Esercitazioni di Elettrotecnica - Ing. Gerardi - A.a. 2008-2009

Raccolta di esercizi svolti nelle esercitazioni del corso di Elettrotecnica e Macchine Elettriche.

Concetti Fondamentali:	133	134							
Leggi Fondamentali:	100	135	136	137	138				
Metodi Di Analisi:	101	102	103	125	126	127	132	139	
Teoremi Delle Reti:	128	129	130	140	141	142	155	156	157
	158								
Condensatori E Induttori:	104	105	106						
Circuiti Del Primo E Secondo Ordine:	107	108	109	110	131	143	144	145	146
Analisi E Potenza Regime Sinusoidale:	112	113	115	147	148	149	150	151	159
	160								
Circuiti Trifase:	114	116	117	118	119	120	153		
Circuiti Con Accoppiamento Magnetico:	121	122	123	124	154				
Reti Biporta:	111	152	161						

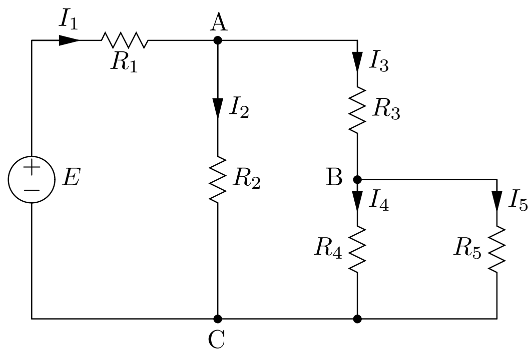
Subito dopo lo svolgimento di ciascun esercizio si trova la relativa simulazione con Pspice, cioè il file "out" che riporta sia i risultati e sia la netlist del circuito.

Ultima Modifica 09 ottobre 2015

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 100

Calcolare tutte le correnti nei rami e verificare con il **BILANCIO DELLE POTENZE**.



E = 40 V

R_1 = 12 Ω

R_2 = 10 Ω

R_3 = 19 Ω

R_4 = 30 Ω

R_5 = 70 Ω

<u>*Soluzione*</u>*:*

Calcolo della resistenza equivalente "vista" dal generatore:

$$R_{eq} = R_1 + \{R_2 // [R_3 + R_4 // R_5]\} = 20\Omega$$

$$I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = 2A \qquad V_{AC} = E - R_1 \cdot I_1 = 16V$$

$$I_2 = \frac{V_{AC}}{R_{eq}} = 1{,}6A \qquad I_3 = \frac{V_{AC}}{R_3 + (R_4 // R_5)} = 0{,}4A$$

$$V_{BC} = V_{AC} - R_3 \cdot I_3 = 8{,}4V \qquad I_4 = \frac{V_{BC}}{R_4} = 0{,}28A$$

$$I_5 = \frac{V_{BC}}{R_5} = 0{,}12A$$

<u>***Verifica del Bilancio delle potenze:***</u>

$$P_{gen} = E \cdot I_1 = -80W\ ; \quad P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = +48W\ ; \quad P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = +25{,}6W$$

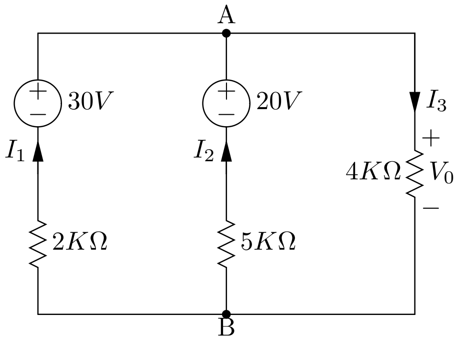
$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = +3{,}04W\ ; P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = +2{,}352W\ ; P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = +1{,}008W$$

Per cui risulta vero che: $\quad P_{generatori} + P_{utilizzatori} = 0$

```
**** 10/09/115 13:10:33 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 100

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************

V_E 1 0 DC 40
R1 1 2 12
R2 2 0 10
R3 2 3 19
R4 3 0 30
R5 3 0 70
.DC V_E 40 40 1
.PRINT DC I(R1) I(R2) I(R3)
.PRINT DC I(R4) I(R5)
.END

**** 10/09/115 13:10:33 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 100

 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  V_E          I(R1)        I(R2)        I(R3)

  4.000E+01   2.000E+00   1.600E+00   4.000E-01

**** 10/09/115 13:10:33 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 100

 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  V_E          I(R4)        I(R5)

  4.000E+01   2.800E-01   1.200E-01

        JOB CONCLUDED

        TOTAL JOB TIME            .05
```

ESERCIZIO 101

Calcolare la tensione V_0 per il circuito in figura.



<u>*Soluzione:*</u>**<u>*Metodo nodale*</u>**

Si nota che V_0 è uguale alla tensione nodale E_A con il nodo B di riferimento.

1) KCL nodo A $\quad -I_1 - I_2 + \frac{V_0}{4} = 0$

2) Vincolo al generatore da 30V $\quad I_1 = \frac{30 - E_A}{2}$

3) Vincolo al generatore da 20V $\quad I_2 = \frac{20 - E_A}{5}$

Sostituendo la (2) e la (3) nella (1) si ottiene:

$$\frac{V_0 - 30}{2} + \frac{V_0 - 20}{5} + \frac{V_0}{4} = 0 \qquad I_1 = \frac{30 - E_A}{2} = 5 \text{ mA} = I_3$$

$$V_0 = \frac{380}{19} = 20V = E_A \qquad I_2 = \frac{20 - E_A}{5} = 0 \text{ A}$$

<u>Verifica del Bilancio delle potenze:</u>

$$P_{30\,V} = E \cdot I_1 = -150\ mW \ ; \ P_{20\,V} = E \cdot I_2 = 0\ W$$

$$P_{2K\Omega} = R \cdot I_1^2 = 50\ mW \ ; \ P_{5K\Omega} = R \cdot I_2^2 = 0\ W \ ; \ P_{2K\Omega} = R \cdot I_1^2 = 150\, mW$$

Per cui risulta vero che: $\quad P_{generatori} + P_{utilizzatori} = 0$

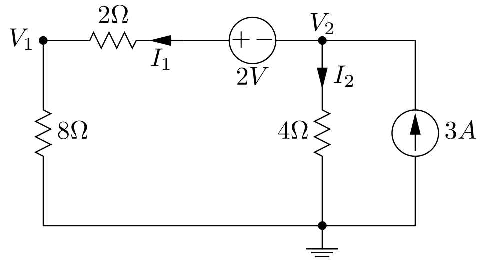
Ing. Gerardi

```
**** 10/09/115 13:44:04 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 101


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION


******************************************************************************



V1 1 2 DC 30
R1 0 2 2E+03
V2 1 3 DC 20
R2 0 3 5E+03
R3 1 0 4E+03
.DC V1 30 30 1
.PRINT DC V(1) I(R1) I(R2) I(R3)
.END

**** 10/09/115 13:44:04 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 101


 ****     DC TRANSFER CURVES               TEMPERATURE =   27.000 DEG C


******************************************************************************



  V1          V(1)        I(R1)       I(R2)       I(R3)

  3.000E+01   2.000E+01   5.000E-03   0.000E+00   5.000E-03



          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

Ing. Gerardi

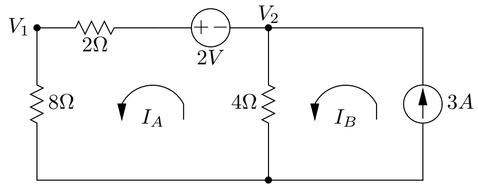
ESERCIZIO 102

Calcolare le tensioni nodali V_1 e V_2 per il circuito in figura.



Soluzione:**Metodo agli anelli**

Nel circuito ci sono 2 correnti di anello I_A (maglia SX), e I_B (maglia DX).



Si nota subito che $I_B = 3A$, si scrive la KVL alla maglia a SX (antiorario):

$(8+4+2)\cdot I_A - 2 - 4\cdot I_B = 0$ $\qquad\qquad I_A = 1A$

Dalle correnti di maglia si ricavano le tensioni nodali richieste:

$$\begin{cases} V_1 = 8\cdot I_A = 8V \\ V_2 = 4\cdot(I_B - I_A) = 8V \end{cases}$$

Verifica del Bilancio delle potenze:

$P_{gen.3A} = V_2 \cdot 3 = -24W$; $\qquad P_{gen.2V} = 2\cdot I_A = -2W$

$P_{8\Omega} = 8\cdot I_{8\Omega}^2 = +8W$; $\qquad P_{4\Omega} = 8\cdot I_{4\Omega}^2 = +16W$; $\qquad P_{2\Omega} = 8\cdot I_{2\Omega}^2 = +2W$

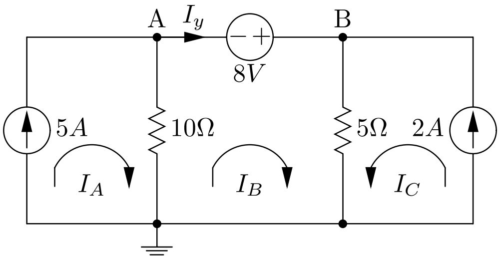
Per cui risulta vero che: $\qquad P_{generatori} + P_{utilizzatori} = 0$

```
**** 10/09/115 13:52:44 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 102


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION


******************************************************************************



R1 1 0 8
R2 3 1 2
V0 3 2 DC 2
R3 2 0 4
I0 0 2 DC 3
.DC V0 2 2 1
.PRINT DC V(1) V(2) I(R2) I(R3)
.END

**** 10/09/115 13:52:44 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 102


 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C


******************************************************************************



  V0            V(1)          V(2)          I(R2)         I(R3)

  2.000E+00   8.000E+00   8.000E+00   1.000E+00   2.000E+00



        JOB CONCLUDED

        TOTAL JOB TIME            0.00
```

Ing. Gerardi

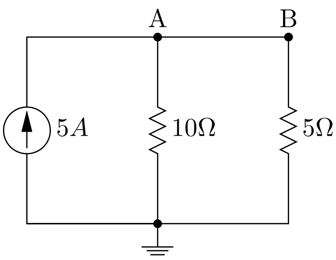
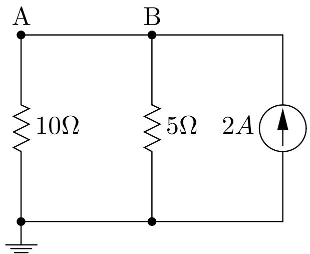
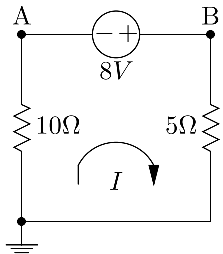
ESERCIZIO 103

Calcolare le tensioni nodali E_A e E_B per il circuito in figura.



<u>*Soluzione*</u>:<u>***Metodo della sovrapposizione degli effetti***</u>

Nel circuito vi sono 3 generatori indipendenti, per cui si calcolano 3 effetti. 1

		
1° Effetto	2° Effetto	3° Effetto

<u>*1^effetto*</u>*, agisce solo il generatore da 5A*: applicando il partitore di corrente

$$I_{10\Omega} = 5 \cdot \frac{5}{(10+5)} = \frac{5}{3} A \qquad E_A^I = E_B^I = 10 \cdot I_{10\Omega} = \frac{50}{3} V$$

<u>*2^effetto*</u>*, agisce solo il generatore da 2A*: applicando il partitore di corrente

$$I_{5\Omega} = 2 \cdot \frac{10}{(10+5)} = \frac{4}{3} A \qquad E_A^{II} = E_B^{II} = 5 \cdot I_{5\Omega} = \frac{20}{3} V$$

<u>*3^effetto*</u>*, agisce solo il generatore da 8V*:

$$I = \frac{8}{(10+5)} = \frac{8}{15} A \qquad E_B^{III} = 5 \cdot I = \frac{8}{3} V \qquad E_A^{III} = -10 \cdot I = -\frac{16}{3} V$$

Sommando i due effetti si ha:

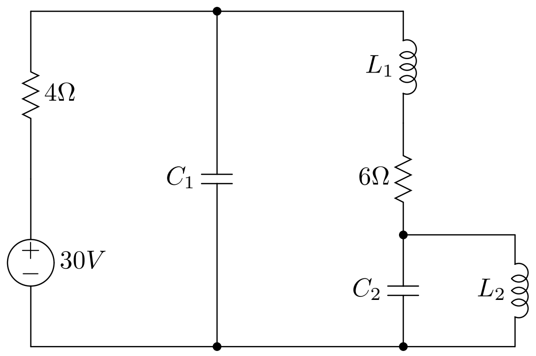
$$E_A = E_A^I + E_A^{II} + E_A^{III} = +18V \qquad E_B = E_B^I + E_B^{II} + E_B^{III} = +26V$$

```
**** 10/09/115 13:57:47 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 103


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************



I1 0 1 DC 5
R2 1 0 10
V3 2 1 DC 8
R4 2 0 5
I5 0 2 DC 2
.DC V3 8 8 1
*le tensioni EA e EB sono rispettivamente V(1) e V(2)
.PRINT DC V(1) V(2) I(R2) I(R4)
.END

**** 10/09/115 13:57:47 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 103


 ****     DC TRANSFER CURVES               TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************


  V3            V(1)          V(2)          I(R2)         I(R4)

  8.000E+00   1.800E+01   2.600E+01   1.800E+00   5.200E+00



          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

Ing. Gerardi

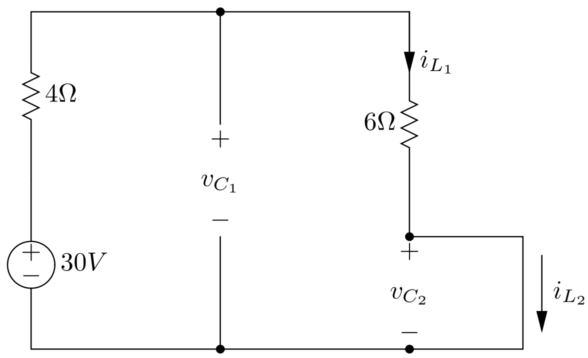
ESERCIZIO 104

Calcolare le tensioni sui condensatori e le correnti negli induttori in condizioni stazionarie per il circuito in figura.



Soluzione:

In condizioni di regime stazionario condensatore e induttore si comportano come un circuito aperto ed un cortocircuito. Il circuito si trasforma:



$V_{C_2} = 0V$ perché c'è il cortocircuito.

$I_{L_1} = I_{L_2} = \frac{30}{(6+4)} = 3A$ (partitore di corrente)

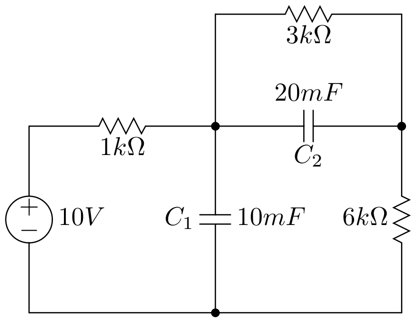
$V_{C_1} = 30 \cdot \frac{6}{(6+4)} = 18V$ (partitore di tensione)

```
**** 10/09/115 14:07:09 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 104


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION


******************************************************************************


V 1 0 DC 30
R1 1 2 4
*si inseriscono valori a piacere per condensatori e induttori
*essendo prevista l'analisi in regime stazionario
C1 2 0 10e-3
L1 2 4 20e-3
R2 4 5 6
C2 5 0 30E-3
L2 5 0 40E-3
.DC V 30 30 1
.PRINT DC V(C1) V(C2) I(L1) I(L2)
.END

**** 10/09/115 14:07:09 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 104


 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C


******************************************************************************


  V            V(C1)       V(C2)       I(L1)       I(L2)

  3.000E+01   1.800E+01   0.000E+00   3.000E+00   3.000E+00


          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

Ing. Gerardi

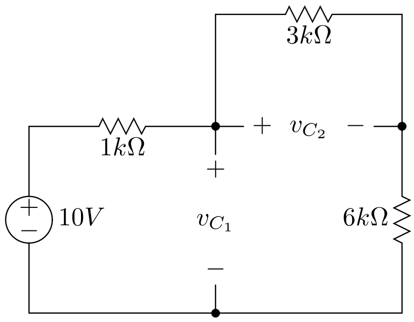
ESERCIZIO 105

Calcolare l'energia immagazzinata dai condensatori in condizioni stazionarie per il circuito in figura.



<u>Soluzione</u>:

In condizioni di regime stazionario i due condensatori sono carichi per cui si comportano come circuiti aperti. Il circuito si trasforma: [1]



Le resistenze espresse in kΩ.Applicando ripetutamente il partitore si ha:

$$V_{C_1} = 10 \cdot \frac{(3+6)}{1+(3+6)} = 9V \qquad V_{C_2} = V_{C_1} \cdot \frac{3}{6+3} = 3V$$

Oppure si calcola:

$$V_{C_2} = 10 \cdot \frac{3}{3+(1+6)} = 3V$$

Le energie immagazzinate dai due condensatori sono:

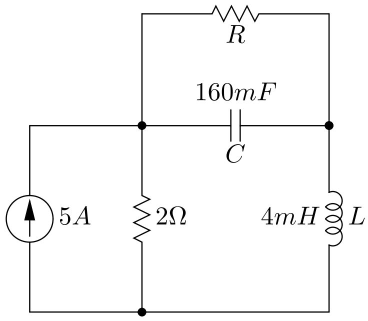
$$W_{C_1} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot V_{C_1}^2 = 405mJ \qquad W_{C_2} = \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot V_{C_2}^2 = 90mJ$$

```
**** 10/09/115 14:11:24 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 105


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION


******************************************************************************



V 1 0 DC 10
R1 1 2 1E3
*si inseriscono valori a piacere per condensatori e induttori
* essendo prevista l'analisi in regime stazionario
C1 2 0 10e-3
R2 2 3 3E3
C2 2 3 20E-3
R3 3 0 6E3
.DC V 10 10 1
.PRINT DC V(C1) V(C2)
.END

**** 10/09/115 14:11:24 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 105


 ****     DC TRANSFER CURVES               TEMPERATURE =   27.000 DEG C


******************************************************************************



  V             V(C1)         V(C2)

  1.000E+01   9.000E+00   3.000E+00



          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

Ing. Gerardi

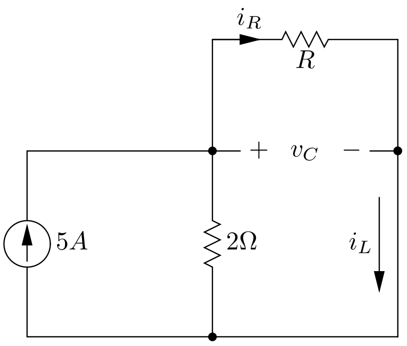
ESERCIZIO 106

Determinare il valore della resistenza R in modo che a regime, l’energia immagazzinata dal condensatore si uguale a quella dall’induttore.



<u>*Soluzione*</u>*:*

In condizioni di regime stazionario condensatore e induttore si comportano come un circuito aperto ed un cortocircuito. Il circuito si trasforma:



$$i_L = i_R = 5 \cdot \frac{2}{2+R} = \frac{10}{2+R}$$

$$v_C = R \cdot i_L = \frac{10 \cdot R}{2+R}$$

Uguagliando le energie immagazzinate da C e L, si determina il valore di R:

$$W_C = W_L \qquad \frac{1}{2} \cdot C \cdot v_C^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_L^2$$

$$160 \cdot 10^{-6} \cdot R^2 = 4 \cdot 10^{-3} \qquad R = \pm\sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{160 \cdot 10^{-6}}} = +5\Omega$$

Avendo scartato il valore negativo. L’energia immagazzinata vale:

$$W_C = W_L = 4{,}082 mJ$$

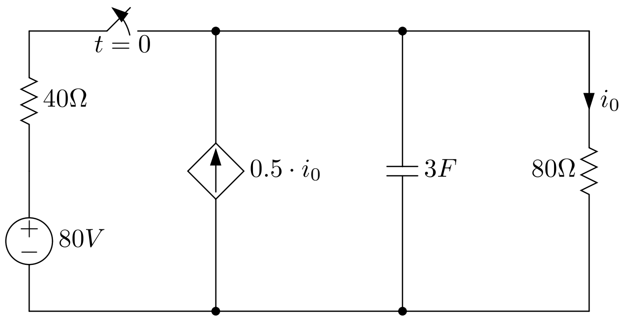
$$i_L = i_R = 5 \cdot \frac{2}{2+R} = \frac{10}{2+R} = 1{,}429 \text{ A}$$

$$v_C = R \cdot i_L = \frac{10 \cdot R}{2+R} = 7{,}143 \text{ V}$$

```
**** 10/09/115 15:06:12 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 106


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION


******************************************************************************



I 0 1 DC 5
R1 1 0 2
*si inseriscono valori a piacere per condensatori e induttori
* essendo prevista l'analisi in regime stazionario
C 1 2 10e-3
*si inserisce una resistenza di 5 ohm verificando i
*valori di v_C e i_L
R 1 2 5
L 2 0 20E-3
.DC I 5 5 1
.PRINT DC V(C) V(R) I(L) I(R)
.END

**** 10/09/115 15:06:12 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 106


 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C


******************************************************************************



  I           V(C)        V(R)        I(L)        I(R)

  5.000E+00   7.143E+00   7.143E+00   1.429E+00   1.429E+00



          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            .05
```

ESERCIZIO 107

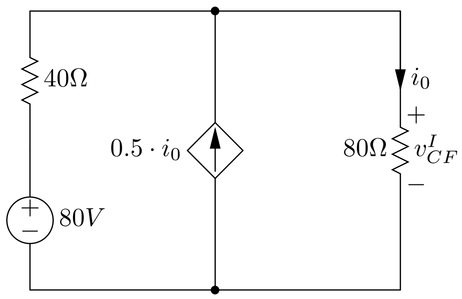
Calcolare la corrente $i_0(t)$ per $t < 0$ e per $t \geq 0$. 1



Soluzione:

1) t < 0 Il valore per t<0 è $v_{CI}^{I} = 0$, perché è inizialmente scarico.

Per calcolare il valore finale v_{CF}^{I} si considera il condensatore carico:

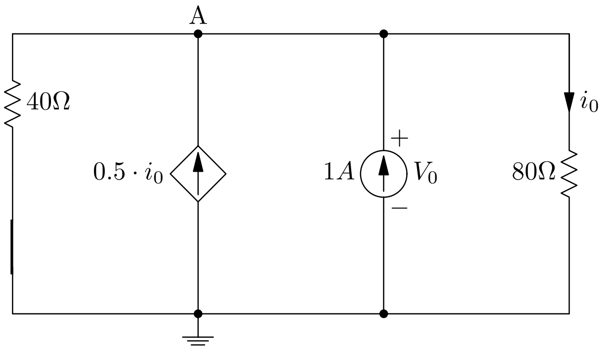


Si applica il **metodo nodale**:

$$+\frac{v_{CF}^{I} - 80}{40} - 0{,}5 \cdot \left(\frac{v_{CF}^{I}}{80}\right) + \frac{v_{CF}^{I}}{80} = 0$$

$$v_{CF}^{I} = \frac{320}{5} = 64V$$

Per calcolare la costante di tempo si ricava R_{TH} con Thevenin:



Si determina V_0 col **nodale**:

$$+\frac{V_0}{40} - 0{,}5 \cdot \left(\frac{V_0}{80}\right) - 1 + \frac{V_0}{80} = 0$$

$$V_0 = \frac{80}{2{,}5} = 32V = R_{TH}^{I} = 32\Omega$$

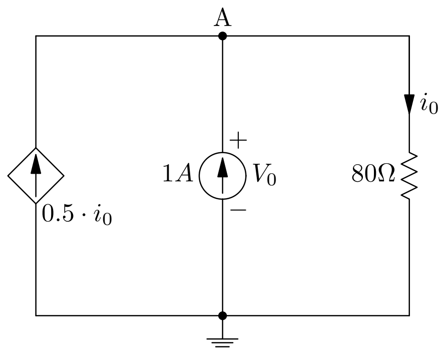
$\tau^{I} = R_{TH}^{I} \cdot C = 32 \cdot 3 = 96$ sec.Per $t < 0$ v_C e i_0 variano con le seguenti leggi:

$$v_C^{I}(t) = v_{CF}^{I} + \left(v_{CI}^{I} - v_{CF}^{I}\right) \cdot e^{-t/\tau^{I}} = 64 - 64 \cdot e^{-t/96}\ V$$

$$i_0^I(t)=\frac{v_C^I(t)}{80}=0{,}8-0{,}8\cdot e^{-t/96}\ A$$

2) t > 0 Il valore iniziale per t ≥ 0 è: $v_{CI}^{II}=v_C(0^-)=v_{CF}^I=64V$

Il circuito è autonomo, $v_{CF}^{II}=0$. Per la costante di tempo si ricava R_{TH}:



Si determina V_0 col **nodale**:

$$-0{,}5\cdot\left(\frac{V_0}{80}\right)-1+\frac{V_0}{80}=0$$

$$V_0=160V\Rightarrow R_{TH}^{II}=160\Omega$$

La costante di tempo vale: $\tau^{II}=R_{TH}^{II}\cdot C=160\cdot 3=480\sec$

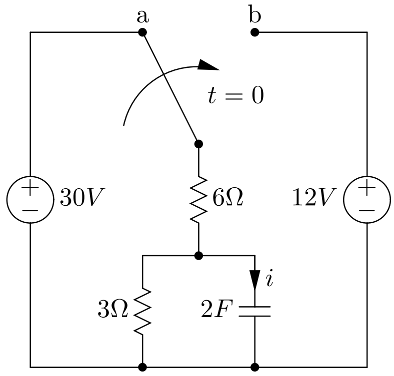
Quindi per t ≥ 0 la tensione v_C e la corrente i_0 variano con le seguenti leggi:

$$v_C^{II}(t)=v_{CF}^{II}+\left(v_{CI}^{II}-v_{CF}^{II}\right)\cdot e^{-t/\tau^{II}}=64\cdot e^{-t/480}V$$

$$i_0^{II}(t)=\frac{v_C^{II}(t)}{80}=0{,}8\cdot e^{-t/480}A$$

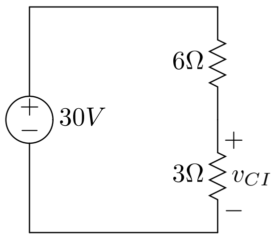
ESERCIZIO 108

Calcolare la corrente $i_0(t)$ per $t < 0$ e per $t \geq 0$.



Soluzione:

1) t < 0: posizione "a" Per il valore iniziale $v_C(0^-)$ il condensatore è carico:



$$v_{CI} = v_C(0^-) = 30 \cdot \frac{3}{6+3} = +10V$$

2) t > 0: posizione "b" Per il valore finale il condensatore è aperto:

$$v_{CF} = 12 \cdot \frac{3}{6+3} = +4V$$

La costante di tempo si ricava R_{TH} passivizzando il generatore da 12V:

$$R_{TH} = \frac{6 \cdot 3}{6+3} = 2\Omega \qquad \tau = R_{TH} \cdot C = 4\sec$$

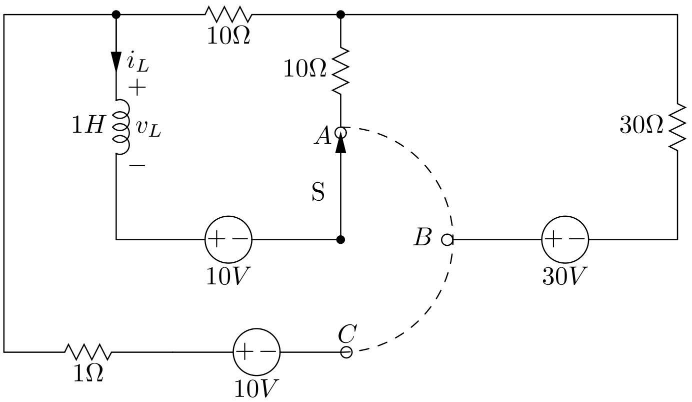
Quindi per $t \geq 0$ la tensione v_C e la corrente i variano con le seguenti leggi:

$$v_C(t) = v_{CF} + (v_{CI} - v_{CF}) \cdot e^{-t/\tau} = 4 + 6 \cdot e^{-t/4} V$$

$$i_0(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt} = 2 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot e^{-t/4} = -3 \cdot e^{-t/4} A$$

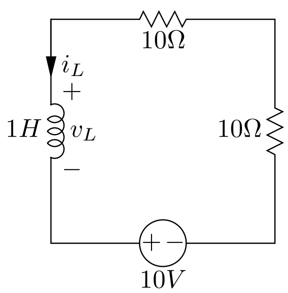
ESERCIZIO 109

L'interruttore S è rimasto nella posizione "A" per molto tempo. Nell'istante t=0 si sposta nella posizione "B". Infine si sposta in posizione "C" dopo 0,25s. Calcolare la corrente $i_L(t)$ per t $\rightarrow -\infty$ a t $\rightarrow +\infty$.



Soluzione:

1) t < 0: posizione "A" Per t<0 l'interruttore è in posizione "A":



$$i_{L_A}(-\infty) = i_{LI_A} = 0A$$

$$i_{L_A}(+\infty) = i_{LF_A} = -\frac{10}{10+10} = -\frac{1}{2}A$$

perché L è in cortocircuito.

