

METROLOGIA E SISTEMA INTERNAZIONALE



prof. Cesare Svelto

METROLOGIA (1/3)

MISURARE significa **CONOSCERE**

Da sempre l'uomo effettua misure per conoscere il mondo che ci circonda e le proprietà degli oggetti/fenomeni di interesse

MISURA (da VIM)

- (i) **procedimento di misurazione**
porta all'assegnazione di un valore a una grandezza fisica detta misurando
- (ii) **risultato della misurazione**
oggi è convenientemente espresso da un valore numerico, un'unità di misura, e l'incertezza associata alla misura, ...

METROLOGIA (2/3)

Misure di grandezze fisiche/quantitative:

Grandezza (misurabile) è un attributo
di un fenomeno o di una sostanza
**distinguibile qualitativamente e
determinabile quantitativamente**

e.g. altezza di un edificio, massa di un TIR,
frequenza di un segnale, velocità di un fluido
NO: bellezza, simpatia, felicità, gusto di un cibo

Misurando è la grandezza sotto misura (con
tutte le specifiche/condizioni del problema)

Graⁿdezz^e omogenee sono della stessa natura
e quindi direttamente confrontabili tra loro
(si esprimono con la **stessa unità di misura**)

METROLOGIA (3/3)

MISURA è il confronto tra due grandezze omogenee (di cui solitamente una è presa come riferimento o campione di misura)

Valore è il numero che esprime il rapporto con il riferimento (il valore numerico viene poi indicato con la corrispondente "unità di misura")

Riferimenti manufatti:

pollice, spanna, piede, braccio, barile, sacco, otte, tazza, peso campione, ...

Riferimenti assoluti:

eventi astronomici (giorno/notte, ciclo lunare, anno solare), $1 \text{ dm}^3 \text{ H}_2\text{O}$, proprietà della materia

COSTANTI

DI NATURA

CENNI STORICI (1/3)

Rivoluzione francese (1789): riferimenti di lunghezza e massa **comuni** per tutta la Repubblica e possibilmente per tutti gli uomini (pensiero illuminista)

**STESSI PESI E
STESSE MISURE**

Riferimenti “universali”

cercati nella natura e ritenuti invarianti e disponibili per tutti: proprietà del pianeta Terra o dell’acqua distillata, ...

Campioni materiali per la disseminazione.
Introduzione del **sistema (metrico) decimale** per i multipli e sottomultipli delle unità

1875 firma della Convenzione del Metro

CENNI STORICI (2/3)

1870 J.C. Maxwell (BAAS, London) suggerì di cercare i nuovi “universali” nelle risonanze proprie del microcosmo (atomi e molecole)

Sino agli inizi del ‘900 i nuovi campioni proposti non risultarono migliori dei precedenti manufatti in termini di qualità

1 dm³ H₂O;
meridiano
terrestre;

Nel 1927, dopo i lavori di Michelson, Benoît, Fabry e Pérot, si riconosceva che l’unità di lunghezza poteva essere realizzata anche attraverso l’uso di metodi interferometrici... (conteggio di frange di interferenza di una luce con lunghezza d’onda ben determinata)

Michelson pubblicò nel 1879 la misura di $c=(2.99910\pm0.00050)\times10^8$ m/s

CENNI STORICI (3/3)

1960 definizione del metro attraverso la radiazione della lampada al krypton (^{86}Kr)

è il primo campione atomico

1967 definizione del secondo attraverso la frequenza di una transizione tra due livelli energetici dell'atomo di cesio (^{133}Cs)

Conoscenza della Fisica, principi relativistici ed effetti quantizzati macroscopici o di natura quantistica consentono di individuare alcune **costanti di natura** (e.g. velocità della luce nel vuoto c oppure k_B o h) o di utilizzare **fenomeni altamente ripetibili** per realizzare nuovi campioni (e.g. effetto Josephson in AC)

ERRORI DI MISURA (1/6)

Ogni misura è affetta da diversi contributi di errore o meglio cause di incertezza (riducibili ma mai del tutto eliminabili)

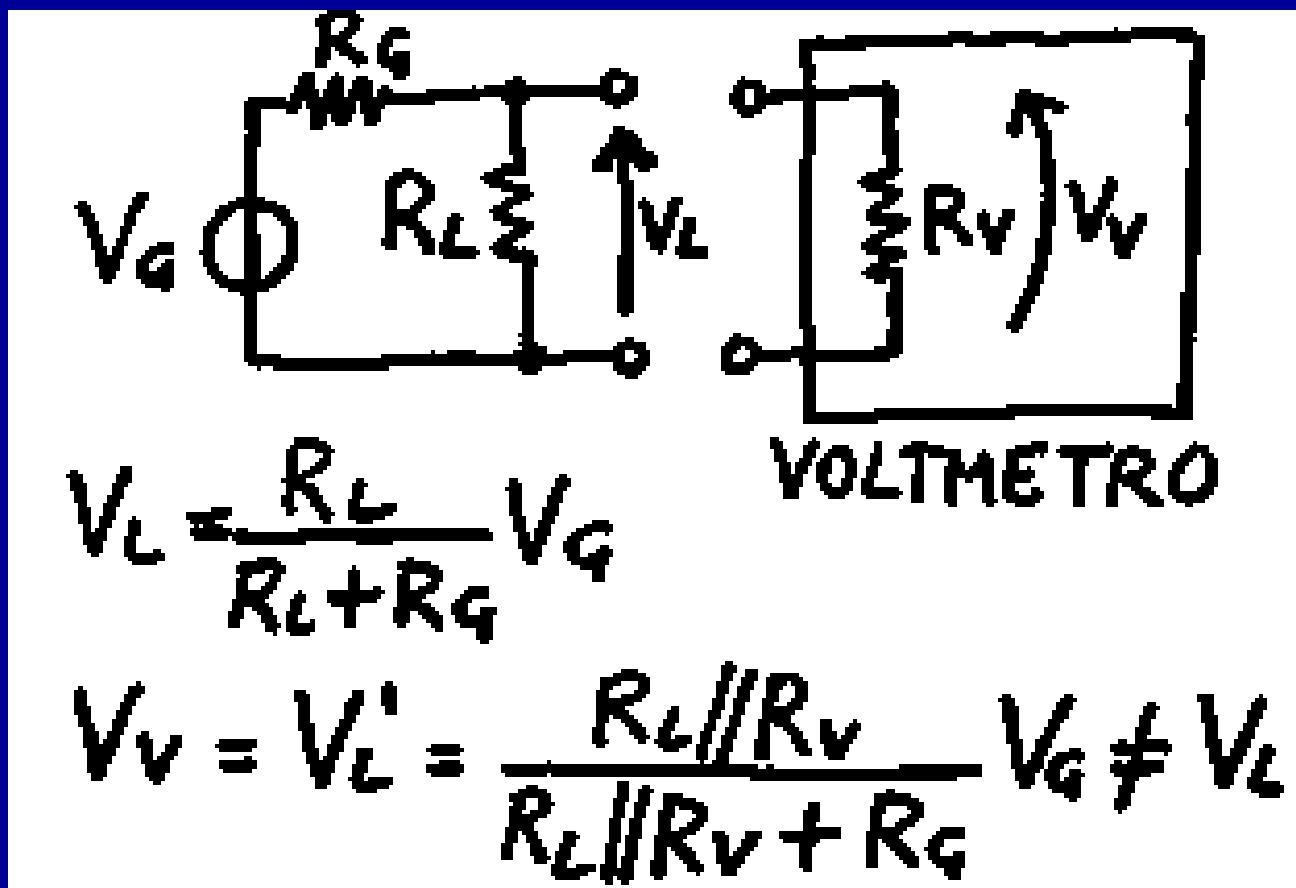
⇒ nessuna misura è esatta !!!

Cause di incertezza in una misura:

- riferimenti (accuratezza e stabilità): scostamento dalla definizione e variabilità nel tempo
- dati di origine o risultati di altre misure
- relazione tra misurando e sistema di misura: incertezze ed errori dello strumento
 - misure dirette (effetti di carico)
 - misure indirette (errori di modello)

ERRORI DI MISURA (2/6)

Effetto di carico (inserzione) di un voltmetro nella misura di tensione in un circuito elettrico



ERRORI DI MISURA (3/6)

Errore di **modello** nella relazione funzionale che descrive la misura indiretta della potenza elettrica sviluppata su un resistore

MISURE INDIRETTE

ERRORE DI MODELLO (più raffinato e completo)

$$P = RI^2 = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] I^2$$

$$P' = R_0 [1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 + \gamma(T - T_0)^3 + \dots] I^2$$

$$P'' = R_0 f(p, v\%) [1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 + \gamma(T - T_0)^3 + \dots] I^2$$

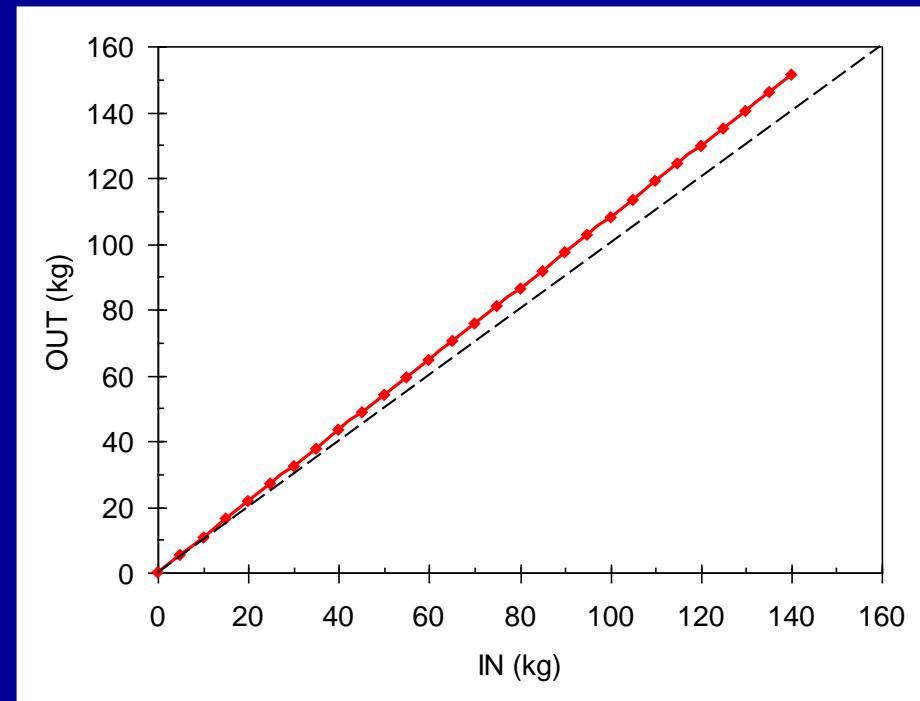
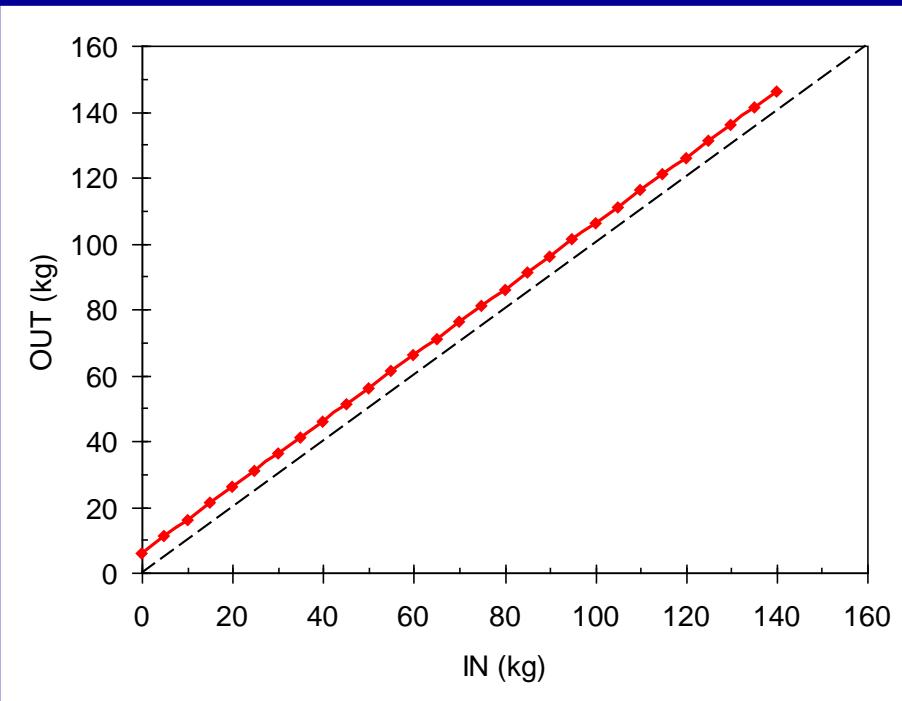
ERRORI DI MISURA (4/6)

- parametri ambientali (grandezze d'influenza): temperatura, pressione, umidità, vibrazioni, campi e.m., etc.
- interazione occhio-strumento:
parallasse, interpolazione, media



ERRORI DI MISURA (5/6)

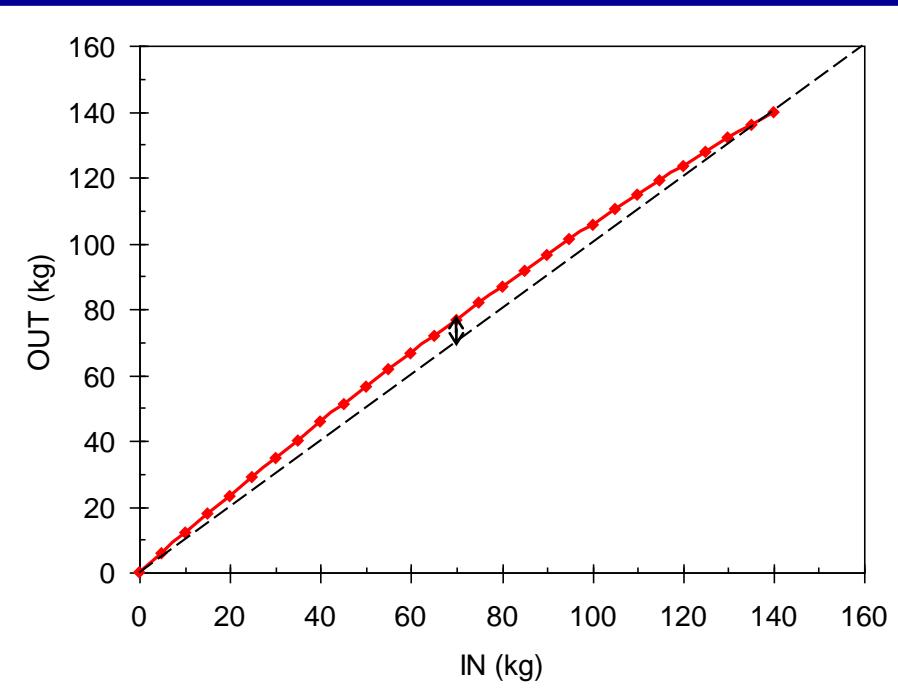
- zero (*offset*), guadagno/pendenza (*gain/slope*)



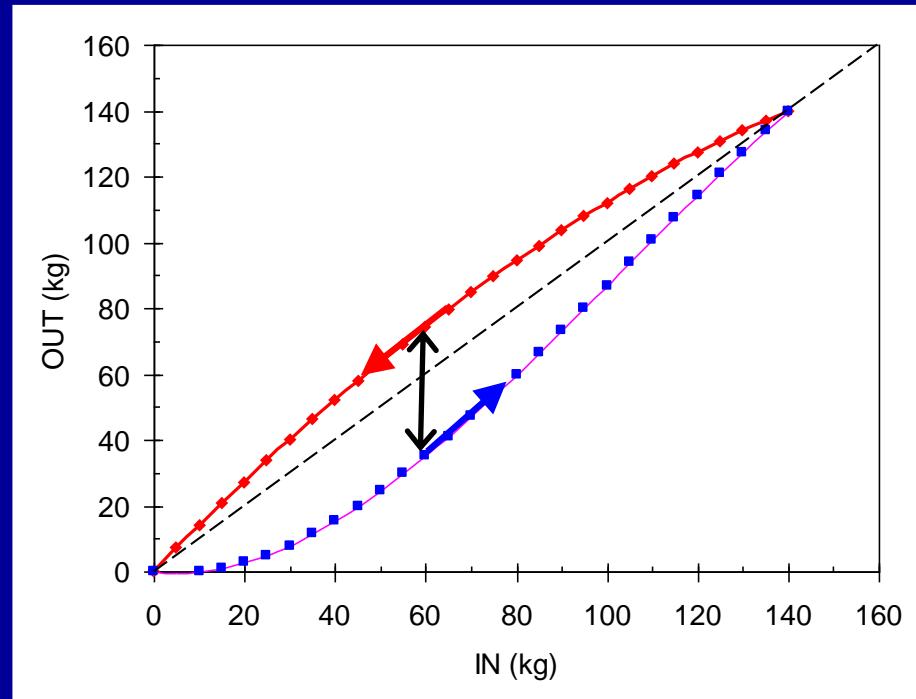
sono errori correggibili ("compensabili") agevolmente
agendo sull'elettronica analogica di condizionamento

ERRORI DI MISURA (6/6)

- non-linearità, isteresi



max. distanza dalla
retta per i punti estremi



max. apertura del
ciclo di isteresi

DEFINIZIONI METROLOGICHE (1/4)

Riferimento internazionalmente riconosciuto:
VIM (Vocabolario Internazionale di Metrologia)

Accuratezza

- **CAMPIONE**: scarto tra la grandezza realizzata con il campione e la definizione dell'unità
- **MISURA**: vicinanza del valore di misura alla miglior stima possibile per il misurando
- **STRUMENTO**: stima dell'incertezza dello strumento o confronto con uno migliore

Incertezza vorremmo avere $INC \rightarrow 0$ ossia $ACC \rightarrow \infty$ (misura esatta!)

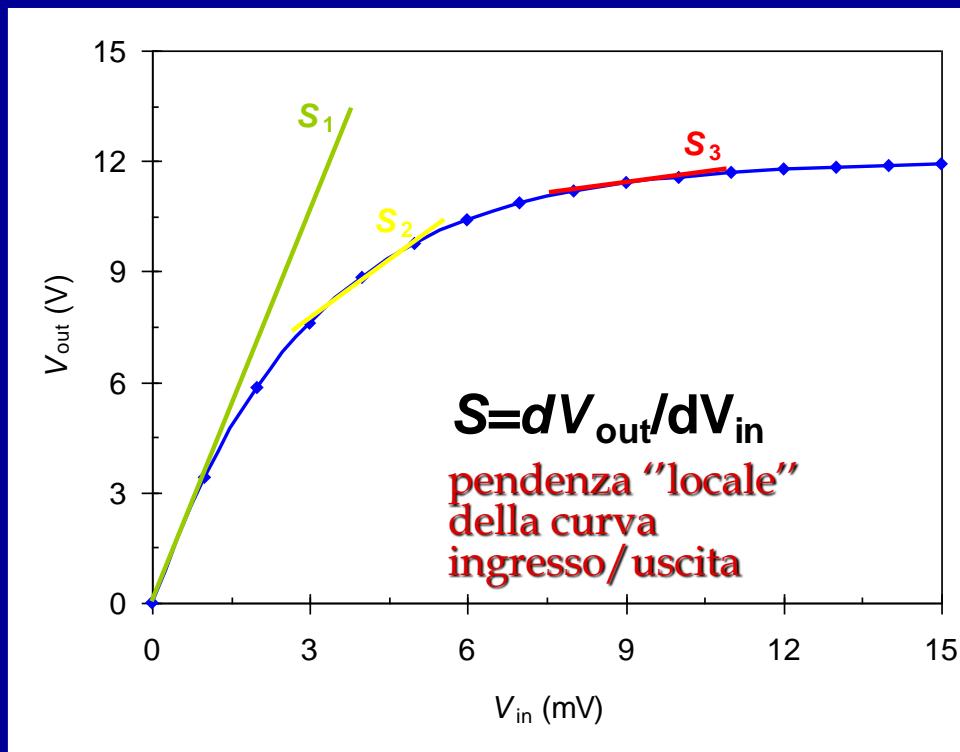
**Stima quantitativa, con metodi convenzionali,
del livello di non conoscenza del misurando
(v. Cap. 2) $INC \approx 1/ACC$ e $ACC \approx 1/INC$**

DEFINIZIONI METROLOGICHE (2/4)

sensore, strumento,
dispositivo, misura...

Sensibilità

rappporto tra la **variazione** della grandezza (segnale) di uscita e la corrispondente variazione della grandezza (segnale) d'ingresso



DEFINIZIONI METROLOGICHE (3/4)

Risoluzione caratteristica qualitativa (alta/bassa) o quantitativa indicando il valore della minima variazione apprezzabile capacità di uno strumento/misura di risolvere stati (livelli) diversi del misurando [→variazioni]

Ripetibilità

capacità di ottenere, per uno stesso misurando, valori di lettura vicini tra loro nel breve periodo “nelle stesse condizioni” (stesso procedimento di misura, operatore, strumenti, luogo, e condizioni amb.)

Stabilità

capacità di ottenere, per uno stesso misurando, valori di lettura vicini tra loro in un intervallo di tempo ben definito e chiaramente specificato (stesso proc. misura, operatore, strum., luogo, e condiz. amb.)

