

# Tecniche topologiche per la risoluzione di reti

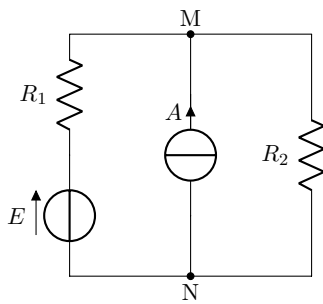
A cura di Alessandro Niccolai  
A.A. 2019/2020

Ultimo aggiornamento: 20 gennaio 2020

## C.1 • Principio di sovrapposizione degli effetti

### Esercizio C.1.1

Data la rete in figura, calcolare  $V_{MN}$  con il Principio di Sovrapposizione degli Effetti.



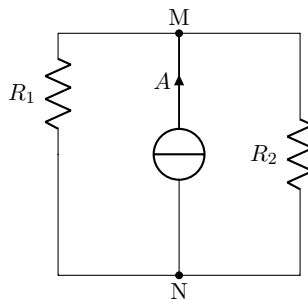
**Dati:**  
 $R_1 = 3\Omega$   
 $R_2 = 3\Omega$   
 $E = 60\text{ V}$   
 $A = 6\text{ A}$

**Risultati:**  
 $V_{MN} = 39\text{ V}$

**Soluzione:**

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti:

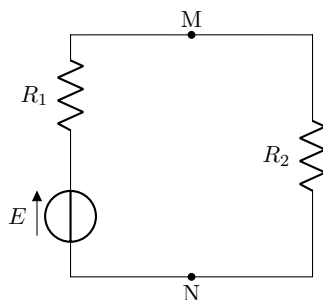
**Spengo E:**



Il circuito si risolve facilmente con il partitore di corrente e la legge di Ohm:

$$V'_{MN} = V'_{R_2} = A \frac{R_1}{R_1 + R_2} R_2 = 9\text{ V} \quad (1)$$

**Spengo A:**



Il circuito si risolve facilmente con il partitore di tensione:

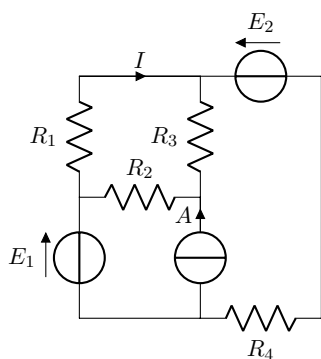
$$V''_{MN} = V''_{R_2} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 30 \text{ V} \quad (2)$$

**Sommando:**

$$V_{MN} = V'_{MN} + V''_{MN} = 39 \text{ V} \quad (3)$$

### Esercizio C.1.2

Data la rete in figura, calcolare la corrente  $I$  mediante il Principio di Sovrapposizione degli Effetti.



**Dati:**

$R_1 = 20\Omega$   
 $R_2 = 10\Omega$   
 $R_3 = 10\Omega$   
 $R_4 = 20\Omega$   
 $E_1 = 60 \text{ V}$   
 $E_2 = 30 \text{ V}$   
 $A = 12 \text{ A}$

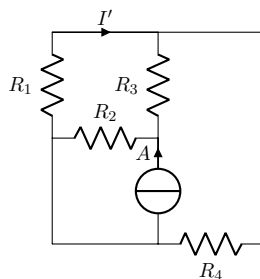
**Risultati:**

$I(A) = -2 \text{ A}$   
 $I(E_1) = 1 \text{ A}$   
 $I(E_2) = -0,5 \text{ A}$   
 $I = -1,5 \text{ A}$

**Soluzione:**

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti:

**Contributo di A:**



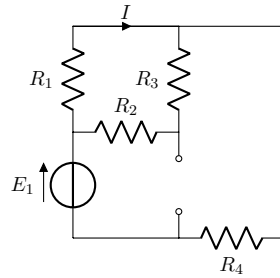
Il circuito si può risolvere mediante il partitore di corrente.

Infatti i resistori  $R_1$  ed  $R_4$  sono fra di loro in parallelo, e la serie fra questo parallelo e il resistore  $R_3$  è in parallelo al resistore  $R_2$ .

Quindi:

$$I' = -A \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_1 // R_4} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_1} = -2 \text{ A} \quad (4)$$

**Contributo di  $E_1$ :**



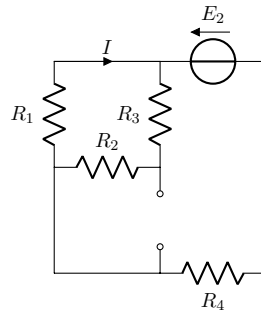
Risolvendo con il partitore di tensione:

$$V_1'' = E_1 \cdot \frac{R_1 // (R_2 + R_3)}{R_1 // (R_2 + R_3) + R_4} = 20 \text{ V} \quad (5)$$

Quindi:

$$I'' = \frac{V_1''}{R_1} = 1 \text{ A} \quad (6)$$

**Contributo di  $E_2$ :**



Analogamente a prima, si può risolvere con il partitore di tensione:

$$V_1''' = -E_2 \cdot \frac{R_1 // (R_2 + R_3)}{R_1 // (R_2 + R_3) + R_4} = -10 \text{ V} \quad (7)$$