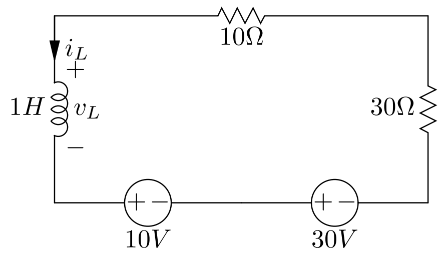
La costante di tempo si calcola dalla resistenza equivalente di Thevenin:

$$R_{TH_A} = 10 + 10 = 20\Omega \qquad \tau_A = \frac{L}{R_{TH_A}} = \frac{1}{20} = 50m\sec$$

$$i_{L_A}(t) = i_{LF_A} + \left(i_{LI_A} - i_{LF_A}\right)\cdot e^{-t/\tau_A} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot e^{-20\cdot t}A \qquad \boxed{t<0}$$

2) 0 ≤ t < 0,25sec: posizione "B" La C.I. è: $i_{L_B}\left(0^-\right) = i_{L_A}(\infty) = i_{LI_B} = -0{,}5A$

A regime si avrebbe: $$i_{L_B}(+\infty) = i_{LF_B} = -\frac{10+30}{10+30} = -1A$$

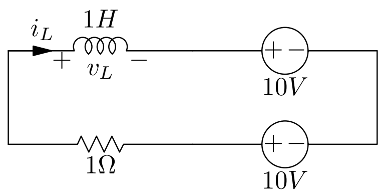


$$R_{TH_B} = 10 + 30 = 40\Omega$$

$$\tau_B = \frac{L}{R_{TH_B}} = \frac{1}{40} = 25m\sec$$

$$i_{L_B}(t) = i_{LF_B} + \left(i_{LI_B} - i_{LF_B}\right) \cdot e^{-t/\tau_B} = -1 + \frac{1}{2} \cdot e^{-40 \cdot t} A \quad \boxed{0 \leq t < 0{,}25s}$$

<u>3) "S" commuta in posizione "C"</u> La condizione di regime in posizione "B" viene raggiunta dopo 5τ=125ms; la commutazione nella posizione "C" avviene dopo 125ms, quindi la C.I. vale: $i_{L_C}\left(0^-\right) = i_{L_B}(\infty) = i_{LI_C} = -1A$



$$i_{L_C}(+\infty) = i_{LF_C} = \frac{10-10}{1} = 0A$$

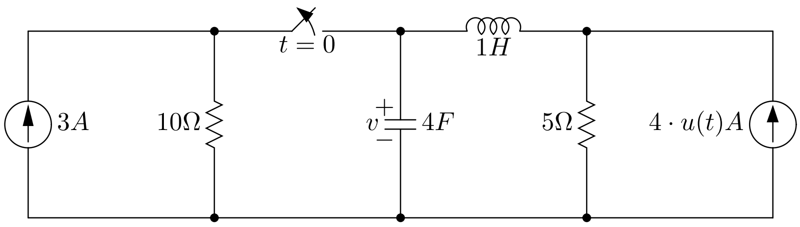
$$R_{TH_C} = 1\Omega$$

$$\tau_C = \frac{L}{R_{TH_C}} = 1\sec$$

$$i_{L_C}(t) = i_{LF_C} + \left(i_{LI_C} - i_{LF_C}\right) \cdot e^{-(t-0.25)/\tau_C} = -e^{-(t-0.25)} A \qquad \boxed{t \geq 0{,}25s}$$

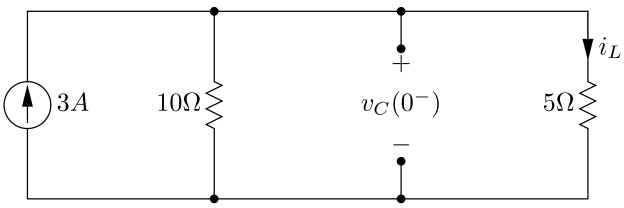
ESERCIZIO 110

L’interruttore è chiuso da molto tempo, e si apre in t = 0. Determinare la tensione v(t) per t ≥ 0. [N.B. u(t) è la funzione gradino unitario]



Soluzione:

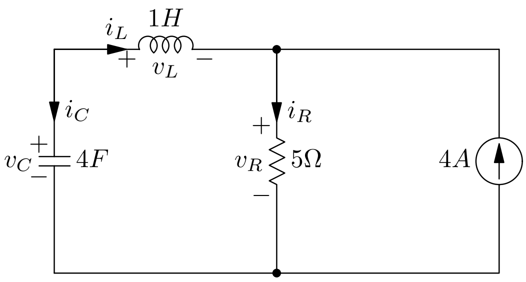
1) t < 0 Si calcolano le due C.I. prima dell’apertura del tasto.Il circuito è:



$$i_L(0^-) = 3 \cdot \frac{10}{10+5} = 2A$$

$$v_C(0^-) = 5 \cdot i_L(0^-) = 10V$$

2) t ≥ 0 Il circuito cambia e applicando le KCL e KVL, si ha:



$$\begin{cases} i_L = -i_C \\ i_R - i_L - 4 = 0 \\ -v_C + v_L + v_R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +\dfrac{v_R}{5} - i_L - 4 = 0 \\ -v_C + L \cdot \dfrac{di_L}{dt} + v_R = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} +\dfrac{v_R}{5} + 4 \cdot \dfrac{dv_C}{dt} - 4 = 0 \\ +v_C + 4 \cdot \dfrac{d^2 v_C}{dt^2} = v_R \end{cases}$$

$$+\frac{v_C}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{d^2 v_C}{dt^2} + 4 \cdot \frac{dv_C}{dt} - 4 = 0$$ (Equ.differenziale del 2° ord.non omogenea

$$4 \cdot \frac{d^2 v_C}{dt^2} + 20 \cdot \frac{dv_C}{dt} + v_C = 20 \qquad (*)$$

L' *equazione caratteristica associata*, serve per calcolare i 2 valori di λ:

$$4 \cdot \lambda^2 + 20 \cdot \lambda + 1 = 0 \qquad (**) \qquad \lambda_{1/2} = \begin{cases} -0{,}051 \\ -4{,}949 \end{cases}$$

Le due soluzioni sono reali, distinte e negative, (risposta *sovrasmorzata*):

$$v_C(t) = K_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} + K_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot t} + v_{C_P}(t) \qquad (***)$$

Sostituendo la (***) nella (*), si ottiene: $v_{C_P}(t) = cost. = 20V$

Calcolo di K_1 e K_2: (C.I. $v_C(0)$=10V, $i_L(0)$=2A):

$$v_C(0) = K_1 \cdot e^{\lambda \cdot 0} + K_2 \cdot e^{\lambda \cdot 0} + 20 = 10V \qquad K_1 + K_2 + 20 = 10$$

$$i_L(0) = -i_C(0) = \left| -C \cdot \frac{dv_C}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{1}{2} = (K_1 \cdot \lambda_1) + (K_2 \cdot \lambda_2)$$

Risolvendo si determinano le due costanti:

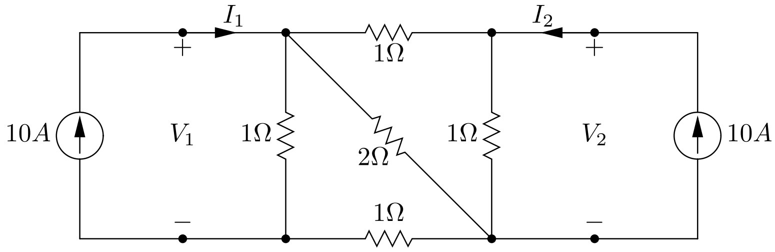
$$\begin{cases} K_1 = -9{,}795 \\ K_2 = -0{,}205 \end{cases}$$

Sostituendo nella (***):

$$v_C(t) = -9{,}795 \cdot e^{-0{,}051 \cdot t} - 0{,}205 \cdot t \cdot e^{-4{,}949 \cdot t} + 20V$$

ESERCIZIO 111

Calcolare la potenza assorbita dal Doppio Bipolo nel circuito in figura.

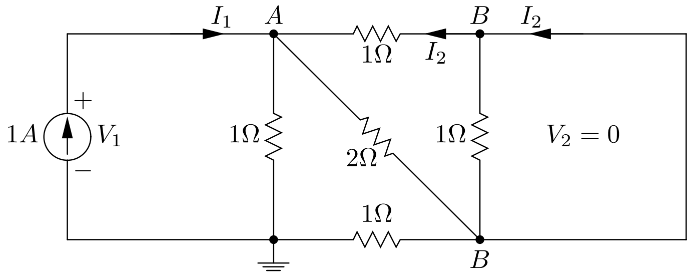


Soluzione: (si risolve mediante i parametri "Y")

I parametri Y di un doppio bipolo si ricavano dalle relazioni seguenti:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$ [Si userà il **metodo agli nodale** per il calcolo di tutti i parametri.]

- Calcolo Y_{11} e Y_{21}:Si mette in porta 1 un gen. I_1=1A, (porta 2 cortocircuitata).



1) KCL nodo A $$-1 + E_A + 0{,}5 \cdot (E_A - E_B) + (E_A - E_B) = 0$$

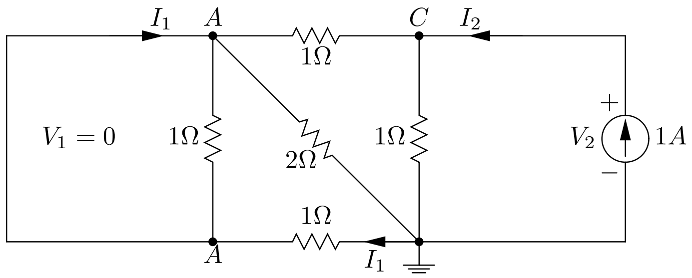
2) KCL nodo B $$+(E_B - E_A) + 0{,}5 \cdot (E_B - E_A) + E_B = 0$$

$$\begin{cases} E_A = \frac{5}{8} V \\ E_B = \frac{3}{8} V \end{cases} ; \begin{cases} V_1 = E_A = \frac{5}{8} V \\ I_2 = \frac{E_B - E_A}{1} = -\frac{1}{4} A \end{cases} ; Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{8}{5} S ; Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = -\frac{2}{5} S$$

- Calcolo Y_{12} e Y_{22}: Si mette in porta 2 un gen. I_2=1A, (porta 1 cortocircuitata).

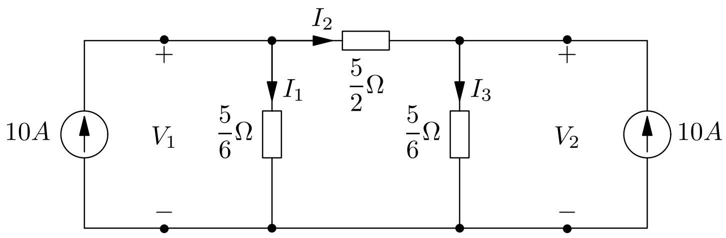
1) KCL nodo C $$-1 + E_C + (E_C - E_A) = 0$$

2) KCL nodo B $$+(E_A - E_C) + 0{,}5 \cdot (E_A) + E_A = 0$$

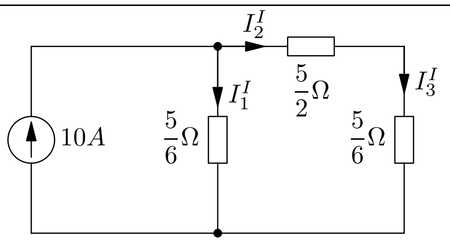
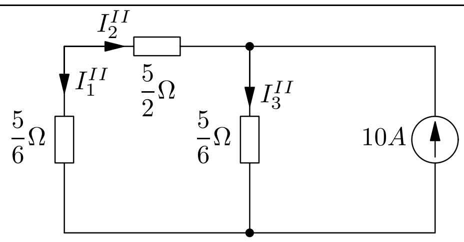


Da cui si ha: (sarà $Y_{12} = Y_{21}$, il doppio bipolo è reciproco, e si usa la “rete a π“)

$$\begin{cases} E_A = \frac{1}{4}V \\ E_C = \frac{5}{8}V \end{cases};\begin{cases} I_1 = -\frac{E_A}{1} = -\frac{1}{4}A \\ V_2 = E_C = \frac{5}{8}V \end{cases};Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} = -\frac{2}{5}S\,;Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0} = \frac{8}{5}S$$



Si calcolano le correnti I_1,I_2 e I_3, applicando la **sovrapposizione degli effetti**

	
<u>1^ Effetto</u>: agisce il generatore a sinistra.	*<u>2^ Effetto</u>*: agisce il generatore a destra.

$$I_1^I = 10 \cdot \frac{(5/2 + 5/6)}{(5/2 + 5/6) + 5/6} = \frac{15}{2}A; \qquad I_2^I = I_3^I = 10 \cdot \frac{5/6}{(5/2 + 5/6) + 5/6} = \frac{5}{2}A$$

$$I_1^{II} = \frac{5}{2}A; \qquad I_2^{II} = -I_1^{II} = -\frac{5}{2}A; \qquad I_3^{II} = \frac{15}{2}A$$

Sommando gli effetti: $I_1 = 10A$; $I_2 = 0A$; $I_3 = 10A$

Sommando gli effetti: $V_1 = 8{,}333\ V$; $V_2 = 8{,}333\ V$

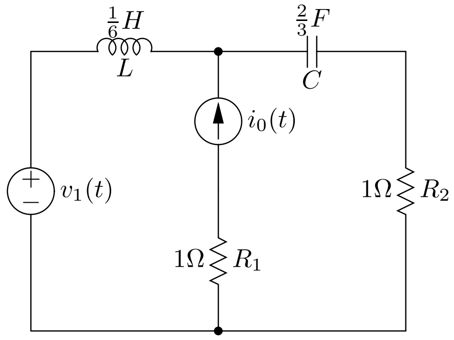
La potenza assorbita vale: $P = \left(\frac{5}{6} \cdot I_1^2\right) + \left(\frac{5}{2} \cdot I_2^2\right) + \left(\frac{5}{6} \cdot I_3^2\right) = \frac{500}{3}W$

Ing. Gerardi

```
**** 10/09/115 19:16:36 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 111


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************



I1 0 1 DC 10
R1 1 0 1
R2 1 2 1
R3 2 3 1
I4 3 2 DC 10
R5 3 0 1
R6 1 3 2
.DC I1 10 10 1
.PRINT DC V(R1) V(R3)
.END

**** 10/09/115 19:16:36 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 111


 ****     DC TRANSFER CURVES               TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************



  I1          V(R1)       V(R3)

  1.000E+01   8.333E+00   8.333E+00



          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

ESERCIZIO 112

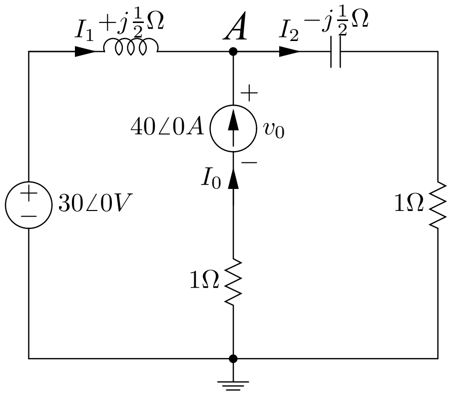
Calcolare la potenza assorbita dal circuito in figura e verificare il bilancio della potenza complessa.



$v_1(t) = 30 \cdot cos(3 \cdot t)$

$i_0(t) = 40 \cdot cos(3 \cdot t)$

<u>Soluzione</u>*:* Si risolve il circuito trasformato coi "fasori" col metodo "nodale":



$$+\frac{E_A - 30}{+j\frac{1}{2}} - 40 + \frac{E_A}{1 - j\frac{1}{2}} = 0$$

$$E_A = \frac{40 - j60}{0.8 - j1.6} = 40 + j5V$$

$$I_1 = \frac{30 - E_A}{+j0{,}5} = -10 + j20 = 22.361\angle 116.565A$$

$$I_2 = \frac{E_A}{1 - j0{,}5} = 30 + j20 = 36.056\angle 33.690A$$

La potenza attiva e reattiva totali sono:

$$P_T = 0{,}5 \cdot \left[\left(1 \cdot I_0^2\right) + \left(1 \cdot I_2^2\right)\right] = 1450W \quad Q_T = 0{,}5 \cdot \left[\left(0{,}5 \cdot I_0^2\right) - \left(0{,}5 \cdot I_2^2\right)\right] = -200VAR$$

Verifica con le potenze complesse:

$$S_T = S_{gen\_V_1} + S_{gen\_I_0} = \frac{1}{2} \cdot \left(V_1 \cdot I_1^*\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(V_0 \cdot I_0^*\right) = 1450 - j200VA$$

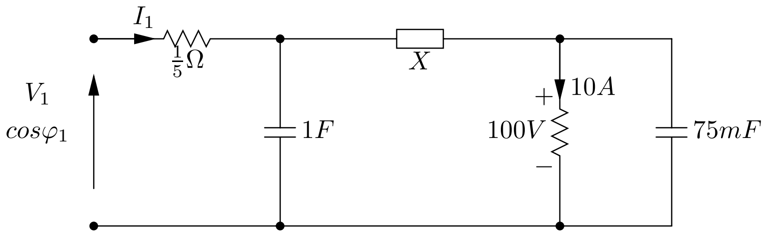
V_0 è la tensione sul generatore di corrente: $V_0 = E_A + 1 \cdot I_0 = 80 + j5V$

```
**** 10/10/115 13:40:46 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 112

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************

V1 1 0 AC 30 0
L 1 2 166.667E-3
I0 3 2 AC 40 0
R1 3 0 1
C 2 4 666.667E-3
R2 4 0 1
*la tensione E_A  V(2)
*la corrente I1  I(L)
*la corrente I2  I(C)
.AC LIN 1 .47746 .47746
.PRINT AC VR(2) VI(2) IR(L) II(L)
.PRINT AC IR(C) II(C)
.END

**** 10/10/115 13:40:46 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 112

 ****     SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION       TEMPERATURE =   27.000 DEG C

**** 10/10/115 13:40:46 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 112

 ****     AC ANALYSIS                      TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************

  FREQ        VR(2)       VI(2)       IR(L)       II(L)

  4.775E-01   4.000E+01   5.000E+00  -1.000E+01   2.000E+01

******************************************************************************

  FREQ        IR(C)       II(C)

  4.775E-01   3.000E+01   2.000E+01

          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

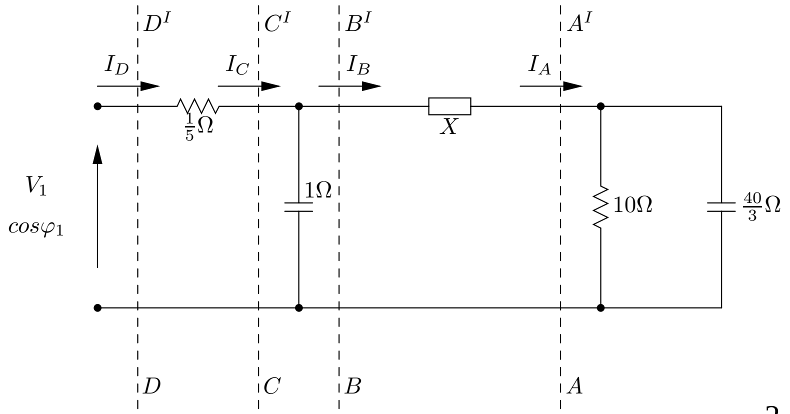
Ing. Gerardi

ESERCIZIO 113

Del circuito in figura sono noti (valori di tensione e corrente efficaci):
ω = 1 rad/s; BIPOLO "X" [P_X=0; Q_X=1kVAR induttivi]
Calcolare V_1, I_1, cos φ_1 e verificare il bilancio della potenza complessa.



<u>*Soluzione:*</u> Si risolve il circuito trasformato coi "fasori" con "Boucherot":



Si ricorda che

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P_{A-A'} = 100 \cdot 10 = 1000\ W \quad ; \quad Q_{A-A'} = -\frac{100^2}{40/3} = -750\ VAR$$

$$P_{B-B'} = P_{A-A'} + P_X = 1\ kW \ ; \quad Q_{B-B'} = Q_{A-A'} + Q_X = +250\ VAR$$

$$I_A = \frac{S_{A-A'}}{V_{A-A'}} = 12{,}5\ A \quad ; \quad V_{B-B'} = \frac{S_{B-B'}}{V_{B-B'}} = 82{,}46V$$

$$P_{C-C'} = P_{B-B'} \quad ; \quad Q_{C-C'} = Q_{B-B'} - \frac{V_{C-C'}^2}{X_C} = -6{,}55kVAR$$

$$P_{D-D'} = P_{C-C'} + \frac{1}{5} \cdot I_D^2 = 2{,}29kW \quad ; \quad Q_{D-D'} = Q_{C-C'}$$

$$I_C = I_D = I_1 = \frac{S_{C-C'}}{V_{C-C'}} = 80{,}35A \ ; \quad V_1 = \frac{S_{D-D'}}{I_D} = 86{,}361V$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_{D-D'}}{S_{D-D'}} = 0{,}3302(capacitivo); \qquad \varphi_1 = -70{,}72°$$

```
**** 10/10/115 16:59:45 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 113

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************

*f = w/(2*pi) = 0.15915 Hz
V1 1 0 AC 86.361 -70.72
R1 1 2 .2
C1 2 0 1
*il bipolo X  solo induttivo per cui
*si calcola LX=(QX/IA^2)/w = 6.4 ohm
LX 2 3 6.4
*la resistenza R2=100V/10A= 10 ohm
R2 3 0 10
C2 3 0 75E-3
*la tensione VA-A'  V(3)
*la corrente IX=IA=IB  I(LX)
*la tensione VB-B'  V(2)
*la corrente IC=I1  I(R1)
*si calcolano solo i moduli
.AC LIN 1 0.15915 0.15915
.PRINT AC V(3) I(LX) V(2) I(R1)
.END

**** 10/10/115 16:59:45 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 113

 ****     SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION       TEMPERATURE =   27.000 DEG C

 ****     AC ANALYSIS                      TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  FREQ        V(3)        I(LX)       V(2)        I(R1)

  1.592E-01   1.000E+02   1.250E+01   8.246E+01   8.035E+01

          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 114

Una tensione V = 325 ∠0°V, f = 50Hz, alimenta 3 carichi in parallelo:

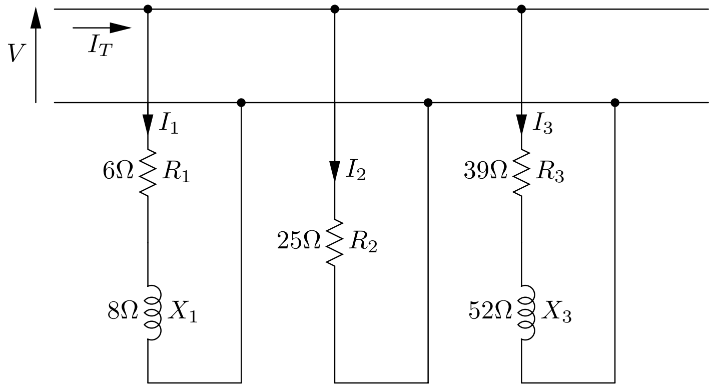
a) carico ohmico-induttivo serie R_1 = 6 Ω, L_1 = 25,46 mH;

b) carico ohmico R_2 = 25 Ω;

c) carico ohmico-induttivo serie R_3 = 39 Ω, L_3 = 165,521 mH;

Calcolare la corrente totale assorbita dai 3 carichi ed il fattore di potenza; calcolare il valore del condensatore per rifasare ad un fattore di potenza pari a 0,9, e calcolare la corrente a monte del condensatore dopo il rifasamento.

<u>*Soluzione*</u>*:* Si risolve il circuito trasformato coi "fasori" con "Boucherot":



$$\overline{Z}_1 = 6 + j8 = 10\angle 53{,}130\Omega; \qquad \overline{Z}_2 = 25\Omega; \qquad \overline{Z}_3 = 39 + j52 = 65\angle 53{,}130\Omega$$

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} = 32{,}5\angle -53{,}13A; \qquad \overline{I}_2 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_2} = 13\angle 0A; \qquad \overline{I}_3 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_3} = 5\angle -53{,}13A$$

$$\overline{I}_T = \sum \overline{I} = (19{,}5 - j26) + (13) + (3 - j4) = 35{,}5 - j30 = 46{,}478\angle -40{,}2A$$

$$\overline{S}_T = \frac{1}{2} \cdot \overline{V} \cdot \overline{I}_T^* = 5768{,}25 + j4875 = 7552{,}373\angle 40{,}203VA; \quad \cos\varphi_T = 0.7638$$

****

Si rifasa a $\cos\varphi_T' = 0{,}9$: $\qquad Q_C = P_T \cdot (tg\varphi_T - tg\varphi_T') = 2081{,}556VAR$

$$C = \frac{2 \cdot Q_C}{\omega \cdot V^2} = 125{,}458\mu F \qquad I_T' = \frac{2 \cdot P_T}{V \cdot \cos\varphi_T'} = 39{,}441A$$

Ing. Gerardi

```
**** 10/10/115 17:57:32 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 114
******************************************************************************
*w = 2*pi*f = 314.16 rad/s
V1 1 0 AC 325 0
*per le correnti IT e IT' si inseriscono due generatori
*di 0V che funzionano da amperometri, per cui si ha
*IT'=I(Vamp1) e IT=I(Vamp2)
Vamp1 1 2 AC 0 0
Vamp2 2 3 AC 0 0
R1 3 4 6
*si inseriscono una resistenza elevatissima in parallelo
*agli induttori per evitare il messaggio di errore di PSPICE
L1 4 0 25.46E-3
Rinf1 2 0 1E12
R2 3 0 25
R3 3 5 39
L3 5 0 165.521E-3
Rinf2 4 0 1E12
*si inserice il condensatore di rifasamento Crif
Crif 2 0 125.458E-6
*la corrente I1  I(R1)
*la corrente I2  I(R2)
*la corrente I3  I(R3)
.AC LIN 1 50 50
.PRINT AC I(R1) IP(R1) I(R2) IP(R2)
.PRINT AC I(R3) IP(R3) I(Vamp1) IP(Vamp1)
.PRINT AC I(Vamp2) IP(Vamp2)
.END

**** 10/10/115 17:57:32 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

  FREQ        I(R1)       IP(R1)      I(R2)       IP(R2)

  5.000E+01   3.250E+01  -5.312E+01   1.300E+01   0.000E+00
******************************************************************************
  FREQ        I(R3)       IP(R3)      I(Vamp1)    IP(Vamp1)

  5.000E+01   5.000E+00  -5.313E+01   3.945E+01  -2.584E+01
******************************************************************************
  FREQ        I(Vamp2)    IP(Vamp2)

  5.000E+01   4.648E+01  -4.020E+01

          JOB CONCLUDED
          TOTAL JOB TIME            0.00
```

ESERCIZIO 115

Quattro carichi ohmico-induttivi sono collegati in parallelo e vengono alimentati da una tensione V = 230 ∠0°V (efficaci), f = 50Hz:

a) P_1 = 1 kW ; Q_1 = + 3 kVAR;

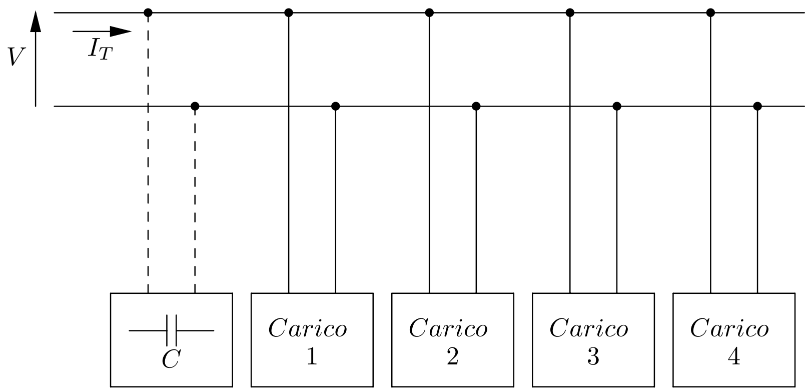
b) S_2 = 2 kVA ; $\cos\varphi_2$ = 1;

c) P_3 = 1,5 kW ; $tg\varphi_3$ = 1;

d) S_4 = 4 kVA ; $\cos\varphi_4$ = 0,5

Calcolare la corrente totale assorbita dai 3 carichi ed il fattore di potenza; calcolare il valore del condensatore per rifasare ad un fattore di potenza pari a 0,9, e calcolare la corrente a monte del condensatore dopo il rifasamento.

Soluzione: Si risolve il circuito con "Boucherot":



$$P_T = \sum P = 1 + 2 + 1{,}5 + 2 = 6{,}5kW$$

$$Q_T = \sum Q = 3 + 1{,}5 + 3{,}46 = 7{,}96kVAR$$

$$tg\varphi_T = \frac{Q_T}{P_T} = 1{,}2252 \qquad \cos\varphi_T = 0{,}6323 \qquad I_T = \frac{P_T}{V \cdot \cos\varphi_T} = 44{,}695A$$

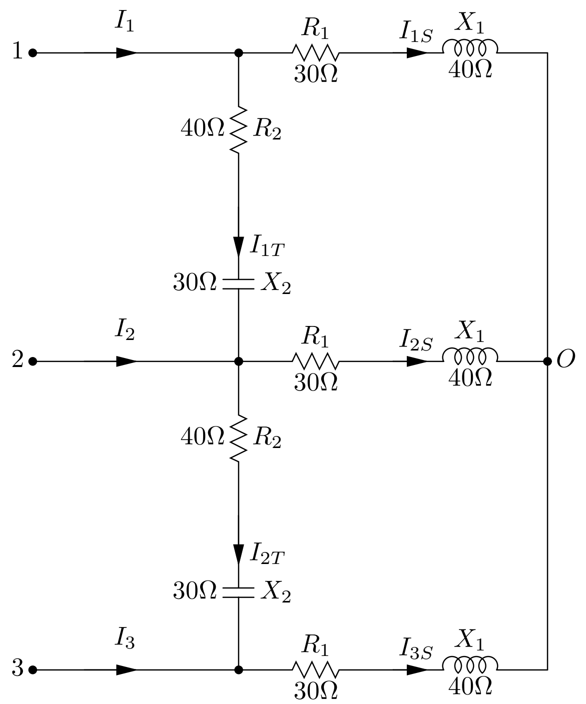
Si rifasa a $\cos\varphi_T^{'} = 0{,}9$: $Q_C = P_T \cdot \left(tg\varphi_T - tg\varphi_T^{'}\right) \cong 4816VAR$

$$C = \frac{Q_C}{\omega \cdot V^2} \cong 290\mu F \qquad I_T^{'} = \frac{P_T}{V \cdot \cos\varphi_T^{'}} = 31{,}4A$$

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 116

Calcolare le correnti di linea totali nel circuito di figura (V = 380 V efficaci).



Si pone la fase delle tensioni di linea:

$$\begin{cases} \overline{V}_{12} = 380\angle 120 V \\ \overline{V}_{23} = 380\angle 0 V \\ \overline{V}_{31} = 380\angle -120 V \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{E}_1 = 219{,}393\angle 90 V \\ \overline{E}_2 = 219{,}393\angle -30 V \\ \overline{E}_3 = 219{,}393\angle -150 V \end{cases}$$

<u>*Soluzione*</u>:

$$\overline{I}_{1S} = \frac{\overline{E}_1}{\overline{Z}_1} = \frac{219{,}393\angle 90}{50\angle 53{,}13} = 4{,}388\angle 36{,}87 A$$

$\overline{I}_{2S} = 4{,}388\angle -83{,}13 A$; $\qquad \overline{I}_{3S} = 4{,}388\angle 156{,}87 A$

$$\overline{I}_{1T} = \frac{\overline{V}_{12}}{\overline{Z}_2} = \frac{380\angle 120}{50\angle -36{,}87} = 7{,}6\angle 156{,}87 A; \qquad \overline{I}_{2T} = \frac{\overline{V}_{23}}{\overline{Z}_2} = 7{,}6\angle 36{,}87 A$$

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_{1S} + \overline{I}_{1T} = -3{,}479 + j5{,}618 = 6{,}608\angle 121{,}768 A$$

$$\overline{I}_2 = \overline{I}_{2S} + \overline{I}_{2T} - \overline{I}_{1T} = 13{,}594 - j2{,}781 = 13{,}876\angle -11{,}562 A$$

$$\overline{I}_3 = \overline{I}_{3S} - \overline{I}_{2T} = -10{,}115 - j2{,}836 = 10{,}505\angle -164{,}338 A$$

Come si può verificare la somma delle correnti di linea totali è nulla pur essendo il carico complessivamente squilibrato e quindi le correnti non hanno moduli uguali e sfasamenti reciproci di 120°.

Ing. Gerardi

```
**** 10/11/115 17:53:06 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 116
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
******************************************************************************
*si sceglie w = 2 rad/s per cui
*f = .3183 Hz
*si inseriscono tre generatori relativi alle tensioni di fase
V_E1 1 0 AC 219.3931 90
V_E2 2 0 AC 219.3931 -30
V_E3 3 0 AC 219.3931 210
*per le correnti di linea si inseriscono tre generatori
*di 0V che funzionano da amperometri, per cui si ha
*I1=I(Vamp1), I2=I(Vamp2) e  e I3=I(Vamp3)
Vamp1 1 10 AC 0 0
Vamp2 2 20 AC 0 0
Vamp3 3 30 AC 0 0
R10 10 11 30
R20 20 21 30
R30 30 31 30
*le induttanze si calcolano da L = XL/w
L10 11 0 20
L20 21 0 20
L30 31 0 20
R12 10 100 40
R23 20 200 40
*i condensatori si calcolano da C = 1/(w*XC)
C12 100 20 16.6667E-3
C23 200 30 16.6667E-3
.AC LIN 1 .3183 .3183
.PRINT AC I(Vamp1) IP(Vamp1) I(Vamp2) IP(Vamp2)
.PRINT AC I(Vamp3) IP(Vamp3)
.END
**** 10/11/115 17:53:06 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 ****     SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION       TEMPERATURE =   27.000 DEG C
 ****     AC ANALYSIS                      TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************

  FREQ        I(Vamp1)     IP(Vamp1)    I(Vamp2)    IP(Vamp2)
  3.183E-01   6.608E+00    1.218E+02    1.388E+01   -1.156E+01