DEFINIZIONI METROLOGICHE (4/4)

Riproducibilità

capacità di ottenere, per uno stesso misurando, risultati vicini tra loro “in diverse e specificate condizioni di misura” (il tempo non conta)

Riferibilità

proprietà di una misura di essere messa in relazione (“riferita”) con quella fornita da un campione riconosciuto

*sono "solo" 8 definizioni ma è importante averle comprese bene e ricordarne i significati
(anche con esempi e controesempi)*

ORGANISMI INTERNAZIONALI PER LA METROLOGIA

CGPM *Conférence Générale des Poids et Mesures*

conferenza a livello diplomatico tra gli Stati
(17→59) membri della Convenzione del Metro

BIPM *Bureau International des Poids et Mesures*

ESECUTIVO responsabile della unificazione
delle misure di grandezze fisiche (Parigi)

CIPM *Comité International des Poids et Mesures*

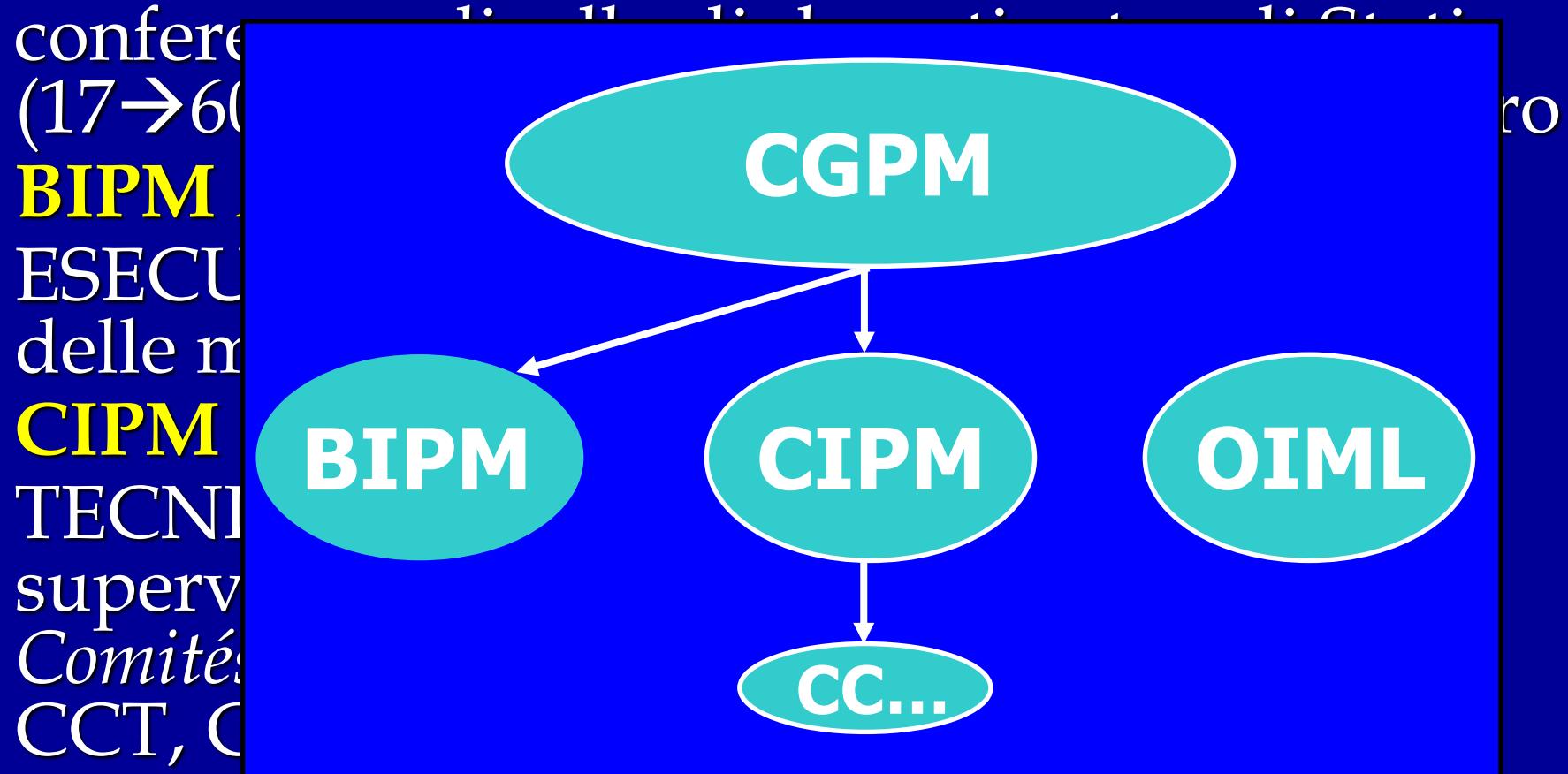
TECNICO-SCIENTIFICO con compiti di
supervisione sul BIPM; è organizzato in
Comités Consultatifs specifici (CCEM, CCTF,
CCT, CCL, ...) per le diverse grandezze

OIML *Organisation Internationale pour la Métrologie Légale*

questioni di metrologia legale (controversie int.)

ORGANISMI INTERNAZIONALI PER LA METROLOGIA

CGPM *Conférence Générale des Poids et Mesures*



OIML *Organisation Internationale pour la Métrologie Légale*
questioni di metrologia legale (controversie int.)

ORGANISMI INTERNAZIONALI PER LA METROLOGIA

Stati membri CGPM



Comitati BIPM

Metrology area:

- ↳ Acoustics, Ultrasound and Vibration
- ↳ Chemistry and Biology
- ↳ Electricity and Magnetism
- ↳ Ionizing Radiation
- ↳ Length
- ↳ Mass and related quantities
- ↳ Photometry and Radiometry
- ↳ Thermometry
- ↳ Time and Frequency
- ↳ Units



Countries where the metric system
is mandatory in trade and commerce

In the "New SI" **four** of the **SI base units** – namely the kilogram, the ampere, the kelvin and the mole – will be **redefined in terms of constants**; the new definitions will be based on fixed numerical values of the Planck constant (\hbar), the elementary charge (e), the Boltzmann constant (k_B), and the Avogadro constant (N_A).

*STATI MEMBRI DELLA CGPM E ANNO DI ADESIONE

Argentina (1877)
Australia (1947)
Austria (1875)^[n1 1]
Belgium (1875)
Brazil (1921)
Bulgaria (1911)
Canada (1907)
Chile (1908)
China (1977)
Colombia (2012)
Croatia (2008)
Czech Republic (1922)^[n1 2]
Denmark (1875)
Egypt (1962)
Finland (1923)

France (1875)
Germany (1875)
Greece (2001)
Hungary (1925)
India (1957)
Indonesia (1960)
Iran (1975)
Iraq (2013)
Ireland (1925)
Israel (1985)
Italy (1875)
Japan (1885)
Kazakhstan (2008)
Kenya (2010)
Lithuania (2015)

Malaysia (2001)
Mexico (1890)
Montenegro (2018)
Netherlands (1929)
New Zealand (1991)
Norway (1875)^[n1 3]
Pakistan (1973)
Poland (1925)
Portugal (1876)
Romania (1884)
Russia (1875)^[n1 4]
Saudi Arabia (2011)
Serbia (2001)
Singapore (1994)
Slovakia (1922)^[n1 2]

Slovenia (2016)
South Africa (1964)
South Korea (1959)
Spain (1875)
Sweden (1875)^[n1 3]
Switzerland (1875)
Thailand (1912)
Tunisia (2012)
Turkey (1875)^[n1 5]
Ukraine (2018)
United Arab Emirates (2015)
United Kingdom (1884)
United States (1878)
Uruguay (1908)
Venezuela (1879) -

Notes [edit]

1. ^ Joined originally as Austria-Hungary

2. ^ a b Joined originally as part of Czechoslovakia

3. ^ a b Joined originally as part of Sweden and Norway

4. ^ Joined originally as the Russian Empire

5. ^ Joined originally as the Ottoman Empire

Da 17 stati membri 1^a CGPM (May 1875),
dei 20 presenti alla Convenzione del Metro,
fino a 59 stati membri 26^a CGPM (Nov. 2018)

ORGANISMI NAZIONALI PER LA METROLOGIA

Istituti Metrologici Nazionali “**NMI**”
(nei paesi tecnologicamente più avanzati)
e.g. NIST, BIPM, NPL, PTB, NRLM, DFM, ...

INRIM Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica ←

IEN Istituto Elettrotecnico Nazionale (Galileo Ferraris)
unità elettriche, fotometriche, tempo-frequenza
IMGC Istituto Metrologico Gustavo Colonnelli
unità di massa, lunghezza, temperatura, forza

INMRI Istituto Nazionale di Metrologia delle
Radiazioni Ionizzanti – inquadrato nell’**ENEA**
radiazioni nucleari/ionizzanti e radioisotopi
SIT Servizio Italiano per la Taratura

*ENEA: L'ACRONIMO

ENEA
ENTE PER LE NUOVE TECNOLOGIE, L'ENERGIA E L'AMBIENTE

L'ENEA e' stato costituito dalla Legge 84 del 5 Marzo 1982. Prima era parte del CNRN (costituito con DPCM del 1952 e poi trasformato in CNEN con L. 933/60). Da allora la sigla e' rimasta sempre la stessa, mentre il nome e' cambiato piu' volte: Ente Nazionale Energia Atomica, Ente Nazionale Energie Alternative...

Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia
e lo sviluppo economico sostenibile

In base alla Legge 282/91, l'ENEA e' stato riformato ed ora e' l'Ente Pubblico che ha competenze nei settori delle nuove tecnologie, dell'energia e dell'ambiente.

L'ENEA ha due compiti fondamentali: condurre attivita' di ricerca nei settori di sua competenza e svolgere la funzione di "Agenzia" per la diffusione dei risultati di attivita' all'intero contesto nazionale.

Le linee di intervento ENEA prevedono in particolare:

- la ricerca, sviluppo e sperimentazione di tecnologie e impianti innovativi; il trasferimento e diffusione dell'innovazione al sistema produttivo, industriale e agricolo;
- lo sviluppo di tecnologie, impianti e componenti finalizzati all'utilizzo delle fonti rinnovabili e al risparmio energetico; la ricerca e la sperimentazione di reattori nucleari di tipo innovativo a maggiore sicurezza intrinseca o passiva; le ricerche sulla fusione nucleare nel quadro di un'ampia collaborazione con comunità scientifiche nazionali ed internazionali;
- la caratterizzazione dell'ambiente; la ricerca e la valutazione degli effetti sull'ambiente e sull'uomo derivanti dalle attivita' produttive; lo sviluppo di tecnologie avanzate e di prodotti nuovi a basso impatto ambientale.

Sono inoltre affidati all'ENEA compiti di autorizzazione e controllo in materia di applicazioni pacifiche dell'energia nucleare, svolti attraverso la Direzione Sicurezza Nucleare e Protezione Sanitaria (DISP).

L'Ente, che conta circa 5000 dipendenti, e' presente in tutto il territorio nazionale con 9 grandi centri di ricerca e altre piu' ridotte aree di attivita'.

Il personale e' attualmente all'incirca cosi' ripartito per aree di attivita': 20% innovazione tecnologica, 18% ambiente, 15% energia nucleare, 14% energia non nucleare, 33% altro.

I centri di ricerca sono: Casaccia, Frascati, Bologna, Saluggia (Vercelli), Trisaia (Matera), Santa Teresa (La Spezia), Portici (Napoli).

All'ENEA e' affidato anche il compito di diffondere le conoscenze e di promuovere i rapporti con l'esterno per consentire la massima utilizzazione dei risultati delle proprie attivita' di ricerca.

L'ENEA e' infine il responsabile dell'attuazione del Programma Nazionale di ricerche scientifiche e tecnologiche in Antartide, in corso dal 1985 e coordinato dal Ministero dell'Università e della Ricerca Scientifica e Tecnologica.

*RIUNIONI CGPM E UNITA' SI

1. (1889) - Viene definito il chilogrammo come massa dell'international prototype kilogram (IPK) fatto della lega platino-iridio e conservato presso il Bureau international des poids et mesures di Sèvres. Viene ratificato l'International prototype metre.
2. (1897)
3. (1901) - Ridefinito il litro come il volume di 1 kg di acqua. Si chiarisce che i chilogrammi sono unità di massa, è definito il "peso standard", è definita la accelerazione di gravità standard approvando l'uso del grammo forza e rendendoli ben definiti.
4. (1907) - Adottato il carato, pari a 200 mg.
5. (1913) - Proposta la International Temperature Scale.
6. (1921) - Revisionata la Metre Convention.
7. (1927) - Creato il Consultative Committee for Electricity (CCE).
8. (1933) - Identificata la necessità di una unità elettrica assoluta.
9. (1948) - Definiti ampere, coulomb, farad, henry, joule, newton, ohm, volt, watt e weber. Per il litro si adotta la l minuscola.
10. (1954) - Definiti kelvin e atmosfera standard. Si avvia l'International System of Units (metro, chilogrammo, secondo, ampere, kelvin, candela).
11. (1960) - Ridefinito il metro in termini di lunghezze d'onda della luce. Adottati Hertz, lumen, lux, tesla. Per il nuovo sistema metrico viene adottato il simbolo ufficiale **SI** per Système International d'Unités, chiamato anche "modernized metric system". Confermati i prefissi pico-, nano-, micro-, mega-, giga- e tera-.
12. (1964) - Ristabilita l'originale definizione di litro = 1 dm³ introdotti i prefissi atto- e femto-.
13. (1967) - Il secondo ridefinito come durata di 9.192.631.770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio-133 alla temperatura di 0 K. Il Grado Kelvin ribattezzato kelvin. Ridefinita la Candela.
14. (1971) - Definita la mole come nuova unità SI di base. Approvati Pascal e Siemens.
15. (1975) - Prefissi peta- ed exa-. Unità radiologiche gray e Becquerel.
16. (1979) - Definiti candela e sievert. Sia l che L consentiti provisoriamente come simboli per litro.
17. (1983) - Ridefinito metro in termini di velocità della luce, in modo che mantenga la stessa lunghezza.
18. (1987) - Adottati valori convenzionali per la costante di Josephson K_J e per la costante di von Klitzing R_K , per aprire la strada a definizioni alternative di ampere e chilogrammo.
19. (1991) - Nuovi prefissi yocto-, zepto-, zetta- e yotta-.
20. (1995) - Le unità SI supplementari (radiane e steradiane) diventano unità derivate.
21. (1999) - Nuova unità SI derivata, il katal = mole per secondo, con la quale esprimere l'attività catalitica.
22. (2003) - Sia la virgola che il punto sono dichiarati accettati come simboli per la demarcazione decimale.

k

SISTEMA INTERNAZIONALE (SI)

DI UNITÀ DI MISURA

Adottato nel 1960 dalla 11^a CGPM si basa su
7 unità fondamentali e altre unità derivate

Il SI origina dal primordiale "Sistema MKS" del 1889
(1^a CGPM) poi MKSA (sistema Giorgi) nel 1948 (9^a CGPM),
e infine K e Cd (1954, 10^a CGPM), mol (1971, 14^a CGPM)

metro	(m)	lunghezza
kilogrammo	(kg)	massa
secondo	(s)	intervallo di tempo
ampere	(A)	corrente elettrica
kelvin	(K)	temperatura
candela	(cd)	intensità luminosa
mole	(mol)	quantità di sostanza

Unità derivate: Hz, Ω, F, H, T, C, J, W, N, Pa, ...

PROPRIETA' DEL SI

Il SI è un **sistema coerente** in quanto tutte le sue unità derivate (e dunque qualsiasi grandezza G) si ricavano come prodotti e rapporti delle 7 unità di base, senza introdurre fattori moltiplicativi (come π , e , 4, etc.)

$$\dim(G) = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\varepsilon J^\eta N^\zeta \text{ con esponenti interi}$$

Le **unità di base** (o fondamentali) sono tra loro **dimensionalmente indipendenti** ma non logicamente indipendenti *e.g.* il "metro" dipende dal "secondo"

Nel Sistema Internazionale esiste una sola unità di misura SI per ciascuna grandezza fisica.

Questa è la corretta unità di misura SI (di base o derivata).

Un certo numero di prefissi decimali approvati, detti prefissi SI, è in uso per costruire multipli e sottomultipli decimali delle unità di misura SI

REVISIONE SI NEL 2018-2019

Nel SI revisionato₍₂₀₁₈₋₂₀₁₉₎, quattro delle **unità di base** - **kilogrammo, ampere, kelvin e mole** - sono **ridefinite** in termini di costanti di natura alle quali viene assegnato un valore esatto - rispettivamente **h, e, k, N_A** -

Non cambiano sostanzialmente le definizioni di secondo, metro, e candela ma adesso vengono riferite a ulteriori tre costanti - $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$, c , K_{cd} -

Nel Sistema Internazionale revisionato non occorre più distinguere tra unità di base e unità derivate in quanto tutte le unità di misura sono ricavabili dalle 7 costanti di natura che definiscono il "nuovo SI"

Illustriamo prima le **definizioni del vecchio SI**₁₉₇₁ per poi analizzare le **proprietà del nuovo SI**₂₀₁₉

DEFINIZIONE DEL METRO

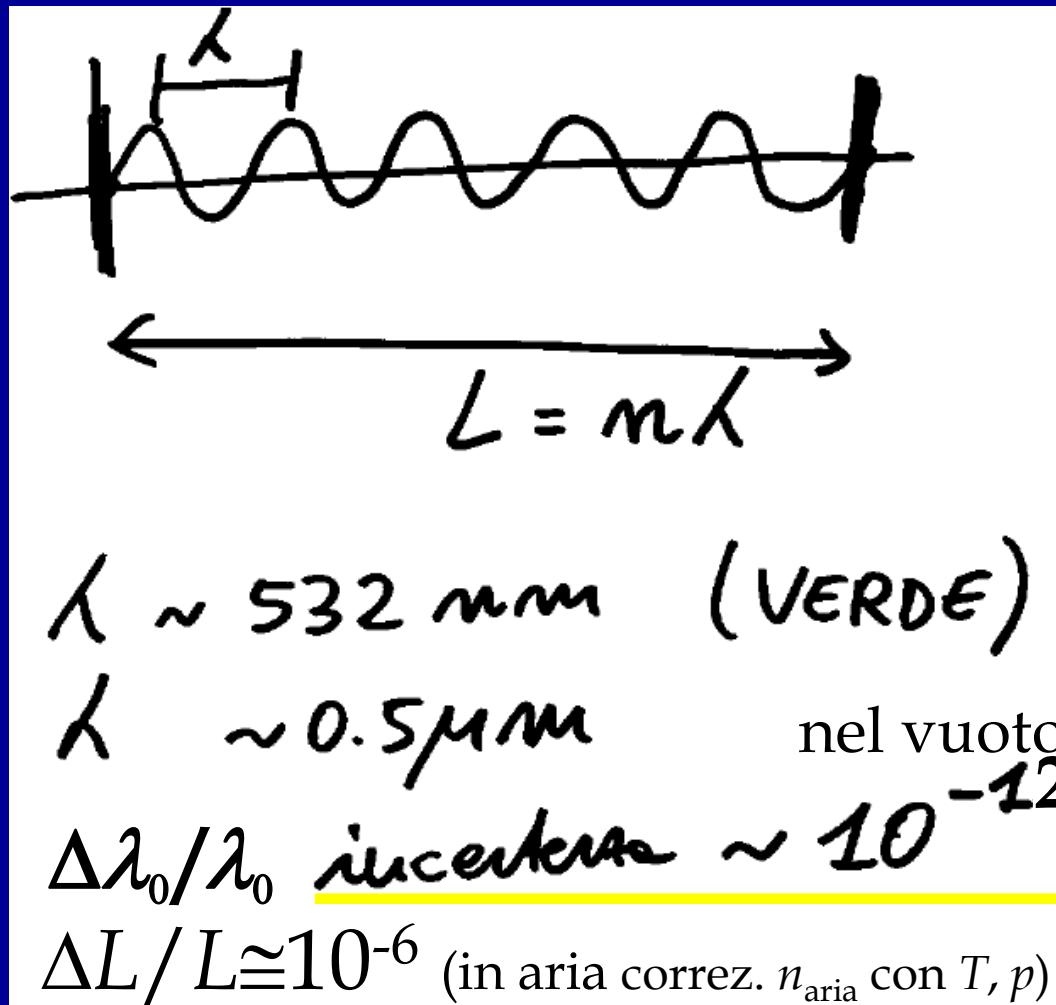
Il **metro** è la lunghezza del tragitto compiuto dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a 1/299 792 458 secondi

$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ velocità luce COSTANTE

Tramite la definizione, il metro si può ottenere da una **misura del tempo di volo** di un impulso e.m. (dalla relazione $L = c \cdot \Delta t$) ma questa misura è praticabile solo per cammini piuttosto lunghi

In laboratorio si preferisce **realizzare il metro mediante conteggio** del numero di lunghezze d'onda di un laser stabilizzato: quindi secondo la relazione $L = n \cdot \lambda = n \cdot (c / \nu)$ con ν frequenza nota

REALIZZAZIONE DEL METRO



$$\lambda \sim 532 \text{ nm} \quad (\text{VERDE})$$

$$\lambda \sim 0.5 \mu\text{m} \quad \text{nel vuoto}$$

$$\Delta\lambda_0/\lambda_0 \text{ incertezza} \sim 10^{-12}$$

$$\Delta L/L \approx 10^{-6} \text{ (in aria correz. } n_{\text{aria}} \text{ con } T, p)$$

Ad esempio, se si misurasse $L=10 \text{ km}=10^4 \text{ m}$ con $\Delta L/L \approx 10^{-6}$ si otterrebbe $\Delta L \approx 10^{-2} \text{ m}=1 \text{ cm}$