Quindi:

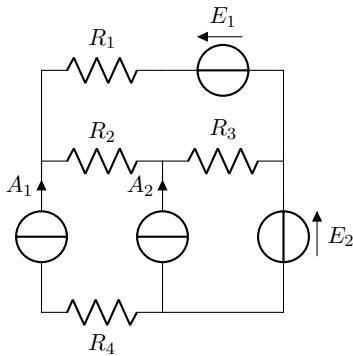
$$I''' = \frac{V_1'''}{R_1} = -0,5 \text{ A} \quad (8)$$

**Sommando:**

$$I = I' + I'' + I''' = -1,5 \text{ A} \quad (9)$$

### Esercizio C.1.3

Data la rete in figura, calcolare la potenza erogata dal generatore  $E_1$ .



**Dati:**

$$R_1 = 30\Omega$$

$$R_2 = 15\Omega$$

$$R_3 = 15\Omega$$

$$R_4 = 45\Omega$$

$$E_1 = 120 \text{ V}$$

$$E_2 = 30 \text{ V}$$

$$A_1 = 6 \text{ A}$$

$$A_2 = 8 \text{ A}$$

**Risultati:**

$$P_{E_1} = -360 \text{ W}$$

### Soluzione:

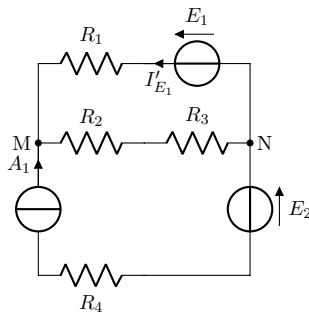
Per risolvere questa rete non è possibile applicare nessuna delle tecniche per reti binodali o con un solo generatore, quindi è necessario applicare il PSE. E', tuttavia, necessario tenere in considerazione il fatto che l'incognita richiesta è una potenza: il PSE si può applicare solo per variabili lineari e, quindi, per la corrente in  $E_1$ :

$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_{E_1} \quad (10)$$

Per accelerare i tempi di risoluzione dell'esercizio, è possibile "raggruppare" i generatori in modo tale da ricondursi a reti delle quali si sa calcolare la soluzione.

In questo esercizio, si può notare che, spegnendo  $A_2$  si ottiene una rete binodale: è, quindi, possibile risolvere l'esercizio con due sole sotto-reti.

**Spegnendo di  $A_2$ :**



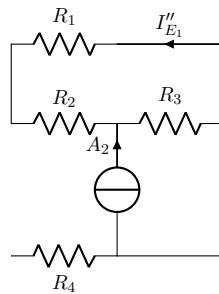
Dalla formula di Millman:

$$V_{MN} = \frac{A_1 + \frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}} = \frac{30A_1 + E_1}{2} = 150 \text{ V} \quad (11)$$

Quindi:

$$I'_{E_1} = \frac{E_1 - V_{MN}}{R_1} = \frac{E_1 - V_{MN}}{30} = -1 \text{ A} \quad (12)$$

**Contributo di  $A_2$ :**



Dal partitore di corrente:

$$I''_{E1} = -A_2 \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = -2 \text{ A} \quad (13)$$

**Sommando:**

La corrente totale è:

$$I_{E1} = I'_{E1} + I''_{E1} = -3 \text{ A} \quad (14)$$

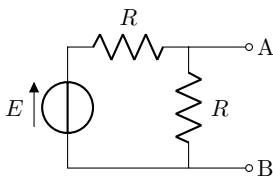
Quindi:

$$P_{E1} = -360 \text{ W} \quad (15)$$

## C.2 • Equivalente Thevenin

### Esercizio C.2.1

Calcolare l'equivalente Thevenin del bipolo dato.

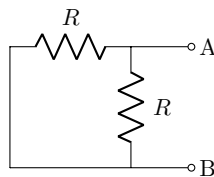


**Dati:**  
 $R = 25 \Omega$   
 $E = 50 \text{ V}$

**Risultati:**  
 $R_{eq} = 12,5 \Omega$   
 $V_0 = 25 \text{ V}$

**Soluzione:**

La resistenza equivalente si calcola spegnendo i generatori:



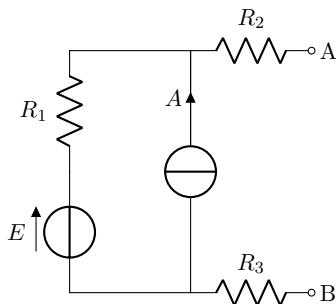
$$R_{eq} = R // R = \frac{R}{2} = 12,5 \Omega \quad (16)$$

La tensione a vuoto e', con un partitore di tensione:

$$V_0 = E \frac{R}{R + R} = \frac{E}{2} = 25 \text{ V} \quad (17)$$

### Esercizio C.2.2

Calcolare l'equivalente Thevenin del bipolo dato.