  FREQ        I(Vamp3)     IP(Vamp3)
  3.183E-01   1.051E+01   -1.643E+02

        JOB CONCLUDED
        TOTAL JOB TIME           0.00
```

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 117

Calcolare le POTENZE totali nel circuito dell'esercizio 116.

<u>Soluzione</u>*:* Supponendo di aver già ricavato le correnti, precedentemente:

$\overline{I_{1S}} = 4{,}388\angle 36{,}87A$; $\overline{I_{1S}} = 4{,}388\angle -83{,}13A$; $\overline{I_{1S}} = 4{,}388\angle 156{,}87A$

$\overline{I_{1T}} = 7{,}6\angle 156{,}87A$; $I_{2T} = 7{,}6\angle 36{,}87A$

$\overline{I_1} = \overline{I_{1S}} + \overline{I_{1T}} = -3{,}479 + j5{,}618 = 6{,}608\angle 121{,}768A$

$\overline{I_2} = \overline{I_{2S}} + \overline{I_{2T}} - \overline{I_{1T}} = 13{,}594 - j2{,}781 = 13{,}876\angle -11{,}562A$

$\overline{I_3} = \overline{I_{3S}} - \overline{I_{2T}} = -10{,}115 - j2{,}836 = 10{,}505\angle -164{,}338A$

<u>1) con Boucherot:</u>

$P_1 = R_1 \cdot I_{1S}^2 = 577{,}636W$; $P_2 = R_2 \cdot I_{1T}^2 = 2310{,}4W$

$Q_1 = +X_1 \cdot I_{1S}^2 = +770{,}182VAR$; $Q_2 = -X_2 \cdot I_{1T}^2 = -1732{,}8VAR$

$P_T = 3 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 = 6353{,}708W$; $Q_T = 3 \cdot Q_1 + 2 \cdot Q_2 = -1155{,}054VAR$

$\overline{S_T} = P_T + jQ_T = 6363{,}708 - j1155{,}054VA$

<u>2) con la potenza complessa:</u>

$\overline{S_{1S}} = \overline{E_1} \cdot \overline{I_{1S}^*} = 577{,}662 + j770{,}069VA$

$\overline{S_{2S}} = \overline{E_2} \cdot \overline{I_{2S}^*} = 577{,}590 + j770{,}049VA$

$\overline{S_{3S}} = \overline{E_3} \cdot \overline{I_{3S}^*} = 577{,}532 + j770{,}187VA$

$\overline{S_{1T}} = \overline{V_{12}} \cdot \overline{I_{1T}^*} = 2310{,}244 - j1732{,}860VA$

$\overline{S_{2T}} = \overline{V_{23}} \cdot \overline{I_{2T}^*} = 2310{,}4 - j1732{,}8VA$

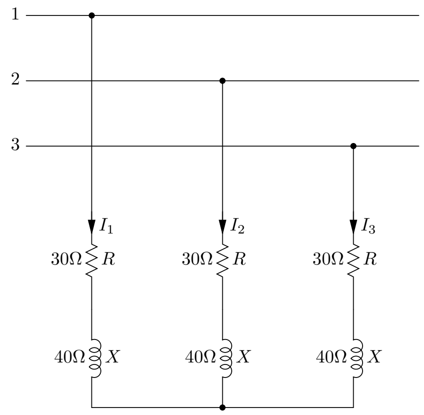
$\overline{S_T} = \overline{S_{1S}} + \overline{S_{2S}} + \overline{S_{3S}} + \overline{S_{1T}} + \overline{S_{2T}} = 6353{,}428 - j1155{,}355VA$

ESERCIZIO 118

Tre impedenze uguali vengono alimentate da una tensione di linea (V = 400 V efficaci). Calcolare le POTENZE totali quando vengono collegate prima a stella e poi a triangolo.

Soluzione: Si fa riferimento al sistema di tensioni trifasi dell'esercizio 116

a) collegamento a STELLA:



$$\overline{I_{1S}} = \frac{\overline{E_1}}{\overline{Z}} = \frac{230{,}94\angle 90}{50\angle 53{,}13} = 4{,}62\angle 36{,}87A$$

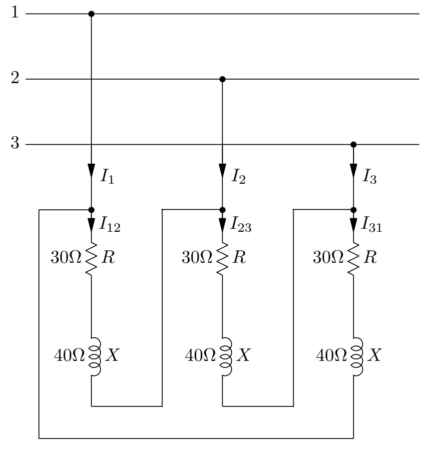
$$\overline{I_{2S}} = \frac{\overline{E_2}}{\overline{Z}} = 4{,}62\angle -83{,}13A$$

$$\overline{I_{3S}} = \frac{\overline{E_3}}{\overline{Z}} = 4{,}62\angle 156{,}87A$$

$$P_{T\_Ste} = 3 \cdot R \cdot I_{1S}^2 = 1{,}92kW$$

$$Q_{T\_Ste} = 3 \cdot X \cdot I_{1S}^2 = 2{,}56kVAR$$

a) collegamento a TRIANGOLO:



$$\overline{I_{12}} = \frac{\overline{V_{12}}}{\overline{Z}} = \frac{400\angle 120}{50\angle 53{,}13} = 8\angle 66{,}87A$$

$$\overline{I_{23}} = \frac{\overline{V_{23}}}{\overline{Z}} = 8\angle -53{,}13A$$

$$\overline{I_{31}} = \frac{\overline{V_{31}}}{\overline{Z}} = 8\angle -173{,}13A$$

$$\overline{I_1} = \overline{I_{12}} - \overline{I_{31}} = 13{,}86\angle 36{,}9A$$

$$\overline{I_2} = \overline{I_{23}} - \overline{I_{12}} = 13{,}86\angle -83{,}1A$$

$$\overline{I_3} = \overline{I_{31}} - \overline{I_{23}} = 13{,}85\angle 156{,}88A$$

$$P_{T\_Tri} = 3 \cdot R \cdot I_{31}^2 = 5{,}76kW$$

$$Q_{T\_Tri} = 3 \cdot X \cdot I_{31}^2 = 7{,}68kVAR$$

Le correnti di linea e le potenze sono il triplo rispetto al collegamento a stella.

Ing. Gerardi

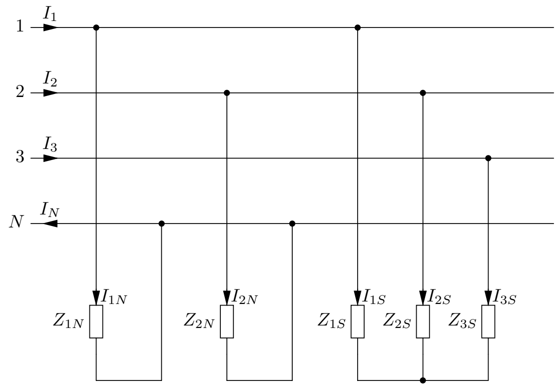
```
**** 10/11/115 18:20:42 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 118
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
*si sceglie w = 2 rad/s (f = .3183 Hz)
V_E1 1 0 AC 230.9401 90
V_E2 2 0 AC 230.9401 -30
V_E3 3 0 AC 230.9401 210
*per le correnti di linea si usano 6 generatori
*di 0V (amperometri): 3 per la stella e 3 triangolo
*CARICO A STELLA
VampS1 1 10 AC 0 0
VampS2 2 20 AC 0 0
VampS3 3 30 AC 0 0
R1S 10 11 30
R2S 20 21 30
R3S 30 31 30
L1S 11 0 20
L2S 21 0 20
L3S 31 0 20
*CARICO A TRIANGOLO
VampT1 1 100 AC 0 0
VampT2 2 200 AC 0 0
VampT3 3 300 AC 0 0
R1T 100 101 30
R2T 200 201 30
R3T 300 301 30
L1T 101 200 20
L2T 201 300 20
L3T 301 100 20
.AC LIN 1 .3183 .3183
.PRINT AC I(VampS1) IP(VampS1) I(VampS2) IP(VampS2)
.PRINT AC I(VampS3) IP(VampS3)
.PRINT AC I(VampT1) IP(VampT1) I(VampT2) IP(VampT2)
.PRINT AC I(VampT3) IP(VampT3)
.END
**** 10/11/115 18:20:42 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 ****     AC ANALYSIS                    TEMPERATURE =   27.000 DEG C
  FREQ        I(VampS1)   IP(VampS1)  I(VampS2)   IP(VampS2)
  3.183E-01   4.619E+00   3.687E+01   4.619E+00  -8.313E+01
******************************************************************************
  FREQ        I(VampS3)    IP(VampS3)
  3.183E-01   4.619E+00   1.569E+02
******************************************************************************
  FREQ        I(VampT1)   IP(VampT1)  I(VampT2)   IP(VampT2)
  3.183E-01   1.386E+01   3.687E+01   1.386E+01  -8.313E+01
******************************************************************************
  FREQ        I(VampT3)    IP(VampT3)
  3.183E-01   1.386E+01   1.569E+02

        JOB CONCLUDED
        TOTAL JOB TIME          0.00
```

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 119

Un sistema di tensioni trifase (V=380V eff.) a 4 fili alimenta questi carichi:
1) carico monofase tra fase 1 e Neutro ($Z_{1N} = 13{,}15\angle 34{,}93\Omega$);
2) carico monofase tra fase 2 e Neutro ($Z_{2N} = 10{,}41\angle 21{,}57\Omega$);
3) carico trifase equilibrato a stella ($Z_S = 11{,}56\angle 28{,}36\Omega$);
Calcolare le correnti di linea totali e di neutro; calcolare le POTENZE totali.

<u>Soluzione</u>: Si fa riferimento al sistema di tensioni trifasi dell'esercizio 116.



$$\overline{I_{2N}} = \frac{\overline{E_2}}{\overline{Z_{2N}}} = 21{,}07\angle -51{,}57A$$

$$\overline{I_{1N}} = 16{,}68\angle 55{,}07A$$

$$\overline{I_{1S}} = 18{,}98\angle 61{,}64A$$

$$\overline{I_{2S}} = 18{,}98\angle -58{,}36A$$

$$\overline{I_{3S}} = 18{,}98\angle -178{,}36A$$

$\overline{I_1} = \overline{I_{1N}} + \overline{I_{1S}} = 35{,}82\angle 58{,}02A$; $\quad \overline{I_2} = \overline{I_{2N}} + \overline{I_{2S}} = 39{,}99\angle -54{,}78A$

$\overline{I_3} = \overline{I_{3S}} = 18{,}98\angle -178{,}37A$; $\quad \overline{I_N} = \overline{I_{1N}} + \overline{I_{2N}} = 25{,}21\angle -6{,}45A$

$P_{1N} = R_{1N} \cdot I_{1N}^2 = 2999{,}24W$; $\quad P_{2N} = R_{2N} \cdot I_{2N}^2 = 4297{,}39W$

$Q_{1N} = X_{1N} \cdot I_{1N}^2 = +2095{,}01VAR$; $\quad Q_{2N} = X_{2N} \cdot I_{2N}^2 = +1700{,}31VAR$

$P_{Stella} = 3 \cdot R_{Stella} \cdot I_{1S}^2 = 10990{,}93W$; $\quad Q_{Stella} = 3 \cdot X_{Stella} \cdot I_{1S}^2 = +5933{,}16VAR$

$P_{Totale} = \sum P = 18287{,}72W$; $\quad Q_{Totale} = \sum Q = +9728{,}48VAR$

Con la potenza complessa:

$$\overline{S_{Totale\_Triangolo}} = \overline{S_{1N}} + \overline{S_{1N}} + \overline{S_{Stella}} =$$
$$= \left(\overline{E_1} \cdot \overline{I_{1N}^*}\right) + \left(\overline{E_2} \cdot \overline{I_{2N}^*}\right) + 3 \cdot \left(\overline{E_1} \cdot \overline{I_{1S}^*}\right) = 18291{,}16 + j9728{,}24VA$$

Ing. Gerardi

```
**** 10/14/115 11:33:37 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 119
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
******************************************************************************
*si sceglie w = 2 rad/s per cui
*f = .3183 Hz
*si inseriscono tre generatori relativi alle tensioni di fase
V_E1 1 0 AC 219.3931 90
V_E2 2 0 AC 219.3931 -30
V_E3 3 0 AC 219.3931 210
*per le correnti si inseriscono 4 generatori di tensione
*di 0V che funzionano da amperometri, per cui si ha
*I1=I(Vamp1), I2=I(Vamp2), I3=I(Vamp3), IN=I(VampN)
Vamp1 1 10 AC 0 0
Vamp2 2 20 AC 0 0
Vamp3 3 30 AC 0 0
VampN 100 0 AC 0 0
R1N 10 11 10.781
L1N 11 100 3.765
R2N 20 21 9.681
L2N 21 100 1.914
R1S 10 111 10.173
L1S 111 100 2.746
R2S 20 222 10.173
L2S 222 100 2.746
R3S 30 333 10.173
L3S 333 100 2.746
.AC LIN 1 .3183 .3183
.PRINT AC I(Vamp1) IP(Vamp1) I(Vamp2) IP(Vamp2)
.PRINT AC I(Vamp3) IP(Vamp3) I(VampN) IP(VampN)
.END
 ****     AC ANALYSIS                    TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
  FREQ         I(Vamp1)     IP(Vamp1)   I(Vamp2)     IP(Vamp2)
  3.183E-01   3.560E+01   5.856E+01   3.998E+01  -5.479E+01
******************************************************************************
  FREQ         I(Vamp3)     IP(Vamp3)    I(VampN)     IP(VampN)
  3.183E-01   1.898E+01  -1.784E+02   2.283E+01  -7.127E+00

        JOB CONCLUDED
        TOTAL JOB TIME            .05
```

ESERCIZIO 120

Un sistema di tensioni trifase (V=380V eff.; f=50 Hz) a 4 fili alimenta un Impianto industriale con i carichi con i seguenti DATI DI TARGA:
(carico a) 4 M.A.T.: V_n = 400V; P_n = 15 kW; pf_n = 0,82; η_n = 0,85;
(carico b) 10 M.A.T.: V_n = 400V; P_n = 2,2 kW; pf_n = 0,74; η_n = 0,78;
(carico c) 30 lampade: V_n = 230V; P_n = 36 W; pf_n = 1;
(carico d) un forno a induzione: V_n = 400V; P_n = 25 kW; pf_n = 0,5;
Rifasare l'impianto per ottenere pf = 0,9 (si supponga che tutti i carichi siano contemporaneamente attivi ed in condizioni di funzionamento nominale).

*Soluzione:*Con Boucherot, si calcolano le potenze attive e reattive:

carico (a) $P_a = 4 \cdot \frac{15}{0,85} = 70588W$; $Q_a = P_a \cdot tg\varphi_a = 49271VAR$

carico (b) $P_b = 10 \cdot \frac{2,2}{0,78} = 28205W$; $Q_b = P_b \cdot tg\varphi_b = 25636VAR$

carico (c) $P_c = 30 \cdot 36 = 1080W$; $Q_c = 0$

carico (d) $P_d = 25000W$; $Q_d = P_d \cdot tg\varphi_d = 43301VAR$

$$P_{Totale} = P_a + P_b + P_c + P_d = 124873W$$

$$Q_{Totale} = Q_a + Q_b + Q_d = 118208VAR$$

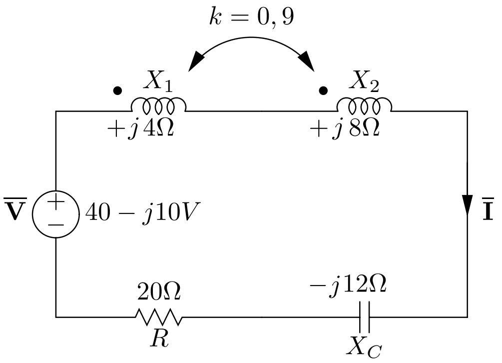
$tg\varphi_{Totale} = Q_T / P_T = 0,9466$; $\cos\varphi_{Totale} = 0,7262$

$$Q_C = P_{Totale} \cdot \left(tg\varphi_{Totale} - tg\varphi^I\right) = 57726VAR$$

$$C = \frac{Q_C}{3 \cdot \omega \cdot V^2} \cong 383\mu F$$

ESERCIZIO 121

Calcolare la potenza media dissipata dalla resistenza nel circuito in figura.



Soluzione: Applicando la KVL nell'unica maglia si ha:

$$-\overline{V} + \left[R + j \cdot \left(X_1 + X_2 - X_C + 2 \cdot X_M\right)\right] \cdot \overline{I} = 0$$

$$X_M = k \cdot \sqrt{X_1 \cdot X_2} = 5{,}091\Omega$$

$$\overline{I} = \frac{40 - j10}{\left[20 + j \cdot \left(4 + 8 - 12 + 10{,}182\right)\right]} = 1{,}386 - j1{,}206 = 1{,}837\angle -41{,}017\,A$$

Se si invertisse il "puntino di "X_2" si ha:

$$\overline{I} = \frac{40 - j10}{\left[20 + j \cdot \left(4 + 8 - 12 - 10{,}182\right)\right]} = 1{,}790 - j0{,}412\,A$$

La potenza media dissipata dalla resistenza vale:

$$P_R = \frac{1}{2} \cdot R \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 1{,}837^2 = 33{,}75W$$

Oppure si calcola dalla potenza complessa:

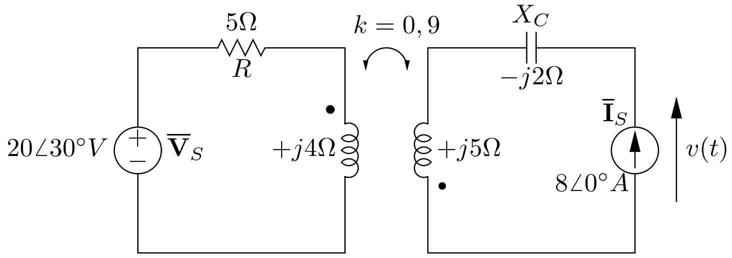
$$P_R = \mathrm{Re}\left[\overline{S}_{generatore}\right] = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{2} \cdot \overline{V} \cdot \overline{I^*}\right] = 33{,}75W$$

```
**** 10/08/115 17:29:26 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
V 1 0 AC 41.231 -14.036
L1 1 2 2
L2 2 3 4
K12 L1 L2 .9
C 3 4 41.6667E-3
R 4 0 20
.AC LIN 1 .3183 .3183
.PRINT AC I(R) IP(R)
.END
**** 10/08/115 17:29:26 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
  FREQ        I(R)        IP(R)
   3.183E-01   1.837E+00  -4.102E+01
**** 10/08/115 17:29:26 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
```

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 122

Calcolare la tensione *v(t)* nel circuito in figura, funzionante in regime sinusoidale (f = 50 Hz). (*Valori efficaci*).



Soluzione:

$$X_M = k \cdot \sqrt{X_1 \cdot X_2} = 4{,}025\Omega$$

Applicando il **metodo degli anelli** si ha:

1) maglia SX I_1 verso orario: $-\overline{V_S} + (R + jX_1) \cdot \overline{I_1} - jX_M \cdot \overline{I_S} = 0$

2) maglia DX I_S verso antiorario: $-\overline{V} + j(X_2 - X_C) \cdot \overline{I_S} - jX_M \cdot \overline{I_1} = 0$

$$\overline{I_1} = \frac{\overline{V_S} + jX_M \cdot \overline{I_S}}{(R + jX_1)} = 6{,}229 + j3{,}456A$$

$$\overline{V} = 13{,}912 - j1{,}073 = 13{,}954\angle -4{,}411°V$$

Passando nel dominio del tempo:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 314{,}16 \, {}^{rad}\!/_{s}$$

$$V_m = \sqrt{2} \cdot V = \sqrt{2} \cdot 13{,}954 = 19{,}734V$$

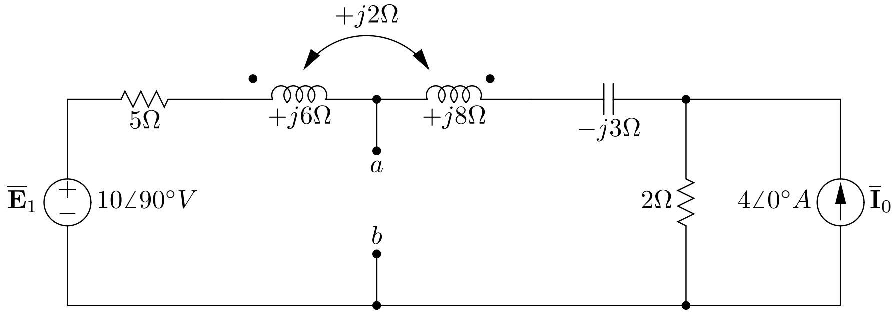
$$v(t) = 19{,}734 \cdot \cos(314{,}16 \cdot t - 4{,}411°)V$$

```
**** 10/08/115 17:35:45 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
VS 1 0 AC 20 30
R1 1 2 5
L1 2 0 2
L2 0 3 2.5
K12 L1 L2 .9
C 3 4 .25
Rinf 3 4 1E12
IS 0 4 AC 8 0
.AC LIN 1 .3183 .3183
.PRINT AC IR(R1) II(R1) V(4) VP(4)
.END
**** 10/08/115 17:35:45 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
  FREQ       IR(R1)      II(R1)      V(4)        VP(4)
   3.183E-01   6.229E+00   3.456E+00   1.395E+01  -4.410E+00
**** 10/08/115 17:35:45 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
```

Ing. Gerardi

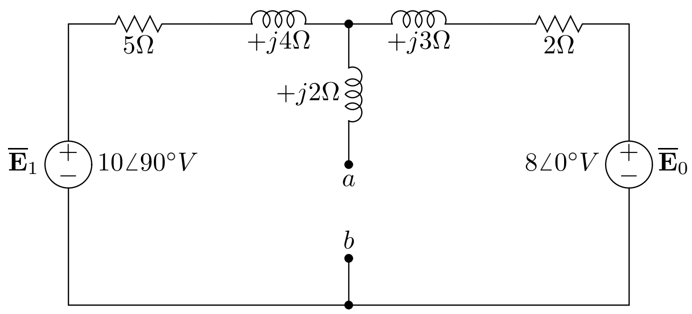
ESERCIZIO 123

Determinare l'equivalente di Thèvenin ai terminali "a" e "b" del circuito in figura. (*Valori efficaci*).



<u>*Soluzione*</u>*:*

Si trasforma in una rete a "T":



Calcolo di $\overline{Z_{TH}}$ (si passivizza la rete)

$$\overline{Z_{TH}} = j2 + \frac{(5+j4)\cdot(2+j3)}{(5+j4)+(2+j3)} = 1{,}5 + j3{,}786 = 4{,}072\angle 68{,}387\Omega$$

Calcolo di $\overline{E_{TH}}$

Nella maglia circola una corrente oraria pari a:

$$\overline{I} = \frac{(10\angle 90)-(8\angle 0)}{(5+j4)+(2+j3)} = 0{,}143 + j1{,}286A$$

$$\overline{E_{TH}} = \overline{V_{ab}} = (10\angle 90) - (5+j4)\cdot \overline{I} = 4{,}429 + j2{,}998 = 5{,}348\angle 34{,}094V$$

Verifica della $\overline{E_{TH}}$:

$$\overline{E_{TH}} = \overline{V_{ab}} = (8\angle 0) + (2+j3)\cdot \overline{I} = 4{,}428 + j3{,}001 = 5{,}349\angle 34{,}127V$$

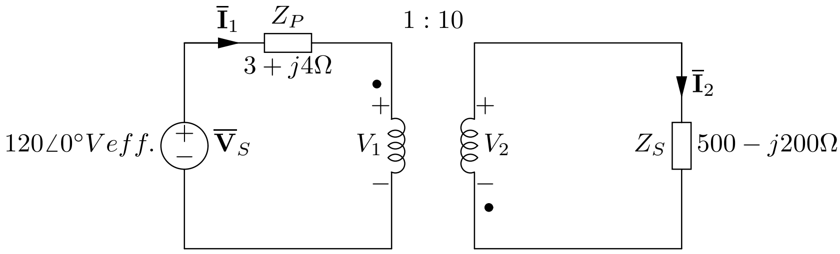
```
**** 10/11/115 20:44:38 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 123a - Calcolo E_TH
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
******************************************************************************
*si sceglie w = 2 rad/s (f = .3183 Hz)
V_E1 1 0 AC 10 90
R1 1 2 5
L1 2 3 3
L2 4 3 4
*k= M/radq(L1*L2) = 0,288675
K12 L1 L2 .288675
C 4 5 166.6667E-3
R2 5 0 2
I0 0 5 AC 4 0
*la tensione E_TH  la V(3)
.AC LIN 1 .3183 .3183
.PRINT AC V(3) VP(3)
.END
**** 10/11/115 20:44:38 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 ****     AC ANALYSIS                    TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
  FREQ       V(3)       VP(3)
   3.183E-01   5.349E+00   3.411E+01
```

```
**** 10/11/115 20:44:40 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 123b - Calcolo Z_TH
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
*si spengono i generatori azzerandoli
*si inserisce un genertatore da 1A e si
*misura la sua tensione che  la Z_TH
V_E1 1 0 AC 0 0
R1 1 2 5
L1 2 3 3
L2 4 3 4
I 0 3 AC 1 0
*k= M/radq(L1*L2) = 0,288675
K12 L1 L2 .288675
C 4 5 166.6667E-3
R2 5 0 2
I0 0 5 AC 0 0
.AC LIN 1 .3183 .3183
.PRINT AC V(3) VP(3)
.END
**** 10/11/115 20:44:40 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 ****     AC ANALYSIS                    TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
  FREQ       V(3)       VP(3)
   3.183E-01   4.072E+00   6.838E+01
```

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 124

Calcolare la potenza media dissipata dalla resistenza da Z_S.



Soluzione: 1) applicando la KVL al primario ed al secondario si ricava:

$$-\overline{V_S} + (3 + j4) \cdot \overline{I_1} + \overline{V_1} = 0 \qquad -\overline{V_2} + \overline{Z_2} \cdot \overline{I_2} = 0$$

Dall'analisi delle tensioni e correnti relative ai "puntini", si ha :

$$\begin{cases} \overline{V_2} = -n \cdot \overline{V_1} \\ \overline{I_1} = -n \cdot \overline{I_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} -\overline{V_S} - (3 + j4) \cdot n \cdot \overline{I_2} - \frac{1}{n} \cdot \overline{V_2} = 0 \\ -\overline{V_2} + \overline{Z_2} \cdot \overline{I_2} = 0 \end{cases}$$

Risolvendo rispetto a I_2 si ricava: $\overline{I_2} = \dfrac{-1200}{800 + j200} = 1{,}455\angle 165{,}964 A$

2) risolvendo con il **metodo agli anelli**:

1) KVL maglia SX I_A (orario): $-120 + (3 + j4) \cdot \overline{I_1} + \overline{V_1} = 0$

2) KVL maglia DX I_B (antiorario): $-\overline{V_2} + (500 - j200) \cdot \overline{I_2} + = 0$

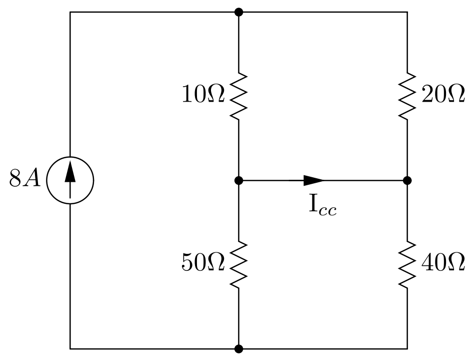
$$\begin{cases} \overline{V_1} = 63{,}54 - j45{,}89V \\ \overline{V_2} = -635{,}4 + j458{,}9V \\ \overline{I_1} = 14{,}12 - j3{,}53A \\ \overline{I_2} = -1{,}412 + j0{,}353A \end{cases}$$

La potenza media dissipata da Z_S vale: $P_S = 500 \cdot I_2^2 = 1058{,}51W$

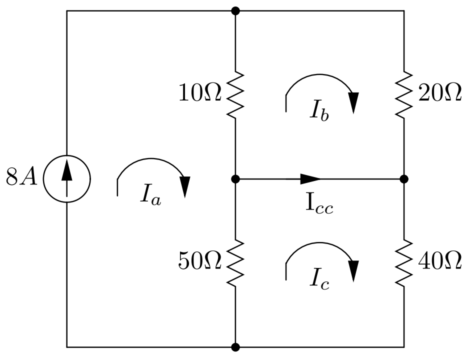
Oppure: $P_S = 5 \cdot I_1^2 = 1059{,}18W$

ESERCIZIO 125

Calcolare la corrente I_{CC} (cortocircuito tra 2 punti),per il circuito in figura.



<u>*Soluzione*</u>*:* <u>***Metodo agli anelli***</u>: Ci sono 3 correnti di anello I_a, I_b e I_c.



1) Vincolo sul generatore $I_a = 8A$

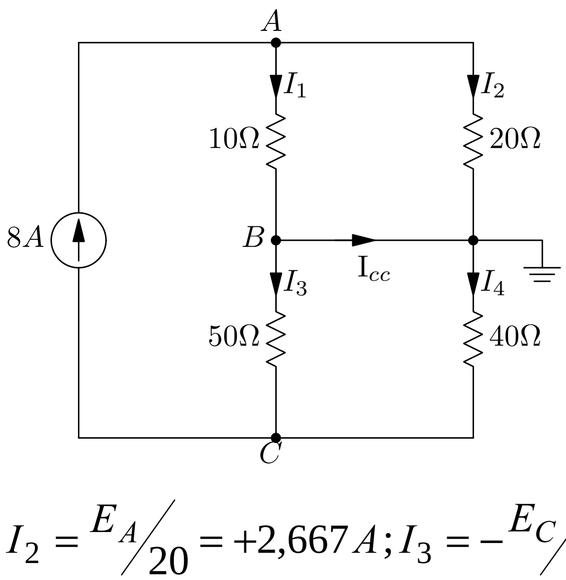
2) KVL maglia I_b oraria: $+30 \cdot I_b - 10 \cdot I_a = 0$

3) KVL maglia I_c oraria: $+90 \cdot I_c - 50 \cdot I_a = 0$

$I_a = 8A \qquad I_b = {}^{8}\!/_{3}\,A \qquad I_c = {}^{40}\!/_{9}\,A$

$I_{cc} = I_c - I_b = 1{,}778A$

<u>***2) Metodo nodale***</u> Si prende il nodo B come riferimento:



1) KCL nodo A $\qquad -8 + \frac{E_A}{10} + \frac{E_A}{20} = 0$

2) KCL nodo C $\qquad +8 + \frac{E_C}{50} + \frac{E_C}{40} = 0$

$\begin{cases} E_A = +53{,}333V \\ E_C = -177{,}778V \end{cases}$; $\quad I_1 = {}^{E_A}\!/_{10} = +5{,}333A$

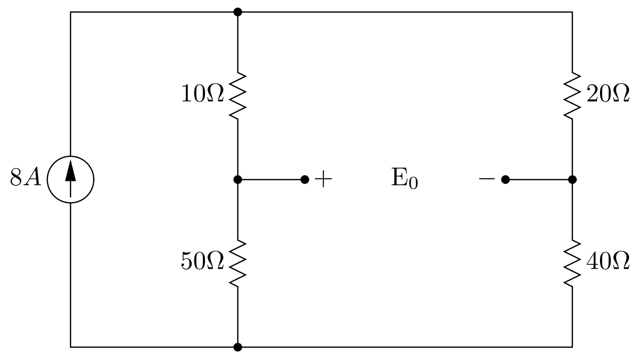
$I_2 = {}^{E_A}\!/_{20} = +2{,}667A; I_3 = -{}^{E_C}\!/_{50} = +3{,}556A; \; I_4 = -{}^{E_C}\!/_{40} = +4{,}444A$

$I_{cc} = I_1 - I_3 = +1{,}777A$ KCL al nodo B a sinistra

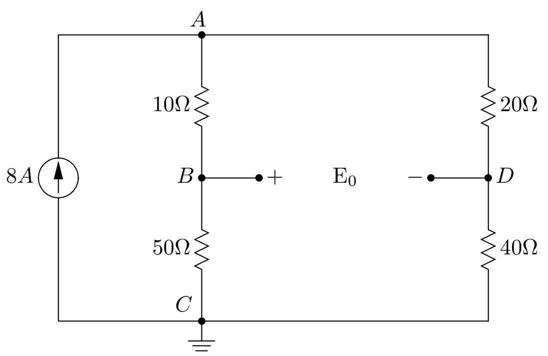
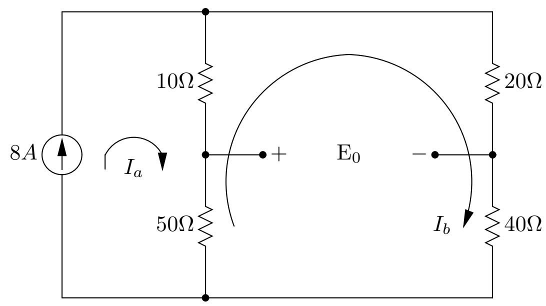
```
**** 10/14/115 08:40:24 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 125