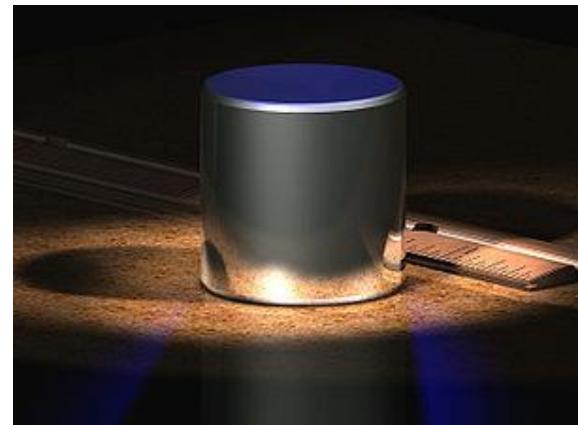
KILOGRAMMO

Il kilogrammo è la massa del prototipo [del 1889] internazionale “IPK” (kilogrammo campione)



Kilogrammo (Kg)

l'unica unità di base ancora definita tramite un MANUFATTO



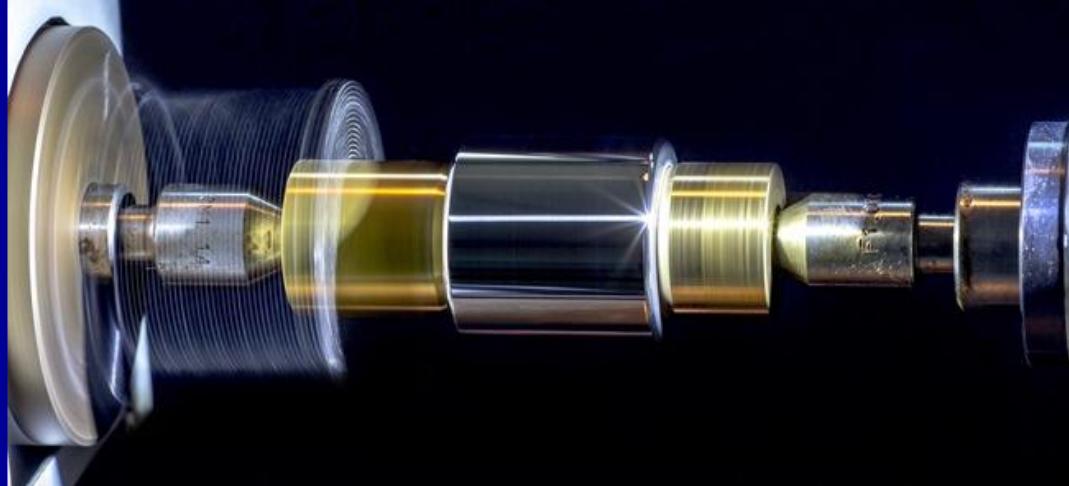
$\varnothing = \text{incert.}$

instabilità temporale
 $10^{-9}/\text{anno}$

Il kilogrammo è la massa di uno specifico cilindro di platino-iridio (90% - 10%) di altezza e diametro uguali e pari a 0,039 m (~4 cm) depositato presso l'Ufficio internazionale dei pesi e delle misure a Sèvres, in Francia

*KILOGRAMMO

(REALIZZAZIONE E CONFRONTO CAMPIONI PRIMARI)



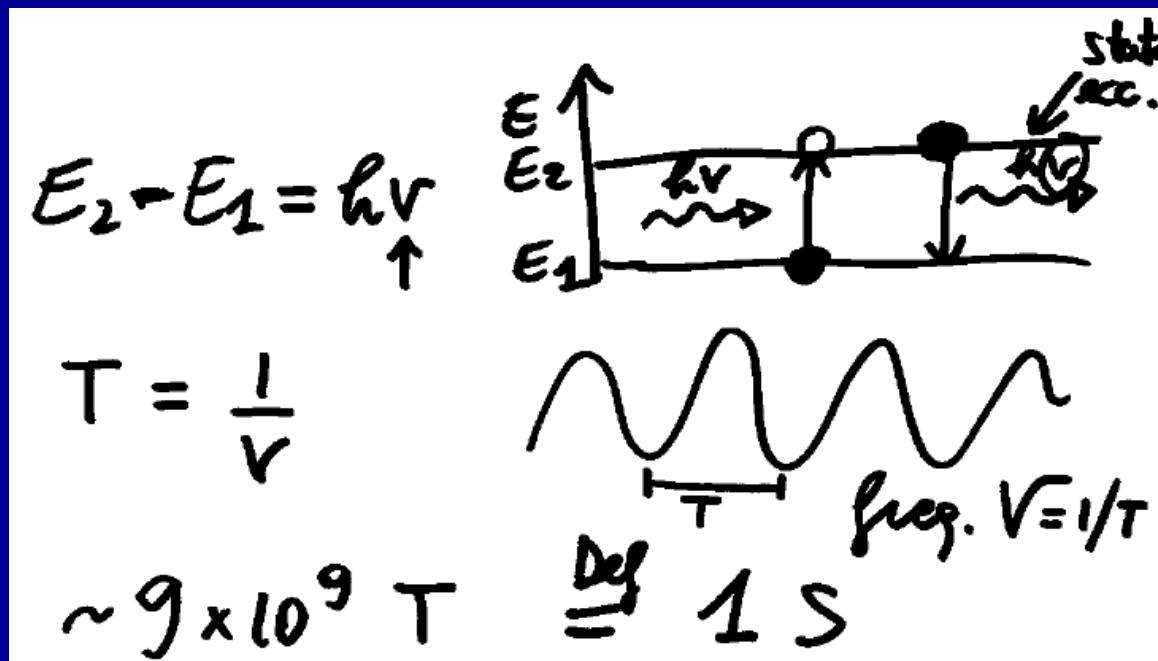
The kilogram (kg) is the only SI unit defined in terms of a **manufactured object**. So to ensure the accuracy of mass and weight measurements, all the masses used in all the measurements around the globe should, in theory, be directly compared to the IPK which is kept by the International Bureau of Weights and Measures (BIPM) in Sevres, France

That is, of course, impossible. As a practical matter, the national metrology institutes of various countries keep one or more primary 1 kg standards: those masses are periodically re-calibrated against the IPK

The primary national standards are then used to calibrate national "working standards" that are used for further calibrations of still other standards. In this fashion, the kilogram is ultimately **disseminated** across the nation in a carefully recorded chain of comparisons that provides **traceability** back to the original national standard and thus ultimately to the IPK

SECONDO

Il secondo è l'intervallo di tempo che contiene 9192631770 periodi della radiazione emessa da un atomo di cesio ("imperturbato") che decade tra due livelli iperfini dello stato fondamentale

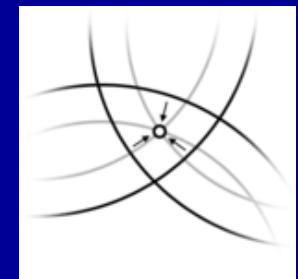
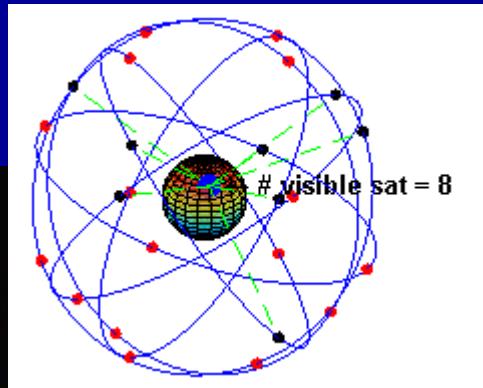


GPS

Unità meglio realizzata: incertezza 10^{-16}

*SISTEMA DI MISURA "GPS"

Global Position System: una rete dedicata di ≈ 30 satelliti in orbita, di cui ciascuno trasmette la propria posizione e un segnale orario. Sul globo terracqueo fornisce **ORARIO** ($\Delta t < 100$ ns) e **POSIZIONE** ($\Delta x-y-z < 1$ m)

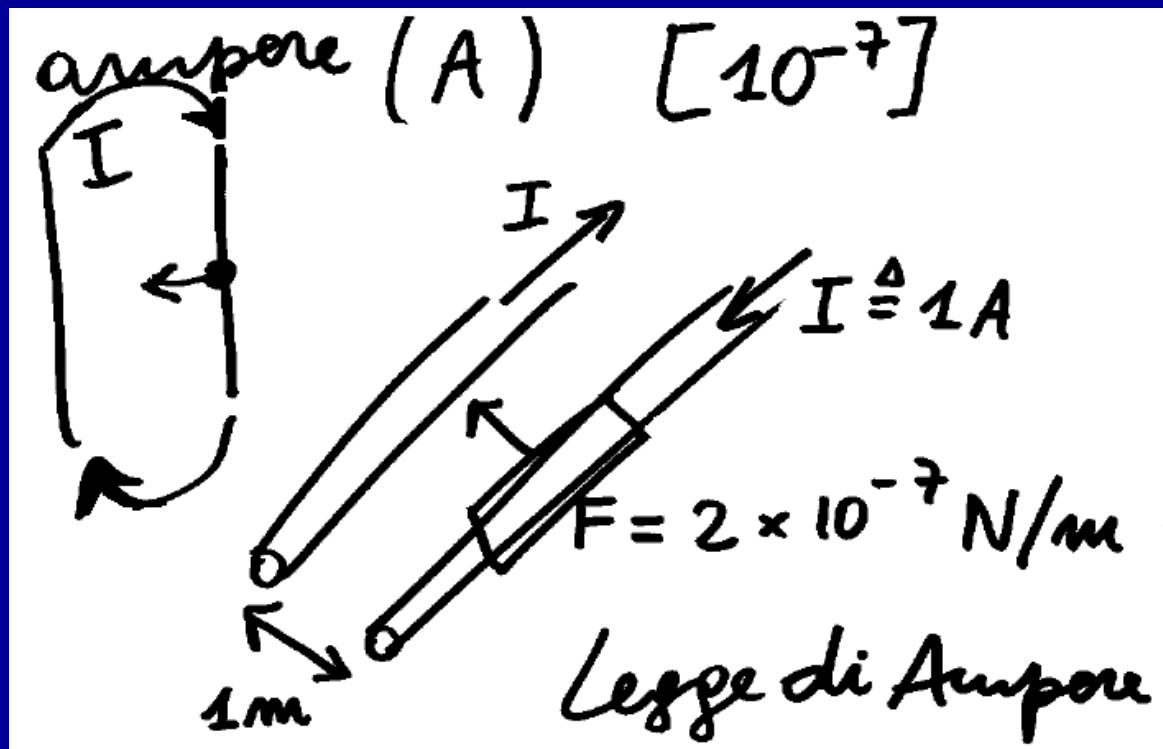


Terra \perp tre sfere
→ punto $P(x,y,z)$

The GPS concept is based on time and the known position of GPS specialized satellites. **The satellites carry very stable atomic clocks that are synchronized with one another and with the ground clocks.** Any drift from true time maintained on the ground is corrected daily. In the same manner, **the satellite locations are known with great precision.** GPS receivers have clocks as well, but they are less stable and less precise. Each GPS satellite continuously transmits a radio signal with the current time and its position. Since the speed of radio waves is constant and independent of the satellite speed, **the time delay between when the satellite transmits a signal and when the receiver receives it is proportional to the distance from the satellite to the receiver.** A GPS receiver monitors multiple satellites and solves equations to determine the precise position of the receiver and its deviation from true time. **A minimum of four satellites must be in view of the receiver** for computing 4 unknown quantities (3 position coordinates and clock deviation from satellites time). About nine satellites are visible from any point on the ground at any time → enough redundancy!

AMPERE

L'ampere è l'intensità di corrente elettrica
“che 'attrae' due fili paralleli e distanti 1 m”
con una forza di $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$ ⇒ μ_0 nota INC=0



Unità elettriche realizzate non meglio di 10^{-7}

KELVIN, MOLE, E CANDELA

Il kelvin (K) è la frazione 1/273.16 della temperatura del punto triplo dell'acqua

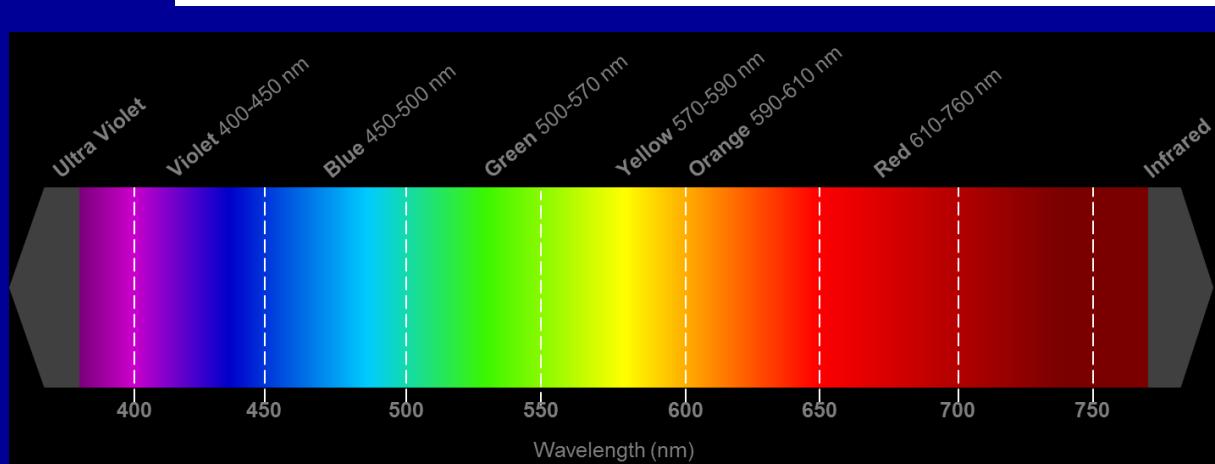
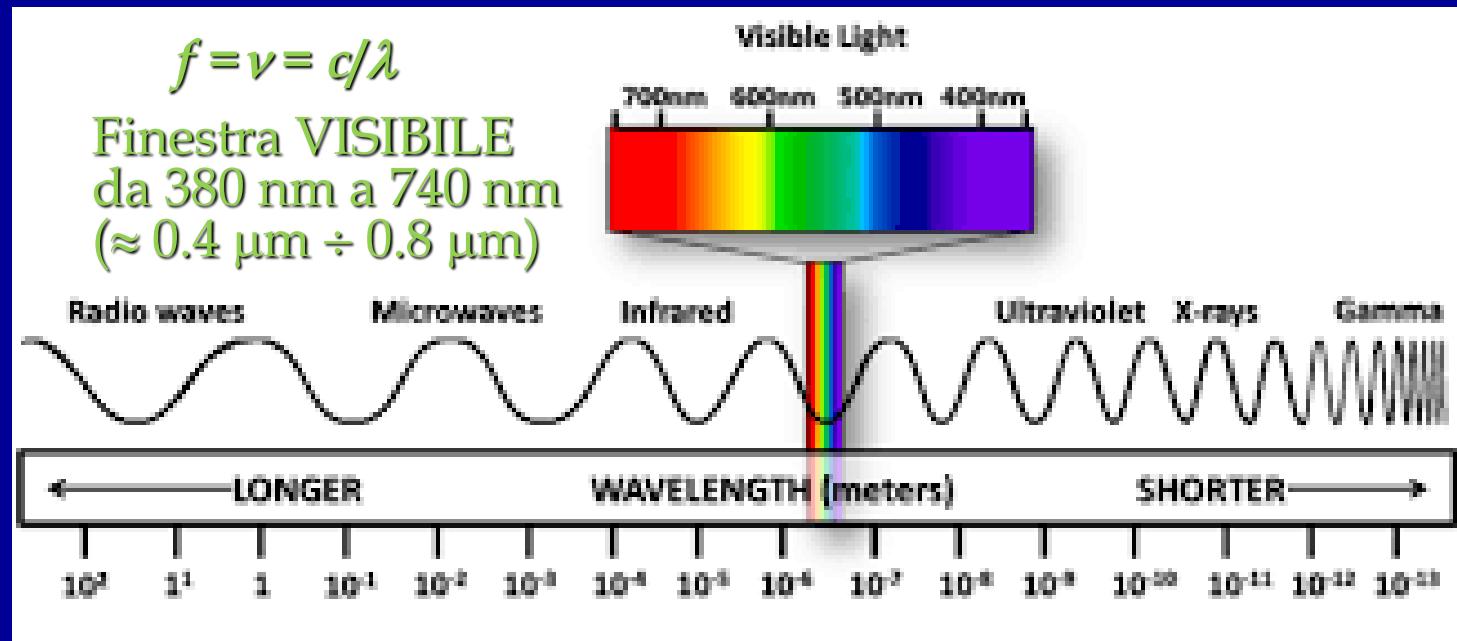
Si realizza con $\text{INC} \approx 10^{-6}$ a temp. ambiente

La mole (mol) è la quantità di sostanza che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi contenuti in 0.012 kg di ^{12}C

Si realizza con $\text{INC} \approx 8 \times 10^{-8}$ ($N_A \approx 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

La candela (cd) è l'intensità luminosa, in una assegnata direzione, di una sorgente che emette luce a 540×10^{12} Hz (≈ 555 nm verde) con intensità energetica di $1/683 \text{ Wsr}^{-1}$ ($\text{INC} \approx 3 \times 10^{-3}$)

SPETTRO E.M. E VISIBILE (COLORI)



Color	Wavelength	Frequency	Photon energy
Violet	380–450 nm	680–790 THz	2.95–3.10 eV
Blue	450–485 nm	620–680 THz	2.64–2.75 eV
Cyan	485–500 nm	600–620 THz	2.48–2.52 eV
Green	500–565 nm	530–600 THz	2.25–2.34 eV
Yellow	565–590 nm	510–530 THz	2.10–2.17 eV
Orange	590–625 nm	480–510 THz	2.00–2.10 eV
Red	625–740 nm	405–480 THz	1.65–2.00 eV

C'è solo un'ottava (fattore 2) tra f_{MAX} e f_{MIN} dello spettro visibile

CURVA DI RISPOSTA SPETTRALE DELL'OCCHIO UMANO

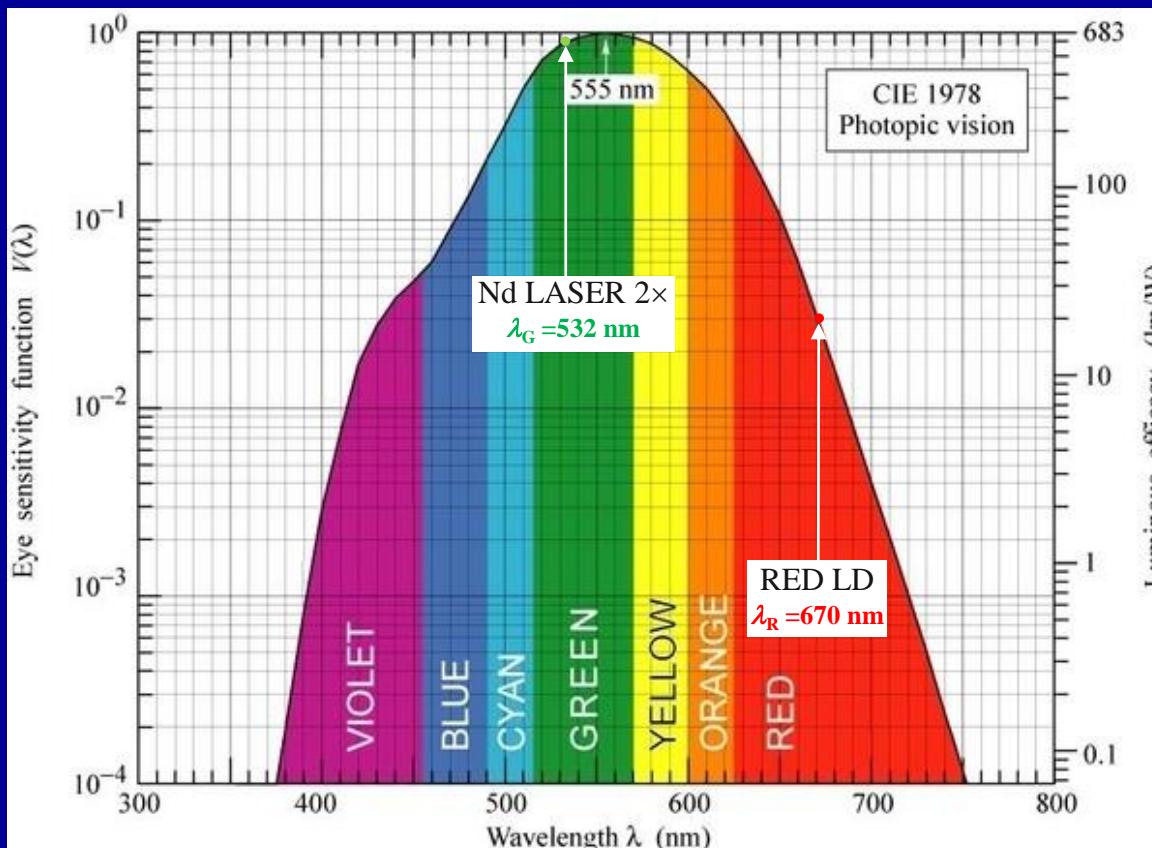
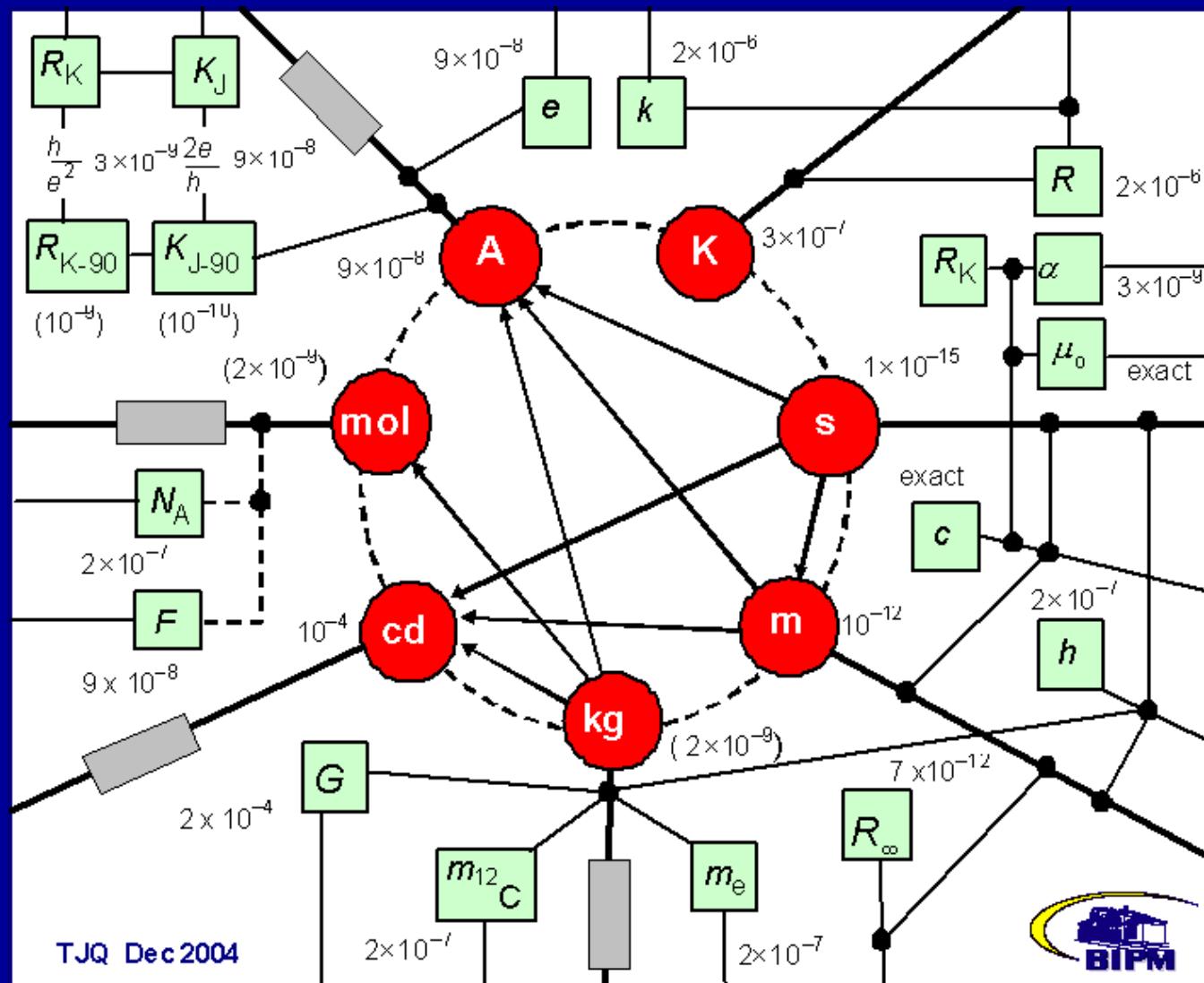


