

# 树状数组

谢其哲

# 从一个例子开始

- 给定 $n$ ，及序列 $\{A[1], A[2], \dots, A[n]\}$
- 两种询问：
  - 1. 给 $A[i]$ 加 $x$  ( $1 \leq i \leq n$ )
  - 2. 给定 $i$ ，询问 $A[1] + A[2] + \dots + A[i] = ?$
- 需每次用 $O(\log n)$ 的时间处理两种操作

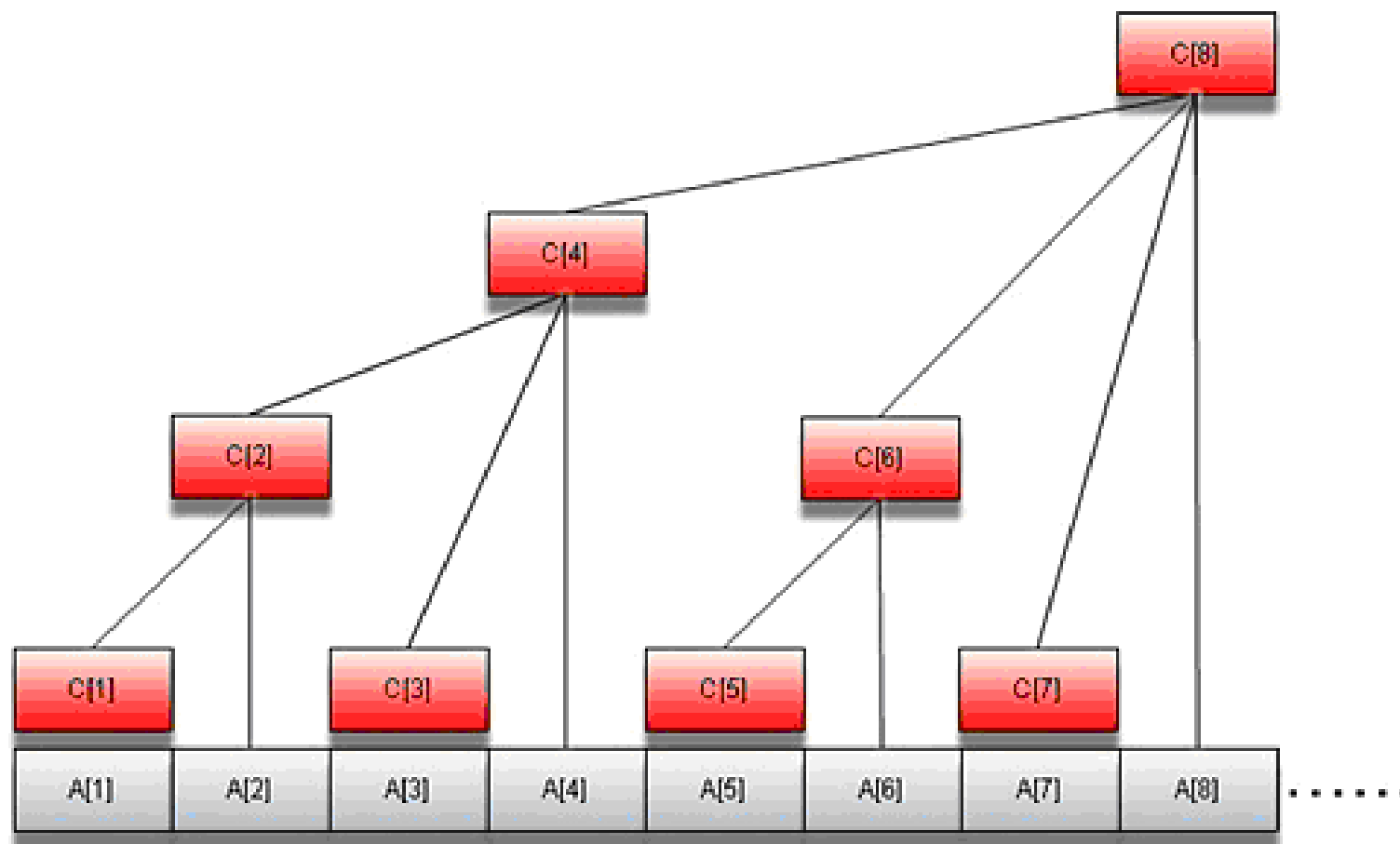
# 树状数组

- $\text{Lowbit}(i)$  :
- 设 $k$ 为 $i$ 的二进制表示中末尾0的个数
- $\text{Lowbit}(i) = 2^k$
- $\text{Lowbit}(6) = 2, \text{lowbit}(8) = 8$
- $\text{Lowbit}(i) = i \& (-i)$

# 前缀和

- $C[i] = A[i - \text{lowbit}(i) + 1] + A[i - \text{lowbit}(i) + 2] + \dots + A[i]$
- 询问  $A[1] + A[2] + \dots + A[i]$