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************

I0 0 1 DC 8
R1 1 2 10
R2 2 0 50
R3 1 3 20
R4 3 0 40
*per la corrente Icc si inserisce un generatore
*di 0V che funziona da amperometro: Icc=I(Vamp)
Vamp 2 3 DC 0
*Ib = I(R3) e Ic = I(R4)
.DC I0 8 8 1
.PRINT DC I(Vamp) I(R3) I(R4)
.END

**** 10/14/115 08:40:24 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 125

 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  I0          I(Vamp)     I(R3)       I(R4)
  8.000E+00   1.778E+00   2.667E+00   4.444E+00

          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            .05
```

ESERCIZIO 126

Calcolare la tensione E_0 (ramo aperto),per il circuito in figura.



<u>*Soluzione*</u>*:*

	
<u>***1) Metodo nodale***</u>	<u>***2) Metodo agli anelli***</u>

<u>***Metodo nodale***</u>

1) KCL nodo A: $-8+0{,}1\cdot(E_A-E_B)+0{,}05\cdot(E_A-E_D)=0$

2) KCL nodo B: $+0{,}1\cdot(E_B-E_A)+0{,}02\cdot E_B=0$

3) KCL nodo D: $+0{,}05\cdot(E_D-E_A)+0{,}025\cdot(E_D)=0$

$$\begin{cases} E_A=+240V \\ E_B=+200V \\ E_D=+160V \end{cases}$$

E_0 è la differenza dei potenziali dei nodi B e D: $E_0=E_B-E_D=+40V$

<u>***Metodo agli anelli***</u>

1) Vincolo sul generatore $I_a=8A$

2) KVL maglia I_b (oraria): $+120\cdot I_b-60\cdot I_a=0$

$$\begin{cases} I_a=8A \\ I_b=4A \end{cases}$$

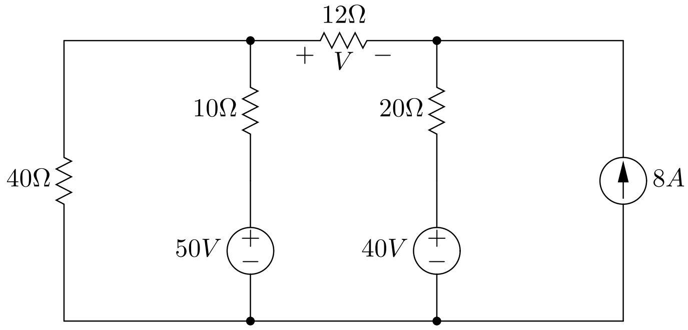
Applicando la KVL alle maglia sotto (e per verifica alla maglia sopra), si ha:

$E_0=V_{BC}-V_{DC}=[50\cdot(I_b-I_a)]-(40\cdot I_a)=40V$ (maglia “in basso”)

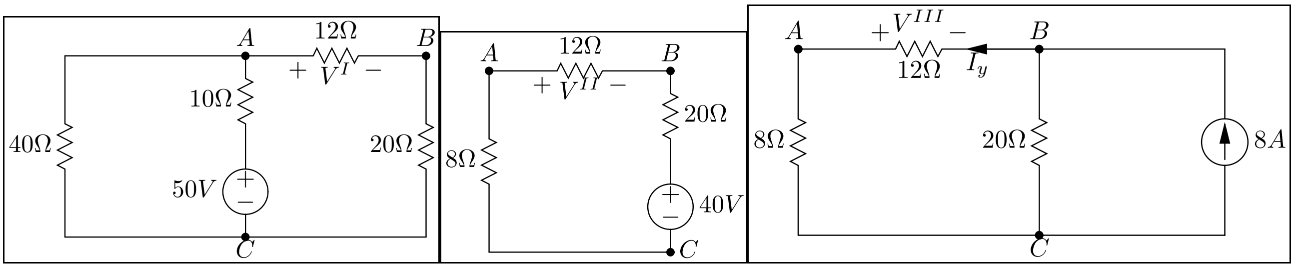
```
**** 10/14/115 08:45:00 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 126

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************

I0 0 1 DC 8
R1 1 2 10
R2 2 0 50
R3 1 3 20
R4 3 0 40
*la tensione E0  uguale a V(2,3)
*EA = V(1), EB = V(2), ED = V(3)
.DC I0 8 8 1
.PRINT DC V(2,3)
.PRINT DC V(1) V(2) V(3)
.END

**** 10/14/115 08:45:00 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 126

 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  I0          V(2,3)
  8.000E+00   4.000E+01

**** 10/14/115 08:45:00 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 126

 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  I0          V(1)        V(2)        V(3)
  8.000E+00   2.400E+02   2.000E+02   1.600E+02

          JOB CONCLUDED
          TOTAL JOB TIME            0.00
```

ESERCIZIO 127

Calcolare la tensione V, nel circuito in figura con sovrapposizione degli effetti.



Soluzione: **Sovrapposizione degli effetti**



- *1^ effetto: agisce il gen. 50 V* Col partitore di tensione (figura a sinistra) :

$$R_X = 40//(12+20) = 160/9\,\Omega ; V_{AC} = \frac{50 \cdot R_X}{R_X + 10} = 32V ; V^I = \frac{V_{AC} \cdot 12}{12+20} = +12V$$

- *2^ effetto: agisce il gen. 40 V* Col partitore di tensione (figura al centro):

$$V^{II} = -40 \cdot \frac{12}{12+20+(40//10)} = -12V$$

- *3^ effetto: agisce il gen. 8 A* Col partitore di corrente (figura a destra):

$$I_y = 8 \cdot \frac{20}{20+[12+(40//10)]} = 4A \quad V^{III} = -I_y \cdot 12 = -48V$$

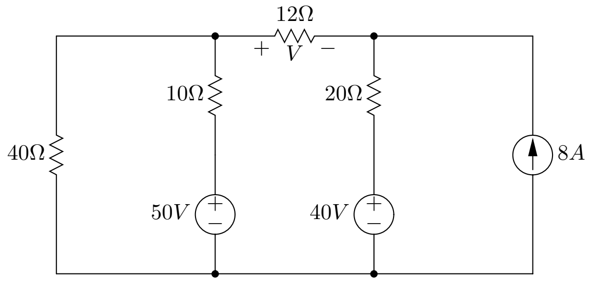
- *Sommando gli effetti si ha:*

$$V = V^I + V^{II} + V^{III} = -48V$$

```
**** 10/14/115 08:53:19 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 127

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************

R1 1 0 40
R2 1 2 10
V3 2 0 DC 50
R4 1 3 12
R5 3 4 20
V6 4 0 DC 40
I7 0 3 DC 8
*la tensione V  uguale a V(1,3)
.DC V3 50 50 1
.PRINT DC V(1,3)
.END

**** 10/14/115 08:53:19 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 127

 ****     DC TRANSFER CURVES               TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  V3              V(1,3)
  5.000E+01    -4.800E+01

       JOB CONCLUDED

       TOTAL JOB TIME            0.00
```

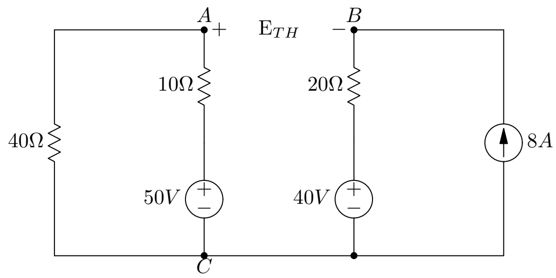
ESERCIZIO 128

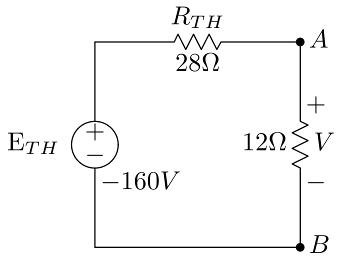
Calcolare la tensione V, nel circuito in figura con Thèvenin e Norton.



<u>*Soluzione*</u>: <u>***1) Thèvenin***</u>: $R_{TH} = R_{NO} = 20 + (40 // 10) = 28\Omega$

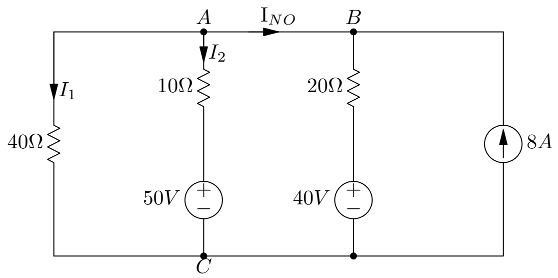
- Calcolo di E_{TH} $\quad E_{TH} = V_{AC} - V_{BC} = \left(\dfrac{50 \cdot 40}{40 + 10} \right) - (40 + 8 \cdot 20) = -160V$

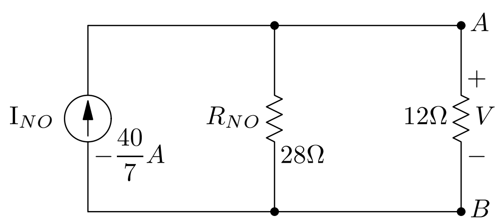




$$V = \frac{E_{TH} \cdot 12}{R_{TH} + 12} = -48V$$

<u>**2) Norton:**</u>*- Calcolo di I_{NO}.* Con il metodo nodale si calcola la tensione nodale E_A.





$$-8 + 0{,}025 \cdot E_A + 0{,}1 \cdot (E_A - 50) + 0{,}05 \cdot (E_A - 40) = 0 \qquad E_A = 85{,}714V$$

$$I_{NO} = -I_1 - I_2 = -0{,}025 \cdot E_A - 0{,}1 \cdot (E_A - 50) = -5{,}714A$$

$$V = I_{NO} \cdot (R_{NO} // 12) = -48V$$

```
**** 10/14/115 09:02:41 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 128a - calcolo RTH = RNO
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
******************************************************************************
*si passivizza il circuito e si inserisce al posto
*della resistenza da 12 ohm un generatore di 1A
*la cui tensione  uguale a RTH
R1 1 0 40
R2 1 2 10
V3 2 0 DC 0
I 3 1 DC 1
R5 3 4 20
V6 4 0 DC 0
I7 0 3 DC 0
.DC I 1 1 1
.PRINT DC V(1,3)
.END
 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
  I          V(1,3)
   1.000E+00   2.800E+01
          JOB CONCLUDED
          TOTAL JOB TIME            0.00
```

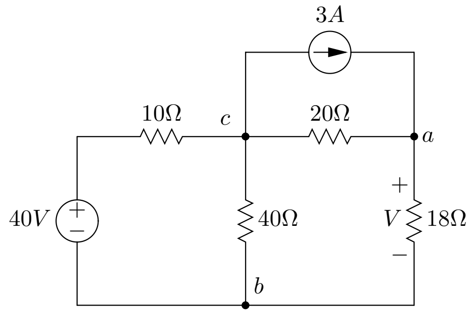
```
**** 10/14/115 09:02:44 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 128b - calcolo ETH
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
******************************************************************************
*la tensione E_TH  la tensione a vuoto cio V(1,3)
R1 1 0 40
R2 1 2 10
V3 2 0 DC 50
R5 3 4 20
V6 4 0 DC 40
I7 0 3 DC 8
*la tensione V  uguale a V(1,3)
.DC V3 50 50 1
.PRINT DC V(1,3)
.END
 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
  V3         V(1,3)
   5.000E+01  -1.600E+02
          JOB CONCLUDED
          TOTAL JOB TIME            0.00
```

Ing. Gerardi

```
**** 10/14/115 09:10:51 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 128c - calcolo INO


 ****     CIRCUIT DESCRIPTION


******************************************************************************



*per la corrente INO si inserisce un resistore
*molto piccolo che funziona da amperometro: INO = I(RS)
R1 1 0 40
R2 1 2 10
V3 2 0 DC 50
RS 1 3 1e-12
R5 3 4 20
V6 4 0 DC 40
I7 0 3 DC 8
.DC V3 50 50 1
.PRINT DC I(RS)
.END
ÿ
**** 10/14/115 09:10:51 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 128c - calcolo INO


 ****     DC TRANSFER CURVES               TEMPERATURE =   27.000 DEG C


******************************************************************************



  V3            I(RS)

  5.000E+01    -5.713E+00



          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

ESERCIZIO 129

Calcolare la tensione V, nel circuito in figura con Thèvenin e Norton.

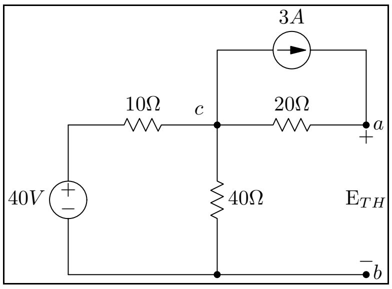


<u>*Soluzione*</u>:

<u>1) Thèvenin</u>: si taglia il ramo "interessato" dalla tensione.

Calcolo R_{TH}. Si passivizza il circuito. $R_{TH} = 20 + (10 // 40) = 28\Omega$

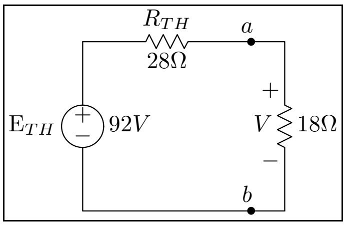
Calcolo E_{TH} . È la tensione a vuoto.



KVL alla maglia in basso a destra:

$$E_{TH} = V_{ac} + V_{cb} = (20 \cdot 3) + \left(40 \cdot \frac{40}{50}\right) = +92V$$

Equivalente di Thèvenin si trova la tensione V col partitore di tensione:

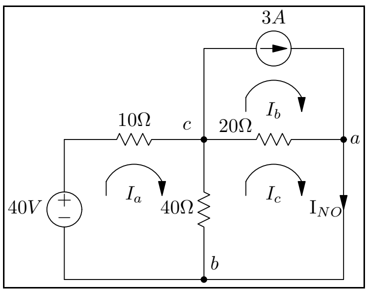


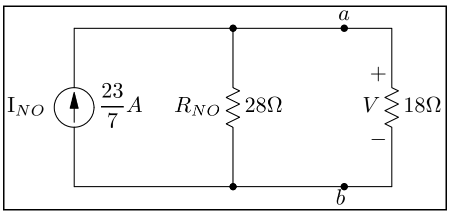
$$V = E_{TH} \cdot \frac{18}{18 + R_{TH}} = \frac{92 \cdot 18}{18 + 28} = +36V$$

<u>2) Norton:</u> si taglia il ramo "interessato".***Calcolo R_{NO}***. $\boxed{R_{NO} = R_{TH} = 28\Omega}$

Calcolo I_{NO} .Col **metodo degli anelli**. [KVL maglie I_a e I_c e vincolo gen.]

$\boxed{-40 + 50 \cdot I_a - 40 \cdot I_c = 0}$; $\boxed{+60 \cdot I_c - 40 \cdot I_a - 20 \cdot I_b = 0}$; $\boxed{I_b = 3A}$





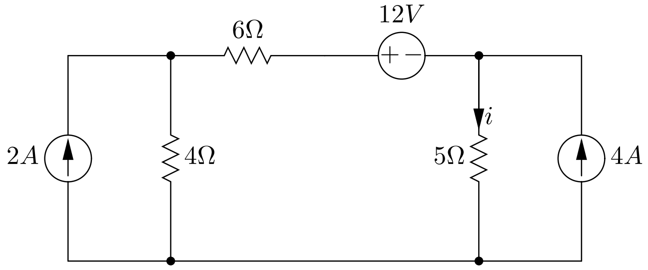
$$I_c = \frac{23}{7} A = I_{NO}$$

$$V = I_{NO} \cdot \left(\frac{R_{NO} \cdot 18}{R_{NO} + 18}\right) = +36V$$

```
**** 10/14/115 11:45:56 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 129

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************

V1 1 0 DC 40
R2 1 2 10
R3 2 0 40
R4 2 3 20
I5 2 3 DC 3
R6 3 0 18
*la tensione V  uguale a V(R6)
.DC V1 40 40 1
.PRINT DC V(R6)
.END
ÿ
**** 10/14/115 11:45:56 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 129

 ****     DC TRANSFER CURVES               TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  V1            V(R6)
  4.000E+01     3.600E+01

          JOB CONCLUDED

          TOTAL JOB TIME            0.00
```

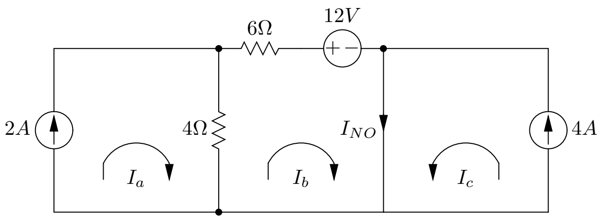
ESERCIZIO 130

Calcolare la corrente i, nel circuito in figura con Norton e Sovrapposizione.



<u>*Soluzione*</u>*:*<u>**1) Norton:**</u>***Calcolo R*** R_{NO}. Si passivizza. $R_{NO} = 6 + 4 = 10\Omega$

Calcolo I_{NO} . È la corrente del cortocircuito. col **metodo degli anelli**.

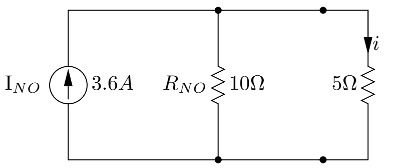


KVL maglia I_b $+10 \cdot I_b - 4 \cdot I_a + 12 = 0$

vincolo gen. 2 A $I_a = 2A$

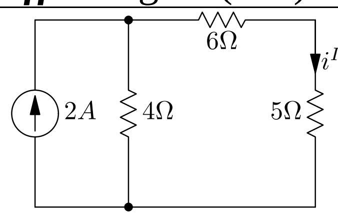
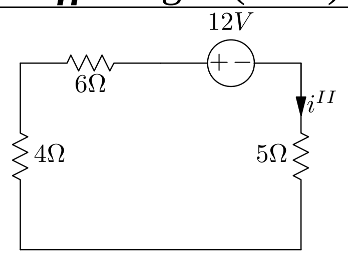
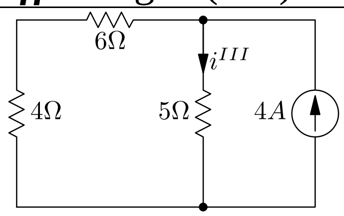
vincolo gen. 4 A $I_c = 4A$

$I_b = -0{,}4A$ $I_{NO} = I_b + I_c = +3{,}6A$. Equivalente di Norton:



$$i = I_{NO} \cdot \frac{R_{NO}}{R_{NO} + 5} = +2{,}4A$$

<u>***2) Sovrapposizione:***</u>

1^ *effetto:* gen. (2 A)	**2^*effetto:***gen.(12 V)	**3^ *effetto:*** gen.(4 A)
		
$i^I = 2 \cdot \frac{4}{4 + (6+5)} = +\frac{8}{15}A$	$i^{II} = \frac{-12}{6+4+5} = -\frac{4}{5}A$	$i^{III} = 4 \cdot \frac{(6+4)}{(6+4)+5} = +\frac{8}{3}A$

Sommando gli effetti si ottiene infine:

$$i = i^I + i^{II} + i^{III} = \frac{8}{15} - \frac{4}{5} + \frac{8}{3} = 2{,}4A$$

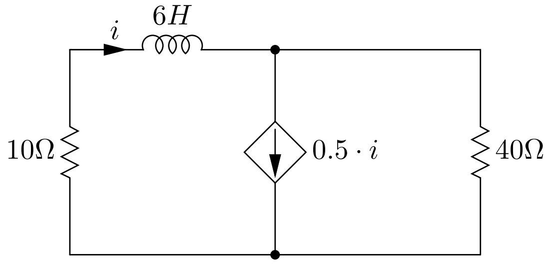
```
**** 10/15/115 17:32:27 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********
 * Esercizio 130
 ****     CIRCUIT DESCRIPTION
******************************************************************************
I1 0 1 DC 2
R2 1 0 4
R3 1 2 6
V3 2 3 DC 12
R4 3 0 5
I5 0 3 DC 4
*la corrente "i"  uguale a I(R4)
.DC I1 2 2 1
.PRINT DC I(R4)
.END
**** 10/15/115 17:32:27 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 130

 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************


   I1              I(R4)
   2.000E+00   2.400E+00

         JOB CONCLUDED
         TOTAL JOB TIME           0.00
```

```
*PER OTTENERE 3 EFFETTI DAL CIRCUITO SI SIMULA
*3 VOLTE (ANNULLANDO 2 GENERATORI PER VOLTA).

****** 1^ EFFETTO ******
 I1          I(R4)'
 2.000E+00   5.333E-01


****** 2^ EFFETTO ******
   V3        I(R4)''
   1.200E+01  -8.000E-01


****** 3^ EFFETTO ******
   I5        I(R4)'''
   4.000E+00   2.667E+00
```

Ing. Gerardi

ESERCIZIO 131

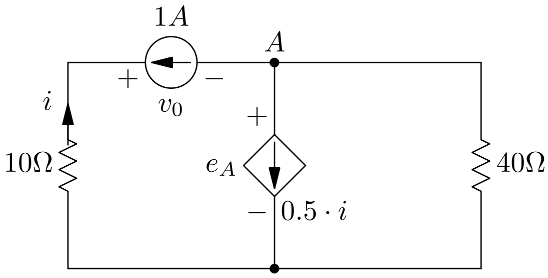
Determinare la corrente i(t) pet t ≥ 0, nel circuito in figura se i(0) = 2A.



<u>Soluzione</u>*:* (Con Thèvenin). Il valore iniziale è: $\boxed{I_I = i(0) = 2A}$

Il valore finale I_F e τ si calcolano dal circuito equivalente di Thèvenin:

Calcolo R_{TH}. KCL nodo A $\boxed{+1 + 0{,}5 \cdot (-1) + E_A/40 = 0}$



$E_A = -20V$

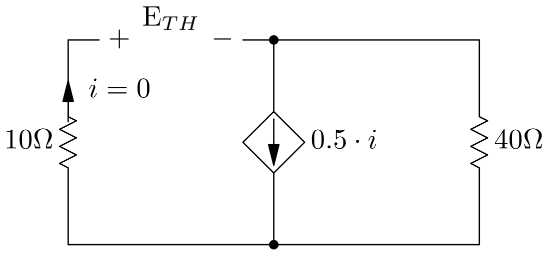
KVL maglia SX:

$-E_A - v_0 + (10 \cdot 1) = 0$

$v_0 = +30V$

$R_{TH} = V_0/1 = 30\Omega$

Calcolo E_{TH}. Non c'è generatori indipendenti, per cui: $\boxed{E_{TH} = 0V}$



Dal circuito equivalente di Thèvenin si ricavano:

$I_F = E_{TH}/R_{TH} = 0A$

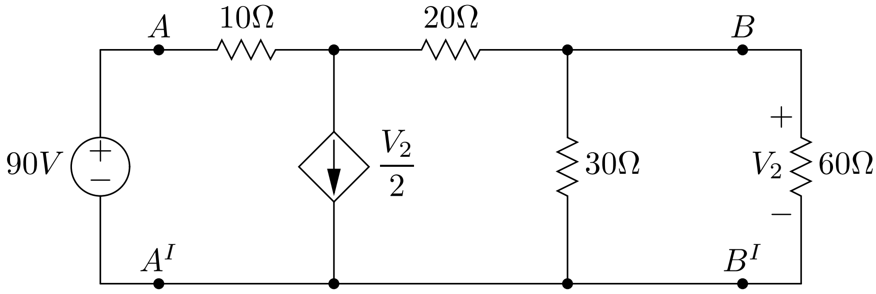
$\tau = L/R_{TH} = 0{,}2\sec$

Quindi si ha:

$$\boxed{i(t) = I_F + (I_I - I_F) \cdot e^{-t/\tau} = 2 \cdot e^{-5 \cdot t} A}$$

ESERCIZIO 132

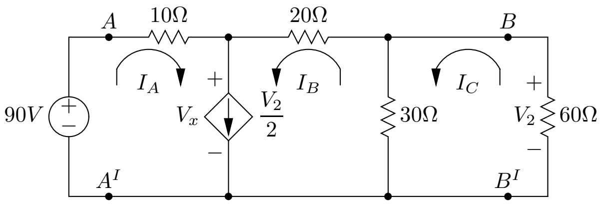
Calcolare la potenza del generatore indipendente nel circuito in figura.



<u>*Soluzione*</u>:

Si risolve con i **metodo agli anelli**, e si verifica con il bilancio delle potenze.

<u>1) Anelli</u>. Si scrivono 3 KVL ed 1 vincolo sul generatore controllato.



KVL maglia I_A $\quad -90+10\cdot I_A+V_x=0$

KVL maglia I_B $\quad +50\cdot I_B+V_x-30\cdot I_C=0$

KVL maglia I_C $\quad +90\cdot I_C-30\cdot I_B=0$

vincolo gen. $\quad I_A+I_B=V_2/2=-30\cdot I_C$

$I_A=6{,}6A;\qquad I_B=-0{,}6A;\qquad I_C=-0{,}2A;\qquad V_x=24V$

<u>Verifica con il Bilancio delle potenze</u> (convenzione degli utilizzatori)

$P_{10\Omega}=10\cdot I_A^2=+435{,}6W\,;P_{20\Omega}=20\cdot I_B^2=+7{,}2W\,;$

$P_{30\Omega}=30\cdot(I_C-I_B)^2=+4{,}8W\ P_{60\Omega}=60\cdot I_C^2=+2{,}4W$

$P_{gen\_indipendente}=V_{gen}\cdot I_{gen}=90\cdot I_A=-594W$ (negativa perché erogata)

$P_{gen\_controllato}=V_x\cdot(I_A+I_B)=24\cdot 6=+144W$ (positiva perché assorbita)

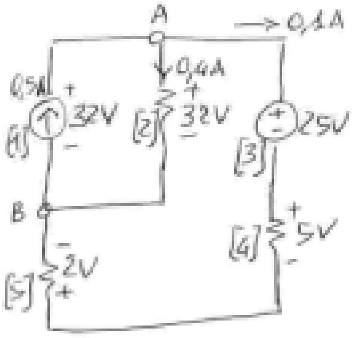
Risulta quindi verificato che:

$P_{totale\_utilizzatori}+P_{totale\_generatori}=+450-450=0W$

```
**** 10/16/115 09:54:49 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 132

 ****     CIRCUIT DESCRIPTION

******************************************************************************



V1 1 0 DC 90
R2 1 2 10
G3 2 0 3 0 .5
R4 3 2 20
R5 3 0 30
R6 0 3 60
*la corrente del generatore  uguale a IA=I(R2)
*la corrente IB  uguale a I(R4)
*la corrente IC  uguale a I(R6)
.DC V1 90 90 1
.PRINT DC I(R2) I(R4) I(R6)
.END

**** 10/16/115 09:54:49 ******* Evaluation PSpice (September 1991) ***********

 * Esercizio 132

 ****     DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =   27.000 DEG C

******************************************************************************

  V1         I(R2)       I(R4)       I(R6)
  9.000E+01   6.600E+00  -6.000E-01  -2.000E-01


         JOB CONCLUDED

         TOTAL JOB TIME            0.00
```

ESERCIZIO 133 su: 1) Calcolo potenze 2) Bilancio e convenzione degli utilizzatori

Calcolare le potenze di ogni bipolo verificando il BILANCIO delle POTENZE.



SOL: 1) Calcolo potenze dei bipoli:

$P_1 = V_1 \cdot I_1 = 32 \cdot 0{,}5 = 16\,W$

$P_2 = V_2 \cdot I_2 = 32 \cdot 0{,}4 = 12{,}8\,W$

$P_3 = V_3 \cdot I_3 = 25 \cdot 0{,}1 = 2{,}5\,W$

$P_4 = V_4 \cdot I_4 = 5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5\,W$

$P_5 = V_5 \cdot I_5 = 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}2\,W$

2) Bilancio delle potenze:

- Il generatore [1] da 0,5A ha un comportamento ATTIVO, quindi "eroga" corrente dal terminale + $\Rightarrow P_1 = -16W$
- Il generatore [3] da 25V ha un comportamento PASSIVO quindi "assorbe" corrente dal terminale + $\Rightarrow P_3 = +2{,}5W$
- Tutte le resistenze, sono utilizzatori, perciò assorbono corrente dal terminale +. Le loro potenze saranno tutte POSITIVE.

Il bilancio delle potenze viene eseguito seguendo la CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI cioè:

$$P_{generatori} + P_{utilizzatori} = 0$$

Quindi:

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 0$$

$$(-16) + (12{,}8 + 2{,}5 + 0{,}5 + 0{,}2) = 0$$

OK

C.G.

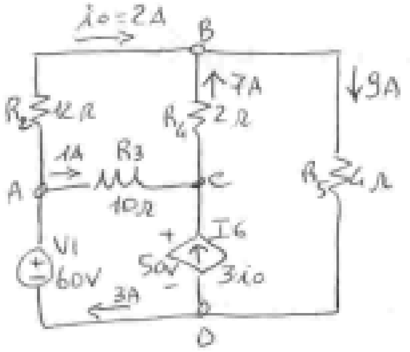
N.B. Si possono verificare la KCL (a $n-1 = 1$ solo nodo INDIPENDENTE) e le KVL a $b = l-(n-1)$ = rami − (nodi − 1) = 2 maglie (INDIPENDENTI).

C.G. Ing. GERARDI. C.

ESERCIZIO 134

Su: 1) legge di OHM 2) calcolo potenze 3) Bilancio delle potenze

Calcolare tutte le tensioni sulle resistenze, tutte le potenze dei bipoli ed effettuare il Bilancio delle potenze.



SOL: 1) Calcolo delle tensioni applicando la legge di OHM:

$V_2 = R_2 \cdot i_0 = 24V$

$V_3 = R_3 \cdot i_3 = 10V$

$V_4 = R_4 \cdot i_4 = 14V$

$V_5 = R_5 \cdot i_5 = 36V$

2) Calcolo delle potenze su tutti i 6 bipoli (Per le resistenze si usa la formula $P_{Ri} = R_i \cdot i_i^2$:

$P_1 = V_1 \cdot I_1 = 60 \cdot 3 = 180W$

$P_2 = R_2 \cdot i_2^2 = 48W$

$P_3 = R_3 \cdot i_3^2 = 10W$

$P_4 = R_4 \cdot i_4^2 = 98W$

$P_5 = R_5 \cdot i_5^2 = 324W$

$P_6 = V_6 \cdot I_6 = 50 \cdot (3 \cdot i_0) = 300W$

$\Rightarrow$ Bipoli Attivi o Passivi?
- il generatore V_1 è attivo perché la corrente positiva (+3A) esce dal +;
- il generatore I_6 è attivo perché la corrente positiva $= 3 \cdot i_0 = 6A$ esce dal +;
- i bipoli resistivi son tutti passivi (utilizzatori) quindi nel termine là dove la corrente entra, stabilisce il + della sua d.d.p.