Fig. 16.7. Eye sensitivity function, $V(\lambda)$, (left ordinate) and luminous efficacy, measured in lumens per Watt of optical power (right ordinate). $V(\lambda)$ is greatest at 555 nm.

**visibility ratio =
0.9 / 0.03
= 30 : 1**

*RELAZIONI TRA UNITA' SI DI BASE E COSTANTI FONDAMENTALI



*COSTANTI FISICHE (2009)

Simbolo	Incertezza	Incertezza relativa	Notazione concisa
G	0.010×10^{-11}	1.5×10^{-3}	$6.673 (10) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
h	$0.000\ 000\ 52 \times 10^{-34}$	7.8×10^{-8}	$6.626\ 068\ 76 (52) \times 10^{-34} \text{ J s}$
e	$0.000\ 000\ 063 \times 10^{-19}$	3.9×10^{-8}	$1.602\ 176\ 462 (63) \times 10^{-19} \text{ C}$
m_e	$0.000\ 000\ 72 \times 10^{-31}$	7.9×10^{-8}	$9.109\ 381\ 88 (72) \times 10^{-31} \text{ kg}$
m_p	$0.000\ 000\ 13 \times 10^{-27}$	7.9×10^{-8}	$1.672\ 621\ 58 (13) \times 10^{-27} \text{ kg}$
N_A	$0.000\ 000\ 47 \times 10^{23}$	7.9×10^{-8}	$6.022\ 141\ 99 (47) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k	$0.000\ 002\ 4 \times 10^{-23}$	1.7×10^{-6}	$1.380\ 6503(24) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
μ_0	0 “esatta”	0 “esatta”	$12.566\ 370\ 614\dots \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$
c	0 “esatta”	0 “esatta”	$299\ 792\ 458 \text{ m s}^{-1}$
ϵ_0	0 “esatta”	0 “esatta”	$8.854\ 187\ 817\dots \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
α	$0.000\ 000\ 027 \times 10^{-3}$	3.7×10^{-9}	$7.297\ 352\ 533 (27) \times 10^{-3}$

Tab. 1.2b LIBRO Fondamenti della Misurazione

*NIST-CODATA VALUES (2014)

Newtonian constant of gravitation G	Planck constant h
Value $6.673\ 84 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ Standard uncertainty $0.000\ 80 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ Relative standard uncertainty 1.2×10^{-4} Concise form $6.673\ 84(80) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	Value $6.626\ 069\ 57 \times 10^{-34} \text{ J s}$ Standard uncertainty $0.000\ 000\ 29 \times 10^{-34} \text{ J s}$ Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8} Concise form $6.626\ 069\ 57(29) \times 10^{-34} \text{ J s}$
elementary charge e	electron mass m_e
Value $1.602\ 176\ 565 \times 10^{-19} \text{ C}$ Standard uncertainty $0.000\ 000\ 035 \times 10^{-19} \text{ C}$ Relative standard uncertainty 2.2×10^{-8} Concise form $1.602\ 176\ 565(35) \times 10^{-19} \text{ C}$	Value $9.109\ 382\ 91 \times 10^{-31} \text{ kg}$ Standard uncertainty $0.000\ 000\ 40 \times 10^{-31} \text{ kg}$ Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8} Concise form $9.109\ 382\ 91(40) \times 10^{-31} \text{ kg}$
proton mass m_p	Avogadro constant N_A, L
Value $1.672\ 621\ 777 \times 10^{-27} \text{ kg}$ Standard uncertainty $0.000\ 000\ 074 \times 10^{-27} \text{ kg}$ Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8} Concise form $1.672\ 621\ 777(74) \times 10^{-27} \text{ kg}$	Value $6.022\ 141\ 29 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ Standard uncertainty $0.000\ 000\ 27 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ Relative standard uncertainty 4.4×10^{-8} Concise form $6.022\ 141\ 29(27) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmann constant k	fine-structure constant α
Value $1.380\ 6488 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ Standard uncertainty $0.000\ 0013 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ Relative standard uncertainty 9.1×10^{-7} Concise form $1.380\ 6488(13) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	Value $7.297\ 352\ 5698 \times 10^{-3}$ Standard uncertainty $0.000\ 000\ 0024 \times 10^{-3}$ Relative standard uncertainty 3.2×10^{-10} Concise form $7.297\ 352\ 5698(24) \times 10^{-3}$

*COSTANTI FISICHE (2014)

Simbolo	Incertezza	Incertezza relativa	Notazione concisa
G	$0.000\ 80 \times 10^{11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$	1.2×10^{-4}	$6.673\ 84(80) \times 10^{11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
h	$0.000\ 000\ 29 \times 10^{-34} \text{ J s}$	4.4×10^{-8}	$6.626\ 069\ 57(29) \times 10^{-34} \text{ J s}$
e	$0.000\ 000\ 035 \times 10^{-19} \text{ C}$	2.2×10^{-8}	$1.602\ 176\ 565(35) \times 10^{-19} \text{ C}$
m_e	$0.000\ 000\ 40 \times 10^{-31} \text{ kg}$	4.4×10^{-8}	$9.109\ 382\ 91(40) \times 10^{-31} \text{ kg}$
m_p	$0.000\ 000\ 74 \times 10^{-27} \text{ kg}$	4.4×10^{-8}	$1.672\ 621\ 777(74) \times 10^{-27} \text{ kg}$
N_A	$0.000\ 000\ 27 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	4.4×10^{-8}	$6.022\ 141\ 29(27) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k	$0.000\ 0013 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	9.1×10^{-7}	$1.380\ 6488(13) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
μ_0	0 “esatta”	0	$12.566\ 370\ 614\dots \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$
c	0 “esatta”	0	$299\ 792\ 458 \text{ m s}^{-1}$
ϵ_0	0 “esatta”	0	$8.854\ 187\ 817\dots \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
α	$0.000\ 000\ 0024 \times 10^{-3}$	3.2×10^{-10}	$7.297\ 352\ 5698(24) \times 10^{-3}$

*QUESITO DI UNO STUDENTE (su incertezza di “ e ” < 10^{-7})

From: Cesare Svelto <csvelto@gmail.com>

Subject: Re: Electron charge

Date: Fri, 14 Jan 2011 13:43:45 +0100

To: Gian Marco Messa <gianmarco.messa@gmail.com>

Grazie!

C.S.

Sent from my iPhone

Studente che si domandava come potesse essere nota e con INC 10^{-8} quando l'ampere aveva INC 10^{-7}

On 14/gen/2011, at 13:23, Gian Marco Messa <gianmarco.messa@gmail.com> wrote:

----- Forwarded message -----

From: **Michael STOCK** <mstock@bipm.org>

Date: 2011/1/14

Subject: RE: Electron charge

To: Gian Marco Messa <gianmarco.messa@gmail.com>

*INCERTEZZA DI “e” < 10⁻⁷

Dear Gian Marco,

This is a very good question, but you do not need to be in doubt, because there is an explanation, which is however not trivial.

The definition of the ampere in the SI (which you can find in the SI brochure, available on the BIPM web site) is based on the force between two current-carrying conductors. The direct experimental realization of the ampere, based on forces between conductors, is done with an instrument called ampere balance. Ampere balance experiments have reached uncertainties of about 1 ppm or slightly below, that is parts in 10⁷. This is not good enough for electrical metrology and for this reason, this type of experiment has been abandoned and I do not know one single national metrology institute which realizes the ampere in this way.

Now **the definition of the ampere only defines the ampere, but it does not prescribe how it is realized in practice.** The definition has the effect to fix the value of the magnetic constant $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ H/m. Any experiment which realizes an electrical unit based on this constant is therefore an SI realization.

*INCERTEZZA DI “e” < 10⁻⁷

The lowest experimental uncertainty has been obtained for the farad, the unit of capacitance. An instrument called calculable capacitor or Thompson Lampard cross capacitor, realizes the farad, based on a length measurement and the value of μ_0 . The lowest uncertainty in such an experiment has been obtained in 1989 by the NIST (USA) with 2.4 parts in 10⁸. With an instrument called quadrature bridge (which allows to compare the impedance of a capacitance with a resistance), a calculable capacitor can be used to measure the quantized Hall resistance of the quantum Hall effect. This is related to the von Klitzing constant $R_K = h/e^2$. Therefore h/e^2 can be measured to several parts in 10⁸. There is another way to determine h/e^2 via the fine structure constant, based on measurement of the anomalous magnetic moment of the electron and QED theory which allows to obtain even much smaller uncertainties, 7 parts in 10¹⁰.

To **obtain a value for e**, a separate measurement of h is necessary. This can be done with a so-called watt balance, which is an electromechanical experiment which compares electrical power with mechanical power and uses the quantum Hall effect and the Josephson effect. The most accurate watt balance measurement has also been made by the NIST in 2007 with a determination of h with uncertainty 3.6 parts in 10⁸.

*INCERTEZZA DI “e” < 10⁻⁷

If you combine both results you can obtain in fact a value for the elementary charge with an uncertainty of several parts in 10⁸. In reality there are several calculable capacitor results and several results for h. The CODATA fundamental constants adjustment takes into account all of these data and derives with a least squares fit the most probable values. The last adjustment was made in 2006 and leads to an uncertainty of 2.5 parts in 10⁸. A new adjustment is being made at the moment and will be published during this year.

I hope this clarifies the subject a little bit.

Best regards,

Michael Stock

Dr. Michael Stock

Director, Electricity Department - BIPM (Bureau International des Poids et Mesures)

Pavillon de Breteuil F-92312 Sèvres CEDEX - France

Tél.: +33 1 4507 7024/7070 Fax: +33 1 4534 2021

email: mstock@bipm.org

web: www.bipm.org

*Pb. DEFINIZIONE DELL'AMPERE

The definition of the unit of electric current intensity, the **ampere**, refers to the force F per unit length ℓ between two parallel conductors placed at a distance d and carrying the same current I :

$$F/\ell = 2k_m I^2/d.$$

A numerical value 10^{-7} is attributed to the constant k_m . One **ampere** corresponds to the current that produces a force of 2×10^{-7} N per meter of length.

For the practical realization of standards, one prefers to rely on the Ohm law $I = V/R$, and obtain the **ampere** as a ratio between the units of potential difference (volt) and resistance (ohm). The standards of volt and ohm are realized by means of two quantum phenomena, the Josephson effect and the quantum Hall effect, respectively.

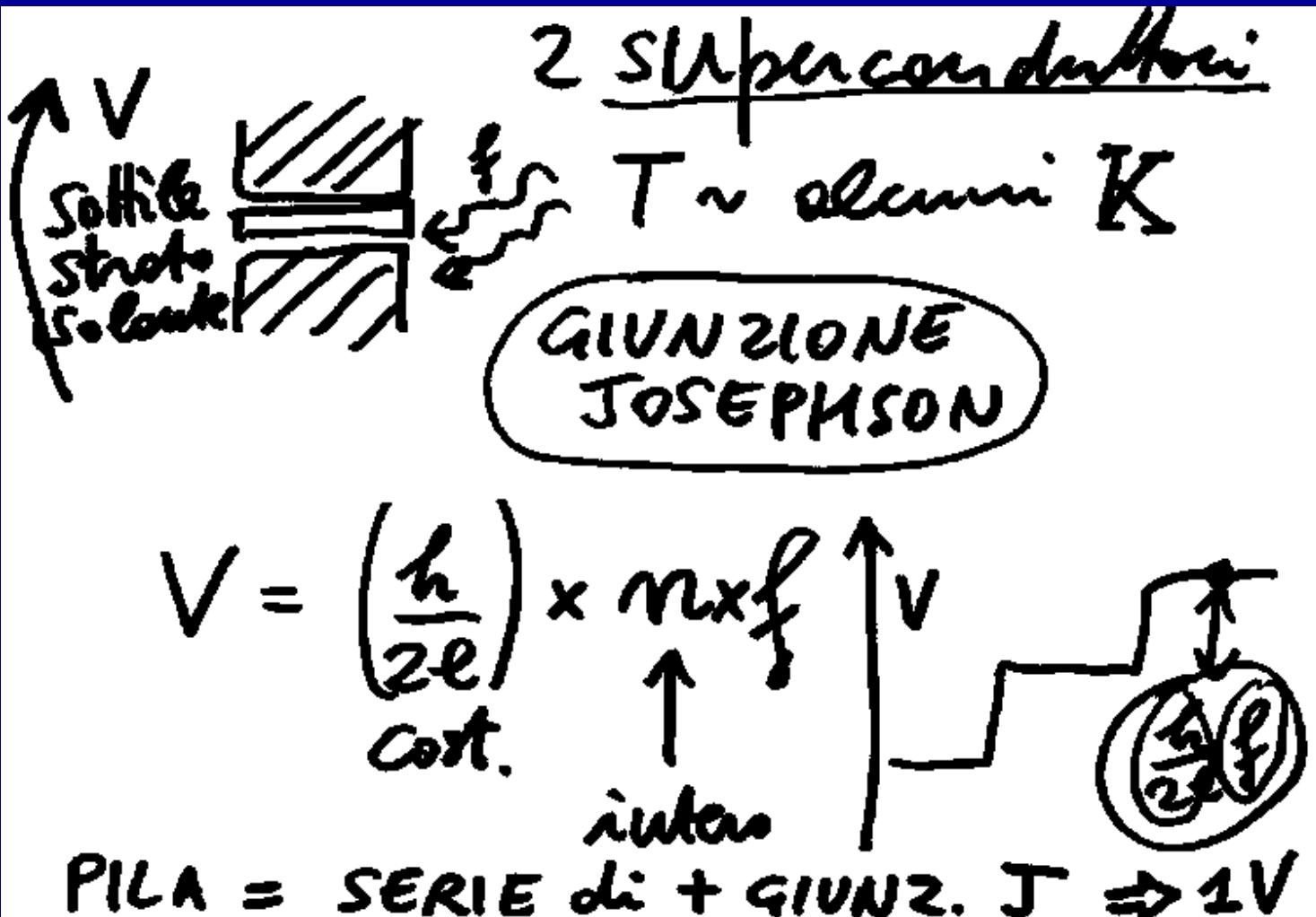
The system of electrical units is grounded in the base unit ampere, whose present definition dates from 1960 and remains defined in terms of mechanical units via the laws of classical electromagnetism. Under its present classical definition, the ampere cannot be realized with an uncertainty better than a few parts in 10^7 , which is not sufficient to meet the accuracy needs of present and certainly future routine electrical metrology, requiring 0.1 parts per million or better. In 1990, the dilemma with the classical ampere definition led to the adoption of a practical unit system based on voltage and resistance standards (represented by the definition of 'conventional values' for the Josephson ["V"] and von-Klitzing [" Ω "] constants), decoupled from the SI

*EFFETTO JOSEPHSON (VOLT)

Secondo la teoria dell'effetto Josephson, ai capi di una giunzione di due superconduttori debolmente accoppiati, cioè separati da un sottile strato di materiale diverso (isolante, conduttore, o semiconduttore), opportunamente polarizzata con una corrente continua e irradiata da un'onda elettromagnetica di frequenza f , si generano valori quantizzati di tensione media secondo la relazione $V=(h/2e)nf$ essendo n un intero, h la costante di Planck, ed e la carica dell'elettrone

RIPRODUCIBILITA'~ 10^{-10} (1 nV su 10 V!!!)