**Dati:**

$$R_1 = 5\Omega$$

$$R_2 = 10\Omega$$

$$R_3 = 15\Omega$$

$$A = 2\text{ A}$$

$$E = 30\text{ V}$$

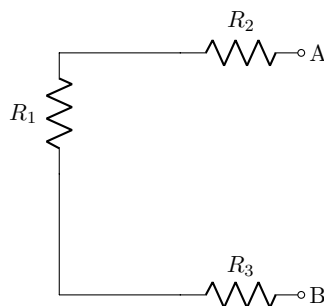
**Risultati:**

$$R_{eq} = 30\Omega$$

$$V_0 = 40\text{ V}$$

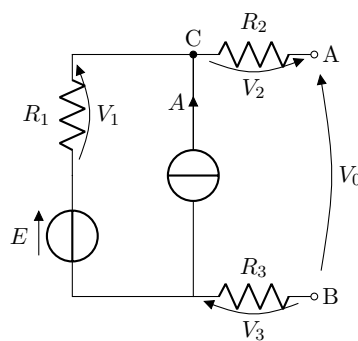
**Soluzione:**

Spegnendo i generatori si può calcolare la resistenza equivalente:



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 30\Omega \quad (18)$$

Prendendo il circuito a vuoto, ed identificando le cadute di potenziale sulle resistenze:



Chiudendo la maglia esterna:

$$V_0 = V_2 + V_1 + E + V_3 \quad (19)$$

inserendo le leggi di Ohm:

$$V_0 = I_2 R_2 + I_1 R_1 + E + I_3 R_3 \quad (20)$$

La corrente che scorre in  $R_2$  ed  $R_3$  è nulla dato che il circuito è a vuoto.

La corrente  $I_1$  si calcola da una KCL al nodo C:

$$I_1 = A \quad (21)$$

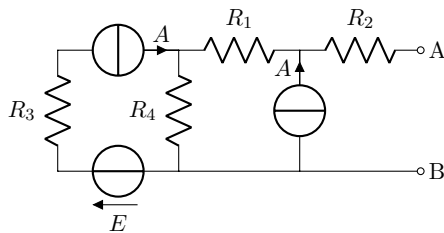
Quindi:

$$V_0 = AR_1 + E = 40 \text{ V} \quad (22)$$


---

### Esercizio C.2.3

Calcolare l'equivalente Thevenin del bipolo in figura visto dai morsetti A-B.



**Dati:**

$$R_1 = 10\Omega$$

$$R_2 = 7\Omega$$

$$R_3 = 8\Omega$$

$$R_4 = 13\Omega$$

$$A = 2 \text{ A}$$

$$E = 25 \text{ V}$$

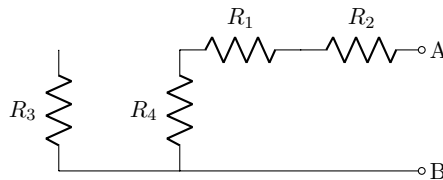
**Risultati:**

$$V_0 = 72 \text{ V}$$

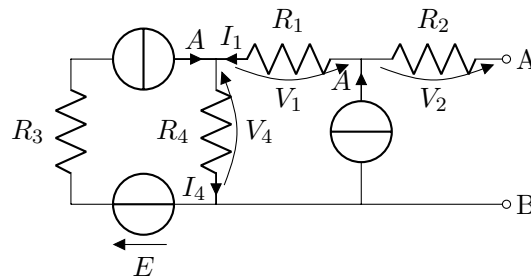
$$R_{eq} = 30\Omega$$

**Soluzione:**

La resistenza equivalente si calcola spegnendo i generatori:



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_4 = 30\Omega \quad (23)$$



La tensione a vuoto si può calcolare da una KVL:

$$V_{AB} = V_2 + V_1 + V_4 = R_2 I_2 + R_1 I_1 + R_4 I_4 \quad (24)$$

Dalle KCL:

$$I_1 = A \quad (25)$$

$$I_2 = 0 \text{ A} \quad (26)$$

$$I_4 = 2 \text{ A} \quad (27)$$

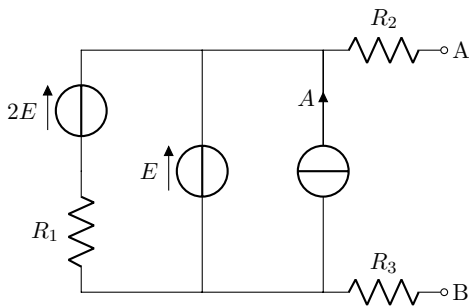
Da cui:

$$V_{AB} = R_1 A + 2R_4 A = 72 \text{ V} \quad (28)$$


---

### Esercizio C.2.4

Calcolare l'equivalente Thevenin del bipolo dato.