3) Bilancio delle potenze:

$$P_{generatori} + P_{utilizzatori} = 0$$

$$-(180 + 300) + (48 + 10 + 98 + 324) = 0$$

$$-480 + 480 = 0 \quad \underline{\underline{OK}}$$

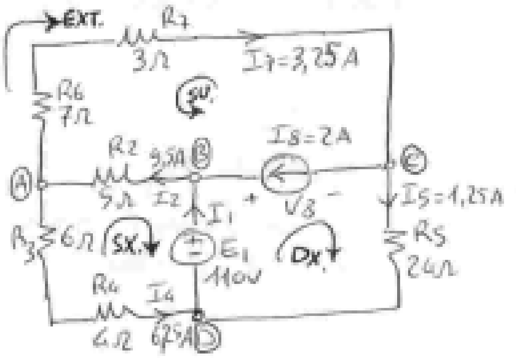
c.g.

N.B. Anche qui si possono verificare le KCL agli $n-1 = 3$ NODI INDIPENDENTI ed alle $b = l-(n-1) = 6 - 3 = 3$ MAGLIE INDIPENDENTI.

c.g.

ESERCIZIO 135 SU: 1) KCL 2) KVL 3) Calcolo Potenze 4) Bilancio delle Pote.

Calcolare V_8 e I_1 nel circuito in figura. Verificare le KCL in 3 nodi e le KVL in 3 maglie. Fare il BILANCIO delle POTENZE.



SOL: 1) Calcolo I_1 con KCL nodo (B)

$$+I_2 - I_1 - I_8 = 0$$

$$I_1 = +9{,}5 - 2 = +7{,}5\,A$$

2) Verifiche KCL

- nodo (A) $+I_7 + I_4 - I_2 = 0$
  $+3{,}25 + 6{,}25 - 9{,}5 = 0$ ok
- nodo (C) $+I_8 + I_5 - I_7 = 0$
  $+2 + 1{,}25 - 3{,}25 = 0$ ok
- nodo (D) $+I_1 - I_4 - I_5 = 0 \Rightarrow +7{,}5 - 6{,}25 - 1{,}25 = 0$ ok

3) Calcolo V_8 con KVL maglia (DX)

$-E_1 + V_8 + (R_5 \cdot I_5) = 0 \Rightarrow V_8 = E_1 - R_5 I_5 = 80\,V$

4) Verifiche KVL

- maglia (SX) $\Rightarrow + E_1 - (R_3 + R_4) \cdot I_4 - (R_2 I_2) = 0 \Rightarrow +110 - 62{,}5 - 47{,}5 = 0$ ok
- maglia (SU) $\Rightarrow + V_8 - (R_6 + R_7) \cdot I_7 - (R_2 \cdot I_2) = 0 \Rightarrow +80 - 32{,}5 - 47{,}5 = 0$ ok
- maglia (EXT.) $+(R_6 + R_7) \cdot I_7 + (R_5 \cdot I_5) - (R_3 + R_4) \cdot I_4 = 0 \Rightarrow +32{,}5 + 30 - 62{,}5 = 0$ ok

4) Bilancio delle potenze preceduto dal calcolo delle potenze:

- generatore I_8 è ATTIVO perché I_8 esce dal + ($V_8 > 0$)
- generatore E_1 è ATTIVO perché I_1 (>0) esce dal + (nodo **B**)

Quindi si ha:

$$P_{generatori} + P_{utilizzatori} = 0$$

$$+(P_{E_1} + P_{I_8}) + (P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7}) = 0$$

$$(-V_8 \cdot I_8 - E_1 \cdot I_1) + \left(\sum_{i=2}^{7} R_i \cdot I_i^2\right) = 0$$

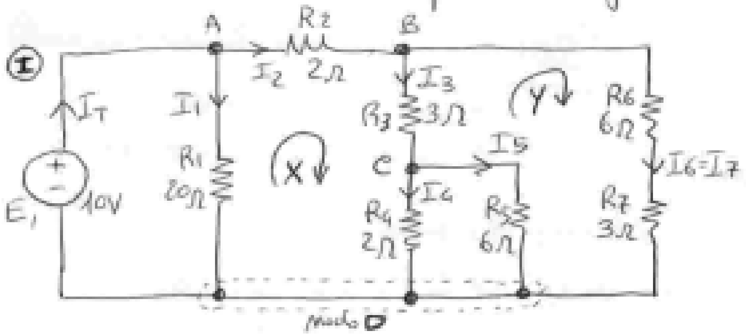
$$(-160 - 825) + (451{,}25 + 234{,}375 + 156{,}25 + 37{,}5 + 73{,}9375 + 31{,}6875 = 0$$

$$-985 + 985 = 0$$

c.g. ok c.g.

ESERCIZIO 136 su 1) R_{eq} 2) Partitori V e I 3) KCL 4) KVL

Calcolare la R_{eq} "vista" dal generatore, tutte le correnti e le tensioni sulle resistenze applicando i PARTITORI di Tensione e di corrente - Verificare infine i risultati con le KCL e KVL.



SOL:

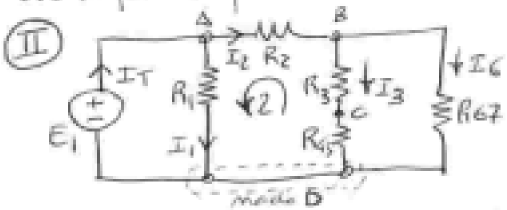
1) Calcolo R_{eq}

Si calcolano prima le serie e i paralleli "evidenti"

$R_{67}=R_6+R_7=9\Omega$

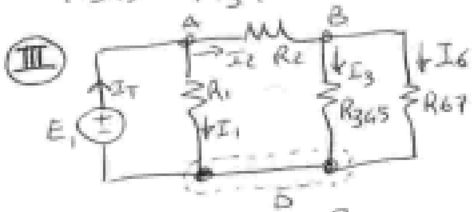
$R_{45}=R_4//R_5=1,5\Omega$

... e poi si procede a ritroso verso SX ~~ridi~~ ridisegnando man mano i circuiti



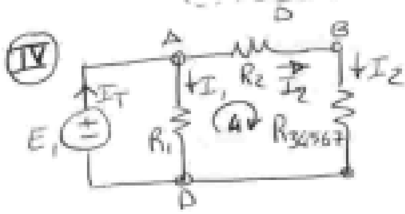
Nel passaggio dal circuito I al suo equivalente II non ci sono più le correnti I_4 e I_5 e le tensioni (c.d.t.) sulle resistenze R_6 e R_7:

$R_{345}=R_3+R_{45}=4,5\Omega$



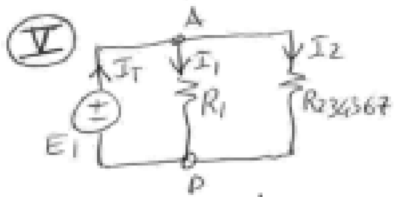
Nel passaggio II => III non ci sono più le tensioni su R_3 e R_{45} e il nodo C:

$R_{34567}=R_{345}//R_{67}=3\Omega$



Nel passaggio III => IV non ci sono più le correnti I_3 e I_6:

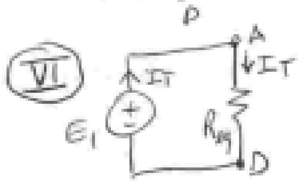
$R_{234567}=R_2+R_{34567}=5\Omega$



Nel passaggio IV => V non ci sono più le tensioni su R_2 e R_{34567} e il nodo B:

$R_{eq}=R_1//R_{234567}=4\Omega$

Applicando la legge di OHM sul circuito VI



$$I_T=\frac{V_{AD}}{R_{eq}}=\frac{E_1}{R_{eq}}=\frac{10}{4}=2,5\,A$$

=> SEGUE EXE.4 =>

⇒ SEGUE EXE.4 ⇒

∘ Calcolo di I_1 e I_2 con Partitore di corrente del circuito equiv. (V)

$I_1 = I_T \cdot \frac{R_{234567}}{R_1+R_{234567}} = 0,5A$; $I_2 = I_T \cdot \frac{R_1}{R_1+R_{234567}} = 2A$

VERIFICA (L. di OHM): $I_1 = E_1/R_1 = 10/20 = 0,5A$ ok ; $I_2 = E_2/R_{234567} = 10/5 = 2A$ ok

VERIFICA KCL nodo (A): $+I_1+I_2-I_T=0 \Rightarrow +0,5+2-2,5=0$ ok

∘ Calcolo di V_{R2} e V_{BD} con Partitore di tensione del circuito (IV)

$V_{R2}=V_{AB}=E_1\cdot\frac{R_2}{R_2+R_{34567}}=4V$; $V_{BD}=E_1\cdot\frac{R_{34567}}{R_2+R_{34567}}=6V$

VERIFICA (L. di OHM): $V_{AB}=R_2\cdot I_2=2\cdot 2=4V$; $V_{BD}=R_{34567}\cdot I_2=3\cdot 2=6V$

VERIFICA KVL maglia (4): $-(R_1 I_1)+(R_2+R_{34567})\cdot I_2=0 \Rightarrow -10+10=0$ ok

∘ Calcolo di I_3 e I_6 con Partitore di corrente del circuito (III)

$I_3=I_2\cdot\frac{R_{67}}{R_{67}+R_{345}}=1,333A$; $I_6=I_2\cdot\frac{R_{345}}{R_{67}+R_{345}}=0,667A$

VERIFICA (L. di OHM): $I_3=V_{BD}/R_{345}=6/4,5=1,333A$; $I_6=V_{BD}/R_{67}=6/9=0,667A$

VERIFICA KCL nodo (D): $-I_1-I_3-I_6+I_T=0 \Rightarrow -0,5-1,333-0,667+2,5=0$ ok

∘ Calcolo di V_{R3}, V_{R4} e V_{R5} con Partitore di tensione del circuito (II)

$V_{BC}=V_{R3}=V_{BD}\cdot\frac{R_3}{R_3+R_{45}}=4V$; $V_{CD}=V_{R4}=V_{R5}=V_{BD}\cdot\frac{R_{45}}{R_3+R_{45}}=2V$

VERIFICA (L. di OHM): $V_{BC}=R_3\cdot I_3=3\cdot 1,333=4V$; $V_{CD}=R_{45}\cdot I_3=2V$

VERIFICA KVL maglia (2): $+(R_1 I_1)-(R_3+R_{45})I_3-R_2 I_2=0 \Rightarrow +10-6-4=0$ ok

∘ Calcolo di I_4 e I_5 con Partitore di corrente del circuito (I)

$I_4=I_3\cdot\frac{R_5}{R_4+R_5}=1A$; $I_5=I_3\cdot\frac{R_4}{R_4+R_5}=0,333A \Rightarrow$ VERIFICA (L. di OHM) $I_4=V_{CD}/R_4$, $I_5=V_{CD}/R_5$ $\Rightarrow$ oppure con KCL nodo A $I_1+I_2-I_T=0$

∘ Calcolo di V_{R6} e V_{R7} con Partitore di tensione del circuito (I)

$V_{R6}=V_{BD}\cdot\frac{R_6}{R_6+R_7}=4V$; $V_{R7}=V_{BD}\cdot\frac{R_7}{R_6+R_7}=2V \Rightarrow$ VERIFICA (L. di OHM) $V_{R6}=R_6\cdot I_6=4V$, $V_{R7}=R_7\cdot I_6=2V$

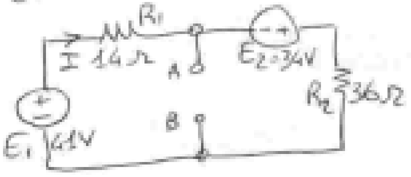
∘ VERIFICA KCL nodo (D): $+I_T-I_1+I_4-I_5-I_6=0 \Rightarrow +2,5-0,5-1-0,333-0,667=0$ ok

∘ VERIFICA KVL maglia (X): $-(R_1 I_1)+(R_2 I_2)+(R_3 I_3)+(R_4 I_4)=0 \Rightarrow -10+4+4+2=0$ ok

∘ VERIFICA KVL maglia (Y): $-(R_5 I_5)-(R_3 I_3)+(R_6 I_6)+(R_7 I_6)=0 \Rightarrow -2-4+4+2=0$ ok

ESERCIZIO 137 Su: 1) KVL 2) Algebra generat. 3) Generatori Reali

Calcolare la corrente I e la tensione V_{AB}.



SOL: Il ramo centrale è APERTO per cui il circuito è formato da 1 sola maglia ed è percorso da 1 sola corrente I.

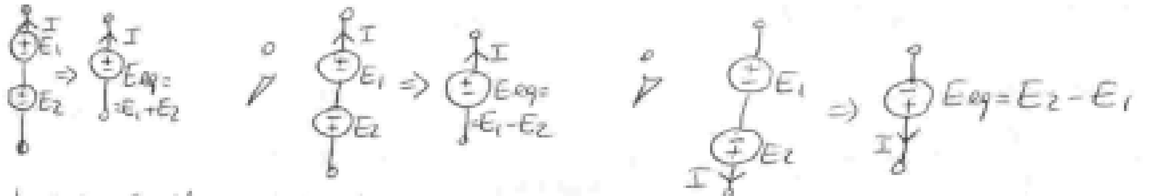
1) Applicando la KVL all'unica maglia si ha:

$$-E_1 + (R_1 I) - E_2 + (R_2 I) = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{75}{50} = 1{,}5\,A$$

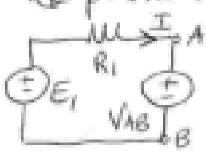
La formula poteva essere scritta anche così: $I = \frac{E_{eq}}{R_{eq}}$

Cioè $R_{eq} = R_1 + R_2$ mentre $E_{eq} = E_1 + E_2$

cioè si è applicato l'ALGEBRA DEI GENERATORI DI TENSIONE:



2) Calcolo V_{AB} dal circuito equivalente che si ottiene eliminando la parte a DX del circuito, sostituendo con un generatore V_{AB}.

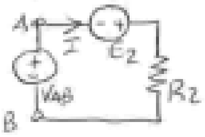


KVL: $-E_1 + (R_1 I) + V_{AB} = 0 \Rightarrow V_{AB} = E_1 - (R_1 I) = +20\,V$ (*)

Si studia il comportamento del generatore reale:

La V_{AB} si forma con due contributi: quello positivo di E_1 (lasciato agire da solo, senza R_1 la $V_{AB} = E_1$), e quello negativo della c.d.t. su R_1 (lasciato agire da solo, senza E_1, la $V_{AB} = -(R_1 I)$): per cui si ottiene la formula (*).

3) Calcolo V_{AB} dal circuito equivalente che si ottiene eliminando la parte a SX del circuito, sostituendo con un generatore V_{AB}.



KVL: $+E_2 + V_{AB} - (R_2 I) = 0 \Rightarrow V_{AB} = -E_2 + (R_2 I) = +20\,V$ (o)

Si studia il comportamento del generatore reale:

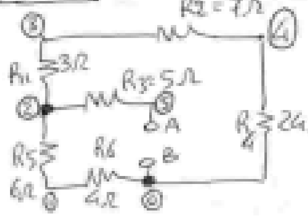
La V_{AB} si forma con due contributi: quello negativo di E_2 (lasciato agire da solo, senza R_2, la $V_{AB} = -E_2$), e quello positivo della c.d.t. su R_2 (lasciato agire da solo, senza E_2, la $V_{AB} = +(R_2 I)$): per cui si ottiene la (o).

CG. CG.

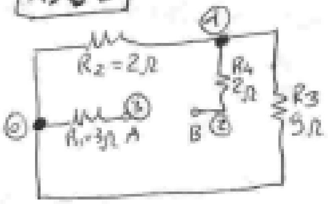
ESERCIZIO 138 su Req

Calcolare la Req tra i terminali A e B nei seguenti circuiti:

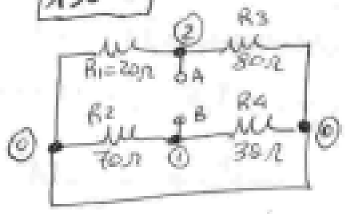
138a



138b



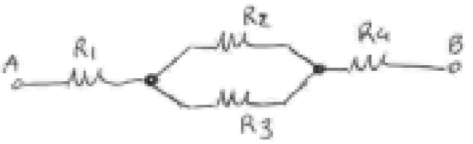
138c



SOL: 138a si ridisegna il circuito:

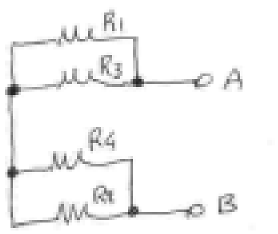
$$R_{eq} = R_3 + [(R_5 + R_6) // (R_1 + R_2 + R_4)] =$$
$$= 5 + [10 // 34] = 5 + 7{,}273 = \underline{12{,}273\ \Omega}$$

SOL: 138b si ridisegna il circuito:



$$R_{eq} = R_1 + (R_2 // R_3) + R_4 =$$
$$= 3 + (2 // 9) + 2 = 3 + 1{,}636 = \underline{6{,}636\ \Omega}$$

SOL: 138c si ridisegna il circuito

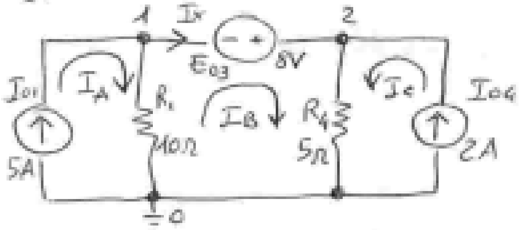


$$R_{eq} = (R_1 // R_3) + (R_4 // R_2) =$$
$$= (20 // 80) + (30 // 70) =$$
$$= 16 + 21 = \underline{37\ \Omega}$$

ESERCIZIO 139

Su: 1) Nodale 2) Anelli
4) Trasfo. generatori

Calcolare le tensioni sulle due resistenze.



SOL: 1) Nodale:

Si scrivono le $n-1=2$ eq. KCL + 1 eq. vincolo KVL sul gen. E_{03}

1) KCL nodo 1: $-I_{01}+\frac{V_1}{R_1}+I_x=0$

2) KCL nodo 2: $-I_x+\frac{V_2}{R_4}-I_{04}=0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} V_1=+18V=V_{R_1} \\ V_2=+26V=V_{R_4} \\ I_x=+3,2\,A \end{cases}$

3) eq. vincolo E_{03}: $V_2-V_1=8$

2) Anelli: Si scrivono le $3=$ rami $-$ (nodi -1), eq. KVL + le 2 eq. di vincolo sui 2 gen. I_{01} e I_{04}

1) KVL anello I_A: $-V_1+R_1I_A-R_1I_B=0$

2) KVL anello I_B: $+(R_1+R_4)I_B-R_1I_A+R_4I_C-E_{03}=0$

3) KVL anello I_C: $-V_2+R_4I_C+R_4\cdot I_B=0$

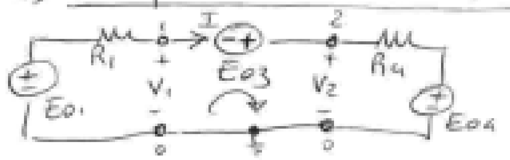
4) eq. vincolo I_{01}: $I_A=I_{01}=+5A$

5) eq. vincolo I_{04}: $I_C=I_{04}=+2A$

NB: si chiamano V_1 e V_2 le tensioni incognite sui gen. I_{01} e I_{04}.

Dalla (2) si ricava I_B, dalla (1) si ricava $V_{R_1}=V_1$ e dalla (3) si ha $V_{R_4}=V_2$:
$I_B=3,2A$ (cioè I_x); $V_1=R_1I_A-R_1I_B=+18V$; $V_2=R_4I_C+R_4I_B=+26V$

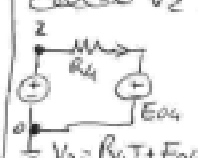
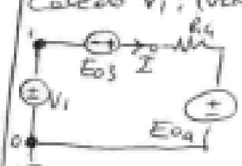
3) Trasformazione dei generatori: Si trasformano i due generatori reali di tensione.



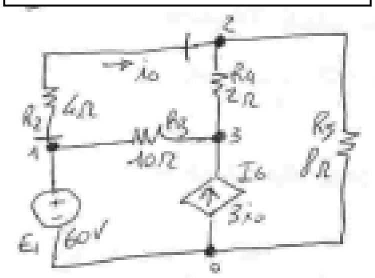
$\Rightarrow$ $E_{01}=R_1I_{01}=50V$
$E_{04}=R_4I_{04}=10V$

KVL per calcolare I: $-E_{01}+R_1I-E_{03}+R_4I+E_{04}=0$

$I=\frac{E_{01}+E_{03}-E_{04}}{R_1+R_4}=\frac{48}{15}=+3,2\,A$ (cioè I_B, cioè I_x).

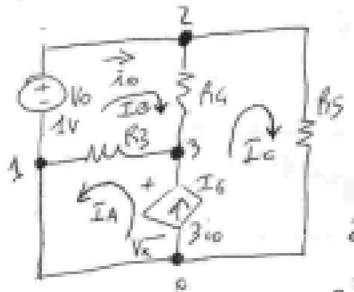
Calcolo V_1:	Calcolo V_2:	Calcolo V_1: (VERIFICA)
 $V_1=-R_1I+E_{01}=+18V$	 $V_2=R_4I+E_{04}=+26V$	 $V_1=-E_{03}+R_4I+E_{04}=+18V$ Stesso calcolo si può fare per V_2 (verifica

ESERCIZIO 140 Calcolare "i_o" nel circuito in figura con THEVENIN e NORTON.



SOL: 1) Per calcolare la corrente "i_o" che circola nella resistenza R_2, si TAGLIA il ramo con la R_2 e si determina il CIRCUITO EQUIVALENTE DI THEVENIN, PASSIVIZZANDO IL CIRCUITO.

Calcolo R_{TH}: E' la resistenza equivalente fra i terminali del ramo tagliato (cioè senza R_2). La R_{TH} si calcola inserendo ai capi del ramo tagliato un generatore di tensione $V_0 = 1V$ (perché si vuole applicare l'ANALISI AGLI ANELLI); questo procedimento si applica tutte le volte che nel circuito ci sono generatori controllati.



Anelli: si scrivono 5−2=3 eq KVL (3 anelli) + 1 eq. KCL di vincolo su I_6

1) KVL anello I_A: $R_3 I_A - V_x + R_3 I_B = 0$

2) KVL anello I_B: $(R_3+R_4)I_B - 1 + R_3 I_A - R_4 I_C = 0$

3) KVL anello I_C: $(R_4+R_5)I_C - V_x - R_4 I_B = 0$

4) eq. KCL vincolo I_6: $I_6 = 3i_o = 3 \cdot I_B = I_A + I_C$

$$\begin{cases} 10 I_A + 10 I_B = V_x \\ 12 I_B - 1 + 10 I_A - 2 I_C = 0 \\ 10 I_C - 10 I_A - 10 I_B - 2 I_B = 0 \\ 3 I_B = I_A + I_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 I_A + 12 I_B - 2 I_C = 1 \\ -10 I_A - 12 I_B + 10 I_C = 0 \\ I_A - 3 I_B + I_C = 0 \end{cases}$$

Risoluzione con CRAMER

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 12 & -2 \\ -10 & -12 & 10 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 336$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 12 & -2 \\ 0 & -12 & 10 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 18$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 & 1 & -2 \\ -10 & 0 & 10 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 20$$

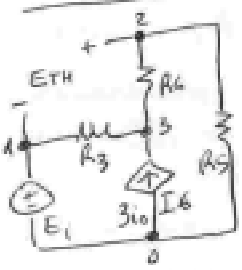
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10 & 12 & 1 \\ -10 & -12 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 42$$

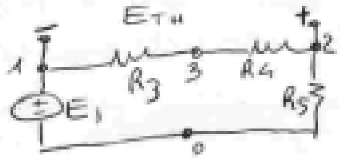
$$\begin{cases} I_A = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0{,}0536\ A \\ I_B = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0{,}0595\ A \\ I_C = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0{,}125\ A \end{cases}$$

La R_{TH} è data dal rapporto V_0/i_0 cioè:

$$R_{TH} = \frac{V_0}{i_0} = \frac{V_0}{I_B} = \frac{1}{0{,}0595} = 16{,}807\ \Omega$$

Calcolo E_{TH}: E' la tensione "a vuoto" tra i terminali del taglio. Essendo $i_0 = 0$ (ramo aperto), allora $I_6 = 0$, quindi il circuito si trasforma in:





Con il Partitore di tensione:

$$E_{TH} = -E_1 \cdot \frac{R_3+R_4}{R_3+R_4+R_5} = -60 \cdot \frac{12}{20} = -36\,V$$

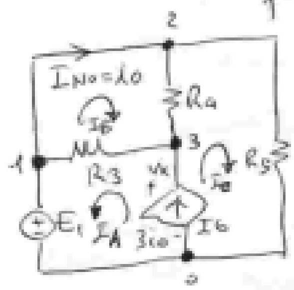
CIRCUITO EQUIVALENTE DI THEVENIN

$$i_0 = -\frac{E_{TH}}{R_{TH}+R_2} = +\frac{36}{16{,}807+4} = +1{,}730\ A$$ OK

2) NORTON: La resistenza $R_{NO} = R_{TH} = 16{,}807\ \Omega$

Per cui occorre solo calcolare la I_{NO}

Calcolo I_{NO}: è la corrente di cortocircuito che circola su un filo messo al posto del ramo tagliato



Per calcolare subito I_{NO} conviene applicare: l'ANALISI agli ANELLI: $5-2 = 3(KVL) + 1$ eq. Vincolo

1) KVL anello I_A $+E_1 - V_x + R_3 I_A + R_3 I_B = 0$

2) KVL anello I_B $(R_3+R_4) I_B + R_3 I_A - R_4 I_C = 0$

3) KVL anello I_C $(R_4+R_5) I_C - V_x - R_4 I_B = 0$

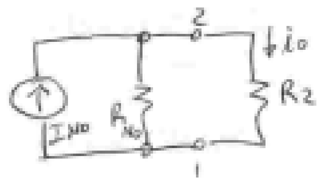
4) vincolo KCL su I_6 $I_6 = 3i_0 = 3 \cdot I_B = I_A + I_C$

ordinando nelle incognite $I_A\ I_B\ I_C\ V_x$ si ha:

$$\begin{cases} 10 I_A + 10 I_B - V_x = -60 \\ 10 I_A + 12 I_B - 2 I_C = 0 \\ -2 I_B + 10 I_C - V_x = 0 \\ I_A - 3 I_B + I_C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_A = -1{,}0716\ A \\ I_B = +2{,}1429\ A \\ I_C = +7{,}5\ A \\ V_x = +70{,}714\ V \end{cases}$$

$I_{NO} = I_B =$

Si ottiene il circuito equivalente di NORTON con il PARTITORE DI CORRENTE si ha:

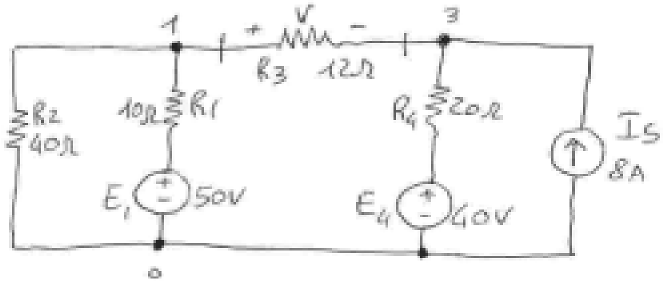


$$i_0 = I_{NO} \cdot \frac{R_{NO}}{R_{NO}+R_2} = 2{,}1429 \cdot \frac{16{,}807}{20{,}807} = +1{,}731\,A$$

OK

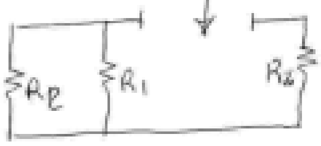
ESERCIZIO 141

Calcolare la tensione V con NORTON



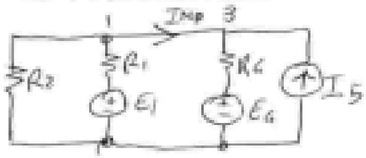
1) Si taglia il ramo "interessato" dalla tensione V, cioè la resistenza R_3

2) Calcolo R_{No}: si "annullano" i generatori cioè:

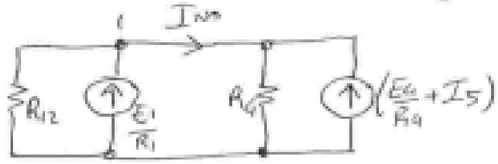


$$R_{No} = R_4 + (R_1 // R_2) = 20 + 8 = 28\ \Omega$$

3) Calcolo I_{No}: corrente di cortocircuito sul ramo tagliato



si trasforma ⟹



P.d.s.d.e.: 1° Effetto $\boxed{E_1/R_1}$

$$I_{No}' = \frac{E_1}{R_1} \cdot \frac{R_{12}}{R_{12}+R_4} = \frac{40}{28}\ A$$

2° Effetto: $\boxed{\frac{E_4}{R_4} + I_S}$

$$I_{No}'' = -\left(\frac{E_4}{R_4} + I_S\right) \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_{12}} = -\frac{200}{28}\ A$$

Somma degli effetti:

$$\Rightarrow I_{No} = I_{No}' + I_{No}'' = -5{,}714\ A$$

circuito equivalente di NORTON:

$$V = (R_{No} // R_3) \cdot I_{No} = 8{,}4 \cdot (-5{,}714) = -48\ V$$

ok

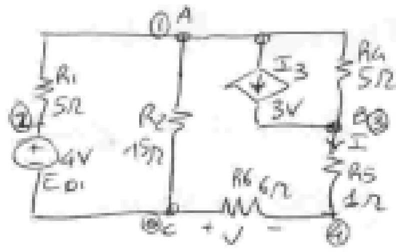
CG CG CG

ESERCIZIO 142

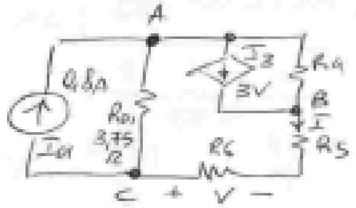
N°24 sul libretto ...
1) su Norton + Nodale

2/

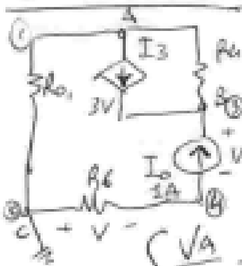
Calcolare I con Norton.



Sol: Si trasforma il circuito.
Sulle Resistenze R5 e R6 non si calcola la SERIE (perché c'è "V").



Calcolo R_{No}: Si passivizza, e inserendo un gen. di $I_0 = 1A$ si applica:



NODALE (tutti gen. corrente)

1) KCL nodo A $\quad \frac{V_A}{R_{01}} + 3V + \frac{V_A - V_B}{R_4} = 0$

2) KCL nodo B $\quad \frac{V_B - V_A}{R_4} - 3V - I_0 = 0$

$\Rightarrow$ Con $I_3 = 3V = R_6 \cdot I_0 = 6A$

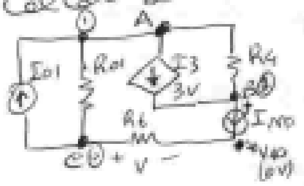
$$\begin{cases} \frac{V_A}{3{,}75} + 18 + \frac{V_A - V_B}{5} = 0 \\ \frac{V_B - V_A}{5} - 18 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_A = 3{,}75\ V \\ V_B = 98{,}75\ V \end{cases}$$

KVL: $-V_B + V_0 - R_6 I_0 = 0$

$V_0 = V_B + R_6 I_0 = 104{,}75\ V$

$R_{TH} = \frac{V_0}{I_0} = 104{,}75\ \Omega$

Calcolo I_{No}:

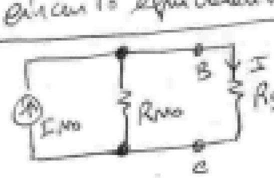


NODALE (tutti gen. corrente).

$$\begin{cases} -I_{01} + \frac{V_A}{R_{01}} + 3V + \frac{V_A - V_B}{R_4} = 0 \\ \frac{V_B - V_A}{R_4} - 3V + \frac{V_B}{R_6} = 0 \\ V = -V_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -0{,}8 + \frac{V_A}{3{,}75} - 3V_B + \frac{V_A - V_B}{5} = 0 \\ \frac{V_B - V_A}{5} + 3V_B + \frac{V_B}{6} = 0 \end{cases}$$

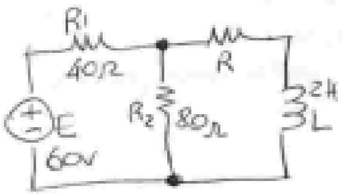
$$\begin{cases} 8{,}75\, V_A - 60\, V_B = 15 \\ -6V_A + 101\, V_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_A = 2{,}893\ V \\ V_B = 0{,}172\ V \end{cases} \Rightarrow I_{No} = \frac{V_B}{R_6} = 28{,}67\ mA$$

circuito equivalente di Norton



Partitore di corrente $\Rightarrow I = I_{No} \cdot \frac{R_{No}}{R_{No} + R_5} = 28{,}4\ mA.$

ESERCIZIO 143

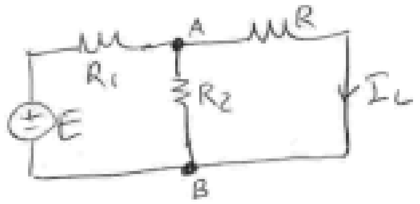


Calcolare il valore di "R" in modo che dopo che si sarà esaurito il transitorio, l'energia immagazzinata dall'induttore sia pari a 1 J.