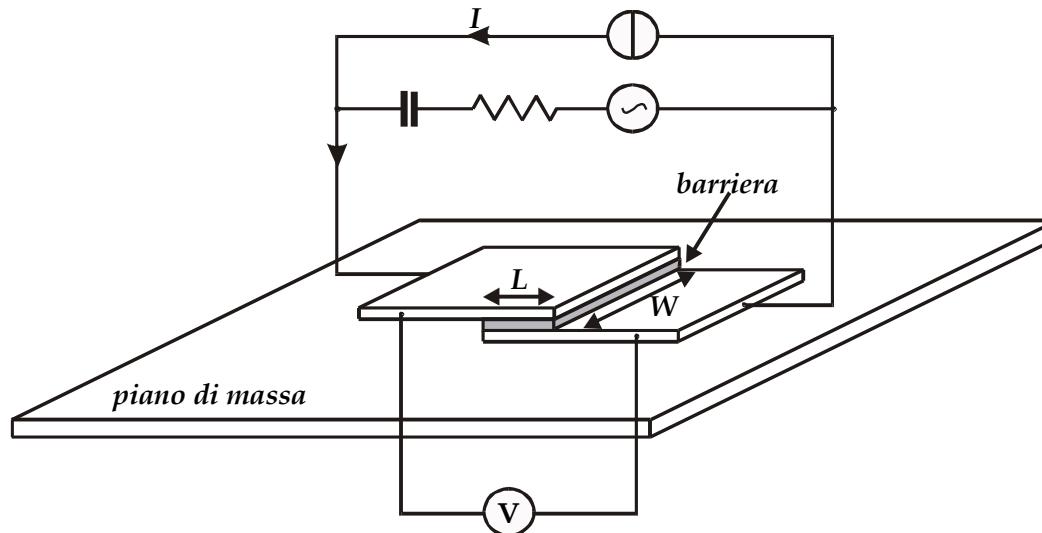
*EFFETTO JOSEPHSON



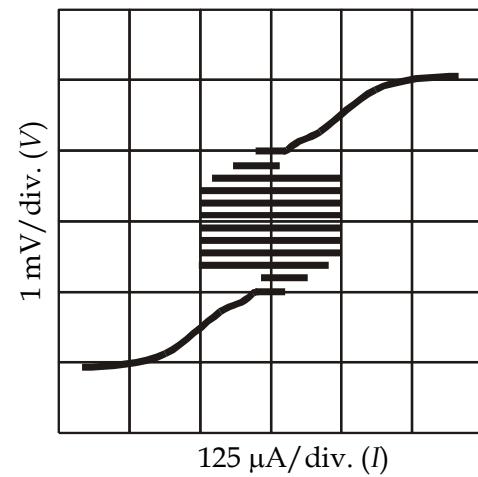
$$K_J = (2e/h)_{1990} = 483.5979 \text{ THz/V} \pm 4 \times 10^{-7}$$

*ESPERIMENTO JOSEPHSON

$$\Delta V_{\text{typ}} = 250 \mu\text{V} \text{ per } f_{\text{typ}} = 70 \text{ GHz}$$



a)



b)

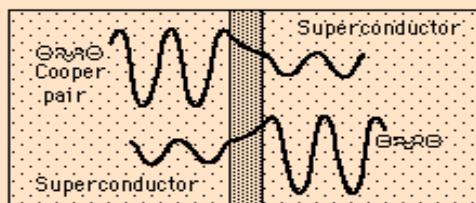
array di 40000 giunzioni (in serie)
per realizzare la "pila Josephson" da 10 V

Fig. 1.8.1 LIBRO Fondamenti della Misurazione

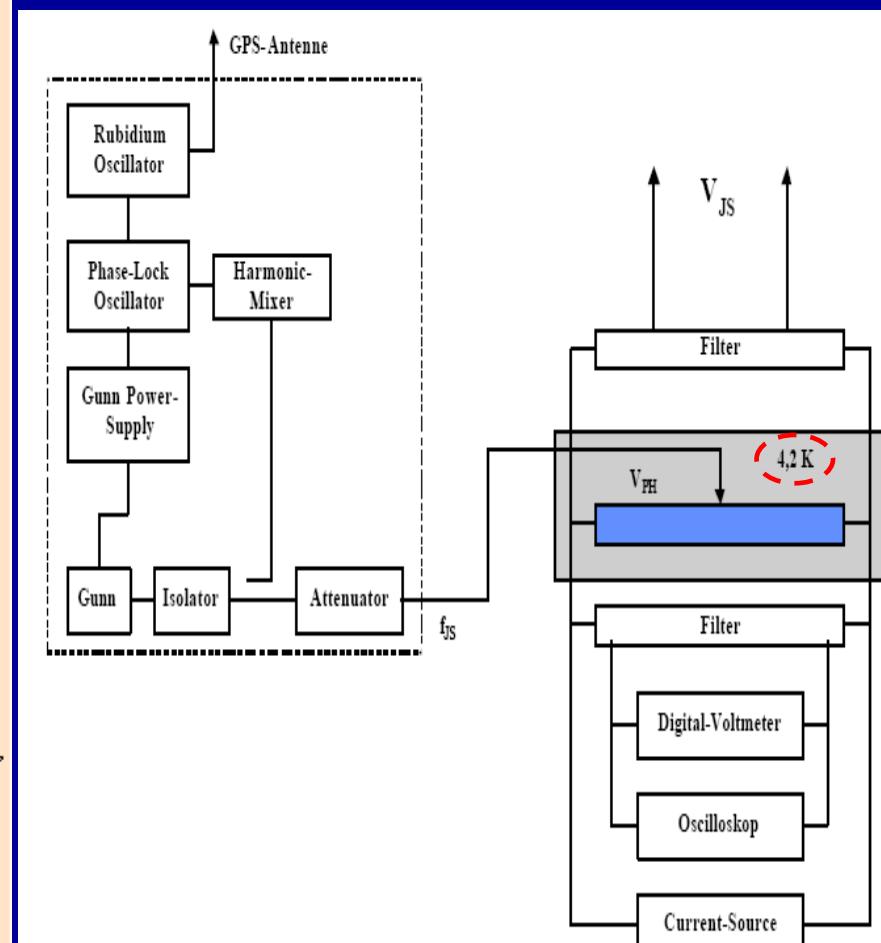
*GIUNZIONE E PILA JOSEPHSON

Josephson Junction

Two superconductors separated by a thin insulating layer can experience tunneling of [Cooper pairs](#) of electrons through the junction. The Cooper pairs on each side of the junction can be represented by a wavefunction similar to a [free particle wavefunction](#). In the DC Josephson effect, a current proportional to the phase difference of the wavefunctions can flow in the junction in the absence of a voltage. In the AC Josephson effect, a Josephson junction will oscillate with a characteristic frequency which is proportional to the voltage across the junction. Since frequencies can be measured with great accuracy, a Josephson junction device has become the [standard measure of voltage](#).



The wavefunction which describes a Cooper pair of electrons in a superconductor is an exponential like the free particle wavefunction. In fact, all the Cooper pairs in a superconductor can be described by a single wavefunction in the absence of a current because all the pairs have the same phase - they are said to be "phase coherent" (Clarke). If two superconductors are separated by a thin insulating layer, then quantum mechanical tunneling can occur for the Cooper pairs without breaking up the pairs. Clarke envisions this condition as the wavefunctions for Cooper pairs on each side of the junction penetrating into the insulating region and "locking together" in phase. Under these conditions, a current will flow through the junction in the absence of an applied voltage (the DC Josephson effect).



Picture 1: 10V Josephson Voltage Standard

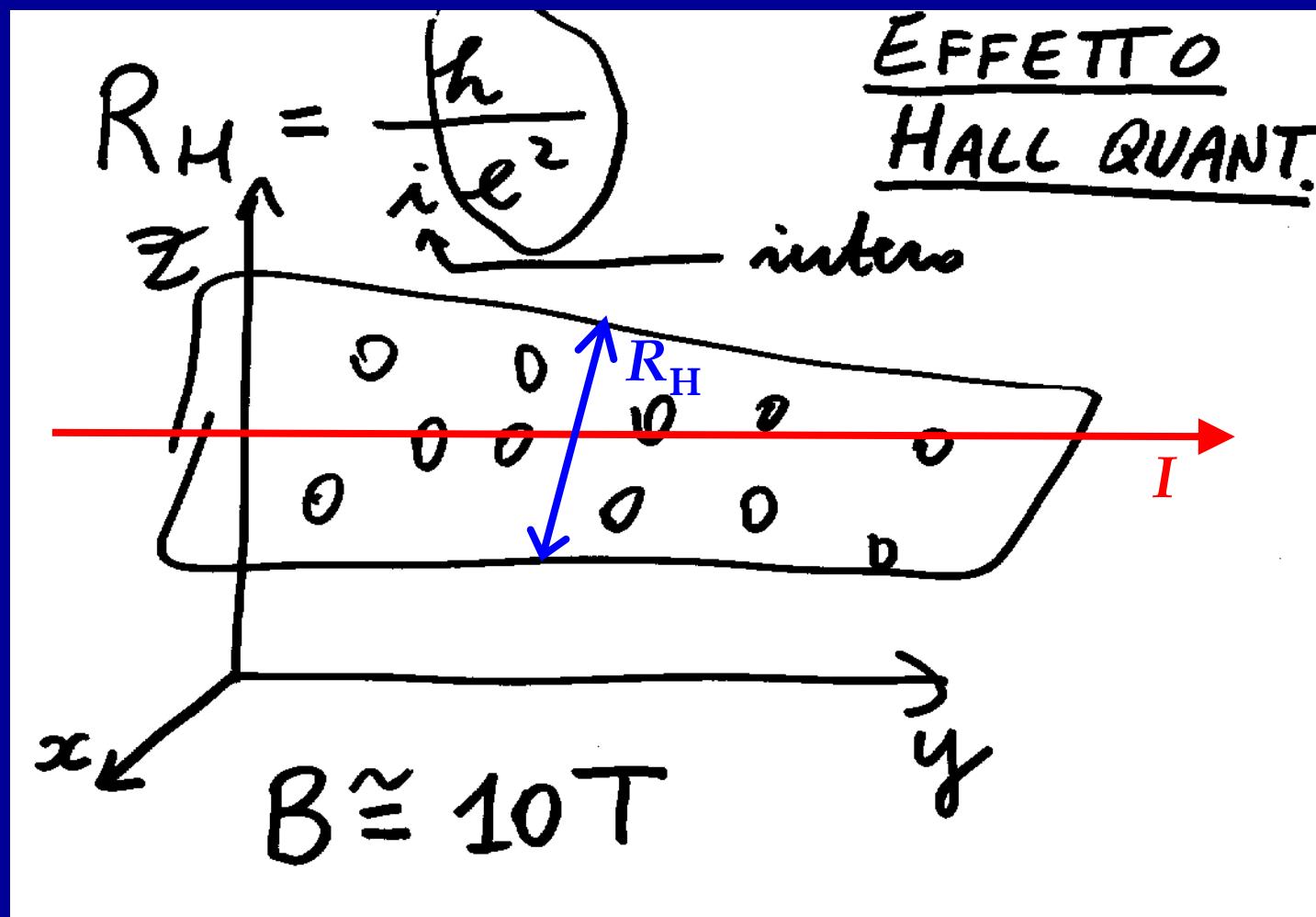
*EFFETTO HALL (OHM)

La resistenza dovuta all'effetto Hall in un gas elettronico bidimensionale, in presenza di elevati valori di induzione magnetica ($B \approx 10$ T) e a basse temperature ($T < 1$ K), assume valori discreti secondo la relazione $R = h/(ie^2)$. Essendo i un intero, h la costante di Planck, ed e la carica dell'elettrone.

Si-MOSFET ed eterostrutture GaAs raffreddati all'He liquido

RIPRODUCIBILITA' $\sim 10^{-9}$

*EFFETTO HALL QUANTIZZATO



$$R_K = (h/e^2)_{1990} = 25\,812.807 \Omega \quad \pm 2 \times 10^{-7}$$

*ESPERIMENTO HALL

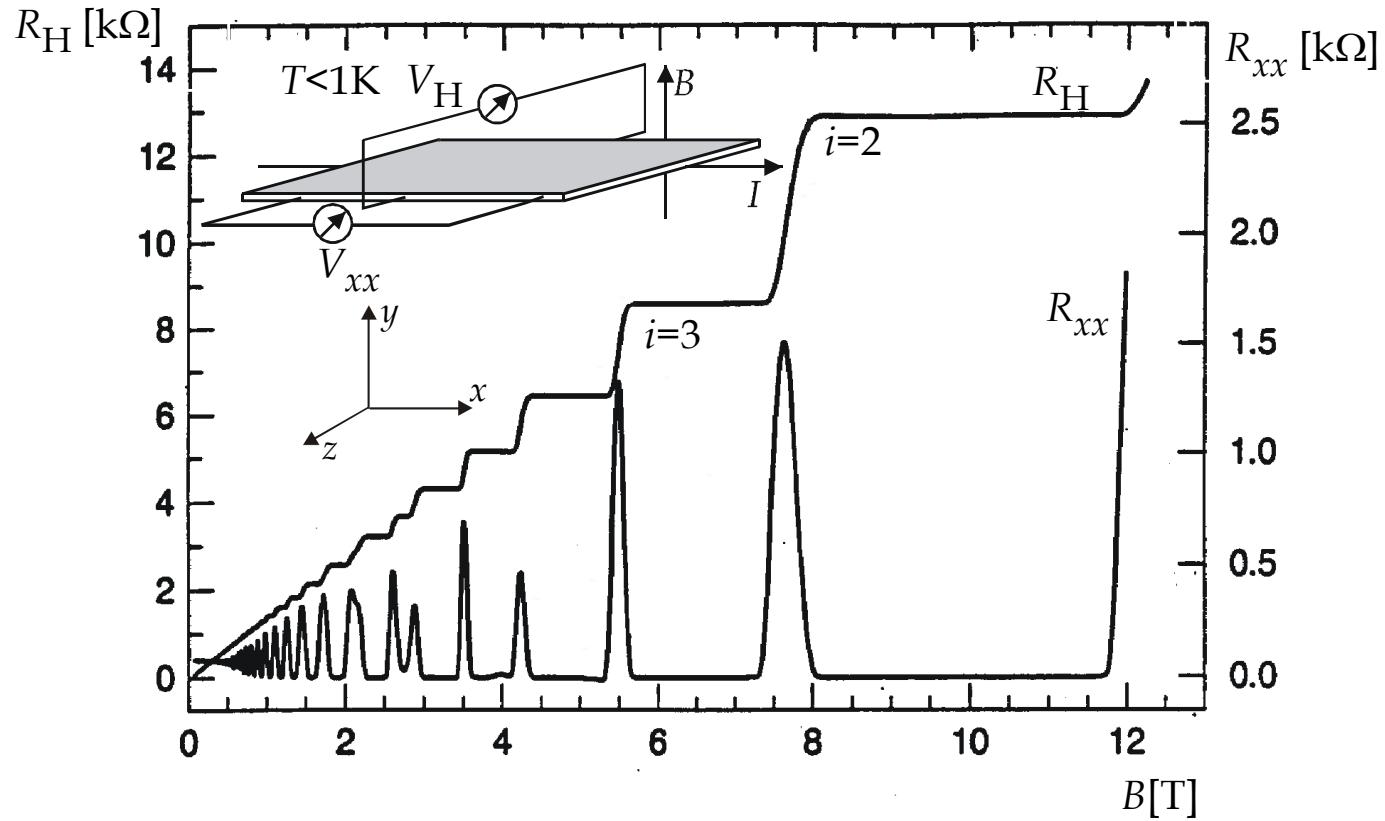
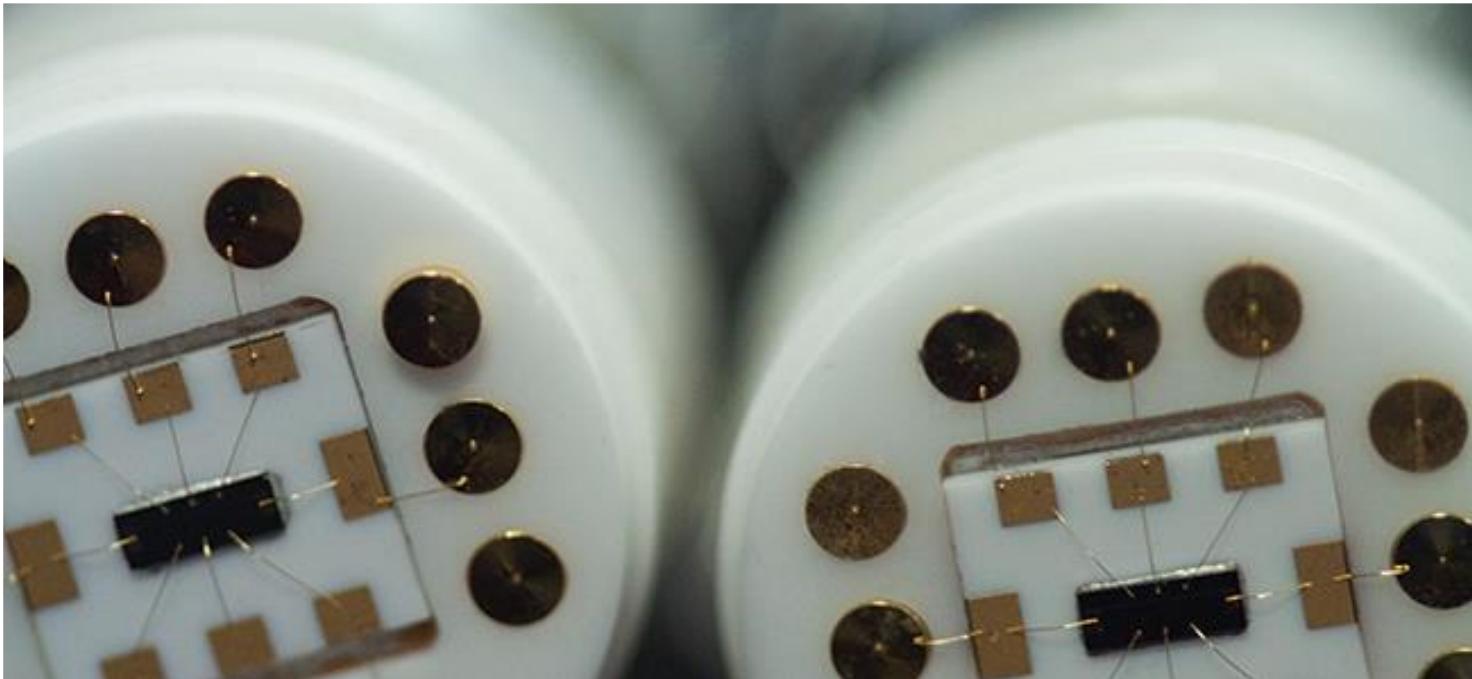


Fig. 1.8.2 LIBRO Fondamenti della Misurazione

*CAMPIONI DI "R" HALL



Resistori ad effetto Hall quantizzato
pronti per immersione in He liquido

*NUOVO kg E MISURA DI N_A

Si potrebbe "definire" il campione di massa, il **kilogrammo campione**, come la **massa di un ben definito numero di atomi** di una sostanza "pura"... A oggi il materiale sintetizzabile nella maniera più pura è il silicio (^{28}Si), per la determinazione della costante di Avogadro N_A (*Avogadro's Project*).

Per calcolare in maniera accurata il **numero di atomi contenuti in una sfera** (diametro $\approx 94\text{-mm}$) occorrono tecnologie e materiali molto speciali: nel **Progetto Avogadro** si fanno misure sul manufatto sferico meglio realizzato (una sfera di silicio "puro" la cui superficie è così liscia, $\text{DEV}_{\text{p-p}}=40\text{nm}!!$, che se avesse le dimensioni del pianeta Terra, la distanza tra la montagna più alta e l'oceano più profondo sarebbe di solo 5 metri).

Le **sfere sono realizzate in silicio-28 monocristallino** di elevatissima purezza (99.9995%), con un minimo di altri isotopi (<5 ppm) del silicio naturale. Tale livello di purezza semplifica i calcoli assicurando che praticamente tutti gli atomi hanno la stessa identica massa e dimensioni, così che la struttura monocristallina fornisce agli atomi una spaziatura ripetibile.

Il **diametro della sfera** viene misurato mediante interferometri laser. Misure di cristallografia ai raggi-X forniscono l'immagine della struttura cristallina (**passo interatomico** e quindi **#atomi/m³**).

Al momento esistono **2** di queste **supersfere**, con superfici lavorate da ultra-specialisti di ottica, per un valore di **circa 6.5 M\$... "al paio"**!

*NUOVO KILOGRAMMO: DA *h*

Questo era
il kilogrammo

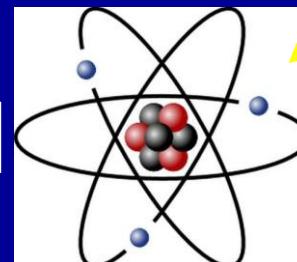
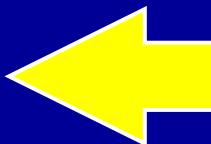


Questo non sarà
il kilogrammo!

Si ricava il kilogrammo!

J.C. Maxwell "proprietà di atomi"
e COSTANTI DI NATURA

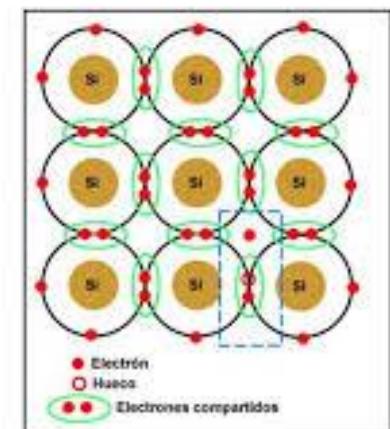
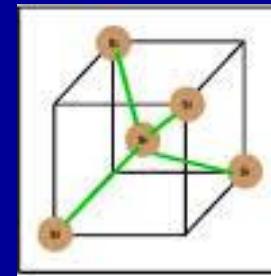
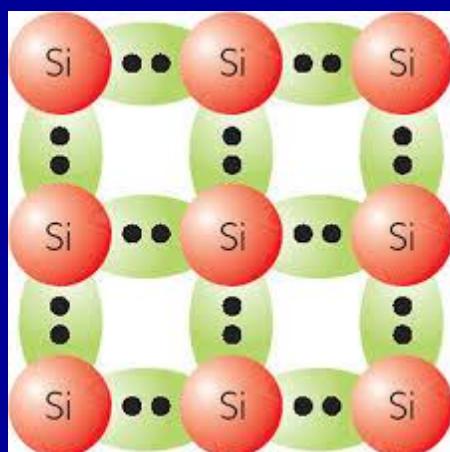
$\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$, c , h , e , k_B , N_A , K_{cd}



neanche
questo...