**Dati:**

$$R_1 = 15\Omega$$

$$R_2 = 7\Omega$$

$$R_3 = 13\Omega$$

$$A = 4\text{ A}$$

$$E = 15\text{ V}$$

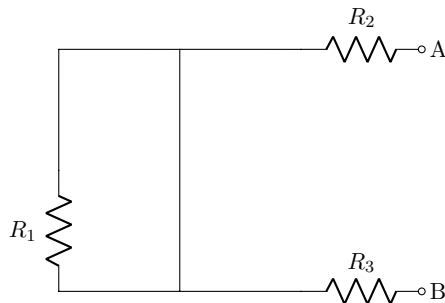
**Risultati:**

$$R_{eq} = 20\Omega$$

$$V_0 = 15\text{ V}$$

**Soluzione:**

Spegnendo i generatori si può calcolare la resistenza equivalente:



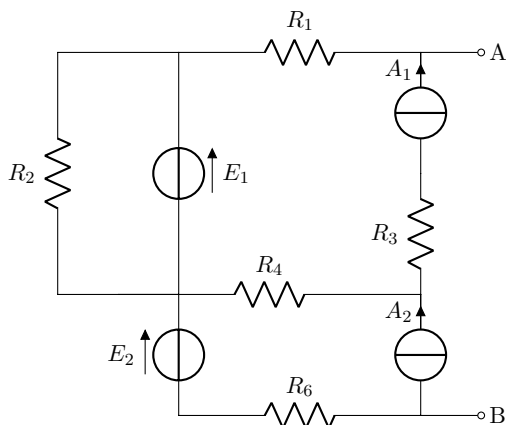
$$R_{eq} = R_1 // 0 + R_2 + R_3 = 20\Omega \quad (29)$$

La differenza di potenziale a vuoto, dato che la corrente che scorre in  $R_2$  ed  $R_3$  è nulla, vale:

$$V_0 = E = 15\text{ V} \quad (30)$$

### Esercizio C.2.5

Calcolare l'equivalente Thevenin del bipolo dato.



**Dati:**

$$R_1 = 5\Omega$$

$$R_2 = 10\Omega$$

$$R_3 = 15\Omega$$

$$R_4 = 30\Omega$$

$$R_6 = 15\Omega$$

$$E_1 = 40\text{ V}$$

$$E_2 = 50\text{ V}$$

$$A_1 = 2\text{ A}$$

$$A_2 = 3\text{ A}$$

**Risultati:**

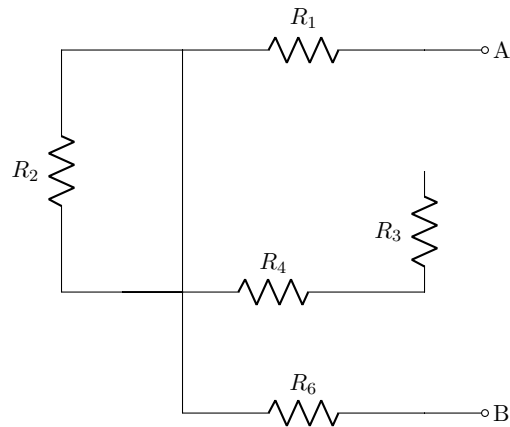
$$R_{eq} = 20\Omega$$

$$V_0 = 145\text{ V}$$



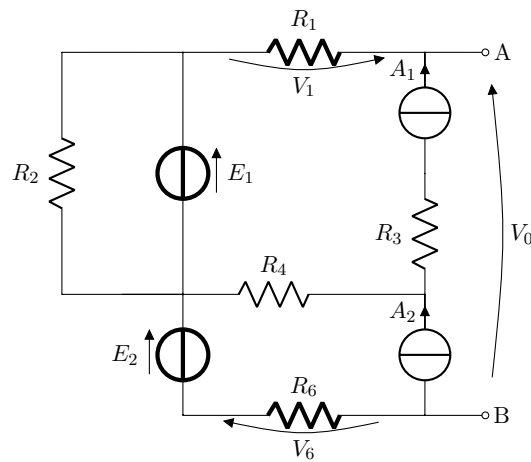
**Soluzione:**

Spegnendo i generatori si può calcolare la resistenza equivalente:



$$R_{eq} = R_1 + R_6 = 20\Omega \quad (31)$$

Con una KVL alla maglia evidenziata:



$$V_0 = V_1 + E_1 + E_2 + V_6 \quad (32)$$

Da due KCL si vede che:

$$I_1 = A_1 \quad (33)$$

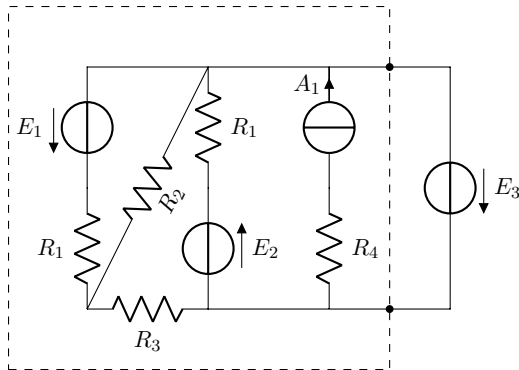
$$I_6 = A_2 \quad (34)$$

Quindi:

$$V_0 = R_1 A_1 + E_1 + E_2 + R_6 A_2 = 145 \text{ V} \quad (35)$$

### Esercizio C.2.6

Calcolare l'equivalente Thevenin del bipolo indicato in figura dentro al tratteggio. Calcolare la potenza dissipata da  $R_4$  e quella generata da  $E_3$ .