- `int sum = 0;`
- `While (i > 0)`
- `{`
  - `sum += C[i];`
  - `i -= lowbit(i);`
- `}`
- `return sum;`

# 结构



# 修改

- 把A[i]加上x:
- while (i <= n)
- {
  - C[i] += x;
  - i += lowbit(i);
- }



## Poj3321 Apple Tree

- 每一个树节点上有长苹果和不长苹果两种状态，两种操作，一种操作能够改变树上苹果的状态，另一种操作询问某一树节点以下的所有的苹果有多少。



# Poj3321 Apple Tree

- ➡ DFS序列


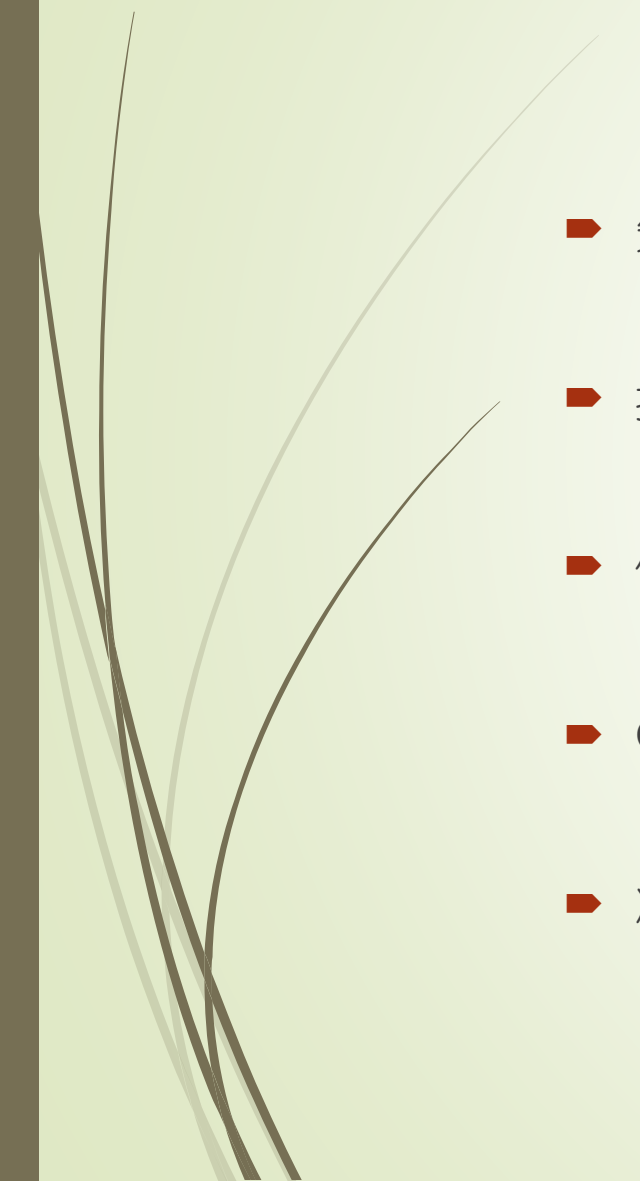
- ➡ 树状数组







## Poj 2481 Cows

- 给 $n$ 个区间 $[S_i, E_i]$ ，问有多少个序对 $(i, j)$ ，有
- $S_i \leq S_j$  and  $E_i \geq E_j$  and  $E_i - S_i > E_j - S_j$ 。