*NUOVA MOLE: DA N_A

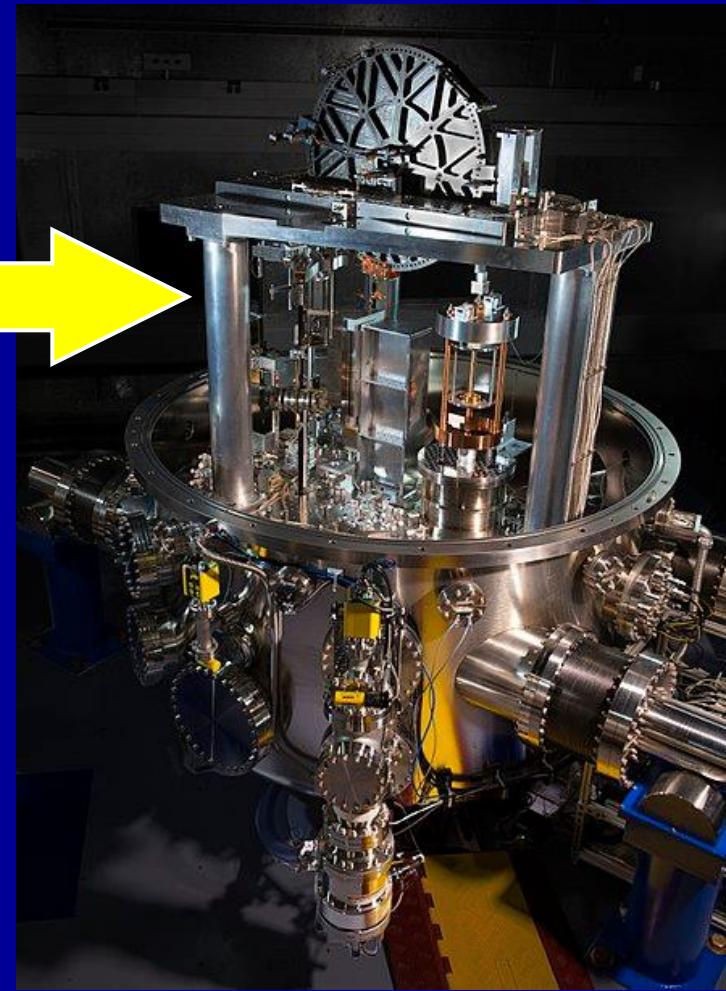
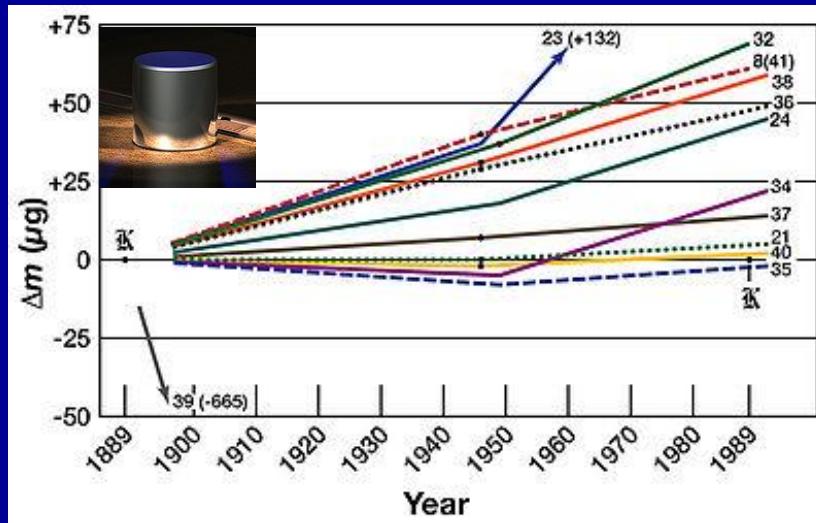
Atomo ^{28}Si



*BILANCIA DEL WATT O DI KIBBLE

PER LA DETERMINAZIONE DI h E RIDEFINIZIONE DEL kg

Deriva di massa dei campioni del kg



La **forza peso** di una massa campione (m) è **bilanciata** dalla **forza elettromagnetica** prodotta dalla corrente (I) in una spira (l):

$$m g = B l I$$

Tensione indotta:

$$V = B l v$$

Quindi è possibile "eliminare" B e l :

$$VI [\text{W}] = m g v [\text{W}] \quad [\text{W}_{\text{elettr.}}] = [\text{W}_{\text{mecc.}}]$$

*FUNZIONAMENTO DELLA BILANCIA DI KIBBLE

Lo strumento è una particolare “bilancia” che **confrontando il watt elettrico con il watt meccanico** consente di determinare il valore di una massa e quindi di **realizzare praticamente un kilogrammo campione o un suo sottomultiplo**.

Si tratta della “**bilancia del watt**” anche detta **bilancia di Kibble** in onore dello scienziato e metrologo inglese Bryan Kibble (scomparso nel 2016) che ne propose e promosse l’impiego nella metrologia di massa.

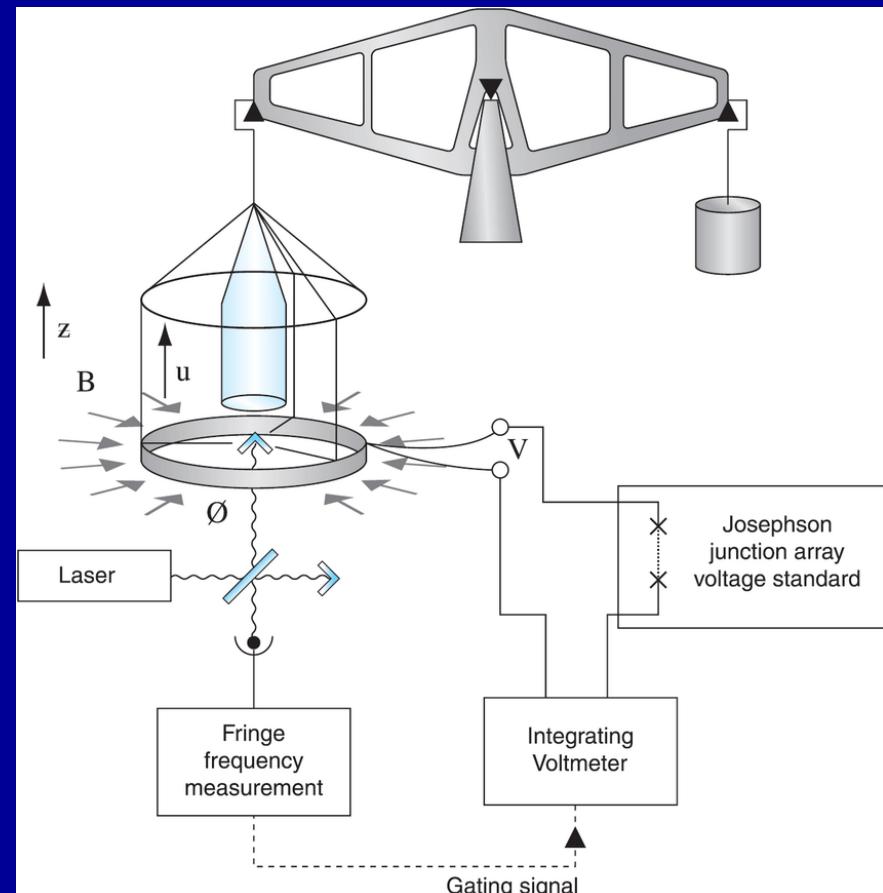
Si basa sulla esecuzione di **due fasi di misura** che coinvolgono **grandezze elettriche e grandezze meccaniche** per poi ricavare un’unica incognita, una massa m , in funzione delle altre quantità misurate con grande accuratezza.

Ad una attenta analisi del metodo proposto da Kibble, ciascuna delle due fasi di misura coinvolge anche taluni parametri geometrici ed elettromagnetici (in particolare il prodotto tra la lunghezza L di una bobina di filo conduttore e l’intensità B di un campo magnetico) difficilmente conoscibili con accuratezza.

Molto abilmente, la quantità incognita m è alla fine ricavata dal rapporto tra due equazioni ottenute nelle due fasi di misura: in questo modo si riesce ad eliminare la dipendenza dai parametri di difficile conoscenza/misurazione (qui B e L).

Interessante confrontare il metodo della bilancia di Kibble con quello del voltmetro integratore a doppia rampa, dove per il voltmetro di precisione misura la tensione incognita V_x svincolandosi da parametri circuituali di difficile determinazione (resistenza R e capacità C del medesimo circuito integratore utilizzato sia per la fase o rampa di salita che per quella di discesa).

*FUNZIONAMENTO DELLA BILANCIA DI KIBBLE

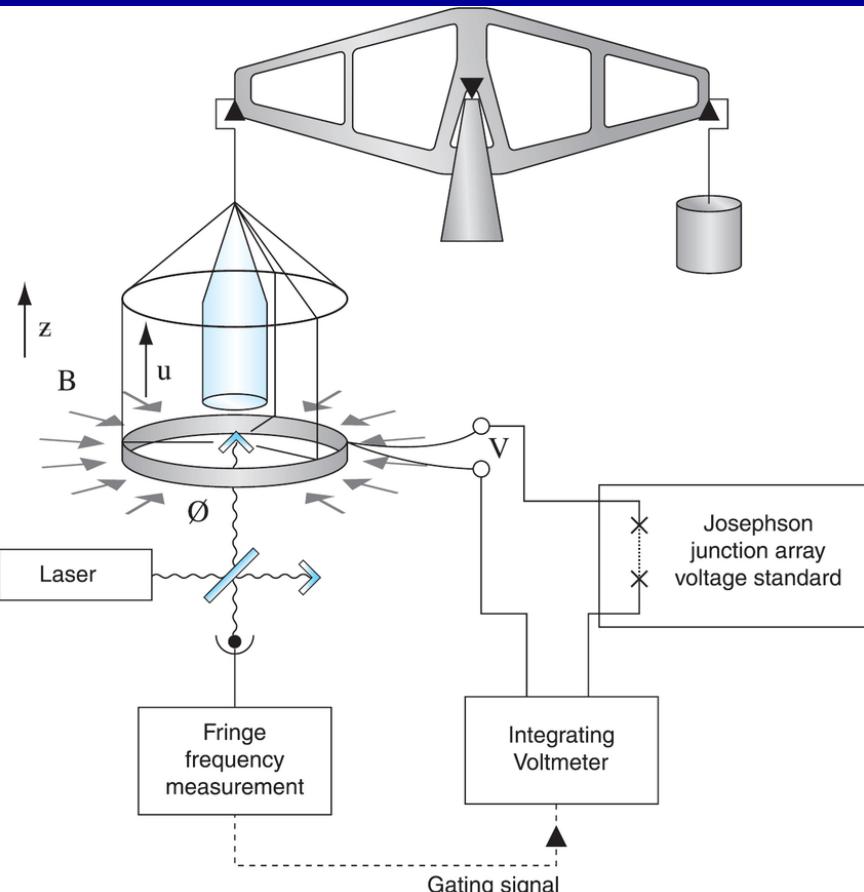


La **prima fase** della misura con la bilancia di Kibble è detta in “modalità pesatura” e consiste nel **bilanciare la forza peso** $F_P = m \cdot g$ (di una massa m soggetta all’accelerazione di gravità g) **mediante la forza elettromagnetica** $F_E = B \cdot L \cdot I$ (esercitata da un campo con induzione magnetica B perpendicolare a una bobina di filo conduttore lungo L percorso da corrente I).

La massa m è tenuta in equilibrio adattando il valore della corrente I .

Eguagliando le due forze si ottiene $m \cdot g = F_P = F_E = B \cdot L \cdot I$ e quindi si ricava la massa **$m = (B \cdot L \cdot I) / g$**

*FUNZIONAMENTO DELLA BILANCIA DI KIBBLE



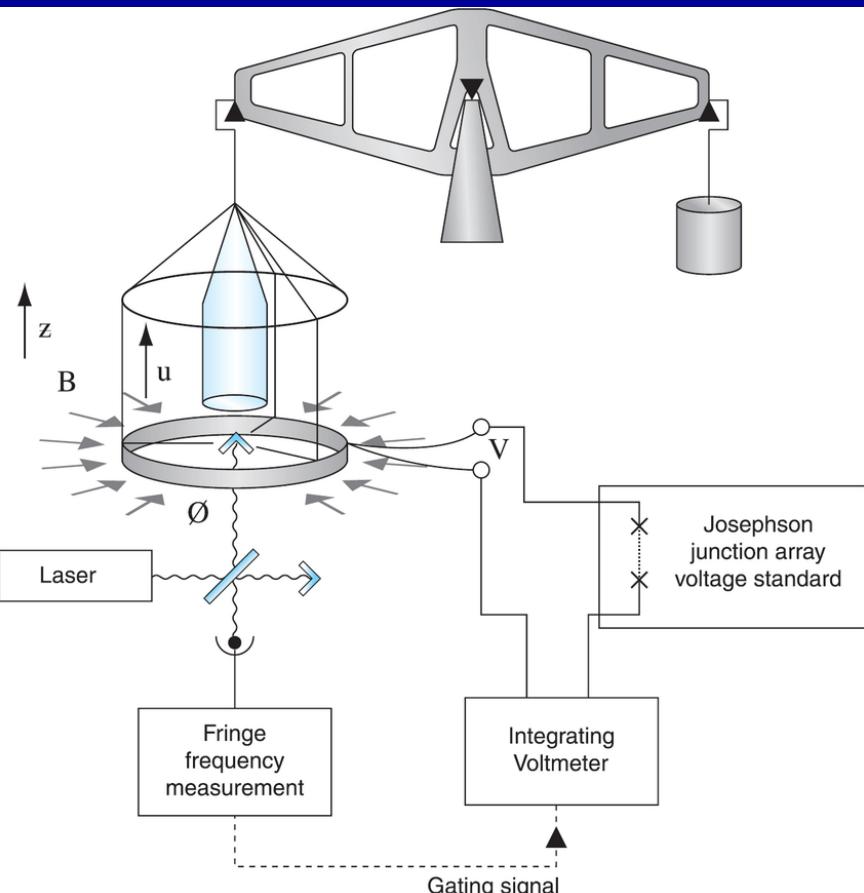
Nella **seconda fase** di utilizzo della bilancia di Kibble, detta in “modalità movimento” la medesima bobina è mossa con velocità costante v nel medesimo campo magnetico della prima fase.

Sulla bobina in moto con velocità v nel campo B , si produce una tensione indotta $V = B \cdot L \cdot v$

che anch'essa dipende dai parametri B e L e nello stesso modo (prodotto $B \cdot L$) di come avveniva nella prima fase per la massa m .

In particolare, V è misurata con il medesimo multmetro usato nella prima fase per la misura di I mentre v è misurata con un interferometro laser ed un orologio atomico (l'interferometro rivela la posizione della bobina in moto nel campo magnetico e dalle variazioni di posizione rapportate all'intervallo di tempo scandito dall'orologio si ottiene la velocità).

*FUNZIONAMENTO DELLA BILANCIA DI KIBBLE



Se le proprietà geometriche della bobina e del campo magnetico, L e B e il loro allineamento, non cambiano nelle due fasi dell'esperimento, il prodotto $B \cdot L$ può essere ritenuto costante durante la misura e quindi eliminato operando il rapporto delle due equazioni ($m = (B \cdot L \cdot I) / g$ diviso $V = B \cdot L \cdot v$), così da ottenere $m / V = I / (v \cdot g)$

$m = VI / (vg)$

L'equazione che fornisce la misura di m può essere anche riscritta come $mgv = VI$, ovvero il **bilanciamento tra la potenza meccanica $P_M = mgv$ al primo membro dell'equazione e la potenza elettrica $P_E = VI$ al secondo membro dell'equazione.**

Da qui il nome di "bilancia del watt" per il metodo e il complesso strumento metrologico brillantemente ideato dal Dr. Bryan Kibble.

*DETERMINAZIONE DELLA COSTANTE DI PLANCK (h)

$$K_J = \frac{2e}{h} \quad R_K = \frac{h}{e^2} \quad \longrightarrow \quad h = \frac{4}{K_J^2 R_K}$$

Si definiva il valore convenzionale di h_{90} come: $h_{90} = \frac{4}{K_{J-90}^2 R_{K-90}}$

Dalla bilancia di Kibble

$$m \cdot g \cdot v = V \cdot I = V_{coil} \cdot V_R / R$$

Allora era possibile **misurare (=conoscere)** h dalla precedente conoscenza di grandezze meccaniche (m, g, v) e delle grandezze elettriche (V_{coil}, V_R, R). Le ultime erano di fatto misurate riferendosi ai valori convenzionali di K_{J-90} e R_{K-90}

$$h = h_{90} \frac{R_{90}}{V_{coil-90} V_{R-90}} g \cdot v \cdot m \quad \longleftrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{relazione che lega } h \text{ ad } m \\ \text{ma anche } \underline{m \text{ ad } h \text{ una volta}} \\ \underline{\text{noti il metro e il secondo...}} \end{array}$$

RI-DEFINIZIONE DEL SI (2018-2019)

Il 2018.11.16, nella 26-esima CGPM, gli Stati membri votano all'unanimità una profonda revisione del SI (che vigeva dal 1971) cambiando le definizioni di 4 su 7 unità di base: **kilogrammo, ampere, kelvin, e mole**

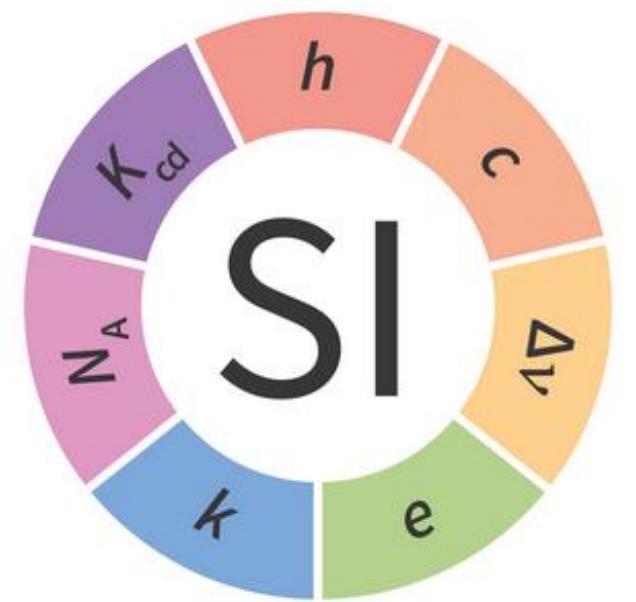
The SI is defined by the **SI Brochure**, which is published by the BIPM.

In a landmark decision, the BIPM's Member States voted on 16 November 2018 to revise the SI, changing the world's definition of the kilogram, the ampere, the kelvin and the mole.

This decision, made at the 26th meeting of the General Conference on Weights and Measures (CGPM), means that from 20 May 2019 all SI units are defined in terms of constants that describe the natural world. This will assure the future stability of the SI and open the opportunity for the use of new technologies, including quantum technologies, to implement the definitions.

The seven defining constants of the SI are:

- the caesium hyperfine frequency $\Delta\nu_{\text{Cs}}$;
- the speed of light in vacuum c ;
- the Planck constant h ;
- the elementary charge e ;
- the Boltzmann constant k ;
- the Avogadro constant N_A ; and
- the luminous efficacy of a defined visible radiation K_{cd} .



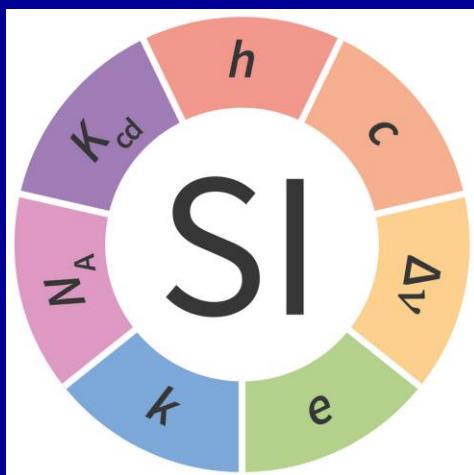
<https://www.bipm.org/en/measurement-units/>

The SI was previously defined in terms of seven base units and derived units defined as products of powers of the base units. The seven base units were chosen for historical reasons, and were, by convention, regarded as dimensionally independent: the metre, the kilogram, the second, the ampere, the kelvin, the mole, and the candela. This role for the base units continues in the present SI even though the SI itself is now defined in terms of the defining constants above.

RI-DEFINIZIONE DEL SI (2018-2019)

L'intero SI è ora* basato sulla definizione di 7 costanti di natura, per le quali sono stabiliti valori numerici "esatti" esprimendo le costanti nelle corrette unità di misura SI

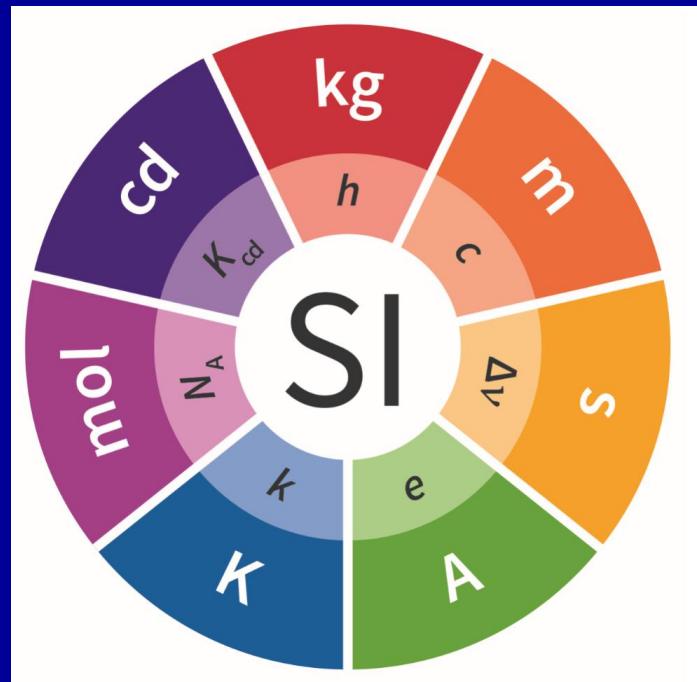
* dal 2019.05.20 Giornata della Misurazione



~~COSTANTI~~



~~UNITÀ'~~



Dai valori e unità delle costanti fondanti/definenti dell'SI ($\Delta\nu_{Cs}$, c , h , e , k , N_A , K_{cd}) è ora possibile **definire e ricavare** le **7 unità di misura principali dell'SI** (s, m, kg, A, K, mol, cd) e da esse tutte le rimanenti unità di misura seconde

LE 7 COSTANTI DEFINENTI

Fissando il valore numerico esatto delle 7 costanti definenti l'SI, anche le **unità corrispondenti rimangono esattamente definite: noto il prodotto del valore numerico della costante per la sua unità, allora si può ricavare il valore o scala dell'unità**

Le 7 costanti sono scelte in modo che qualunque unità del SI può essere espressa attraverso una produttoria generalizzata delle **costanti definenti** (produttoria con esponenti interi... come avveniva per la combinazione delle 7 unità di base per ricavare una unità derivata)

The International System of Units, the SI, is the system of units in which

- the unperturbed ground state hyperfine transition frequency of the caesium 133 atom $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ is 9 192 631 770 Hz,
- the speed of light in vacuum c is 299 792 458 m/s,
- the Planck constant h is $6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ J s,
- the elementary charge e is $1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ C,
- the Boltzmann constant k is $1.380\ 649 \times 10^{-23}$ J/K,
- the Avogadro constant N_A is $6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ mol⁻¹,
- the luminous efficacy of monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} Hz, K_{cd} , is 683 lm/W.

