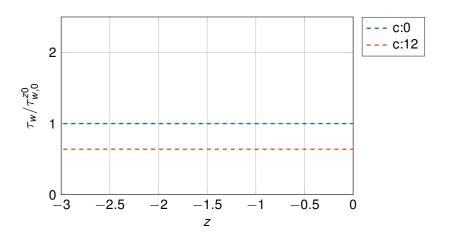
S. Straub - DNS of controlled turb. duct flows





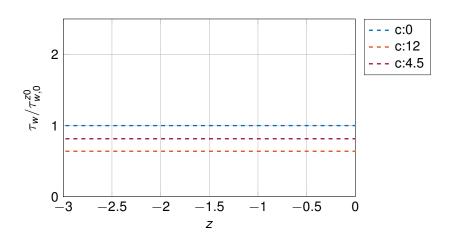






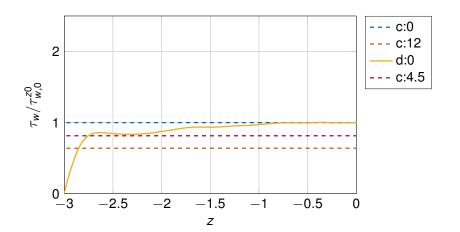






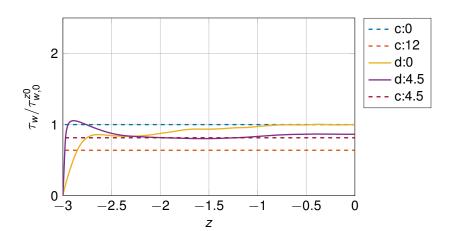






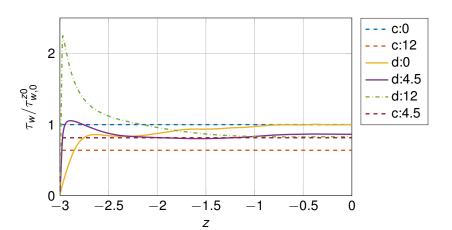






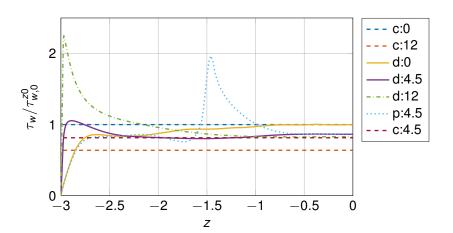














Zusammenfassung



Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct





Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

Starke interaktion zwischen Seitenwanden und Kontrollte

z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes $W_{\!\scriptscriptstyle f}$

stark verringerte Reibungsminderung im Duct





Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

Starke interaktion zwischen Seitenwanden und Kontrollte

z.T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes $W_{\!\scriptscriptstyle f}$

stark verringerte Reibungsminderung im Duct





Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- **z.T.** Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+
- stark verringerte Reibungsminderung im Duci





Was wurde untersucht?

- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- **z.T.** Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duci





Was wurde untersucht?

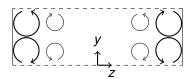
- Ursache für Diskrepanz zwischen Experiment und numerischer Simulation?
- DNS einer turbulenten Strömung im Duct mit harmonisch bewegten Wänden

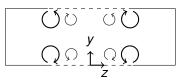
Was wurde gefunden?

- starke Interaktion zwischen Seitenwänden und Kontrolltechnik
- **z.**T. Auswirkungen bis in Ductmitte (hohes W_m^+)
- stark verringerte Reibungsminderung im Duct









Sekundärströmung

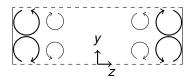
- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

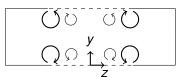
Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W⁺_m
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche









Sekundärströmung

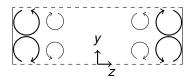
- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

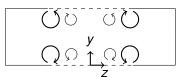
Reibungsminderung

- lacksquare lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche









Sekundärströmung

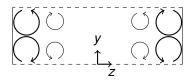
- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

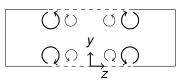
Reibungsminderung

- lacksquare lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche









Sekundärströmung

Strukturen werden verstärkt, verschoben

Methoden

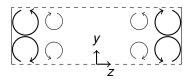
zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

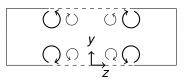
Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)









Sekundärströmung

Strukturen werden verstärkt, verschoben

Methoden

zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

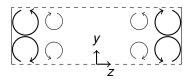
Reibungsminderung

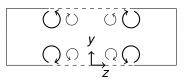
- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche



November 2015







Sekundärströmung

Strukturen werden verstärkt, verschoben

Methoden

zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

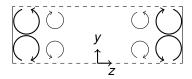
Reibungsminderung

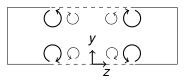
- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche