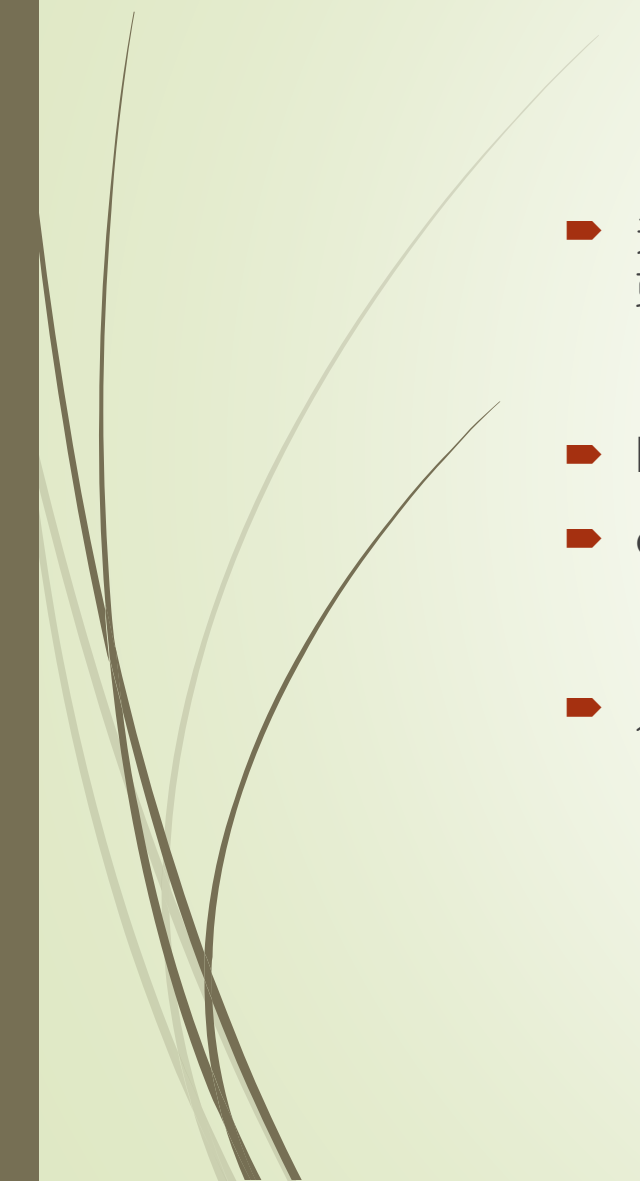
- 
- 
- 先放宽条件  $E_i - S_i > E_j - S_j$  为  $E_i - S_i \geq E_j - S_j$
  - 按  $S[i]$  排序
  - 依次扫描  $i := 1$  to  $n$
  - $C[k]$  统计有多少个  $j$  ( $1 \leq j < i$ ) 使  $k - \text{lowbit}(k) + 1 \leq E[j] \leq k$
  - 减去  $E_i = E_j, S_i = S_j$  的

- 
- ▀ 下次机考会有一道树状数组，引起重视
  - ▀ 可Google Poj 树状数组练习



# 大作业

- 实现STL, Deadline 5.31
- ArrayList.h
- Deque.h(各种操作均摊 $O(1)$ )
- HashMap.h
- LinkedList.h
- PriorityQueue.h (初始化要均摊 $O(1)$ )
- TreeMap.h

- 
- 
- 关于迭代器：不会在迭代器从声明到消亡的过程中调用非迭代器的修改操作（插入或删除）
  - bonus for 完善html文档（2分 in 50）
  - deadline 5.10
  - 人数：2人