**Dati:**

$$\begin{aligned} R_1 &= 6\Omega \\ R_2 &= 3\Omega \\ R_3 &= 1\Omega \\ R_4 &= 4\Omega \\ E_1 &= 24\text{ V} \\ E_2 &= 36\text{ V} \\ E_3 &= 14\text{ V} \\ A_1 &= 2\text{ A} \end{aligned}$$

**Risultati:**

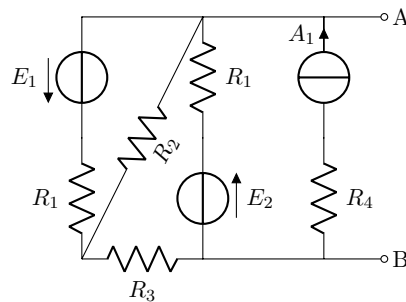
$$\begin{aligned} V_0 &= 10,67\text{ V} \\ R_{eq} &= 2\Omega \\ P_{d,R_4} &= 16\text{ W} \\ P_{g,E_3} &= 172,62\text{ W} \end{aligned}$$

**Soluzione:**

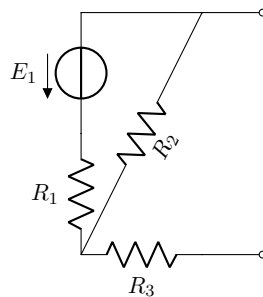
Dato che l'incognita  $P_{d,R_4}$  è all'interno del bipolo del quale viene richiesto l'equivalente Thevenin, è necessario calcolarla per prima:

$$P_{d,R_4} = R_4 A_1^2 = 16\text{ W} \quad (36)$$

A questo punto è possibile isolare il bipolo del quale si deve calcolare l'equivalente:



Per calcolare la resistenza equivalente e la tensione a vuoto, conviene prima effettuare un equivalente di Thevenin sulla porzione di rete a sinistra:



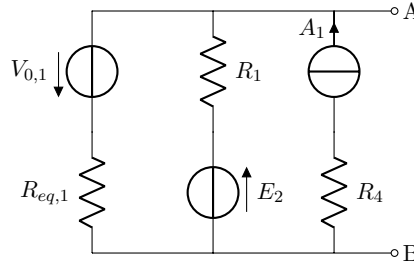
La resistenza equivalente si calcola spegnendo i generatori indipendenti:

$$R_{eq,1} = R_1 // R_2 + R_3 = 3\Omega \quad (37)$$

La tensione a vuoto risulta pari a

$$V_{0,1} = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 8 \text{ V} \quad (38)$$

La rete può quindi essere ridisegnata come segue:



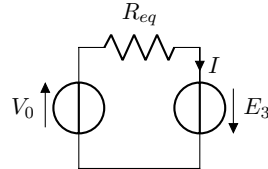
La resistenza equivalente è:

$$R_{eq} = R_{eq,1} // R_1 = 2 \Omega \quad (39)$$

Dato che la rete ottenuta è binodale, è possibile calcolare la tensione a vuoto con la formula di Millman:

$$V_0 = V_{AB} = \frac{-\frac{V_{0,1}}{R_{eq,1}} + \frac{E_2}{R_1} + A_1}{\frac{1}{R_{eq,1}} + \frac{1}{R_1}} = 10,67 \text{ V} \quad (40)$$

Ricomponendo il circuito:



La corrente che circola vale:

$$I = \frac{E_3 + V_0}{R_{eq}} = 12,33 \text{ A} \quad (41)$$

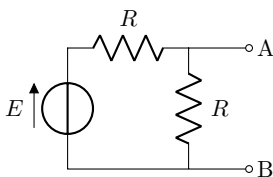
Quindi:

$$P_{g,E_3} = E_3 I_3 = E_3 I = 172,62 \text{ W} \quad (42)$$

## C.3 • Equivalente Norton

### Esercizio C.3.1

Calcolare l'equivalente Norton del bipolo dato.

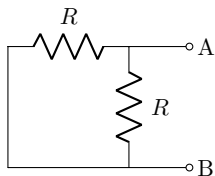


**Dati:**  
 $R = 25 \Omega$   
 $E = 50 \text{ V}$

**Risultati:**  
 $R_{eq} = 12,5 \Omega$   
 $I_{CC} = 2 \text{ A}$

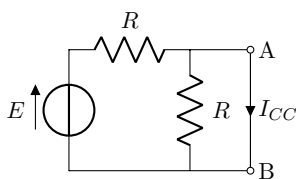
**Soluzione:**

La resistenza equivalente si calcola spegnendo i generatori:

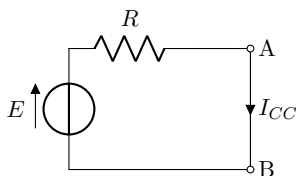


$$R_{eq} = R // R = \frac{R}{2} = 12,5\Omega \quad (43)$$

La corrente di corto circuito si calcola imponendo un corto circuito fra  $A$  e  $B$ :