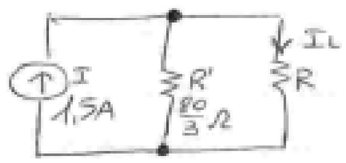
SOL:

L'induttore è un bipolo "PASSIVO" che si carica in corrente. Dopo un tempo pari al transitorio ($T = 4{,}6 \cdot \tau$), si è completamente caricato per cui la sua corrente non varia, cioè

$v_L = L \dfrac{di_L}{dt} = L \cdot 0 = 0$, quindi è un CORTOCIRCUITO



trasformaz. generatore ⟹ ⟹



$$I_L = I \cdot \frac{R'}{R+R'} = 1{,}5 \cdot \frac{80/3}{80/3 + R} = 1{,}5 \frac{80}{80+3R} = \frac{120}{80+3R}$$

L'energia immagazzinata dall'induttore a regime è 1 J:

$$W_L = \frac{1}{2} L I_L^2 = 1\,J \Rightarrow I_L^2 = 1 \Rightarrow 120^2 = (80+3R)^2$$

$$9R^2 + 480R - 8000 = 0$$

$$R_{1/2} = \frac{-3 \pm 488{,}262}{9} = \begin{cases} +13{,}333\ \Omega \Rightarrow \text{OK} \\ -66{,}667\ \Omega \end{cases}$$

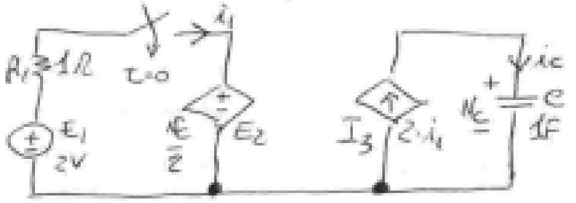
Scartando la soluzione negativa, la resistenza R vale $R = 13{,}333\ \Omega$.

4/

ESERCIZIO 144

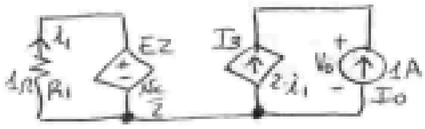
su circuito NON AUTONOMO RC con generatori dipendenti!

Sapendo che $v_c(0)=0$, si chiude il tasto in $t=0$. Calcolare $i_c(t)$ e $v_c(t)$ per $t \geq 0$.



Sol: Dopo la chiusura del tasto si ricava il CIRCUITO EQUIVALENTE DI THEVENIN per studiare $i_c(t)$ e $v_c(t)$ per $t \geq 0$.

$\boxed{R_{TH}}$: si inserisce un generatore di corrente $I_0 = 1A$ e si ricava V_0 dopo aver annullato i generatori indipendenti, cioè



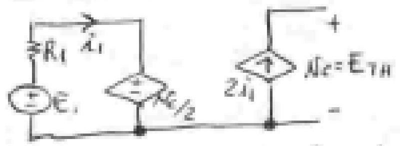
$v_c = V_0$

$i_1 = -\frac{E_2}{R_1} = -\frac{v_c/2}{R_1} = -\frac{V_0}{2}$

$I_0 = 1A = -2 i_1 \Rightarrow I_0 = +V_0$

$$R_{TH} = \frac{V_0}{I_0} = 1\,\Omega$$

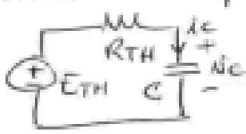
$\boxed{E_{TH}}$: si calcola la tensione a vuoto (senza il condensatore C)



$2 i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = 0 \Rightarrow \frac{v_c}{2} = E_1$

$E_{TH} = 2 \cdot E_1 = 4V$

Circuito equivalente di Thevenin:



$V_i = v_c(0) = 0$

$V_f = E_{TH} = 4V$ (perché C è carico cioè è un circuito aperto)

$\tau = R_{TH} \cdot C = 1\,s$

$$v_c(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-t/\tau} = 4 - 4e^{-t}\ V \Rightarrow \begin{cases} t=0: v_c(0) = 0 \\ t \to \infty: v_c(\infty) = 4V \end{cases}$$

Per la corrente $i_c(t)$, invece si ha:

$I_i = \frac{E_{TH}}{R_{TH}} = 4\,A$ (perché C è scarico all'istante $t=0$, quindi si comporta come un cortocircuito)

$I_f = 0$ (perché C, quando è carico, è un circuito aperto).

$$i_c(t) = I_f + (I_i - I_f) \cdot e^{-t/\tau} = 4 \cdot e^{-t}\ A \Rightarrow \begin{cases} t=0: i_c(0) = 4A \\ t \to \infty: i_c(\infty) = 0A \end{cases}$$

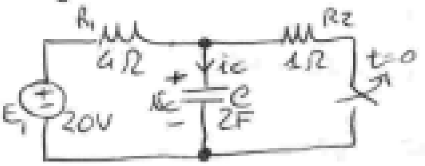
CG. CG.

ESERCIZIO	**145**

5/

Su transitorio RC non autonomo con calcolo C.I.

Il tasto è rimasto chiuso da molto tempo e si apre in $t=0$. Determinare $i_c(t)$ e $v_c(t)$ per $t \geq 0$ e disegnare i relativi grafici.



Sol: 1) Calcolo di $v_c(t)$ per $t \geq 0$

Si calcolano prima le C.I. con tasto chiuso, cioè (C è aperto):

$$v_c(0^-) = V_{R_2} = E_1 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} = 20 \cdot \frac{1}{5} = 4V$$

$\boxed{V_i}$ $V_i = v_c(0^+) = v_c(0^-) = 4V$ (la tensione v_c varia con continuità!!)

$\boxed{V_f}$ Con il tasto aperto, a regime, C è aperto, cioè

$V_f = E_1 = 20V$ $\quad v_c(t) = V_f + (V_i - V_f)\cdot e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow v_c(t) = 20 - 16 \cdot e^{-t/8}$ $\begin{cases} t=0: v_c(0) = 4V \\ t \to \infty: v_c(\infty) = 20V \end{cases}$

$\boxed{R_{TH}}$ $R_{TH} = R_1 = 4\Omega$

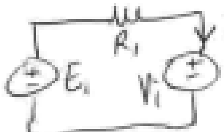
$\boxed{\tau}$ $\tau = R_{TH} \cdot C = 8\,s \Rightarrow T = 4{,}6\tau = 36{,}8\,s$ (TRANSITORIO)

2) Calcolo di $i_c(t)$ per $t \geq 0$

$\boxed{I_f}$ Con il tasto aperto, a regime, C è aperto, cioè $I_f = 0$

$\boxed{\tau}$ E' la stessa calcolata per $v_c(t)$, cioè $\tau = 8s$.

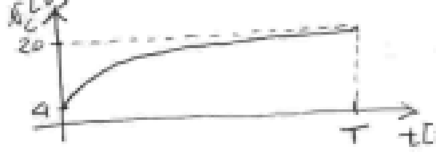
$\boxed{I_i}$ Per il calcolo di I_i si sostituisce al condensatore così com'è un generatore di tensione pari a $V_i = 4V$ cioè

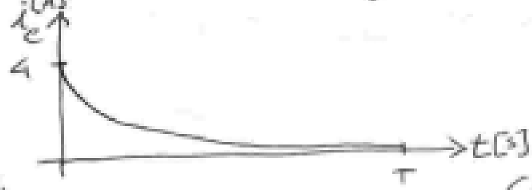


$$I_i = \frac{E_1 - V_i}{R_1} = \frac{20-4}{4} = 4A$$

$$i_c(t) = I_f + (I_i - I_f)\cdot e^{-t/\tau} = 4 \cdot e^{-t/8}$$ $\begin{cases} t=0: i_c(0) = 4A \\ t \to \infty: i_c(\infty) = 0A \end{cases}$

GRAFICI



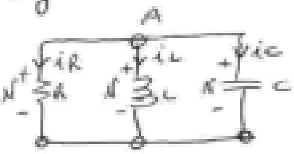


CG

ESERCIZIO 146

Su circuiti del secondo ordine. 1

Nel circuito seguente calcolare $v(t)$ per $t \geq 0$ con $v_C(0)=0V$, $i_L(0)=-10A$, $L=7H$, $C=1/42F$. Considerare i seguenti casi: a) $R=6\Omega$ b) $R=8,573\Omega$ c) $R=25\Omega$.



SOL: $\begin{cases} \text{KCL nodo A: } i_R+i_L+i_C \\ v_R=v_L=v_C=v \end{cases}$

$i_R=\frac{v}{R}$; $i_C=C\frac{dv_C}{dt} \Rightarrow \frac{v}{R}+C\frac{dv}{dt}+i_L=0$

derivando e moltiplicando per L si ha:

$\frac{L}{R}\frac{dv}{dt}+CL\frac{d^2v}{dt^2}+L\frac{di_L}{dt}=0$ (ma essendo $v_L=v=L\frac{di_L}{dt}$)

$\boxed{\frac{d^2v}{dt^2}+\frac{1}{RC}\frac{dv}{dt}+\frac{1}{CL}v=0}$ equazione $\Rightarrow \Rightarrow$ caratteristica $\boxed{\lambda^2+\frac{\lambda}{RC}+\frac{1}{CL}=0}$

Caso a) $\lambda^2+\frac{42}{6}\lambda+\frac{42}{7}=0$ $\lambda_{1/2}=-\frac{21}{6}\pm\sqrt{\left(\frac{21}{6}\right)^2-\frac{42}{7}}=\begin{cases}-1\\-6\end{cases}$

DUE SOLUZIONI REALI, DISTINTE E NEGATIVE $\Rightarrow$ CASO SOVRASMORZATO

La risposta è: $v(t)=A_1\cdot e^{\lambda_1 t}+A_2\cdot e^{\lambda_2 t}=A_1\cdot e^{-t}+A_2\cdot e^{-6t}$ V

$v_C(0)=0=A_1+A_2$; prima condizione iniziale. Si impone anche:

$i_L(0)=-10A \Rightarrow 10=\frac{v(0)}{R}+C\frac{dv(0)}{dt}=\frac{A_1+A_2}{6}+\frac{1}{42}(-A_1-6A_2)$ si ottiene:

$\begin{cases}A_1+A_2=0\\6A_1+A_2=420\end{cases}$ $\begin{cases}A_1=84\\A_2=-84\end{cases} \Rightarrow v(t)=84\cdot e^{-t}-84\cdot e^{-6t}$ V

Caso b) $R=8,573\Omega$

$\lambda^2+\frac{42}{8,573}+\frac{42}{7}=0$ l'equazione caratteristica ha come soluzioni:

$\lambda_{1/2}=-\frac{21}{8,573}\pm\sqrt{\left(\frac{21}{8,573}\right)^2-\frac{42}{7}}=-2,45 \Rightarrow$ CASO SMORZAMENTO CRITICO DUE SOLUZIONI REALI, NEGATIVE E COINCIDENTI. La risposta è:

$v(t)=A_1\cdot e^{\lambda t}+A_2\cdot t\cdot e^{\lambda t}=A_1\cdot e^{-2,45\cdot t}+A_2\cdot t\cdot e^{-2,45\cdot t}$ V

Imponendo le due condizioni iniziali si ha:

$v(0)=0=A_1$

$i_L(0) = -10\,A$ cioè

$$\frac{v(0)}{R} + C\frac{dv(0)}{dt} = 10$$

$$\frac{1}{42}\cdot\left(-2{,}45\cdot A_1 + A_2\right) = 10 \Rightarrow A_2 = 420$$

$$v(t) = 420\cdot t\cdot e^{-2{,}45\cdot t}\ V$$

$\boxed{\text{Caso (c)}}$ $R = 25\Omega$

$$\lambda^2 + \frac{42}{25}\lambda + \frac{42}{7} = 0$$

$$\lambda_{1/2} = -\frac{21}{25} \pm \sqrt{\left(\frac{21}{25}\right)^2 - \frac{42}{7}} = \begin{cases} -0{,}84 + j\,2{,}3 \\ -0{,}84 - j\,2{,}3 \end{cases}$$

$\boxed{\text{CASO SOTTOSMORZATO}}$ con due soluzioni distinte complesse e coniugate.

La risposta è:

$$v(t) = e^{-0{,}84\cdot t}\cdot\left[A_1\cdot\cos(2{,}3\cdot t) + A_2\cdot\operatorname{sen}(2{,}3\cdot t)\right]\ V$$

Imponendo le condizioni iniziali si ha

$$v(0) = 0 = e^{0}\cdot A_1 \Rightarrow A_1 = 0$$

$$i_L(0) = -10 \Rightarrow \frac{v(0)}{R} + C\frac{dv(0)}{dt} = 10$$

$$\frac{1}{42}\cdot\left[-0{,}84 + \left(A_2\cdot 2{,}3\cdot\cos(0)\right)\right] = 10$$

CG.

$$A_2 = \frac{420{,}84}{2{,}3} \simeq 183$$

Per cui si ha la risposta sottosmorzata:

$$v(t) = 183\cdot e^{-0{,}84\cdot t}\cdot\operatorname{sen}(2{,}3\cdot t)\ V$$

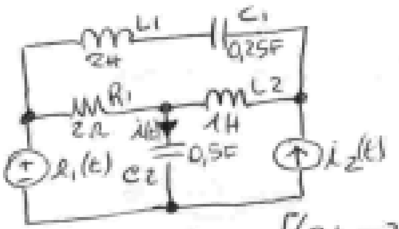
Le tre simulazioni sono disponibili sul sito esame denominate rispettivamente:
ese21a.cir ese21b.cir ese21c.cir

CG.

ESERCIZIO 147

su 1) Legge di Ohm, 2) KVL 3) KCL
4) P.D.S.D.E. 5) TRASFORMAZ. CIRCUITO CON FASORI,
6) Calcolo $\bar{Z}_{eq}$

Calcolare la corrente $i(t)$ con la SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI in REGIME SINUSOIDALE.



$e_1(t) = 8 \cdot \text{sen}(2t + 30°)\ V$

$i_2(t) = \cos(2t)\ A.$

$\boxed{\text{sen}\,\alpha = \cos(\alpha - 90)}$

SOL: 1) prima si trasforma "sen" in "cos":

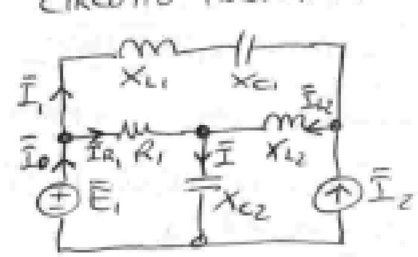
$e_1(t) = 8 \cdot \cos[(2t+30)-90] = 8 \cdot \cos(2t - 60)\ V$

2) poi si trasforma il circuito con i fasori

CIRCUITO "TRASFORMATO" CON I FASORI

$\boxed{t}$		$\boxed{\text{SINUSOIDALE}}$
$e_1(t)$	$\rightarrow$	$\bar{E}_1 = 8\angle{-60°}\ V$
$i_2(t)$	$\rightarrow$	$\bar{I}_2 = 1\angle{0°}\ A$
$C_1 = 0{,}25\ F$	$\rightarrow$	$X_{C1} = -J2\ \Omega\ (1/J\omega C_1)$
$C_2 = 0{,}5\ F$	$\rightarrow$	$X_{C2} = -J\ \Omega\ (1/J\omega C_2)$
$L_1 = 2\ H$	$\rightarrow$	$X_{L1} = +J4\ \Omega\ (J\omega L_1)$
$L_2 = 1\ H$	$\rightarrow$	$X_{L2} = +J2\ \Omega\ (J\omega L_2)$

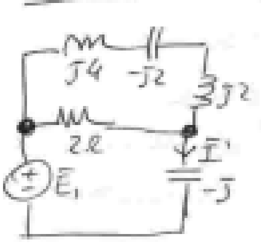
$\Rightarrow$



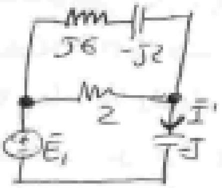
2/

Per applicare la P.D.S.D.E. si dovranno calcolare due effetti dovuti ai due generatori indipendenti.

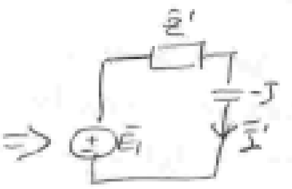
1° Effetto: Agisce $\bar{E}_1$ ($\bar{I}_2$ è aperto)



$\Rightarrow$



$\Rightarrow$



$$\bar{Z}' = \frac{(+J6 - J2)\cdot(2)}{2 + (J6 - J2)} = \frac{+J8}{2+J4} \cdot \frac{2-J4}{2-J4} = \frac{32+J16}{4+16} = 1{,}6 + J0{,}8\ \Omega$$

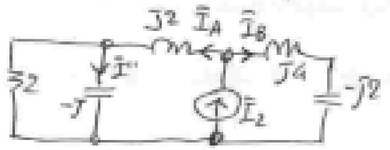
oppure

$$\bar{Z}' = \frac{(4\angle{90°})\cdot(2\angle{0°})}{2+J4} = \frac{8\angle{90°}}{4{,}472\angle{63{,}435°}} = 1{,}789\angle{26{,}565°} = 1{,}6 + J0{,}8\ \Omega \quad \text{ok}$$

$$\bar{I}' = \frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}' + (-J)} = \frac{8\angle{-60°}}{(1{,}6+J0{,}8)+(-J)} = \frac{8\angle{-60°}}{1{,}6 - J0{,}2} = \frac{8\angle{-60°}}{1{,}612\angle{-7{,}125°}} = 4{,}963\angle{-52{,}875°} =$$

$$= +2{,}995 - J3{,}957\ A$$

2° Effetto: Agisca $\bar{I}_2$ ($\bar{E}_1$ è un cortocircuito)



$$\bar{Z}'' = \frac{2\cdot(-j)}{2+(-j)} = \frac{-j2}{2-j} = \frac{2\angle -90^\circ}{2{,}236\angle -26{,}565^\circ} = 0{,}894\angle -63{,}435^\circ = 0{,}4 - j0{,}8\,\Omega$$

Partitore di corrente

$$\bar{I}_A = \bar{I}_2 \cdot \frac{j2}{j2+(\bar{Z}''+j2)} = \frac{(1\angle 0^\circ)\cdot(2\angle 90^\circ)}{0{,}4+j3{,}2} = \frac{2\angle 90^\circ}{3{,}225\angle +82{,}875^\circ} = 0{,}62\angle 7{,}125^\circ\ A$$

Partitore di corrente

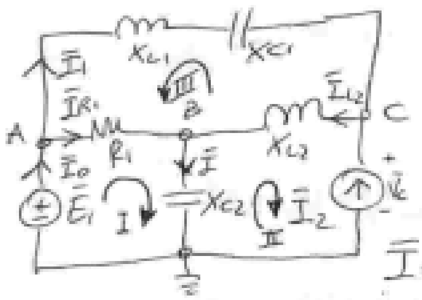
$$\bar{I}'' = \bar{I}_A \cdot \frac{2}{2+(-j)} = \frac{1{,}24\angle 7{,}125^\circ}{2{,}236\angle -26{,}565^\circ} = 0{,}555\angle 33{,}69^\circ = 0{,}462 + j0{,}308\ A$$

Sommando i due effetti si ha:

$$\bar{I} = \bar{I}' + \bar{I}'' = (2{,}995 + 0{,}462) + j(-3{,}957 + 0{,}308) = 3{,}457 - j3{,}649 =$$
$$= 5{,}027\angle -46{,}548^\circ\ A.$$

3/

Dal circuito si ricavano tensioni e correnti sugli elementi.



$$\bar{V}_B = \bar{X}_{C2}\cdot\bar{I} = (-j)\cdot(5{,}027\angle -46{,}548^\circ) =$$
$$= 5{,}027\angle -136{,}548^\circ = -3{,}649 - j3{,}457\ V$$

$$\bar{V}_A = \bar{E}_1 = 8\angle -60 = 4 - j6{,}928\ V$$

$$\bar{I}_{R_1} = \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_B}{R_1} = \frac{7{,}649 - j3{,}471}{2} = 3{,}825 - j1{,}736\ A$$

KCL nodo (B) $\quad -\bar{I}_{R_1} - \bar{I}_{L2} + \bar{I} = 0$

$$\bar{I}_{L2} = \bar{I} - \bar{I}_{R_1} = (3{,}457 - j3{,}649) - (3{,}825 - j1{,}736) = -0{,}368 - j1{,}913\ A$$

Legge di OHM

$$\bar{V}_{CB} = \bar{X}_{L_2}\cdot\bar{I}_{L2} = (+j2)\cdot(-0{,}368 - j1{,}913) = 3{,}826 - j0{,}736\ V$$

KVL maglia (II) $\quad -\bar{V}_B - \bar{V}_{CB} + \bar{V}_C = 0$

$$\bar{V}_C = \bar{V}_{CB} + \bar{V}_B = (3{,}826 - 3{,}649) + j(-0{,}736 - 3{,}457) = 0{,}177 - j4{,}193\ V$$

Legge di OHM

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_C}{+J4 - J2} = \frac{(4 - 0{,}177) + J(-6{,}928 + 4{,}193)}{+J2} = \frac{3{,}823 - J2{,}735}{2 \angle 90°} =$$

$$= \frac{4{,}7 \angle -35{,}58°}{2 \angle 90°} = 2{,}35 \angle -125{,}58° = -1{,}367 - J\,1{,}911\ A.$$

$\bar{V}_{AC} = 3{,}823 - J2{,}735 = 4{,}7 \angle -35{,}58°\ V$

KCL nodo A: $\bar{I}_{R_1} + \bar{I}_1 - \bar{I}_0 = 0 \Rightarrow$

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_1 = (3{,}825 - 1{,}367) + J(-1{,}736 - 1{,}911) = 2{,}458 - J\,3{,}647 =$$

$$= 4{,}398 \angle -56{,}02°\ A.$$

Si possono eseguire alcune VERIFICHE applicando le KVL e KCL:

1) KCL nodo C: $+\bar{I}_{L2} - \bar{I}_2 - \bar{I}_1 = 0$

$(-0{,}368 - 1 + 1{,}367) + J(-1{,}913 - 0 + 1{,}911) = 0 \Rightarrow -0{,}001 - J0{,}002 \simeq 0$

ok

4/

2) KVL maglia I: $-\bar{E}_1 + (R_1 \cdot \bar{I}_{R_1}) + (\bar{X}_{C2} \cdot \bar{I}) = 0$

$(-4 + J6{,}928) + (7{,}65 - J3{,}472) + (-3{,}649 - J3{,}457) = 0$

$0{,}001 - J\,0{,}001 \simeq 0$ ok

3) KVL maglia III: $-(\bar{X}_{C2} \cdot \bar{I}) - (\bar{X}_{L2} \cdot \bar{I}_{L2}) + \bar{V}_C = 0$

$(3{,}649 + J3{,}457) + (-3{,}826 + J0{,}736) + (0{,}177 - J4{,}193) = 0$

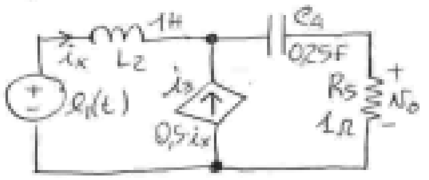
$0 + J0 = 0$ ok

Per cui risultano verificate e valide le leggi, i principi, i teoremi, e i metodi di analisi, studiati nei circuiti in corrente continua, anche per i circuiti in corrente alternata: ciò che si è studiato in REGIME STAZIONARIO vale anche in REGIME SINUSOIDALE.

6/

ESERCIZIO 148 Su nodale e anelli

Calcolare $v_o(t)$ nel circuito in figura, in REGIME SINUSOIDALE.

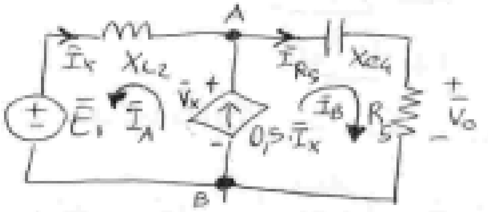


$$e_1(t) = 16 \cdot \text{sen}(4 \cdot t - 10°)\ V$$

SOL: Si passa al circuito TRASFORMATO CON I FASORI

tempo	fasori
$e_1(t)$	$\bar{E}_1 = 16\angle{-10°}\ V$
L_2	$X_{L2} = +J4\ \Omega$
C_4	$X_{C4} = -J\ \Omega$

circuito trasformato



1) Analisi NODALE: nodo B riferimento; 1 KCL + 1 vincolo $(\bar{E}_1)$

a) KCL nodo (A): $-\bar{I}_x - 0,5\bar{I}_x + \dfrac{\bar{E}_A}{R_5 - JX_{C4}} = 0$

b) vincolo KVL su $\bar{E}_1$: $\bar{I}_x = \dfrac{\bar{E}_1 - \bar{E}_A}{+JX_{L2}}$ $\quad (\bar{E}_A = 16\angle{-10°} = 15,757 - J2,778 V)$

$$3 \cdot (1-J) \cdot (\bar{E}_A - \bar{E}_1) + J8 E_A = 0$$

$$\bar{E}_A = \frac{(3-J3)\cdot(15,757 - J2,778)}{3+J5} = \frac{38,937 - J55,605}{3+J5} = -4,742 - J10,632\ V$$

$$\bar{V}_o = \bar{E}_A \cdot \frac{1}{1-J} = \frac{-4,742 - J10,632}{1-J} = \frac{11,642\angle{-114,035°}}{1,414\angle{-45°}} = 8,233\angle{-69,035°}\ V$$

$$v_o(t) = 8,233 \cdot \text{sen}(4t - 69,035°)\ V$$

2) ANALISI agli ANELLI: 2KVL + 1 eq. vincolo $(\bar{I}_x)$ [$\bar{V}_x$ tensione su $\bar{I}_3$]

a) KVL anello $(\bar{I}_A)$: $-\bar{V}_x + JX_{L2} \cdot \bar{I}_A + \bar{E}_1 = 0$

b) KVL anello $(\bar{I}_B)$: $-\bar{V}_x + (R_5 - JX_{C4}) \cdot \bar{I}_B = 0$

c) vincolo KCL su $\bar{I}_3$: $\bar{I}_3 = 0,5\bar{I}_x = 0,5 \cdot (-\bar{I}_A) = \bar{I}_A + \bar{I}_B$

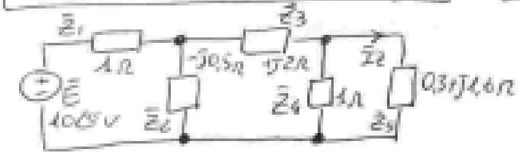
$$\begin{cases} -\bar{V}_x = -\bar{E}_1 - JX_{L2}\bar{I}_A = -15,757 + J2,778 - J4 \cdot \bar{I}_A \\ -15,757 + J2,778 - J4 \cdot \bar{I}_A + (1-J) \cdot (-1,5 \cdot \bar{I}_A) = 0 \\ \bar{I}_B = -1,5 \cdot \bar{I}_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_A = \dfrac{15,757 - J2,778}{-1,5 - J2,5} = -1,964 + J5,125\ A \\ \bar{I}_B = -1,5 \cdot \bar{I}_A = +2,945 - J7,687\ A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_o = R_5 \cdot \bar{I}_B = 1 \cdot (2,945 - J7,687) = \\ = 8,232\angle{-69,035°}\ V \end{cases}$$

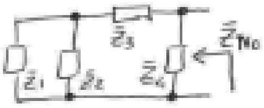
c.q. ok c.q.

ESERCIZIO 149

Calcolare $\bar{I}_Z$ con NORTON



Calcolo $\bar{Z}_{NO}$: si cortocircuita il generatore $\bar{E}$.

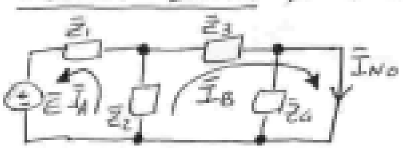


$$\bar{Z}_{NO} = \left[(\bar{Z}_1 // \bar{Z}_2) + \bar{Z}_3\right] // \bar{Z}_4 = \left[\frac{1\cdot(-j0,5)}{1+(-j0,5)} + \bar{Z}_3\right] // \bar{Z}_4 =$$

$$= \left[(0,2 - j0,4) + j2\right] // \bar{Z}_4 = \frac{[0,2+j1,6]\cdot 1}{[0,2+j1,6]+1} = \frac{0,2+j1,6}{1,2+j1,6} =$$

$$= \frac{1,612\angle +82,875°}{2\angle +53,13°} = 0,806\angle +29,745° = 0,7 + j0,4\,\Omega$$

Calcolo $\bar{I}_{NO}$: è la corrente di cortocircuito $\Rightarrow$ ANALISI AGLI ANELLI



Le maglie sono 3 ma si nota che $\bar{Z}_4$ è in cortocircuito per cui le maglie si riducono a 2: quindi si scrivono solo 2 equazioni KVL

1) KVL anello $\bar{I}_A$: $+\bar{E} + (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)\bar{I}_A + \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_B = 0$

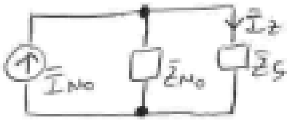
2) KVL anello $\bar{I}_B$: $+(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)\cdot \bar{I}_B + \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_A = 0$

$$\begin{cases} 10 + (1 - j0,5)\,\bar{I}_A + (-j0,5)\cdot \bar{I}_B = 0 \\ +j1,5 \cdot \bar{I}_B - j0,5\,\bar{I}_A = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 + (1-j0,5)\cdot(+3)\,\bar{I}_B - j0,5\,\bar{I}_B = 0 \\ \bar{I}_A = +3 \cdot \bar{I}_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_B = \dfrac{10}{-3+j2} = \dfrac{-30-j20}{9+4} = -2,308 - j1,538\,A \\ \bar{I}_A = +3\,\bar{I}_B = -6,924 - j4,614\,A \end{cases}$$

$$\bar{I}_{NO} = \bar{I}_B = -2,308 - j1,538 = 2,774\angle -146,321°\,A$$

Circuito equivalente di NORTON:



Si calcola la corrente $\bar{I}_Z$ applicando il partitore di corrente:

$$\bar{I}_Z = \bar{I}_{NO}\cdot \frac{\bar{Z}_{NO}}{\bar{Z}_{NO} + \bar{Z}_5} = \frac{(-2,308 - j1,538)\cdot(0,7+j0,4)}{(0,7+j0,4)+(0,3+j1,6)} = \frac{-1,0004 - j1,9998}{1+j2} =$$

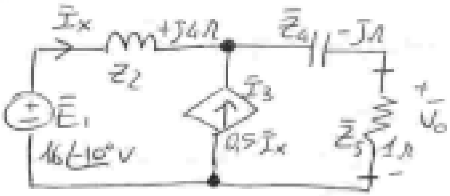
$$= \frac{(-1-j2)\cdot(1-j2)}{1+4} = \frac{(-1-4)+j(+2-2)}{5} = -1 = 1\angle 180°\,A$$

OK

CG CG

ESERCIZIO 150

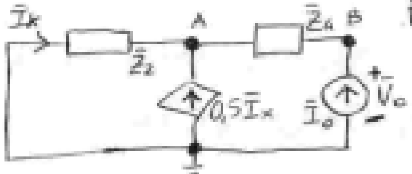
Calcolare $\bar{V}_o$ in REGIME SINUSOIDALE con Thevenin e Norton.