SECONDO

The second, symbol s , is the SI unit of time. It is defined by taking the fixed numerical value of the caesium frequency $\Delta\nu_{\text{Cs}}$, the unperturbed ground-state hyperfine transition frequency of the caesium-133 atom, to be 9 192 631 770 when expressed in the unit Hz, which is equal to s^{-1} .



This definition implies the exact relation $\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9\ 192\ 631\ 770 \text{ Hz}$. Inverting this relation gives an expression for the unit second in terms of the defining constant $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

$$1 \text{ Hz} = \frac{\Delta\nu_{\text{Cs}}}{9\ 192\ 631\ 770}$$

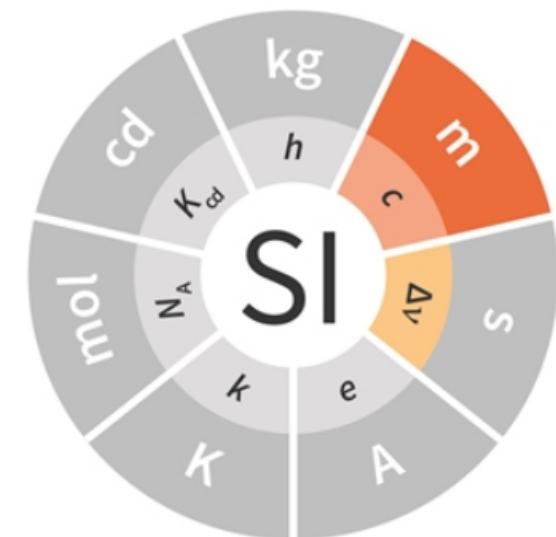
or

$$1 \text{ s} = \frac{9\ 192\ 631\ 770}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$

The effect of this definition is that the second is equal to the duration of 9 192 631 770 periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the unperturbed ground state of the ^{133}Cs atom.

METRO

The metre, symbol m, is the SI unit of length. It is defined by taking the fixed numerical value of the speed of light in vacuum c to be 299 792 458 when expressed in the unit m s^{-1} , where the second is defined in terms of the caesium frequency $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.



This definition implies the exact relation $c = 299\ 792\ 458 \text{ m s}^{-1}$. Inverting this relation gives an exact expression for the metre in terms of the defining constants c and $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

$$1 \text{ m} = \left(\frac{c}{299\ 792\ 458} \right) \text{s} = \frac{9\ 192\ 631\ 770}{299\ 792\ 458} \frac{\text{c}}{\Delta\nu_{\text{Cs}}} \approx 30.663\ 319 \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$

The effect of this definition is that one metre is the length of the path travelled by light in vacuum during a time interval with duration of $1/299\ 792\ 458$ of a second.

KILOGRAMMO

The kilogram, symbol kg, is the SI unit of mass. It is defined by taking the fixed numerical value of the Planck constant h to be $6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ when expressed in the unit J s, which is equal to $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$, where the metre and the second are defined in terms of c and $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

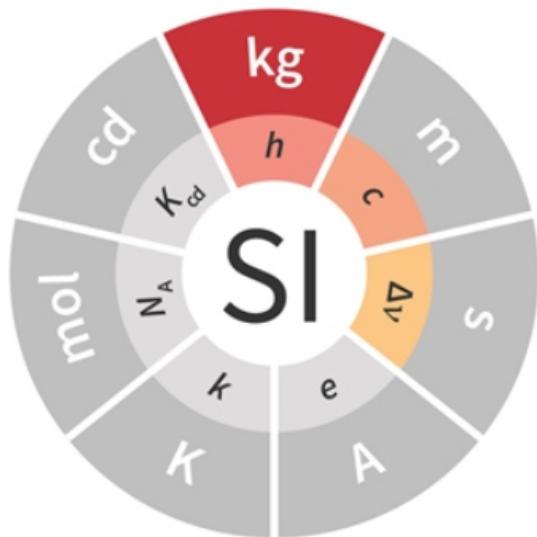
This definition implies the exact relation $h = 6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$. Inverting this relation gives an exact expression for the kilogram in terms of the three defining constants h , $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ and c :

$$1\text{ kg} = \left(\frac{h}{6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}} \right) \text{m}^{-2}\text{s}$$

which is equal to

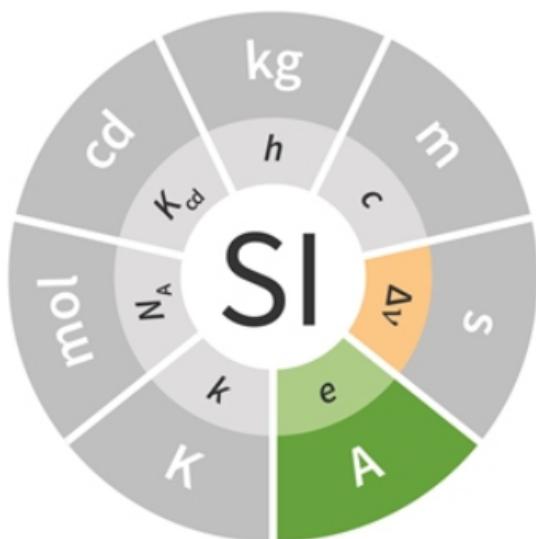
$$1\text{ kg} = \frac{(299\ 792\ 458)^2}{(6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34})(9\ 192\ 631\ 770)} \frac{h \Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2} \approx 1.475\ 5214 \times 10^{40} \frac{h \Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2}$$

The effect of this definition is to define the unit $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ (the unit of both the physical quantities action and angular momentum). Together with the definitions of the second and the metre this leads to a definition of the unit of mass expressed in terms of the Planck constant h .



AMPERE

The ampere, symbol A, is the SI unit of electric current. It is defined by taking the fixed numerical value of the elementary charge e to be $1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ when expressed in the unit C, which is equal to A s, where the second is defined in terms of $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.



This definition implies the exact relation $e = 1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19} \text{ A s}$. Inverting this relation gives an exact expression for the unit ampere in terms of the defining constants e and $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

$$1\text{A} = \left(\frac{e}{1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}} \right) \text{s}^{-1}$$

which is equal to

$$1\text{A} = \frac{1}{(9\ 192\ 631\ 770)(1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19})} \Delta\nu_{\text{Cs}} e \approx 6.789\ 687 \times 10^8 \Delta\nu_{\text{Cs}} e$$

The effect of this definition is that one ampere is the electric current corresponding to the flow of $1/(1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19})$ elementary charges per second.

KELVIN

The kelvin, symbol K, is the SI unit of thermodynamic temperature. It is defined by taking the fixed numerical value of the Boltzmann constant k to be $1.380\ 649 \times 10^{-23}$ when expressed in the unit J K^{-1} , which is equal to $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$, where the kilogram, metre and second are defined in terms of h , c and $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

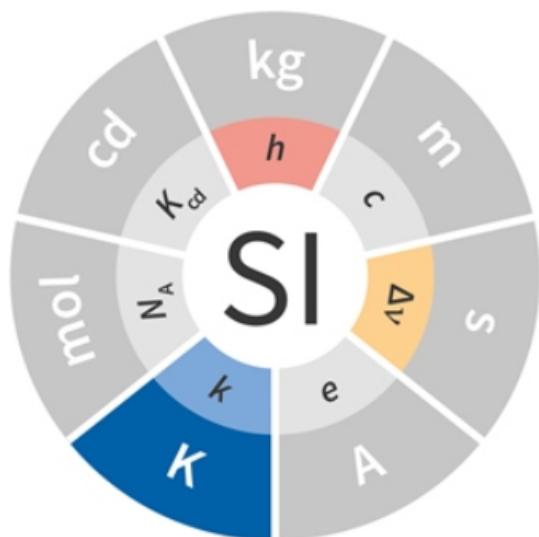
This definition implies the exact relation $k = 1.380\ 649 \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Inverting this relation gives an exact expression for the kelvin in terms of the defining constants k , h and $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

$$1\text{ K} = \left(\frac{1.380\ 649}{k} \right) \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2}$$

which is equal to

$$1\text{ K} = \frac{1.380\ 649 \times 10^{-23}}{(6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34})(9\ 192\ 631\ 770)} \frac{\Delta\nu_{\text{Cs}} h}{k} \approx 2.266\ 6653 \frac{\Delta\nu_{\text{Cs}} h}{k}$$

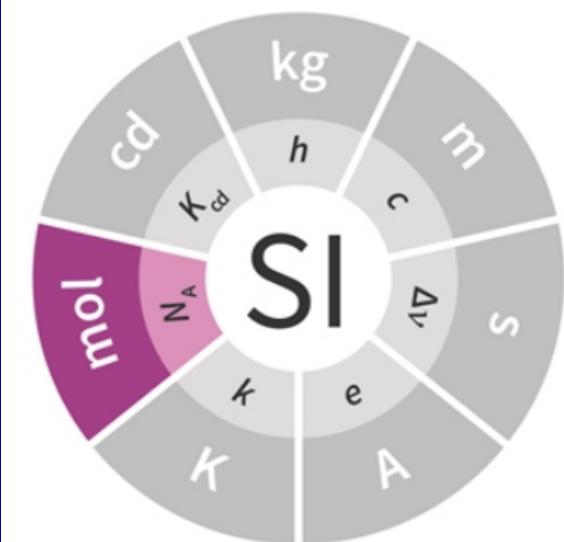
The effect of this definition is that one kelvin is equal to the change of thermodynamic temperature that results in a change of thermal energy $k T$ by $1.380\ 649 \times 10^{-23} \text{ J}$.



MOLE

The mole, symbol mol, is the SI unit of amount of substance. One mole contains exactly $6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ elementary entities. This number is the fixed numerical value of the Avogadro constant, N_A , when expressed in the unit mol^{-1} and is called the Avogadro number.

The amount of substance, symbol n , of a system is a measure of the number of specified elementary entities. An elementary entity may be an atom, a molecule, an ion, an electron, any other particle or specified group of particles.



This definition implies the exact relation $N_A = 6.022\ 140\ 76 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Inverting this relation gives an exact expression for the mole in terms of the defining constant N_A :

$$1 \text{ mol} = \left(\frac{6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}}{N_A} \right)$$

The effect of this definition is that the mole is the amount of substance of a system that contains $6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ specified elementary entities.

CANDELA

The candela, symbol cd, is the SI unit of luminous intensity in a given direction. It is defined by taking the fixed numerical value of the luminous efficacy of monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} Hz, K_{cd} , to be 683 when expressed in the unit Im W^{-1} , which is equal to cd sr W^{-1} , or $\text{cd sr kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3$, where the kilogram, metre and second are defined in terms of h , c and $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

This definition implies the exact relation $K_{cd} = 683 \text{ cd sr kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3$ for monochromatic radiation of frequency $\nu = 540 \times 10^{12}$ Hz. Inverting this relation gives an exact expression for the candela in terms of the defining constants K_{cd} , h and $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

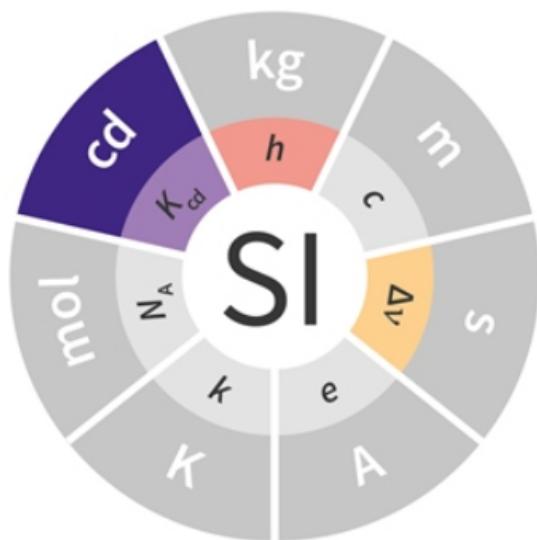
$$1 \text{ cd} = \left(\frac{K_{cd}}{683} \right) \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{sr}^{-1}$$

which is equal to

$$1 \text{ cd} = \frac{1}{(6.626\,070\,15 \times 10^{-34})(9\,192\,631\,770)^2 683} (\Delta\nu_{\text{Cs}})^2 h K_{cd}$$

$$\approx 2.614\,830 \times 10^{10} (\Delta\nu_{\text{Cs}})^2 h K_{cd}$$

The effect of this definition is that one candela is the luminous intensity, in a given direction, of a source that emits monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} Hz and has a radiant intensity in that direction of $(1/683)$ W/sr.



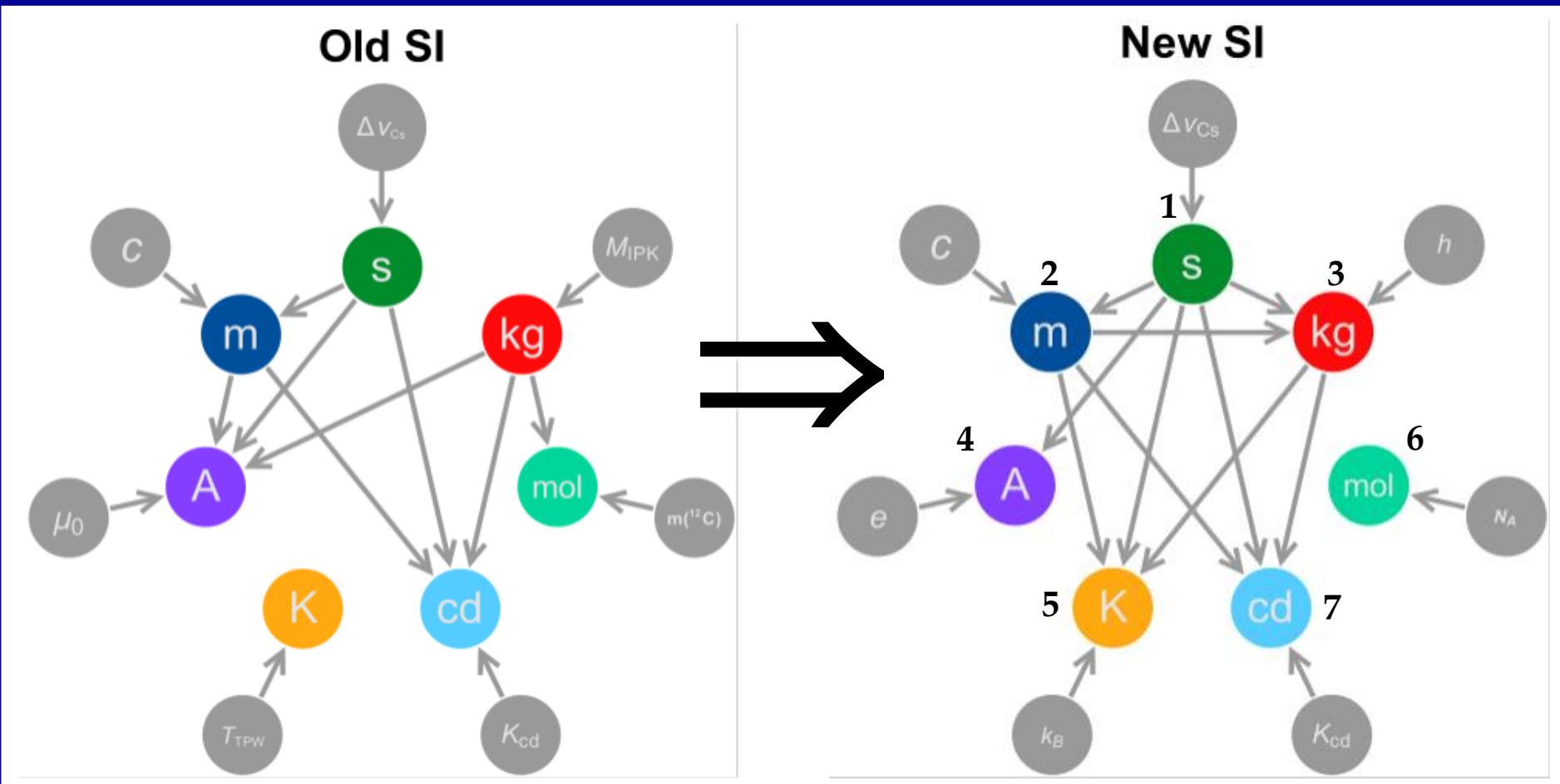
IL NUOVO SI (da Maggio 2019)

Il (nuovo) SI è il Sistema Internazionale di unità di misura nel quale le 7 costanti di natura definenti valgono:

Defining constant	Symbol	Numerical value	Unit
hyperfine transition frequency of Cs	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9 192 631 770	Hz
speed of light in vacuum	c	299 792 458	m s^{-1}
Planck constant	h	$6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$	J s
elementary charge	e	$1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$	C
Boltzmann constant	k	$1.380\ 649 \times 10^{-23}$	J K^{-1}
Avogadro constant	N_A	$6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$	mol^{-1}
luminous efficacy	K_{cd}	683	Im W^{-1}

le unità, tutte le unità, si ricavano dalle costanti definenti

NUOVO E VECCHIO SI A CONFRONTO



26th meeting of the CGPM: 13-16 November 2018 (Versailles)

TIPI DI CAMPIONI

Campioni primari: realizzano l'unità (a livello del Sistema Internazionale, in alcuni Istituti Metrologici nazionali) con i migliori livelli di accuratezza praticamente ottenibili
Es.: campione primario a fascio atomico di Cs

Campioni secondari: consentono di trasferire l'unità e di effettuare i confronti tra i campioni primari e verso altri campioni
Es.: campione commerciale al Cs, o Rb

Campioni di trasferimento: sono campioni secondari particolarmente “adatti al trasporto” e usati per trasferire l'unità da un luogo all'altro

CAMPIONI “LOCALI” (SECONDARI)

Campioni “locali”: all’interno di un istituto o azienda, si dividono in C. di prima linea (o di riferimento) e C. di seconda linea (o di lavoro)

Campioni di 1^a linea: si usano nei centri di taratura e di certificazione; sono usati poco di frequente e per tarare i campioni di 2^a linea
Oppure costituiscono il campione di riferimento per l’istituto/azienda/laboratorio

Campioni di 2^a linea: si usano nelle misure e confronti di *routine*, previo un confronto con quelli di 1^a linea, per fare le misure correnti e.g. nella produzione o per misure sul campo

TARATURA E MESSA IN PUNTO

Taratura: (\rightarrow) consente di valutare l'incertezza di un campione/strumento rispetto a uno di qualità superiore e di ricavare le correzioni

RIF.: 2^aL \rightarrow 1^aL \rightarrow secondario \rightarrow primario

Messa in/a punto: insieme di operazioni volte a permettere a uno strumento di operare nelle migliori condizioni di lavoro (regolazione di offset e guadagno, parametri ambientali, etc.)

SIMBOLI E REGOLE DEL SI

Multipli e sottomultipli: utilizzano le potenze di 10^3 per indicare fattori moltiplicativi da $10^{\pm 24}$

Multipli			Sottomultipli		
prefisso	simbolo	fattore	prefisso	simbolo	fattore
kilo	k	10^3	milli	m	10^{-3}
mega	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
giga	G	10^9	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}
peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
exa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}
zetta	Z	10^{21}	zepto	z	10^{-21}
yotta	Y	10^{24}	yocto	y	10^{-24}

PREFISSI IN USO IN INFORMATICA

Multipli e sottomultipli moltiplicativi delle **unità bit e byte** che usano le **potenze di 2**:

Qualsiasi macchina informatica opera attraverso il [sistema binario](#) e ricorre esclusivamente a due cifre:

0 e 1. Per questo motivo, dopo aver introdotto [bit e byte](#), tutti i loro multipli vennero definiti attraverso potenze di 2. Ciononostante i nomi assegnati ai vari multipli contenevano i prefissi del [Sistema Internazionale](#) (kilo, mega, giga, tera, ...), che corrispondono a specifiche potenze di 10.

- kilobyte, megabyte, gigabyte, terabyte, e ogni altro multiplo del byte il cui nome contiene un prefisso del Sistema Internazionale, devono seguire gli standard SI e quindi essere espressi come potenze di 10;

- i multipli del byte definiti attraverso potenze di 2 potevano continuare a essere usati, ma fu loro attribuito un nome e un simbolo diverso. In particolare, ai "vecchi" kilobyte, megabyte, gigabyte e terabyte binari venne assegnato, rispettivamente, il nome di **kibibyte** (kiB), **mebibyte** (MiB), **gibibyte** (GiB) e **tebibyte** (TiB).

Multipli del bit					
Prefissi SI			Prefissi binari		
Nome	Simbolo	Multipli	Nome	Simbolo	Multipli
chilobit	kbit	10^3	kibibit	Kibit	2^{10}
megabit	Mbit	10^6	mebibit	Mibit	2^{20}
gigabit	Gbit	10^9	gibibit	Gibit	2^{30}
terabit	Tbit	10^{12}	tebibit	Tibit	2^{40}
petabit	Pbit	10^{15}	pebibit	Pibit	2^{50}
exabit	Ebit	10^{18}	exbibit	Eibit	2^{60}
zettabit	Zbit	10^{21}	zebibit	Zibit	2^{70}
yottabit	Ybit	10^{24}	yobibit	Yibit	2^{80}

UNITA' LOGARITMICHE

Le unità logaritmiche esprimono sotto forma di logaritmo il rapporto tra due grandezze omogenee.

Sono utili per esprimere semplicemente rapporti anche di diversi ordini di grandezza.

Sono molto utilizzate nelle Telecomunicazioni, in Elettronica, Automatica, Campi e.m., Fisica, e anche in Informatica. (l'Ing. deve conoscerle bene!)