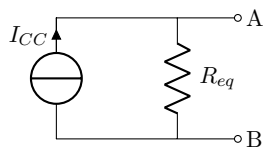
Facendo il parallelo fra la resistenza  $R$  ed il corto circuito:



A questo punto, si vede che la corrente  $I_{CC}$  e' la corrente che scorre in  $R$ , resistore sul quale c'e' una caduta di potenziale pari a  $E$ . Per la legge di Ohm:

$$I_{CC} = \frac{E}{R} = 2 \text{ A} \quad (44)$$

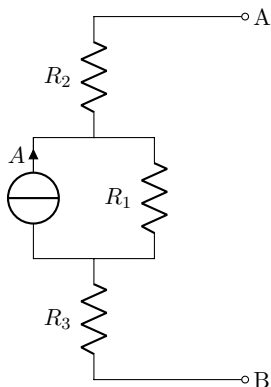
In definitiva l'equivalente di Norton risulta essere:



---

**Esercizio C.3.2**

Calcolare l'equivalente Norton del bipolo dato.

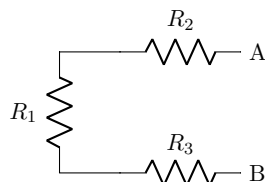


**Dati:**  
 $R_1 = 5\Omega$   
 $R_2 = 10\Omega$   
 $R_3 = 15\Omega$   
 $A = 3A$

**Risultati:**  
 $R_{eq} = 30\Omega$   
 $I_{CC} = 0,5A$

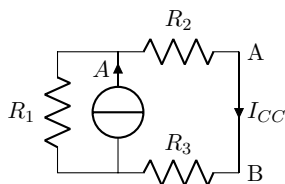
### Soluzione:

La resistenza equivalente si calcola spegnendo i generatori:



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 30\Omega \quad (45)$$

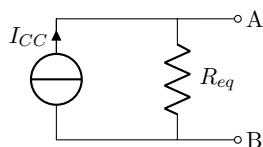
La corrente di corto circuito si calcola imponendo un corto circuito fra A e B:



Con un partitore di corrente:

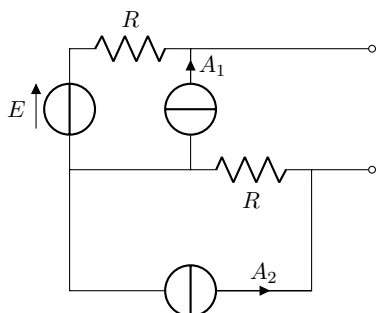
$$I_{CC} = A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 0,5A \quad (46)$$

In definitiva l'equivalente di Norton risulta essere:



### Esercizio C.3.3

Calcolare l'equivalente Norton del bipolo in figura.

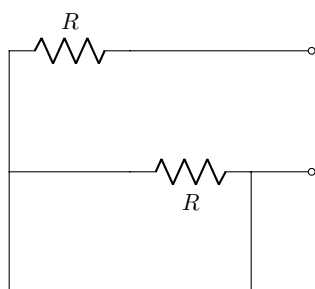


**Dati:**  
 $R = 10\Omega$   
 $E = 40V$   
 $A_1 = 2A$   
 $A_2 = 8A$ .

**Risultati:**  
 $R_{eq} = 20\Omega$   
 $I_{CC} = -1A$

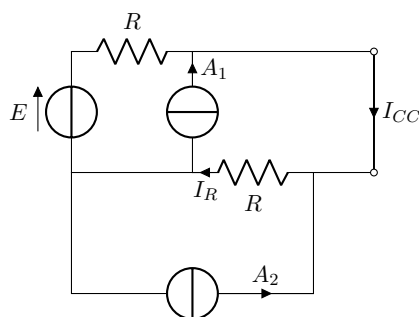
**Soluzione:**

Spegnendo i generatori:



$$R_{eq} = 2R = 20\Omega \quad (47)$$

Per il calcolo della corrente di corto circuito:

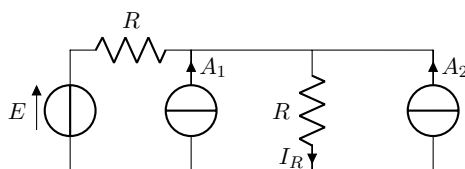


Dato che, rimaneggiando il circuito, risulta facile perdere informazioni sulla corrente  $I_{CC}$ , conviene scriverla usando un KCL:

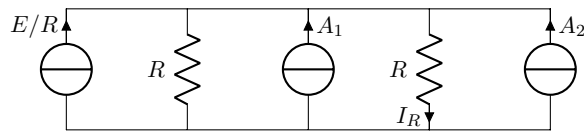
$$I_{CC} = I_R - A_2 \quad (48)$$

L'incognita viene quindi spostata su  $I_R$

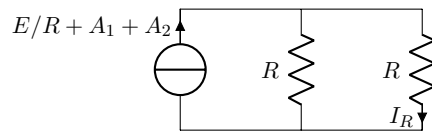
A questo punto e' possibile ridisegnare il circuito, prestando attenzione alla direzione delle correnti:



E' possibile risolvere il circuito usando il partitore di corrente, a patto di ridisegnare il parallelo di  $E$  ed  $R$  nel corrispettivo equivalente Norton:



A questo punto si può fare la serie dei generatori di corrente:



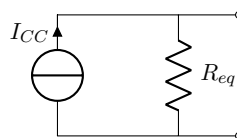
Quindi:

$$I_R = \left( \frac{E}{R} + A_1 + A_2 \right) \cdot \frac{1}{2} = 7A \quad (49)$$

Infine:

$$I_{CC} = -1A \quad (50)$$

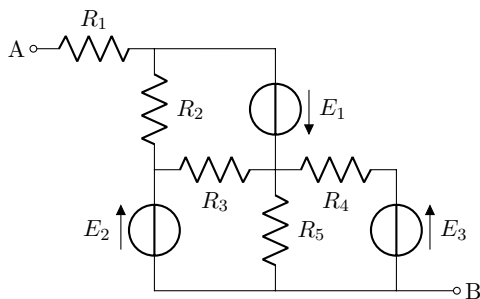
In definitiva l'equivalente di Norton risulta essere:



## C.4 • Sdoppiamento di generatori di tensione

### Esercizio C.4.1

Calcolare l'equivalente Norton del bipolo in figura.



**Dati:**

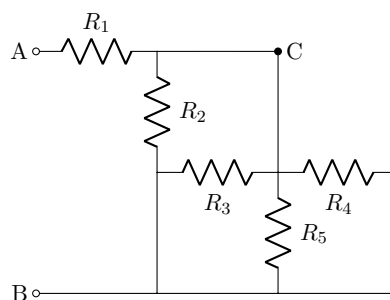
$$\begin{aligned} R_1 &= 90\Omega \\ R_2 &= R_3 = 40\Omega \\ R_4 &= R_5 = 40\Omega \\ E_1 &= 60V \\ E_2 &= 240V \\ E_3 &= 40V \end{aligned}$$

**Risultati:**

$$\begin{aligned} R_{eq} &= 100\Omega \\ I_{CC} &= 0,85A \end{aligned}$$

**Soluzione:**

La resistenza equivalente di questo bipolo si può calcolare andando a spegnere tutti i generatori (il nodo B viene spostato per ragioni grafiche):

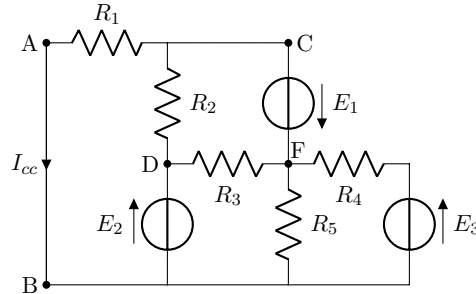


Si vede che le resistenze  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  ed  $R_5$  sono tutte fra il nodo  $C$  ed il nodo  $B$ , quindi sono in parallelo.

La resistenza equivalente e':

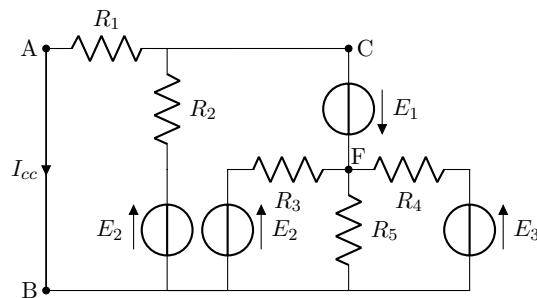
$$R_{eq} = R_1 + R_2 // R_3 // R_4 // R_5 = 100\Omega \quad (51)$$

Per il calcolo della corrente di corto circuito, e' necessario inserire un corto circuito fra i nodi  $A$  e  $B$ :

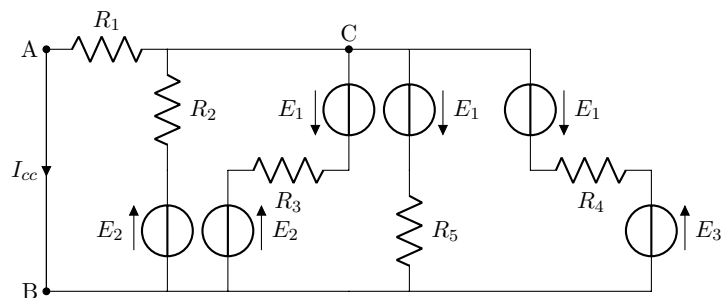


Per risolvere la rete in figura, e' necessario notare che presenta 4 nodi ( $A$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $F$ ) di cui due coppie ( $B$ - $D$  e  $C$ - $F$ ) sono collegate mediante solo generatori di tensione. Procedendo a sdoppiare opportunamente i generatori, e' possibile eliminare un generatore per coppia, riducendo cosi' la rete ad una binodale