SOL: si taglia il ramo con $\bar{Z}_5$

1) Si risolve con il teorema di THEVENIN:

Calcolo $\bar{Z}_{Th} = \bar{Z}_{No}$: si inserisce un generatore di corrente $\bar{I}_o = 1/0°$ A. Per calcolare $\bar{V}_o$ e quindi $\bar{Z}_{Th}$, si usa l'ANALISI NODALE.



1) KCL nodo (A): $-\bar{I}_x - 0,5\bar{I}_x + \dfrac{\bar{V}_A - \bar{V}_B}{\bar{Z}_4} = 0$

2) KCL nodo (B): $\dfrac{\bar{V}_B - \bar{V}_A}{\bar{Z}_4} - \bar{I}_o = 0$

con $\bar{I}_x = -\dfrac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_2} = -\dfrac{\bar{V}_A}{J4}$

Sostituendo $\bar{I}_x$ nella 1^, ricavando $\bar{V}_A$ dalla 2^ e sostituendolo sempre nella 1^ si ricava $\bar{V}_B = \bar{V}_o$

$$\begin{cases} 1,5 \cdot \dfrac{\bar{V}_A}{J4} + \dfrac{\bar{V}_A - \bar{V}_B}{-J} = 0 \\ \bar{V}_A = \bar{V}_B - \bar{Z}_4 \cdot \bar{I}_o = \bar{V}_B + J \end{cases} \Rightarrow (1,5-4)(\bar{V}_B + J) + 4\bar{V}_B = 0$$

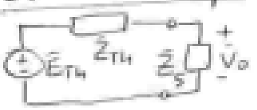
$$\bar{V}_B = \frac{+J2,5}{1,5} = +J\frac{5}{3} V = \bar{V}_o$$

$$\bar{Z}_{Th} = \bar{Z}_{No} = \frac{\bar{V}_o}{\bar{I}_o} = +J1,667 \Omega$$

Calcolo $\bar{E}_{TH}$: è la tensione a vuoto su $\bar{Z}_4$ non circola corrente per cui $\bar{E}_{Th}$ è la tensione sul generatore $\bar{I}_3$. Per cui si ricava $\bar{E}_{Th}$ applicando la K.:

$\bar{E}_{Th} = \bar{E}_1 - \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_x = \bar{E}_1$ (Infatti $\bar{I}_x = 0$ dalla KCL: $\bar{I}_x = -\bar{I}_3 = -0,5\bar{I}_x$)

Circuito equivalente di Thevenin



Con il PARTITORE DI TENSIONE si calcola $\bar{V}_o$:

$$\bar{V}_o = \bar{E}_{Th} \cdot \frac{\bar{Z}_5}{\bar{Z}_5 + \bar{Z}_{Th}} = \frac{(16/-10°) \cdot 1}{1 + J1,667} = \frac{16/-10°}{1,944/59,041°} = 8,23/-69,041° V$$

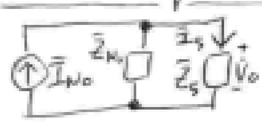
2) NORTON: Calcolo $\bar{I}_{No}$: se si dovesse applicare l'Analisi agli ANELLI, si dovrebbero scrivere 2 KVL + 1 eq. vincolo. Quindi si decide di applicare l'Analisi NODALE e si scrivono 1 KCL + 1 eq. vincolo su $\bar{E}_1$:

(1) KCL nodo (A): $-\bar{I}_x - 0,5\bar{I}_x + \bar{V}_A / \bar{Z}_4 = 0$ (2) vincolo $\bar{E}_1$: $\bar{I}_x = \dfrac{\bar{E}_1 - \bar{V}_A}{\bar{Z}_2}$

$$-1,5 \cdot \left[\frac{(15,757 - J2,778) - \bar{V}_A}{+J4}\right] + \frac{\bar{V}_A}{-J} = 0 \Rightarrow \bar{V}_A = \frac{0,375 \cdot (15,757 - J2,778)}{-0,625} = -9,454 + J1,667 V$$

$$\bar{I}_{No} = \bar{V}_A / -J = -1,667 - J9,454 A$$

Circuito equivalente di NORTON



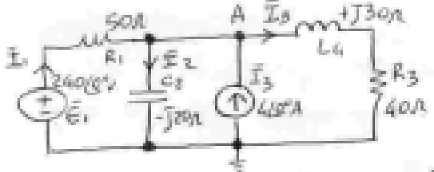
$$\bar{V}_o = \bar{Z}_5 \cdot \bar{I}_5 = \bar{I}_{No} \cdot \frac{\bar{Z}_{No}}{\bar{Z}_{No} + \bar{Z}_5} = \frac{(-1,667 - J9,454) \cdot (J1,667)}{1 + J1,667} = 8,232/-69,040 V$$

CG. CG

5/

ESERCIZIO 151

Calcolare le potenze reattive su C_2 e L_4
Verificare il risultato con BOUCHEROT e BILANCIO POTENZA



SOL: Si inseriscono le correnti, i nomi e i nodi. Si risolve calcolando le correnti in C_2 e L_4 e usando l'Analisi NODALE e si scrivono 1 KCL + 1 vincolo su $\bar{E}_1$

$$\begin{cases} 1)\ \text{KCL nodo (A)}: -\bar{I}_1 + \dfrac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_2} - \bar{I}_3 + \dfrac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_3+\bar{Z}_4} = 0 \\ 2)\ \text{vincolo su } \bar{E}_1: \bar{I}_1 = \dfrac{\bar{E}_1 - \bar{V}_A}{\bar{Z}_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{\bar{V}_A - 240}{50} + \frac{\bar{V}_A}{-J20} - 4 + \frac{\bar{V}_A}{40+J30} = 0$$

$$0{,}02\cdot\bar{V}_A - 4{,}8 + J0{,}05\cdot\bar{V}_A - 4 + \left(\frac{40-J30}{2500}\right)\bar{V}_A = 0$$

$$\bar{V}_A = \frac{8{,}8}{0{,}036+J0{,}038} = 115{,}620 - J122{,}044\ V$$ e

Da cui si ottengono le correnti $\bar{I}_2$ e $\bar{I}_3$ (L. di OHM).

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_2} = \frac{115{,}62 - J122{,}044}{-J20} = 6{,}102 + J5{,}781 = 8{,}406\angle{+43{,}453°}\ A$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_3+\bar{Z}_4} = \frac{115{,}62 - J122{,}044}{40+J30} = 0{,}385 - J3{,}340 = 3{,}362\angle{-83{,}418°}\ A$$

Si calcolano le potenze reattive dei due elementi reattivi C_2 e L_4

$$Q_{C_2} = -\frac{1}{2}X_{C_2}\bar{I}_2^2 = -\frac{1}{2}\cdot 20\cdot(8{,}406)^2 = -706{,}608\ VAR$$ (negativa perché CAPACITIVA).

$$Q_{L_4} = +\frac{1}{2}X_{L_4}\cdot\bar{I}_3^2 = +\frac{1}{2}\cdot 30\cdot(3{,}362)^2 = +169{,}546\ VAR$$ (positiva perché INDUTTIVA).

BOUCHEROT: Per verificare il risultati, si applica il Teorema di Boucherot al circuito, cioè si calcola la potenza attiva totale (P_T) e quella reattiva totale (Q_T) assorbita da resistenze, condensatori e induttori. Quindi si calcola la Potenza Complessa Totale, erogata dai due generatori e si verifica che la sua parte reale è proprio P_T, e la sua parte immaginaria è invece Q_T e si calcola prima $\bar{I}_1$

KVL maglia SX: $$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1 - \bar{V}_A}{\bar{Z}_1} = \frac{240-(115{,}62-J122{,}044)}{50} = 2{,}488 + J2{,}441\ A = 3{,}485\angle{+44{,}457°}\ A.$$

$$P_T = P_{R_1} + P_{R_2} = \frac{1}{2}R_1\bar{I}_1^2 + \frac{1}{2}R_3\bar{I}_3^2 = \frac{1}{2}\left[50\cdot(3{,}485)^2 + 40\cdot(3{,}362)^2\right] = 529{,}692\ W$$

$$Q_T = +Q_{L_4} + Q_{C_2} = +169{,}546 - 706{,}608 = -537{,}062\ VAR$$

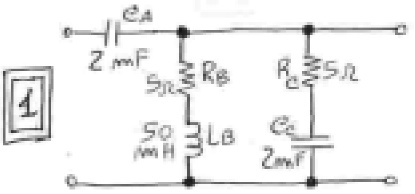
$$\bar{S}_{E_1} = \frac{1}{2}\bar{E}_1\cdot\bar{I}_1^* = \frac{1}{2}\cdot(240\angle 0°)(3{,}485\angle{-44{,}457°}) = 418{,}2\angle{-44{,}457°} = 298{,}501 - J292{,}896\ VA$$

$$\bar{S}_{I_3} = \frac{1}{2}\cdot\bar{V}_A\cdot\bar{I}_3^* = \frac{1}{2}\cdot(115{,}62 - J122{,}044)\cdot(4) = 231{,}24 - J244{,}088\ VA$$

$$\bar{S}_{TOT-generatori} = \bar{S}_{E_1} + \bar{S}_{I_3} = 529{,}741 - J536{,}984 \simeq P_T + JQ_T$$ ok

C.G.
C.G.

ESERCIZIO 152



Dato il DOPPIO BIPOLO in regime SINUSOIDALE con $f = 50/\pi$ Hz, calcolare

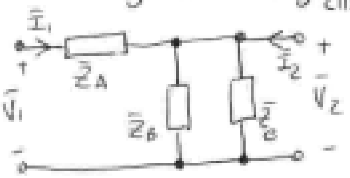
1) i parametri $\bar{Z}$ (impedenze);
2) i parametri $\bar{Y}$ (ammettenze);
3) alimentando il doppio bipolo con un generatore $\bar{V}_g = 1\angle 0°$ V (eff.) e chiudendolo su un carico $\bar{Z}_L$: calcolare $\bar{Z}_L$ per avere il MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA e la potenza
4) Verificare con BOUCHEROT e il BILANCIO DELLA POTENZA COMPLESSA

SOL: si passa al circuito TRASFORMATO con i FASORI scrivendo correnti e tensioni secondo la convenzione delle RETI BIPORTA

$$\bar{Z}_A = -jX_A = -j\frac{1}{2\pi f C_A} = -j\frac{1}{2\cdot 50\cdot 2\cdot 10^{-3}} = -j5\,\Omega;$$

$$\bar{Z}_B = R_B + jX_B = R_B + j(2\pi f L_B) = 5 + j(2\cdot 50\cdot 50\cdot 10^{-3}) = 5 + j5\,\Omega$$

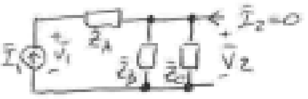
$$\bar{Z}_C = R_C - jX_C = R_C - j\frac{1}{2\pi f C_C} = 5 - j\frac{1}{2\cdot 50\cdot 2\cdot 10^{-3}} = 5 - j5\,\Omega$$



1) Usando i parametri IMPEDENZA si scrivono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{Z}_{11}\cdot\bar{I}_1 + \bar{Z}_{12}\cdot\bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = \bar{Z}_{21}\cdot\bar{I}_1 + \bar{Z}_{22}\cdot\bar{I}_2 \end{cases} \quad (\Delta)$$

Calcolo di $\bar{Z}_{11}$ e $\bar{Z}_{21}$: Questi due parametri si calcolano con $\bar{I}_2 = 0$, cioè la "porta 2" si APRE, e si inserisce un generatore $\bar{I}_1 = 1\angle 0°$ A nella "porta 1".



$$\bar{Z}_{BC} = \bar{Z}_B // \bar{Z}_C = \frac{(5+j5)\cdot(5-j5)}{(5+j5)+(5-j5)} = \frac{25+25}{10} = 5\,\Omega$$

$$\bar{Z}'_{eq} = \bar{Z}_A + \bar{Z}_{BC} = 5 - j5\,\Omega$$

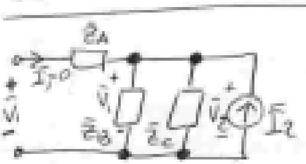
$$\bar{V}_1 = \bar{Z}'_{eq}\cdot\bar{I}_1 = 5 - j5\,V$$

$$\bar{V}_2 = \bar{Z}_{BC}\cdot\bar{I}_1 = 5\,V$$

$\Rightarrow$ dalle relazioni (Δ) si ricavano $\bar{Z}_{11}$ e $\bar{Z}_{21}$

$$\bar{Z}_{11} = \left.\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{I}_2=0} = 5 - j5\,\Omega \; ; \quad \bar{Z}_{21} = \left.\frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{I}_2=0} = 5\,\Omega$$

$\underline{\text{Calcolo di } \bar{Z}_{12} \text{ e } \bar{Z}_{22}}$: Si calcolano aprendo la "porta 1" e inserendo un generatore $\bar{I}_2 = 1\angle 0°\,A$ nella "porta 2". 2/1

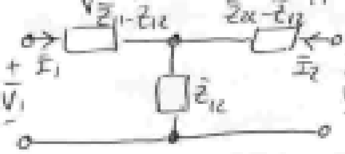


$$\bar{Z}''_{eq} = \bar{Z}_B // \bar{Z}_C = 5\,\Omega$$

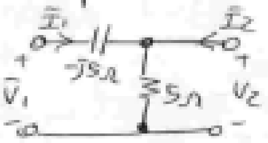
$$\bar{V}_2 = \bar{Z}''_{eq} \cdot \bar{I}_2 = 5\,V = \bar{V}_1$$

$$\bar{Z}_{12} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_2}\bigg|_{\bar{I}_1=0} = 5\,\Omega \quad ; \quad \bar{Z}_{22} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2}\bigg|_{\bar{I}_1=0} = 5\,\Omega$$

Il doppio bipolo è reciproco perché risulta $\bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{21}$ (ciò si ha quando il doppio bipolo è PASSIVO), quindi si disegna la RETE A "T"



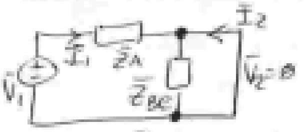
$\Rightarrow$



$\boxed{Z}$

2) Parametri $\bar{Y}$: si hanno le seguenti relazioni
$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{Y}_{11}\cdot\bar{V}_1 + \bar{Y}_{12}\cdot\bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 = \bar{Y}_{21}\cdot\bar{V}_1 + \bar{Y}_{22}\cdot\bar{V}_2 \end{cases}$$

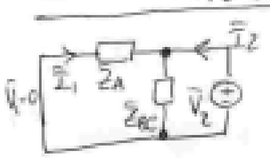
$\underline{\text{Calcolo } \bar{Y}_{11} \text{ e } \bar{Y}_{21}}$: si cortocircuita la "porta 2" cioè $\bar{V}_2 = 0$ e si mette un generatore $\bar{V}_1 = 1\angle 0°\,V$ nella "porta 1".



$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_A} = \frac{1}{-j5} = +j0{,}2\,A \quad ; \quad \bar{I}_2 = -\bar{I}_1 = -j0{,}2\,A$$

$$\bar{Y}_{11} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_1}\bigg|_{\bar{V}_2=0} = +j0{,}2\,S \quad ; \quad \bar{Y}_{21} = \frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_1}\bigg|_{\bar{V}_2=0} = -j0{,}2\,S$$

$\underline{\text{Calcolo } \bar{Y}_{12} \text{ e } \bar{Y}_{22}}$: si cortocircuita la "porta 1" ($\bar{V}_1 = 0$) e si pone un generatore $\bar{V}_2 = 1\angle 0°\,V$ nella "porta 2".



$$\bar{Z}'''_{eq} = \bar{Z}_A // \bar{Z}_{BC} = \frac{(-j5)\cdot(5)}{5-j5} = 2{,}5 - j2{,}5\,\Omega = \frac{(-j25)(5+j25)}{50_2}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}'''_{eq}} = \frac{1}{2{,}5-j2{,}5} = 0{,}2 + j0{,}2\,A \;;$$

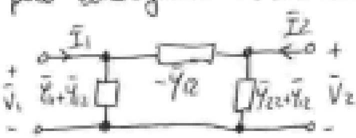
$$\bar{I}_1 = -\bar{I}_2 \cdot \frac{\bar{Z}_{BC}}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_{BC}} = -\frac{(0{,}2+j0{,}2)\cdot 5}{5-j5} = \frac{(-0{,}2-j0{,}2)(1+j)}{2} = -j0{,}2 \;\; \text{oppure} \;\; \bar{I}_1 = -\frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_A} = -\frac{1}{(-j5)} = -j0{,}2\,A$$

$$\bar{Y}_{12} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_2}\bigg|_{\bar{V}_1=0} = -j0{,}2\,S \quad ; \quad \bar{Y}_{22} = \frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_2}\bigg|_{\bar{V}_1=0} = 0{,}2 + j0{,}2\,S \;;$$

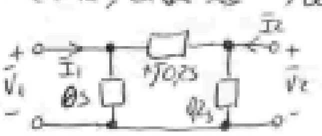
Si possono verificare i risultati sapendo che $[Y] = [Z]^{-1}$ cioè:

$$\bar{Y}_{11} = \frac{\bar{Z}_{22}}{\Delta Z} \;;\; \bar{Y}_{12} = -\frac{\bar{Z}_{12}}{\Delta Z} \;;\; \bar{Y}_{21} = -\frac{\bar{Z}_{21}}{\Delta Z} \;;\; \bar{Y}_{22} = \frac{\bar{Z}_{11}}{\Delta Z} \;;$$ Matrice aggiunta con Determinante $\Delta Z = \bar{Z}_{11}\cdot\bar{Z}_{22} - \bar{Z}_{12}\cdot\bar{Z}_{22}$

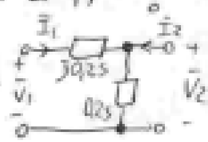
Essendo il bipolo reciproco (sia perché non ci sono generatori, sia perché $\bar{Y}_{21} = \bar{Y}_{12}$), si può disegnare il suo circuito equivalente, cioè la "rete a π":



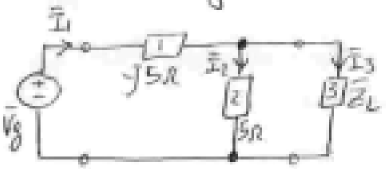
$\Rightarrow$



$\Rightarrow$



3) Si chiude il doppio bipolo su un carico $\bar{Z}_L$ e si alimenta con un generatore $\bar{V}_g = 1\angle 0°$ V (efficaci). Si usano i parametri impedenza e la relativa "rete a T."



Il valore dell'impedenza $\bar{Z}_L$ che permette il massimo trasferimento di potenza si calcola dal "complesso coniugato" dell'impedenza di Thevenin "vista" da $\bar{Z}_L$, che si calcola sia dal circuito $\boxed{1}$, sia dal circuito $\boxed{2}$:

$\bar{Z}_{Th}\boxed{1} = \bar{Z}_A // \bar{Z}_B // \bar{Z}_C = \bar{Z}_{eq}^{III} = 2{,}5 - j2{,}5\,\Omega$;

$\bar{Z}_{Th}\boxed{2} = \frac{5\cdot(-j5)}{5+(-j5)} = \frac{(-j5)(5+j5)}{25+25} = 2{,}5 - j2{,}5\,\Omega$;

Quindi: $\bar{Z}_L = \bar{Z}_{Th}^{*} = 2{,}5 + j2{,}5\,\Omega$

Per calcolare la massima Potenza trasmessa al carico, si calcolano $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$ e $\bar{I}_3$:

$$\bar{Z}_{eq}^{IV} = (-j5) + \frac{5\cdot(2{,}5+j2{,}5)}{5+(2{,}5+j2{,}5)} = (-j5)+(2+j) = 2 - j4\,\Omega$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_g}{\bar{Z}_{eq}^{IV}} = \frac{1}{2-j4} = 0{,}1+j0{,}2 = 0{,}224\angle 63{,}435°\ A$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1\cdot\frac{\bar{Z}_L}{5+\bar{Z}_L} = \frac{(0{,}1+j0{,}2)\cdot(2{,}5+j2{,}5)}{7{,}5+j2{,}5} = j0{,}1 = 0{,}1\angle +90°\ A$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_1\cdot\frac{5}{5+\bar{Z}_L} = \frac{(0{,}1+j0{,}2)\cdot 5}{7{,}5+j2{,}5} = 0{,}1+j0{,}1 = 0{,}141\angle 45°\ A$$

$$P_{max} = P_{Z_L} = R_L\cdot I_3^2 = 2{,}5\cdot(0{,}141)^2 = 49{,}7\ mW$$

CALCOLO POTENZA COMPLESSA DEL GENERATORE

$$\bar{S}_g = \bar{V}_g\cdot\bar{I}_1^{*} = (1)(0{,}1-j0{,}2) = 0{,}1-j0{,}2\ VA$$

Per BOUCHEROT (verifica) deve essere: $Re[\bar{S}_g] = P_T$ e $Im[\bar{S}_g] = Q_T$

$P_T = P_1+P_2+P_3 = 0 + (5\cdot 0{,}1^2) + (2{,}5\cdot 0{,}141^2) = 0{,}1\ W$ ok

$Q_T = Q_1+Q_2+Q_3 = -(5\cdot 0{,}224^2) + 0 + (2{,}5\cdot 0{,}141^2) = -j0{,}2\ VAR$ ok

Per verificare con il BILANCIO DELLA POTENZA COMPLESSA si calcolano le singole potenze complesse e si verifica che: $-\bar{S}_g + \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 = 0$

$$\bar{S}_1 = \bar{V}_1\cdot\bar{I}_1^{*} = (-j5)\cdot\bar{I}_1\cdot\bar{I}_1^{*} = (-j5)\cdot I_1^2 = (-j5)\cdot(0{,}224)^2 = -j0{,}25\ VA$$

$$\bar{S}_2 = \bar{V}_2\cdot\bar{I}_2^{*} = (5)\cdot(\bar{I}_2)\cdot(\bar{I}_2^{*}) = 5\cdot I_2^2 = 5\cdot 0{,}1^2 = 0{,}05\ VA$$

$$\bar{S}_3 = \bar{V}_3\cdot\bar{I}_3^{*} = (2{,}5+j2{,}5)\cdot I_3^2 = (2{,}5+j2{,}5)\cdot 0{,}141^2 = 0{,}05+j0{,}05\ VA$$

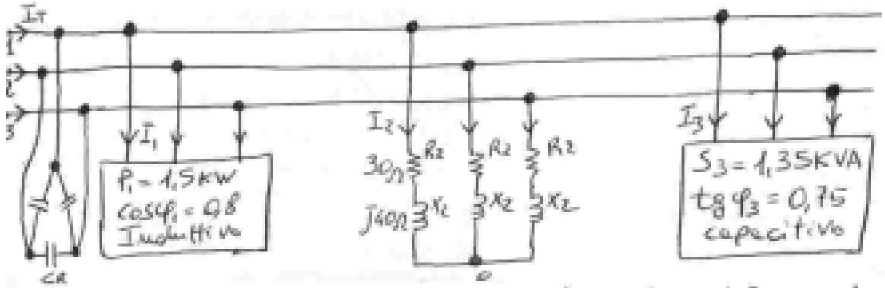
$$-(0{,}1-j0{,}2) + (-j0{,}25) + (0{,}05) + (0{,}05+j0{,}05) = 0$$

ok

ESERCIZIO 153

Un sistema di tensioni trifase alimenta, con $V = 600V$ (eff.) $f = 50Hz$, tre carichi bilanciati. Calcolare la corrente di linea totale.

Rifasare, se necessario, a $\cos\varphi_R = 0,9$.



SOL: si calcolano per ogni carico il modulo delle correnti di linea (I, I_2 e I_3) e le rispettive potenze attive e reattive.

carico 1: essendo il carico equilibrato si applica la formula $P_1 = \sqrt{3} \cdot V \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1$, che è valida sia se il carico è collegato a stella, sia se è collegato a triangolo.

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos\varphi_1} = \frac{1500}{\sqrt{3} \cdot 600 \cdot 0,8} = 1,806\ A$$

$$Q_1 = P_1 \cdot tg\varphi_1 = 1500 \cdot 0,75 = 1125\ VAR$$

carico 2: anche qui il carico è equilibrato, per cui ci sono delle tre impedenze uguali ($\bar{Z}_2 = 30 + J40 = 50\angle 53,13^\circ\ \Omega$), c'è la tensione di fase $E = V/\sqrt{3} = 346,410\ V$.

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = \frac{346,41}{50} = 6,928\ A$$

$P_2 = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 = 3 \cdot 30 \cdot 48 = 4320W$ oppure $P_2 = \sqrt{3} \cdot V \cdot I_2 \cdot \cos(53,13)$

$Q_2 = 3 \cdot X_2 \cdot I_2^2 = 3 \cdot 40 \cdot 48 = 5760\ VAR$ oppure $Q_2 = \sqrt{3} \cdot V \cdot I_2 \cdot sen(53,13)$

carico 3: si applica la formula $S_3 = \sqrt{3} \cdot V \cdot I_3$

$$I_3 = \frac{S_3}{\sqrt{3} \cdot V} = \frac{1350}{\sqrt{3} \cdot 650} = 1,299\ A$$

$P_3 = S_3 \cdot \cos\varphi_3 = 1350 \cdot 0,8 = 1080\ W$

$Q_3 = S_3 \cdot sen\varphi_3 = 1350 \cdot 0,6 = -810\ VAR$ (negativa perché è capacitivo!).

Per calcolare la corrente totale occorre applicare il teorema di Boucherot, per cui si calcolano le potenze totali (attive e reattive) e quindi quella apparente e $\cos\varphi_T$ e infine I_T.

$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 1500 + 4320 + 1080 = 6900\ W$

$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1125 + 5760 - 810 = 6075\ VAR$

$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 9123,24\ VA$

$\cos\varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = 0,751$

$I_T = \frac{S_T}{\sqrt{3} \cdot V} = \frac{9123,24}{\sqrt{3} \cdot 600} = 8,846\ A$

RIFASAMENTO TRIFASE.
La potenza reattiva vale:
$Q_C = P_T \cdot (tg\varphi_{prima} - tg\varphi_{dopo}) =$
$= 6900 \cdot (0,8792 - 0,4843) =$
$= 2724,81\ VAR$
Si usano 3 condensatori a TRIANGOLO
$C_R = \frac{Q_C}{3 \cdot \omega \cdot V^2} = \frac{2724,81}{3 \cdot 314,159 \cdot 600^2} \cong 8\mu F$

VERIFICA con il BILANCIO DELLE POTENZE COMPLESSE.
Il carico 1 è di tipo OHMICO INDUTTIVO e l'angolo $\varphi_1 = \cos^{-1}\varphi_1 = 36,87°$ è quello dell'impedenza $\bar{Z}_1$. Se questo si ipotizza collegato a stella si ha che: $\bar{E}_1 = \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_1$ (*) quindi la sua potenza complessa è:

$\bar{S}_1 = 3 \cdot \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_1^* = 3 \cdot (346,41\angle{+90}) \cdot (1,804\angle{-53,13}) = 1874,771\angle{36,87°} = 1499,81 + j1124,87\ VA$

Infatti si ha dalla (*): $\varphi_{\bar{I}_1} = \varphi_{\bar{E}_1} - \varphi_{\bar{Z}_1} = 90° - 36,87° = 53,13°$

Per il carico 2 si ha:

$\bar{S}_2 = 3 \cdot \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_2^* = 3 \cdot \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_2 \cdot \bar{I}_2^* = 3 \cdot \bar{Z}_2 \cdot I_2^2 = 4320 + j5760\ VA$

Infine per il carico 3, si ripete lo stesso ragionamento del carico 1, cioè $\varphi_{\bar{I}_3} = \varphi_{\bar{E}_1} - \varphi_{\bar{Z}_3} = 90° + 36,87° = 126,87°$ e perciò si ha:

$\bar{S}_3 = 3 \cdot \bar{E}_1 \cdot \bar{I}_3^* = 3 \cdot (346,41\angle{90°}) \cdot (1,299\angle{-126,87°}) = 1350\angle{-36,87°} = 1080 - j810\ VA$

Quindi: $\bar{S}_{TOT} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 = 6900 + j6075 = P_T + jQ_T$ ok

CALCOLI validi per la simulazione con PSPICE.

Carico 1: si ipotizza il carico collegato a stella per cui:

$Z_{1\lambda} = \frac{E}{I_1} = 192,023\,\Omega \Rightarrow \begin{cases} R_1 = Z_1 \cdot \cos\varphi_1 = 153,619\,\Omega \\ X_{L1} = Z_1 \cdot \operatorname{sen}\varphi_1 = 115,214\,\Omega \end{cases}$ $L_1 = \frac{X_{L1}}{\omega} = \frac{115,214}{314,159} = 366,738\ mH.$

Carico 2: il carico è collegato a stella e quindi si calcola solo l'induttanza L_2: $L_2 = \frac{X_{L2}}{\omega} = \frac{40}{314,159} = 127,324\ mH.$

Carico 3: si ipotizza il carico collegato a triangolo per cui:

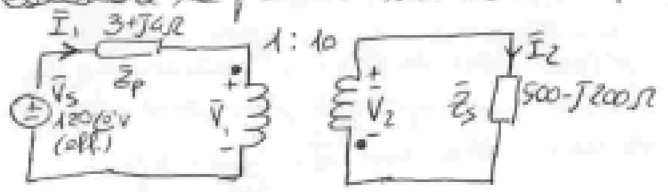
$Z_{3\Delta} = \frac{V}{I_{fase}} = \frac{V}{I_3/\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 600}{1,299} = 800,023\,\Omega \Rightarrow \begin{cases} R_3 = Z_3 \cdot \cos\varphi_3 = 800,023 \cdot 0,8 = 640,019\,\Omega \\ X_{C3} = Z_3 \cdot \operatorname{sen}\varphi_3 = 800,023 \cdot 0,6 = 480,014\,\Omega \end{cases}$

infine si calcola C_3: $C_3 = \frac{1}{\omega X_{C3}} = \frac{1}{314,159 \cdot 480,014} = 6,631\ \mu F.$

ESERCIZIO 154

7/

Calcolare la potenza media dissipata dall'impedenza $\bar{Z}_S$



Sol: Si scrivono le due equazioni relative a tensioni e correnti

$$\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = -n = -10 \quad e \quad \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = -n = -10 \quad (*)$$

(perché il puntino di $\bar{V}_2$ è sul $-$) (perché $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$ sono entrambe entranti nei puntini).