I logaritmi più comunemente utilizzati sono quello in **base 10** ($\log_{10}=\text{Log}$), quello naturale in **base $e \approx 2.7$** ($\log_e=\ln$), e quello in base 2 (\log_2) di uso comune in Informatica

Le operazioni di **moltiplicazione e divisione** espresse in dB diventano **somme e differenze**

PROPRIETA' DEI LOGARITMI

Log del prodotto: $\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$

e dunque $\log(x^n) = n \log(x)$ e anche

$$\log\left(\frac{1}{x}\right) = -\log(x) \quad \text{e} \quad \log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$$

Cambio di base:

$$\log_B(x) = \frac{\log_C(x)}{\log_C(B)} \quad \begin{aligned} e &\approx 2.7183 \\ \log_e(x) &= \ln(x) \end{aligned}$$

$$\ln(10) \approx 2.3 \quad \text{e} \quad \log_{10}(e) \approx 1/2.3 \approx 0.4343$$

*DIM. REGOLA LOG PRODOTTO

$$\boxed{\log_B(x) = E \quad \text{significa che} \quad B^E = x}$$

siano $X = \log_B x$ e $Y = \log_B y$
così che $B^X = x$ e $B^Y = y$

allora

$$\begin{aligned} \boxed{\log_B(x \cdot y)} &= \log_B(B^X \cdot B^Y) = \log_B(B^{X+Y}) = \\ &= X + Y = \boxed{\log_B(x) + \log_B(y)} \end{aligned}$$

*DIM. REGOLA CAMBIO DI BASE

$\log_B(x) = E$ significa che $B^E = x$

allora

$$\begin{aligned}\log_C(x) &= \log_C(B^E) = E \log_C(B) = \\ &= \log_B(x) \log_C(B)\end{aligned}$$

e dividendo per $\log_C(B)$:

$$\boxed{\frac{\log_C(x)}{\log_C(B)} = \log_B(x)}$$

IL BEL

Il **bel** esprime il rapporto di potenze in scala logaritmica utilizzando una base decimale:

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{(\text{bel})} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{(\text{B})} = \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Un difetto del bel è che 1 bel rappresenta un rapporto di un **fattore 10:1** e dunque in bel si ha una **scala “grossolana”**.

Per risolvere rapporti o variazioni “più fini” è conveniente utilizzare **un suo sottomultiplo...**

DECIBEL (1/2)

Il **decibel**, sottomultiplo (1/10) del bel (10 dB = 1 B), esprime il **rapporto di potenze**, o anche di ampiezze, mediante il logaritmo in base dieci

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{(\text{dB})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

1 dB \cong 1.25 = 1 +25% [$10 \log_{10}(10/8) \cong +1$ ma attenzione a $-1 \cong 10 \log_{10}(8/10)$]
 ± 1 dB risolve una variazione del +25% / -20% (± 0.1 dB \approx $\pm 2\%$; ± 0.01 dB \cong $\pm 0.2\%$)

I **rapporti di ampiezze**, quando tensioni e correnti sono misurate su uno stesso carico, si esprimono **in decibel** secondo la relazione

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right)_{(\text{dB})} = 20 \log_{10} \left(\frac{A_2}{A_1} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$$

DECIBEL (2/2)

La formula con “ $20\log_{10}(A_2/A_1)$ ” dei rapporti di ampiezze discende direttamente dal decibel con “ $10\log_{10}(P_2/P_1)$ ” per le potenze...

$$\begin{aligned} 10\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) &= 10\log_{10}\left(\frac{V_2^2/R_2}{V_1^2/R_1}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{V_2^2}{V_1^2}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \\ &= 10\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 + 10\log_{10}(1) = 20\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)_{(\text{dB})} \end{aligned}$$

$$10\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{I_2^2}{I_1^2}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

...con le ampiezze su uno stesso carico $R=R_1=R_2$

“dBx”, dBm, dBW, dBk

Scelto un “livello” di potenza P_x come riferimento, un qualunque valore di potenza P può essere espresso in decibel rispetto al riferimento come:

$$P_{(\text{dB}x)} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{P_x} \right)$$

In particolare, esisteranno dunque:

$$P_{(\text{dBm})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ mW}} \right)$$

più corretto sarebbe $P_{(\text{dBmW})}$

$$P_{(\text{dBW})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ W}} \right)$$

$$P_{(\text{dBk})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ kW}} \right) = P_{(\text{dBkW})}$$

dB_A IN ACUSTICA

In acustica vengono usati i dB per il **livello (L)** della pressione acustica p_A (come valore efficace o rms dell'onda di pressione) **rispetto alla soglia di udibilità $p_{0,A}$** espresso in **decibel acustici**:

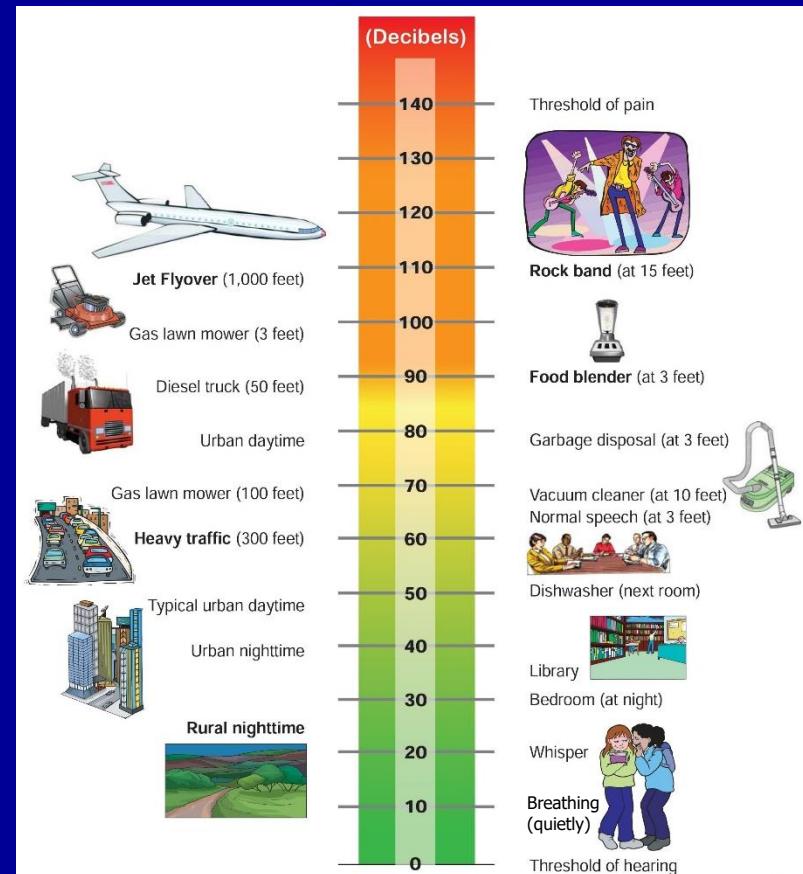
$$p_{A,0} = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa} = 20 \mu\text{Pa} (\text{rms})$$

$$L_{p,A} = L_{(\text{dB}p_{0,A})} = 20 \log_{10} \left(\frac{p_A}{p_{0,A}} \right)$$

- o in intensità acustica (**Intensity**)
- o in potenza acustica (**Watt**):

$$L_{I,A} = L_{(\text{dB}I_{A,0})} = 10 \log_{10} \left(\frac{I_A}{I_{A,0}} \right) \quad I_{A,0} = 10^{-12} \text{ W/m}^2 = 1 \text{ pW/m}^2 \quad (\text{soglia udibile})$$

$$L_{W,A} = L_{(\text{dB}P_{A,0})} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_A}{P_{A,0}} \right) \quad P_{A,0} = 10^{-12} \text{ W} = 1 \text{ pW} \quad (\text{NON soglia udibile!})$$



CALCOLI APPROXIMATI CON I dB

$$10 \text{ dB} = 10$$

$$0 \text{ dB} = 1$$

$$3 \text{ dB} \approx 2$$

$$6 \text{ dB} = (3+3) \text{ dB} \approx 2 \times 2 = 4$$

$$7 \text{ dB} = (10-3) \text{ dB} \approx 10/2 = 5$$

$$9 \text{ dB} = (6+3) \text{ dB} \approx 4 \times 2 = 8$$

$$4 \text{ dB} = (10-6) \text{ dB} \approx 10/4 = 2.5$$

$\frac{1}{0}$	1.25	1.6	$\frac{2}{3}$	2.5	3.2	$\frac{4}{6}$
	1	2	3	4	5	6
	$\frac{5}{7}$	6.3	$\frac{8}{9}$	$\frac{10}{10}$	num.	
	8	9	10		dB	

+25%

-20%

$$1 \text{ dB} = (10-9) \text{ dB} \approx 10/8 = 1.25 \quad -1 \text{ dB} \approx 8/10 = 0.8$$

$$2 \text{ dB} = (9-7) \text{ dB} \approx 8/5 = 1.6$$

$$5 \text{ dB} = (2+3) \text{ dB} \approx 1.6 \times 2 = 3.2$$

$$8 \text{ dB} = (5+3) \text{ dB} \approx 3.2 \times 2 = 6.4 \quad \frac{64}{10} = \frac{2^6}{10} = (6 \cdot 3) \text{ dB} - 10 \text{ dB} = 8 \text{ dB}$$

CALCOLI LOGARITMICI CON I dB

{ una volta noti i conti "in dB" }

$$\log_B(x) = \frac{\log_A(x)}{\log_A(B)} = \frac{\log_{10}(x)}{\log_{10}(B)} = \frac{x_{(\text{dB})}}{B_{(\text{dB})}}$$

se $B=2$: noti $B_{(\text{dB})}=3$ e $x_{(\text{dB})}$

$$\Rightarrow \log_2(x) = x_{(\text{dB})}/3$$

$$0.33 \times x_{(\text{dB})} \approx \log_2(x)$$

$$\text{es. } \log_2(1024) \approx 1000_{(\text{dB})}/3 = 30/3 = 10$$

$$\text{es. } \log_2(64) \approx (9+9)_{(\text{dB})}/3 = 18/3 = 6$$

se $B=e=2.7183$: noto $e_{(\text{dB})}=10\log_{10}(e)\approx 10 \cdot (1/2.3)=1/0.23$

$$\Rightarrow \ln(x) = \log_e(x) = x_{(\text{dB})} \times 0.23$$

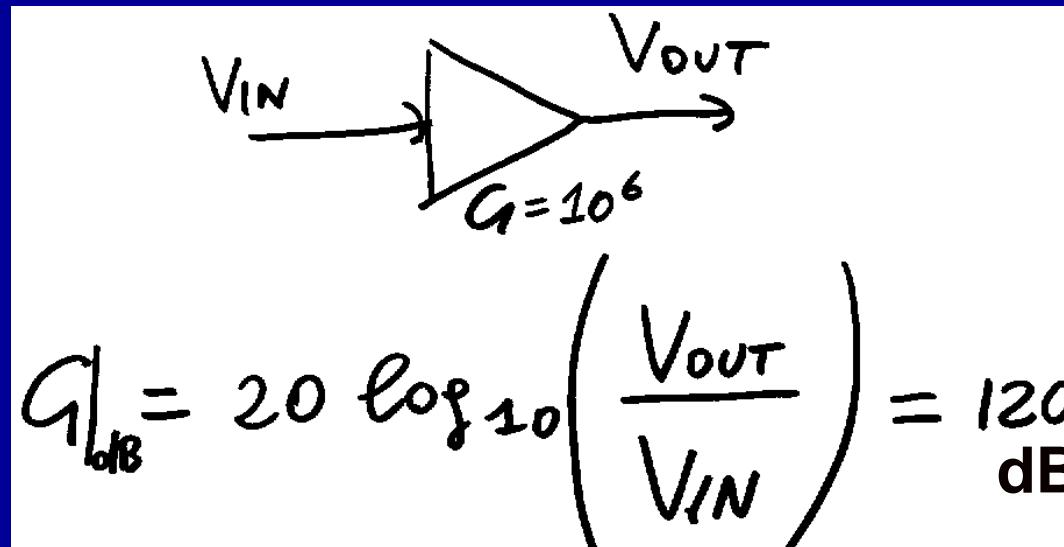
$$0.23 \times x_{(\text{dB})} \approx \ln(x)$$

$$\text{es. } \ln(1000) \approx 1000_{(\text{dB})} \times 0.23 = 30 \times 0.23 = 6.9$$

ESEMPI DI CALCOLO CON I dB

$$P=10 \text{ W} \Rightarrow P_{(\text{dBW})}=? \quad 10\log_{10}(10\text{W}/1\text{W})=10\text{dBW}$$

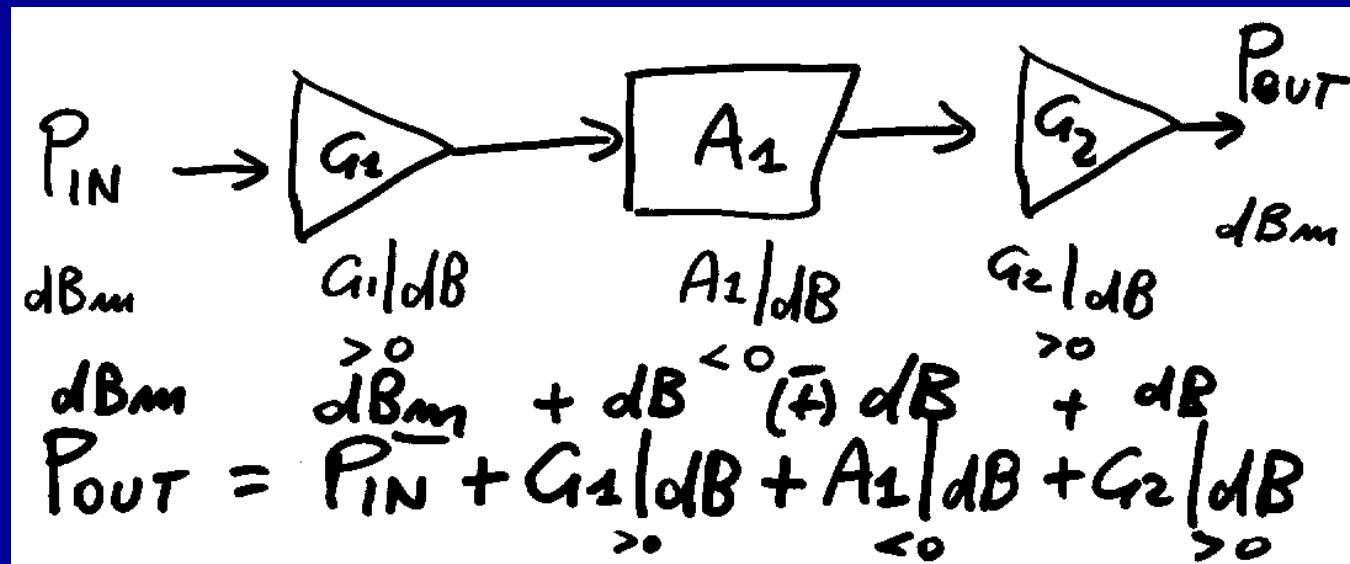
$$P=90 \text{ dBW} \Rightarrow P=? \quad 0\text{dBW}+90\text{dB}=1\text{W}\times10^9=1\text{GW}$$



$$P=2 \text{ nW} \Rightarrow P_{(\text{dBm})}=? \quad +3\text{dB}-60\text{dBm}=-57\text{dBm}$$

$$P=100 \text{ mW} \Rightarrow P_{(\text{dBm})}=? \quad 20\text{dB}+0\text{dBm}=+20\text{dBm}$$

ESEMPI DI CALCOLO CON I dB



Le potenze in dBm non si sommano!

$$\cancel{P_{1(\text{dBm})} + P_{2(\text{dBm})} = P_{3(\text{dBm})}}$$

$1W + 1W = 2W$ ma non si può sommare come:

$+30\text{dBm} + 30\text{dBm} = +60\text{dBm} = 1\text{kW}!!!$ (**WRONG!!!**)

Semmai $1W + 1W = 2 \times 1W = +3\text{dB} + 30\text{dBm} = +33\text{dBm}$

Si provino a calcolare $\log_2(500) = ? [\cong 9]$ e $\log_5(2000000) = ? [\cong 9]$

$\log_2(125\text{miliardi}) = ??? [\cong 37]$

ESERCIZIO PER CASA SUI dBm

[dBm]	[mW]	[W]
P	P	P
$\frac{1}{10} \times \begin{cases} -120 \\ -119 \\ -118 \\ \vdots \\ 0 \\ +29 \\ +30 \end{cases}$	10^{-12} 1.25×10^{-12}	10^{-15} (1fW) 1.25×10^{-15} (1.25fW)
+ 60	10^6	10^{-3}
	10^3	10^{-6}

*NEPER, dBc E RIN

Il **neper (Np)** esprime un rapporto di ampiezze attraverso il logaritmo naturale ($e=2.7183\dots$)

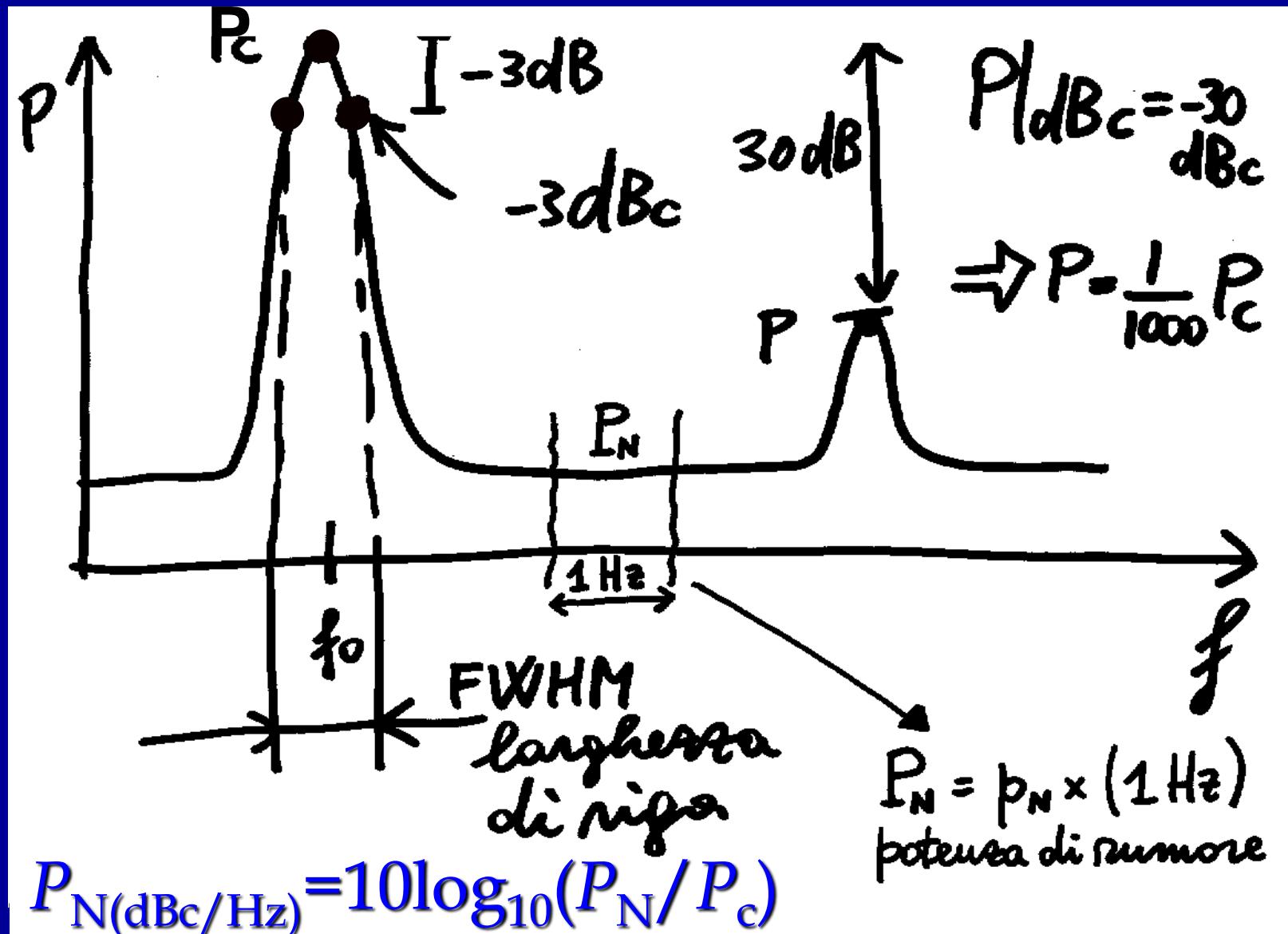
$$R_{(Np)} = \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Il **dBc** (dB *from carrier*) esprime un rapporto di potenza rispetto al riferimento assunto P_c (P_c = potenza della portante) $P_{(dBc)} = 10 \log_{10}\left(\frac{P}{P_c}\right)$

Il **RIN** (*Relative Intensity Noise*) è il rapporto tra la potenza di rumore P_N (nella banda di 1 Hz) e la potenza di segnale P_S

$$RIN_{(dB/Hz)} = \left(\frac{P_{N,1Hz}}{P_S} \right)_{(dB)} = 10 \log_{10}\left(\frac{P_{N,1Hz}}{P_S}\right)$$

*SPETTRO DI POTENZA E dBc/Hz



CAP. 1 - “COSE DA SAPERE”

Definizioni metrologiche

e saperle ‘maneggiare’ con esempi/controesempi

Unità di misura SI

nomi e simboli, uso, realizzazione, prefissi

Unità logaritmiche

importanza, definizioni, impiego di calcolo