November 2015







Sekundärströmung

- Strukturen werden verstärkt, verschoben
- zusätzliches Wirbelpaar wird generiert

Reibungsminderung

- lokal gute Übereinstimmung mit Channel (bei kleinem W_m^+)
- Verluste hauptsächlich an Seitenwänden, Ende der Kontrollfläche





- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds—Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab



S. Straub - DNS of controlled turb, duct flows



- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab



S. Straub - DNS of controlled turb, duct flows



- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab



S. Straub - DNS of controlled turb, duct flows

25/26



- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab



S. Straub - DNS of controlled turb, duct flows



- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab





- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab



S. Straub - DNS of controlled turb, duct flows



- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab





- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab





- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds—Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab





- Woher kommt Peak in Wandschubspannung?
 - → Verändere Übergang bewegt unbewegt
- Erzeugte Wirbel auch durch Reynolds-Spannungen induzierte?
 - → Untersuche laminaren Fall
- Auswirkung des Seitenverhältnis?
 - → Wähle größeres Seitenverhältnis
- Auswirkungen auf Reibungsminderung, falls kontrollierte Fläche auch in Hauptströmungsrichtung limitiert?
 - → Verändere Setup
- Vorhersage von Reibungsminderung für gegebene kontrollierte Fläche und Seitenverhältnis?
 - → Leite Modell aus Ergebnissen ab



The End!



- S. Gavrilakis. Numerical simulation of low-Reynolds-number turbulent flow through a straight square duct. Journal of Fluid Mechanics, 244:101–129, 1992.
- F. Gessner and J. B. Jones. On some aspects of fully-developed turbulent flow in rectangular channels. Journal of Fluid Mechanics, 23:689–713, 1965.
- J. Kim, P. Moin, and R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. Journal of Fluid Mechanics, 177:133–166, 1987.
- J. Ohlsson, P. Schlatter, C. Mavriplis, and D. Henningson. The spectral-element and pseudo-spectral methods: A comparative study. In J. S. Hesthaven and E. M. Rønquist, editors, Spectral and High Order Methods for Partial Differential Equations, volume 76 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering, pages 459–467. Springer



Einleitung

Methoden

Grundgleichungen



Navier-Stokes Gleichungen

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2}$$
 (2)

RANS Gleichungen: $u_i = U_i + u'_i$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

$$\rho\left(\frac{\partial U_j}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u_i' u_j' \rangle. \tag{4}$$



Grundgleichungen



Navier-Stokes Gleichungen

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2}$$
 (2)

RANS Gleichungen: $u_j = U_j + u'_j$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

$$\rho\left(\frac{\partial U_j}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u_i' u_j' \rangle. \tag{4}$$



Validierung: Tabelle



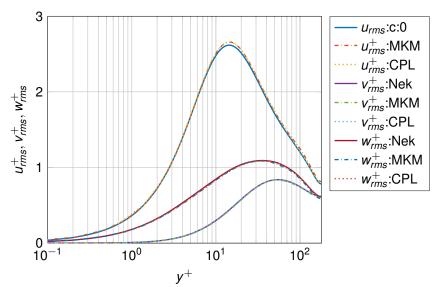
Tabelle: Unkontrollierter Kanal

	c:0	Kim et al. (1987)
Re _b	2800	≈ 2800
$Re_ au$	179.3	≈ 180
Re_c	3266	pprox 3300
U_c/U_b	1.16	1.16
C_f	$8.20 \cdot 10^{-3}$	$8.18 \cdot 10^{-3}$



Validierung: unkontrolliert

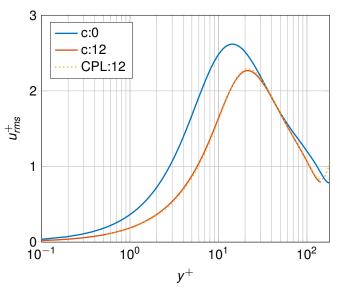






Validierung: kontrolliert

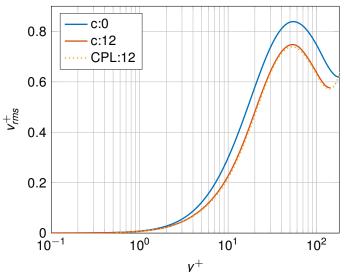






Validierung: kontrolliert

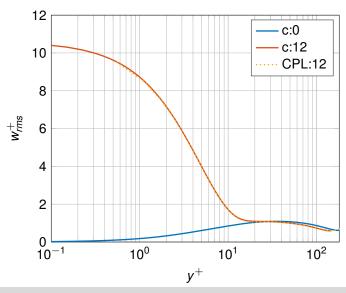






Validierung: kontrolliert







gemittelte Statistiken: v_{rms} und u'w'