Si scrivono le due KVL alle due maglie (entrambe con verso orario)

$$\begin{cases} -\bar{V}_S + (3+j4)\cdot\bar{I}_1 + \bar{V}_1 = 0 \\ -\bar{V}_2 + (500-j200)\bar{I}_2 = 0 \end{cases} \xRightarrow{\text{dalla } (*)} \begin{cases} -120 - (3+j4)\cdot 10\bar{I}_2 - 0{,}1\cdot\bar{V}_2 = 0 \\ \bar{V}_2 = (500-j200)\bar{I}_2 \end{cases}$$

sostituendo nella prima

$$-120 - (30+j40)\cdot\bar{I}_2 - (50-j20)\cdot\bar{I}_2 = 0$$

$$\bar{I}_2 = \frac{-120}{80+j20} = -1{,}4118 + j0{,}3529 = 1{,}4552\angle 165{,}964°\ A$$

$$P_S = R_S\cdot I_2^2 = 500\cdot 1{,}4552^2 = 1058{,}80\ W$$

verifica con Boucherot:

- calcolo della corrente $\bar{I}_1$ e della potenza complessa erogata dal generatore:

$$\bar{I}_1 = -10\cdot\bar{I}_2 = 14{,}12 - j3{,}53 = 14{,}552\angle -14{,}036°\ A$$

$$\bar{S}_{gen} = \bar{V}_S\cdot\bar{I}_1^* = (120\angle 0°)\cdot(14{,}552\angle +14{,}036) = 1746{,}24\angle 14{,}036 = 1694{,}10 + j423{,}52\ VA$$

Calcolo potenza reattiva (capacitiva) dell'impedenza $\bar{Z}_S$:

$$Q_S = -X_S\cdot I_2^2 = -200\cdot 1{,}4552^2 = -423{,}52\ VAR$$

Calcolo delle potenze attiva e reattiva dell'impedenza $\bar{Z}_P$:

$$P_P = R_P\cdot I_1^2 = 3\cdot 14{,}552^2 = 635{,}28\ W$$

$$Q_P = +X_P\cdot I_1^2 = 4\cdot 14{,}55^2 = +847{,}04\ VAR$$

Applicando Boucherot si calcolano le potenze totali...

$$P_T = P_P + P_S = 635{,}28 + 1058{,}80 = 1694{,}08\ W$$

$$Q_T = Q_P + Q_S = +847{,}04 - 423{,}52 = +423{,}52\ VAR$$

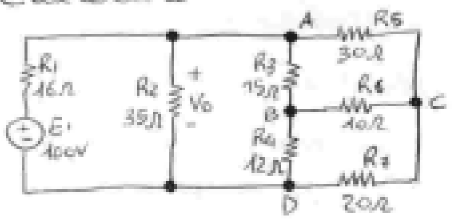
... e quindi è verificato che:

$$\bar{S}_{gen} = P_T + j\,Q_T$$

GG

ESERCIZIO 155 TRASFORMAZIONI STELLA TRIANGOLO E THEVENIN

Calcolare V_0 nel circuito in figura con Thevenin.

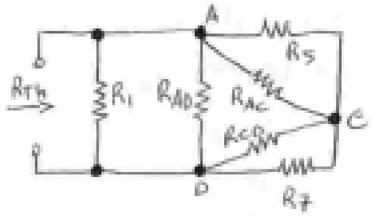


Soluzione:

1) si "taglia" la resistenza R_2

2) si calcola R_{Th} "spegnendo" E_1 cioè cortocircuitandolo; si ha

si trasforma la "stella" (R_3, R_4, R_6) in "triangolo"



$$R_{AD} = \frac{R_3 \cdot R_4 + R_3 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_6}{R_6} = \frac{450}{10} = 45\,\Omega$$

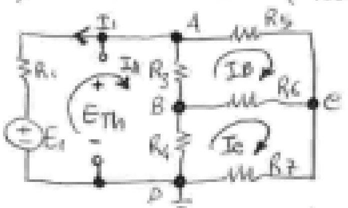
$$R_{AC} = \frac{\text{NUMERAT.}}{R_4} = \frac{450}{12} = 37{,}5\,\Omega \quad ; \quad R_{CD} = \frac{\text{NUMERAT.}}{R_3} = \frac{450}{15} = 30\,\Omega$$

$$R_{Th} = \left[(R_5 \parallel R_{AC}) + (R_7 \parallel R_{CD})\right] \parallel R_{AD} \parallel R_1 =$$

$$= \left[16{,}667 + 12\right] \parallel 45 \parallel 16 = \frac{1}{\frac{1}{28{,}667} + \frac{1}{45} + \frac{1}{16}} = \mathbf{8{,}36}\ \Omega$$

* SI POTEVANO TRASFORMARE IN "STELLA" I DUE "TRIANGOLI" DI RESISTENZE $(R_3\ R_5\ R_6)$ OPPURE $(R_4\ R_6\ R_7)$

3) Calcolo E_{Th} (tensione a vuoto ai capi del "taglio")



A) Metodo NODALE (nodo D = riferimento)

Ci sono 4 nodi e 1 generatore di tensione

KCL nodo A : $+I_1 + (E_A - E_C)/R_5 + (E_A - E_B)/R_3 = 0$

KCL nodo B : $+(E_B - E_A)/R_3 + (E_B - E_C)/R_6 + E_B/R_4 = 0$

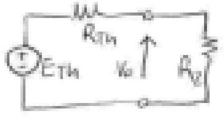
KCL nodo C : $+(E_C - E_B)/R_6 + (E_C - E_A)/R_5 + E_C/R_7 = 0$

Vincolo su E_1: $I_1 = (E_A - E_1)/R_1$

sostituendo I_1 e ordinando:

$$\begin{cases} 39 \cdot E_A - 16 \cdot E_B - 8 \cdot E_C = 1500 \\ -4 E_A + 15 \cdot E_B - 6 \cdot E_C = 0 \\ -2 E_A - 6 E_B + 11 \cdot E_C = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{risolvendo.....} \Rightarrow \begin{cases} E_A = \mathbf{52{,}225}\ V = E_{Th} \\ E_B = 27{,}684\ V \\ E_C = 21{,}874\ V \end{cases}$$

Il circuito equivalente di Thevenin:



Con il partitore di tensione si ha:

$$V_0 = V_{R_2} = E_{Th} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{Th}} = \frac{52{,}225 \cdot 35}{35 + 8{,}36} = \mathbf{42{,}18}\ V$$

C4

B) Metodo ANELLI: si scrivono $b - n + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$ KVL (non ci sono gene. I)

KVL maglia I_A: $-E_1 + I_A \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - R_3 I_B - R_4 \cdot I_C = 0$

KVL maglia I_B: $+I_B (R_5 + R_6 + R_3) - R_3 I_A - R_6 I_C = 0$

KVL maglia I_C: $+I_C \cdot (R_6 + R_7 + R_4) - R_6 I_B - R_4 I_A = 0$

Risolvendo si ottiene:

$I_A = 2{,}984\ A$; $I_B = 1{,}013\ A$; $I_C = 1{,}096\ A$

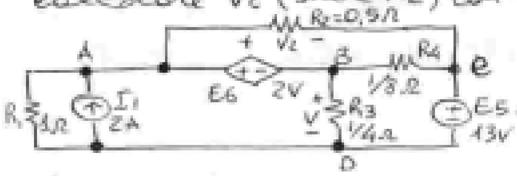
$E_{Th} = E_1 - R_1 \cdot I_A = \mathbf{52{,}256}\ V$

$E_{Th} = R_3 \cdot (I_A - I_B) + R_4 (I_A - I_C) = \mathbf{52{,}245}\ V$

OK

ESERCIZIO 156 su Thevenin con generatori controllati e P.D.S.D.E. 1

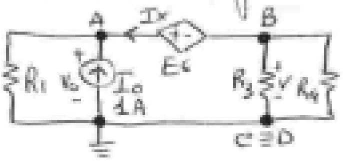
Calcolare V_2 (sulla R_2) con Thevenin



Soluzione (Thevenin)

1) Si "toglie" R_2

2) Si calcola R_{Th}: visto che nel circuito è presente un generatore controllato, si inserisce un generatore di corrente $I_0 = 1A$, tra i terminali del "taglio" (al posto di R_2) e si calcola la tensione ai suoi capi V_0 e quindi la $R_{Th} = V_0/I_0 = V_0$. Quando si calcola R_{Th} occorre sempre "SPEGNERE" tutti i generatori indipendenti.



NODALE [$n-1 = 2$ KCL + 1 eq vincolo su E_6]

(1) KCL nodo A: $E_A/R_1 - I_0 - I_x = 0$

(2) KCL nodo B: $+I_x + E_B/R_3 + E_B/R_4 = 0$

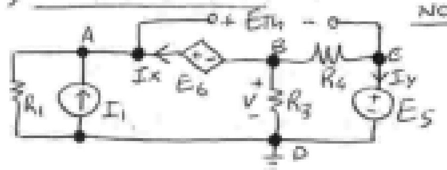
(3) vincolo su E_6: $E_A - E_B = E_6 = 2\cdot V = 2\cdot E_B$

Ricavando I_x dalla (1) e E_A dalla (3) e sostituendoli nella (2) si ottiene:

$3E_B - 1 + 4E_B + 8E_B = 0 \Rightarrow E_B = 1/15\ V$ e $E_A = 1/5 = 0,2\ V$

$$R_{Th} = V_0/I_0 = V_0 = E_A = \mathbf{0,2\ \Omega}$$

3) Calcolo di E_{Th}: è la tensione a vuoto (generatori indip. funzionanti)



NODALE

(1) KCL nodo A: $+E_A/R_1 - I_1 - I_x = 0$

(2) KCL nodo B: $+I_x + E_B/R_3 + (E_B - E_C)/R_4 = 0$

(3) KCL nodo C: [NON SI SCRIVE PERCHE' SERVE PER I_y]

(4) vincolo su E_6: $E_A - E_B = 2V = 2E_B$

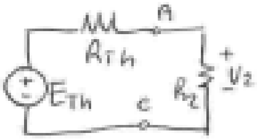
(5) vincolo su E_5: $E_C = E_5 = +13V$

Ricavando I_x dalla (1) e E_A dalla (4) e sostituendo anche $E_C = 13V$ nella (2) si ha:

$$3E_B - 2 + 4E_B + 8E_B - 104 = 0 \Rightarrow \begin{cases} E_B = 106/15 = 7,067V \\ E_A = 3\cdot E_B = 21,2\ V \end{cases}$$

$$E_{Th} = E_A - E_C = \mathbf{8,2}\ V$$

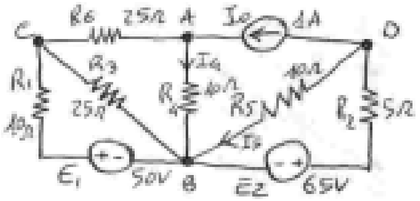
4) Circuito equivalente di Thevenin:



partitore di tensione

$$V_2 = E_{Th}\cdot \frac{R_2}{R_2+R_{Th}} = \frac{8,2\cdot 0,5}{0,5+0,2} = \mathbf{5,85}\ V$$

ESERCIZIO 157 Calcolare I_4 con NORTON. 1

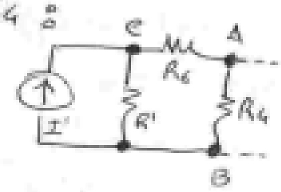


Si utilizzano le trasformazioni di generatori reali per semplificare i circuiti e successivamente si risolvono i circuiti, così ottenuti, con NORTON.

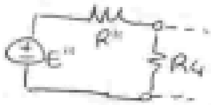
1) Calcolo I_4 con NORTON

Ⓐ si "trasforma" il circuito a SX di R_4:

$I' = \frac{E_1}{R_1} = 5A$; $R' = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 7{,}143\,\Omega$ ⇒

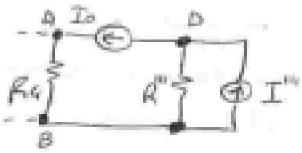


$E'' = I' \cdot R' = 35{,}715V$; $R'' = R' + R_6 = 32{,}143\,\Omega$ ⇒

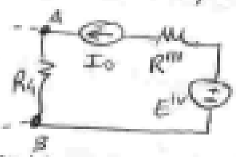


Ⓑ si trasforma il circuito a DX di R_4:

$I''' = \frac{E_2}{R_2} = 13A$; $R''' = R_2 // R_5 = 3{,}333\,\Omega$ ⇒



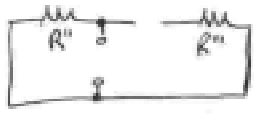
$E^{IV} = I''' \cdot R''' = 43{,}325V$ ⇒



Ricomponendo i due "pezzi" del circuito si applica Norton.

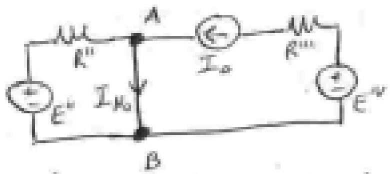
I) Si "taglia" R_4

II) si calcola R_{No} "spegnendo" i generatori indipendenti (cioè si cortocircuitano E'' ed E^{IV} e si apre I_0):



$R_{No} = R'' = 32{,}143\,\Omega$

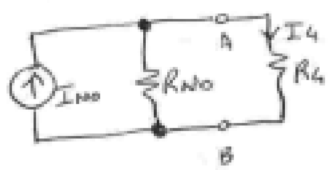
III) si calcola I_{No}, come corrente di cortocircuito nel ramo tagliato:



Si nota che I_{No} si ottiene sommando i due contributi dei circuiti a SX e a DX.

$I_{No} = I_{SX} + I_{DX} = \frac{E''}{R''} + I_0 = 2{,}111\ A$

IV) Circuito equivalente di NORTON

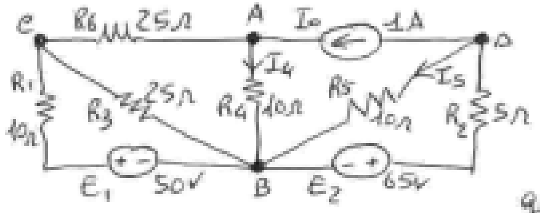


Partitore di corrente

$I_4 = I_{No} \cdot \frac{R_{No}}{R_{No} + R_4} = 2{,}111 \cdot \frac{32{,}143}{42{,}143} = \underline{1{,}610A}$

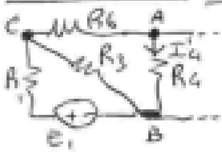
ESERCIZIO 158

Calcolare I_4 e I_5 con P.D.S.D.E.



Con la sovrapposizione degli effetti si calcolano, sia per I_4 che per I_5, tanti effetti quanti sono i generatori indipendenti lasciati agire da soli; successivamente si sommano gli effetti calcolati.

1° Effetto: Agisce E_1 (I_0 aperto e E_2 in cortocircuito).



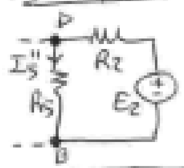
A DX di R_4 il circuito è aperto (I_0 è spento) per cui $I_5' = 0$

NODALE (riferimento B, $R_{64} = R_6 + R_4 = 35\ \Omega$)

$$\frac{E_C - E_1}{R_1} + \frac{E_C}{R_3} + \frac{E_C}{R_{64}} = 0 \Rightarrow \frac{E_C - 50}{10} + \frac{E_C}{25} + \frac{E_C}{35} = 0 \Rightarrow E_C = \frac{1750}{35+14+10} = 29{,}661\ V$$

$$I_4' = \frac{E_C}{R_{64}} = 0{,}847\ A$$

2° Effetto: Agisce E_2 (I_0 aperto e E_1 in cortocircuito).



A SX di R_4 il circuito è aperto, per cui: $I_4'' = 0$

$$I_5'' = \frac{E_2}{R_2 + R_5} = \frac{65}{5+10} = 4{,}333\ A$$

3° Effetto: Agisce I_0 (E_1 ed E_2 sono in cortocircuito).

$$R_{136} = R_6 + (R_1 // R_3) = 25 + \frac{10 \cdot 25}{35} = 32{,}143\ \Omega$$

Applicando due volte il partitore di corrente si ha:

$$I_4''' = I_0 \cdot \frac{R_{136}}{R_{136} + R_4} = 1 \cdot \frac{32{,}143}{42{,}143} = +0{,}763\ A$$

$$I_5''' = -I_0 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_5} = -1 \cdot \frac{5}{15} = -0{,}333\ A$$

Sommando tutti e tre gli effetti si ottiene infine:

$$I_4 = I_4' + I_4'' + I_4''' = +0{,}847 + 0 + 0{,}763 = +1{,}610\ A$$

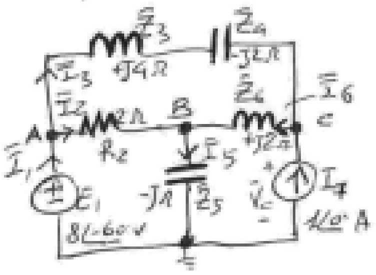
$$I_5 = I_5' + I_5'' + I_5''' = 0 + 4{,}333 - 0{,}333 = +4\ A$$

C4

OK

ESERCIZIO 159

Riprendendo tutti i valori di tensione e di corrente calcolati nell'ESERCIZIO 147 verificare il Bilancio delle Potenze complesse ed il teorema di Boucherot.



Valori già calcolati:

$\bar V_B = 5{,}027\angle -136{,}548° = -3{,}649 - j3{,}457\,V$

$\bar V_C = 4{,}197\angle -87{,}583° = 0{,}177 - j4{,}193\,V$

$\bar V_A = 8\angle -60° = 4 - j6{,}928\,V$

$\bar I_2 = 4{,}201\angle -24{,}411° = 3{,}825 - j1{,}736\,A$

$\bar I_3 = 2{,}350\angle -125{,}580° = -1{,}367 - j1{,}911\,A$; $\bar I_1 = 4{,}398\angle -56{,}02° = 2{,}458 - j3{,}647\,A$

$\bar I_5 = 5{,}027\angle -46{,}548° = 3{,}457 - j3{,}649$; $\bar I_6 = 1{,}948\angle -100{,}889° = -0{,}368 - j1{,}913\,A$

SOLUZIONE: 1) VERIFICA DEL BILANCIO DELLE POTENZE COMPLESSE.

In c.a. tutti i generatori si comportano come tali se la corrente viene EROGATA dal morsetto positivo del generatore. Per cui si avrà:

$$-\bar S_{\bar E_1} - \bar S_{\bar I_7} + \bar S_{R_2} + \bar S_{\bar Z_3} + \bar S_{\bar Z_4} + \bar S_{\bar Z_5} + \bar S_{\bar Z_6} = 0 \quad (\square)$$

Calcolo potenze complesse dei due generatori:

$$\bar S_{\bar E_1} = \frac{1}{2}\bar E_1 \bar I_1^* = \frac{1}{2}(8\angle -60°)(4{,}398\angle 56{,}02°) = 17{,}592\angle -3{,}98° = 17{,}550 - j1{,}221\ VA$$

$$\bar S_{\bar I_7} = \frac{1}{2}\cdot\bar V_C\cdot\bar I_7^* = \frac{1}{2}(4{,}197\angle -87{,}583°)(1\angle 0°) = 2{,}099\angle -87{,}583° = 0{,}088 - j2{,}097\ VA$$

Calcolo potenze complesse dei bipoli passivi (R, L, C):

$$\bar S_{R_2} = \frac{1}{2}\cdot\bar V_{R_2}\cdot\bar I_{R_2}^* = \frac{1}{2}\cdot R_2\cdot\bar I_{R_2}\cdot\bar I_{R_2}^* = \frac{1}{2}\cdot R_2\cdot I_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4{,}201^2 = 17{,}648\ VA\ (\text{solo REALE})$$

$$\bar S_{\bar Z_3} = \frac{1}{2}\cdot\bar V_{\bar Z_3}\cdot\bar I_3^* = \frac{1}{2}\cdot(+j4)\cdot I_3^2 = (+j2)(2{,}35^2) = +j11{,}045\ VA\ (\text{solo IMMAGINARIO POSITIVO})$$

$$\bar S_{Z_4} = \frac{1}{2}\cdot\bar V_{Z_4}\cdot\bar I_3^* = \frac{1}{2}\cdot(-j2)\cdot I_3^2 = (-j)(2{,}35^2) = -j5{,}523\ VA\ (\text{solo IMMAGINARIO NEGATIVO})$$

$$\bar S_{Z_5} = \frac{1}{2}\cdot\bar V_{\bar Z_5}\cdot\bar I_5^* = \frac{1}{2}\cdot(-j)\cdot I_5^2 = \left(-\frac{j}{2}\right)\cdot(5{,}027^2) = -j12{,}635\ VA\ (\text{solo IMMAGINARIO NEGATIVO})$$

$\bar{S}_{\bar{Z}_6} = \frac{1}{2} \cdot \bar{V}_{\bar{Z}_6} \cdot \bar{I}_6^* = \frac{1}{2} \cdot (+j2) \cdot I_6^2 = (+j) \cdot 1{,}948^2 = +j\,3{,}795$ VA (solo IMMAGINARIO POSITIVO).

per cui si verifica la relazione (a):

$-(17{,}55 - j1{,}221) - (0{,}088 - j2{,}097) + (17{,}648) + (+j11{,}045) + (-j5{,}523) +$
$+(-j12{,}635) + (+j3{,}795) = 0{,}01 + j0 \simeq 0$ OK

2) VERIFICA DEL TEOREMA DI BOUCHEROT

Tale teorema afferma che la potenza attiva totale assorbita dall'intero circuito (che coincide con quella totale EROGATA dai due generatori), si ottiene come SOMMA ARITMETICA di tutte le potenze attive assorbite dai bipoli resistivi; mentre la potenza reattiva totale assorbita dall'intero circuito (che coincide con quella totale EROGATA dai due generatori), si ottiene come SOMMA ALGEBRICA di tutte le potenze reattive assorbite dai bipoli induttivi (Q positive) e capacitivi (Q negative).

Quindi si ha:

$P_T = Re\{\bar{S}_{E_1}\} + Re\{\bar{S}_{I_7}\} = 17{,}55 + 0{,}088 = 17{,}638$ W

$Q_T = Im\{\bar{S}_{E_1}\} + Im\{\bar{S}_{I_7}\} = (-1{,}221) + (-2{,}097) = -3{,}318$ VAR

Applicando il teorema di Boucherot si ottiene:

$P_T = P_{R_2} = \frac{1}{2} R_2 I_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4{,}201^2 = 17{,}648$ W

$Q_T = +Q_3 - Q_4 - Q_5 + Q_6 = +\frac{1}{2} X_3 I_3^2 - \frac{1}{2} X_4 I_3^2 - \frac{1}{2} X_5 I_5^2 + \frac{1}{2} X_6 I_6^2 =$

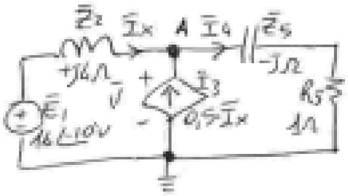
$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2{,}35^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2{,}35^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5{,}027^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1{,}948^2 = +11{,}045 - 5{,}523 - 12{,}635 + 3{,}795 = -3{,}318$ VAR

Per cui risulta verificato anche il teorema di Boucherot.

CG

ESERCIZIO 160 nell'ESERCIZIO **148**

Dai valori di tensione e di corrente precedentemente calcolati verificare il BILANCIO delle POTENZE COMPLESSE ed il TEOREMA DI BOUCHEROT.



$$\bar V_A = -4{,}742 - j10{,}632 = 11{,}642 \angle -114{,}037° \; V$$

$$\bar I_x = \frac{\bar E_1 - \bar V_A}{\bar Z_2} = \frac{20{,}499 + j7{,}854}{+j4} = 1{,}964 - j5{,}125 = 5{,}488 \angle -69{,}036° \; A$$

$$\bar I_4 = 2{,}945 - j7{,}687 = 8{,}232 \angle -69{,}035° \; A$$

SOLUZIONE: 1) VERIFICA DEL BILANCIO DELLE POTENZE COMPLESSE.

Prima si calcolano le potenze complesse dei due generatori, poi quelle dei 3 bipoli passivi e quindi si verifica che:

$$-\bar S_{E_1} - \bar S_{I_3} + \bar S_{Z_2} + \bar S_{Z_5} + \bar S_{R_5} = 0$$

$$\bar S_{E_1} = \frac12 \cdot \bar E_1 \cdot \bar I_x^* = \frac12 \cdot (16\angle -10°) \cdot (5{,}488 \angle 69{,}036°) = 43{,}904 \angle 59{,}036° = 22{,}589 + j37{,}647 \; VA$$

$$\bar S_{I_3} = \frac12 \cdot \bar V_A \cdot \bar I_3^* = \frac14 \cdot \bar V_A \cdot \bar I_x^* = \frac14 \cdot (11{,}642 \angle -114{,}037°) \cdot (5{,}488 \angle +69{,}036°) = 11{,}294 - j11{,}295 \; VA$$

$$\bar S_{Z_2} = \frac12 \cdot \bar V_{Z_2} \cdot \bar I_x^* = \frac12 \cdot \bar Z_2 \cdot I_2^2 = \frac12 \cdot (+j4) \cdot 5{,}488^2 = +j60{,}236 \; VA$$ (solo IMMAGINARIO POSITIVO).

$$\bar S_{Z_5} = \frac12 \cdot \bar V_{Z_5} \cdot \bar I_4^* = \frac12 \cdot \bar Z_5 \cdot I_4^2 = \frac12 \cdot (-j) \cdot (8{,}232^2) = -j33{,}883 \; VA$$ (solo IMMAGINARIO NEGATIVO).

$$\bar S_{R_5} = \frac12 \cdot \bar V_{R_5} \cdot \bar I_4^* = \frac12 \cdot R_5 \cdot I_4^2 = \frac12 \cdot (1) \cdot (8{,}232^2) = 33{,}883 \; VA$$ (solo REALE).

verifica:

$$-(22{,}589 + j37{,}647) - (11{,}294 - j11{,}295) + (+j60{,}236) + (-j33{,}883) + (33{,}883) = 0 + j0{,}01 \simeq 0$$

2) VERIFICA DEL TEOREMA DI BOUCHEROT

Si dovrà ricavare le potenze attive e reattive dei singoli bipoli passivi e poi:

$$P_T = Re\{\bar S_{E_1}\} + Re\{\bar S_{I_3}\} = 33{,}883 W = P_{R_5}$$

Infatti: $P_{R_5} = \frac12 \cdot R_5 \cdot I_4^2 = \frac12 \cdot 1 \cdot 8{,}232^2 = 33{,}883$ W ok

mentre per la potenza reattiva si avrà:

$$Q_T = Im\{\bar S_{E_1}\} + Im\{\bar S_{I_3}\} = +26{,}352 \; VAR = +Q_{Z_2} - Q_{Z_5}$$

Infatti: $Q_{Z_2} = +\frac12 \cdot X_2 \cdot I_x^2 = +\frac12 \cdot 4 \cdot 5{,}488^2 = +60{,}236$ VAR

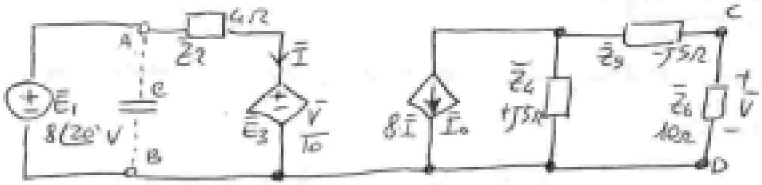
$-Q_{Z_5} = -\frac12 \cdot X_5 \cdot I_4^2 = -\frac12 \cdot 1 \cdot 8{,}232^2 = -33{,}883$ VAR

quindi: $+Q_{Z_2} - Q_{Z_5} = +26{,}353$ VAR ok

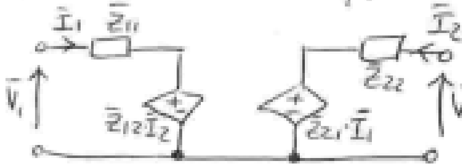
CG

ESERCIZIO 161

Calcolare la potenza media assorbita dalla resistenza R6. Inoltre rifasare (a $\cos\varphi = 0{,}9$ (rit)), SE NECESSARIO, tra i terminali A e B del generatore E_1 ($f=50Hz$)



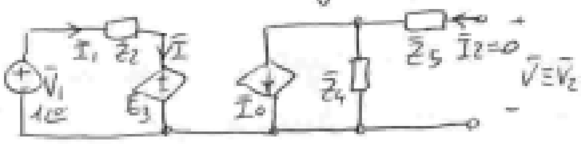
SOLUZIONE: si risolve con i DOPPI BIPOLI, che si ricavano i parametri $\bar{Z}$ del doppio bipolo tra AB e CD per cui si ottiene:



$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{Z}_{11}\cdot\bar{I}_1 + \bar{Z}_{12}\cdot\bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = \bar{Z}_{21}\cdot\bar{I}_1 + \bar{Z}_{22}\cdot\bar{I}_2 \end{cases}$$

Relazioni dei parametri $\bar{Z}$

Calcolo di $\bar{Z}_{11}$ e $\bar{Z}_{21}$: ($\bar{I}_2 = 0$) dal circuito iniziale si apre la porta 2 e si inserisce un generatore $\bar{V}_1 = 1\angle 0°$ V nella porta 1.



$\bar{Z}_5$ non è attraversata da corrente per cui $\bar{V} = \bar{V}_{Z_4} = -\bar{Z}_4\bar{I}_0 = -\bar{Z}_4\cdot 8\cdot\bar{I}$

si ricava $\bar{I}$ dalla maglia in ingresso:

$$\bar{V} = -J\overset{10}{\cancel{40}}\cdot\frac{\bar{V}_1 - \bar{V}/10}{\cancel{4}} \qquad \bar{V} = \frac{-J10\cdot\bar{V}_1}{1-J} = 5-J5 \text{ V} \Rightarrow \bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}/10}{4} = 0{,}125+J0{,}125 \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{11} = \left.\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{I}_2=0} = \frac{1\angle 0°}{0{,}125+J0{,}125} = 4-J4\,\Omega$$

$$\bar{Z}_{21} = \left.\frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{I}_2=0} = \frac{5-J5}{0{,}125+J0{,}125} = -J40\,\Omega$$

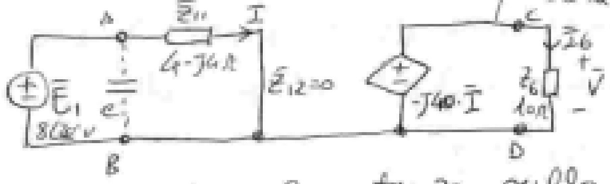
Calcolo di $\bar{Z}_{12}$ e $\bar{Z}_{22}$ ($\bar{I}_1=0$) dal circuito iniziale si apre la porta 1 e si inserisce un generatore $\bar{V}_2 = 1\angle 0°$ V nella porta 2

il generatore controllato $\bar{I}_0 = 8\cdot\bar{I} = 0$ è aperto per cui si ha:

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_3 = \frac{\bar{V}}{10} = 0{,}1 \text{ V} \quad e \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_4+\bar{Z}_5} = \frac{1\angle 0°}{0} = \infty$$

$$\bar{Z}_{12} = \left.\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_2}\right|_{\bar{I}_1=0} = 0\,\Omega \qquad \bar{Z}_{22} = \left.\frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2}\right|_{\bar{I}_1=0} = 0\,\Omega$$

Dalla matrice delle impedenze si ottiene il circuito seguente: $\boxed{2}$



$\boxed{3}$

Per calcolare la potenza sulla resistenza R6 (è un'impedenza con sola parte reale) si ha:

$$P_{R6} = \frac{1}{2}\cdot\frac{V^2}{R6}$$

La tensione $\bar{V}$ coincide con quella del generatore controllato, che, a sua volta, dipende da $\bar{I}$, quindi:

$$\bar{V} = -j40\cdot\bar{I} = (-j40)\cdot\frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_{11}} = (-j40)\cdot\frac{8\angle 20°}{4-j4} = \frac{(40\angle -90)\cdot(8\angle 20)}{5{,}657\angle -45} =$$

$$\bar{V} = 56{,}567\angle -25°\ V$$

$$P_{R6} = \frac{1}{2}\cdot\frac{56{,}567^2}{10} = 159{,}991 \simeq 160\ W$$

Rifasamento tra i punti A e B:

È necessario rifasare perché dal calcolo di $\bar{S}_{\bar{E}_1}$ è emerso $\varphi_T = -45°$ per cui $\cos\varphi_T = 0{,}707$ quindi occorre rifasare a $\cos\varphi_R = 0{,}9$

La potenza reattiva rifasante si calcola dalla formula

$$Q_C = P_T\cdot(tg\varphi_{prima} - tg\varphi_{dopo}) = P_T\cdot(tg\varphi_T - tg\varphi_R) = 4\cdot(1-0{,}484) = 2{,}064\ VAR$$

$$C = 2\frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{2\cdot 2{,}064}{314\cdot 8^2} = 205{,}414\ \mu F$$ (essendo $\omega = 2\pi f \simeq 314$ rad/s) $\boxed{C_4}$