MISURE **EME-FIS MIS-INF-TEL FM-ELN** **mercoledì 2 settembre 2015**

Prof. Cesare Svelto **AA 2014/2015**

Tempo a disposizione 1 ora e 40 minuti **Aula XXXX ore 10.15**

COGNOME: ______________________________ **Nome:** ________________________ *(stampatello)*

Laurea-anno: _______________**(es. INF-4°) Matr. e firma** __ __ __ __ __ __ ____________________

Esercizi e punteggi: Es. 0 (=pre-compito) 1 2 3 Punti (8+8+8+8=32 pt)

N.B. OCCORRE crocettare tutti i sottopunti a cui si è almeno parzialmente risposto [*e.g.* ☒a), ☒c), ☒d) *etc.*].

(gli esercizi o sottopunti non crocettati non saranno corretti)

SOLUZIONI

(30 min) **Esercizio 1**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1) Un classico esempio di misura indiretta è costituito dalla determinazione della resistività ρ di un materiale, attraverso misure di resistenza R, lunghezza L e sezione S di conduttori realizzati con il materiale in questione. (si ricorda che, a tale proposito, una formula di interesse è $R=\rho\frac{L}{S}$)

In un laboratorio di ricerca, vengono eseguite N=10 misure su cilindri conduttori di un materiale "M". I cilindri hanno lunghezza nominale 1 m (misurata con un interferometro laser la cui incertezza è di 0.5 μm), e diametro D=1 mm ±1% (intervallo di probabilità uniforme). Le 10 letture di resistenza hanno fornito i seguenti valori: 20 Ω, 20.01 Ω, 20.02 Ω, 20.03 Ω, 20 Ω, 20 Ω, 19.99 Ω, 19.97 Ω, 19.98 Ω, 20 Ω.

1a) Ricavate il valore di misura della resistività ρ_M del materiale M e la sua incertezza tipo $u(\rho_M)$.

1b) Quanto vale l'incertezza relativa $u_R(\rho_M)$? e da che cosa dipende in maniera significativa? da cosa invece in maniera trascurabile?

1c) Altre due misure di resistività per il Ferro hanno portato ai valori 2.2×10^{-5} Ω·m e 2.5×10^{-5} Ω·m con incertezze relative del 2 % (ciascuna). Si valuti e si discuta la compatibilità tra le due misure.

Si discuta come e perché, in questa situazione, potrebbe essere utile calcolare la miglior stima della resistività del ferro.

[5]**1a)** Il valor medio delle N=10 letture di resistenza è $R=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_i$ =20 Ω

Ovviamente, la sezione S si calcola dal diametro D come $S=\pi D^2/4=7.85\times10^{-7}$ m^2.

Noti R, L ed S, si ricava il valore di resistività del materiale $\boldsymbol{\rho_M = R\cdot\frac{S}{L} = 1.57\times10^{-5}\ \Omega\cdot m}$

Le N letture R_i di resistenza presentano una varianza campionaria $s^2(R_i)=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(R_i - R\right)^2 = 3.11\times10^{-4}\ \Omega^2$

da lo scarto tipo del valor medio (incertezza di categoria A) è $u(R)=\frac{s(R_i)}{\sqrt{N}}=5.58\times10^{-3}\ \Omega \cong 5.6\times10^{-3}\ \Omega$

L'incertezza sul diametro D è $u(D)=\frac{2}{\sqrt{12}}\frac{1}{100}D\cong4.9\times10^{-6}$ m=5.9 μm da cui si calcola

$u(S)=\frac{\pi}{4}\cdot 2D\cdot u(D)\cong9.12\times10^{-9}$ m$^2 \cong 9.1\times10^{-9}$ m^2 mentre $u(L)$=0.5 μm secondo quanto indicato nel testo.

Dato che la relazione funzionale che lega ρ_M alle altre grandezze di dipendenza implica solo prodotti e divisioni con esponenti unitari, conviene proseguire il ragionamento in termini di incertezze relative: $u_R(S)=u(S)/S\cong11.7\times10^{-3}$, $u_R(R)=u(R)/R\cong2.80\times10^{-4}$ e $u_R(L)=u(L)/L=5\times10^{-7}$.

Così facendo si ricava semplicemente:

$[\ u_R(\rho_M)\ ]^2 = [\ u_R(S)\ ]^2 + [\ u_R(R)\ ]^2 + [\ u_R(L)\ ]^2 \cong [\ u_R(S)\ ]^2 \cong 1.37\times10^{-4}$ e

$u_R(\rho_M) \cong u_R(S) \cong 11.7\times10^{-3} \cong 1.2\ \%$ da cui $\boldsymbol{u(\rho_M)} = \rho_M\cdot u_R(\rho_M) \cong \mathbf{1.8\times10^{-7}\ \Omega\cdot m}$

[2]**1b)** Dalle relazioni precedenti, risulta evidente come l'incertezza di ρ_M dipenda **essenzialmente dall'incertezza di *S*** (e dunque dall'incertezza con cui è noto il **diametro *D*** dei conduttori) mentre la dipendenza meno significativa si ha rispetto all'incertezza $u(L)$ (che risulta particolarmente bassa grazie alla misura interferometrica che consente un'incertezza relativa di 0.5 ppm).

[3]**1c)** La prima incertezza è $u(\rho_1)=4.4\times10^{-7}\ \Omega\cdot$m e la seconda vale $u(\rho_2)=5.0\times10^{-7}\ \Omega\cdot$m. Si osserva che la distanza tra le due misure $\Delta\rho=(\rho_2-\rho_1)=30\times10^{-7}\ \Omega\cdot$m è superiore a 3 volte la somma delle due incertezze e pertanto sarà certamente inferiore a $3\sqrt{u^2(\rho_1)+u^2(\rho_2)}$ escludendo quindi la compatibilità (anche per k=3) tra **le due misure**, che allora **devono ritenersi incompatibili**.

Essendo le due misure decisamente non compatibili tra loro e note praticamente con la stessa incertezza (almeno relativa), **non sembra opportuno preferire un risultato rispetto all'altro**. Anche **scegliere un valore medio tra i due disponibili** (che peraltro sarebbe poi incompatibile con entrambe le misure di partenza) **non sembra una buona scelta**. Decisamente **converrebbe effettuare altre misurazioni indipendenti** o comunque rilevare ulteriori informazioni e dati per poter decidere il valore da assegnare alla densità del ferro.