Sdoppiando  $E_2$  in modo tale da eliminare il nodo  $D$ :



Sdoppiando  $E_1$  in modo tale da eliminare il nodo  $F$ :



La rete risulta essere binodale e, come tale, puo' essere risolta attraverso il teorema di Millman:

$$V_{CB} = \frac{\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_2 - E_1}{R_3} - \frac{E_1}{R_5} - \frac{E_1 - E_3}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4}} = \frac{153}{2} \text{ V} \quad (52)$$

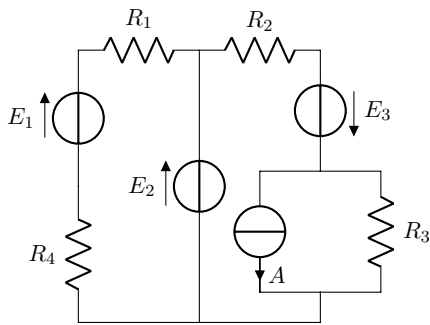
Infine:

$$I_{CC} = \frac{V_{CB}}{R_1} = 0,85 \text{ A} \quad (53)$$



### Esercizio C.4.2

Data la rete in figura, calcolare la potenza generata da  $E_2$ .



**Dati:**

$R_1 = 20 \, \Omega$   
 $R_2 = 48 \, \Omega$   
 $R_3 = 12 \, \Omega$   
 $R_4 = 40 \, \Omega$   
 $E_1 = 50 \, \text{V}$   
 $E_2 = 80 \, \text{V}$   
 $E_3 = 40 \, \text{V}$   
 $A = 5 \, \text{A}$

**Risultati:**

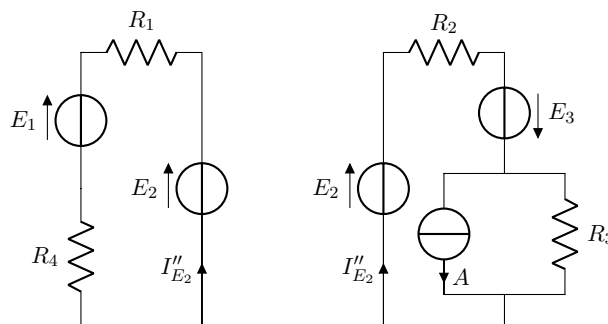
$P_{g,E_2} = 280 \, \text{W}$

**Soluzione:**

Per prima cosa, conviene calcolare l'incognita in funzione della corrente erogata dal generatore  $E_2$ :

$$P_{E_2} = E_2 I_{E_2} \quad (54)$$

A questo punto, la rete si può risolvere sdoppiando il generatore  $E_2$  ed ottenendo due reti tra loro indipendenti:



Dato che il generatore sdoppiato è quello su cui è presente l'incognita, è necessario risolvere tutti e due le parti di circuito.

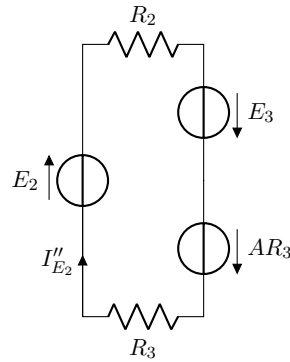
**Parte di sinistra:**

Questa porzione di rete è composta da un unico anello, quindi:

$$I'_{E_2} = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_4} = 0,5 \, \text{A} \quad (55)$$

**Parte di destra:**

La rete è binodale, tuttavia è conveniente trasformare il parallelo fra  $A$  ed  $R_3$  in un equivalente Thevenin. In questo modo ci si riconduce ad una rete molto semplice da risolvere:



Semplicemente:

$$I''_{E_2} = \frac{E_2 + E_3 + AR_3}{R_2 + R_3} = 3 \text{ A} \quad (56)$$

**Sommando:**

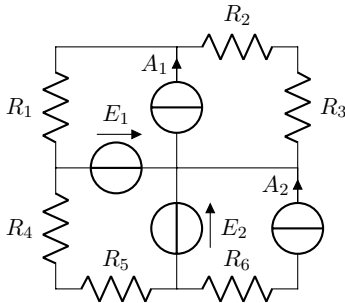
$$I_{E_2} = I'_{E_2} + I''_{E_2} = 3,5 \text{ A} \quad (57)$$

Quindi:

$$P_{E_2} = I_{E_2} E_2 = 280 \text{ W} \quad (58)$$

### Esercizio C.4.3

Dato il circuito in figura, calcolare il modulo della tensione ai capi del resistore  $R_2$ , la potenza dissipata dal resistore  $R_6$ , e la potenza generata da  $A_1$ .



**Dati:**

$R_1 = 20 \, \Omega$   
 $R_2 = 18 \, \Omega$   
 $R_3 = 12 \, \Omega$   
 $R_4 = 8 \, \Omega$   
 $R_5 = 17 \, \Omega$   
 $R_6 = 15 \, \Omega$   
 $E_1 = 40 \text{ V}$   
 $E_2 = 75 \text{ V}$   
 $A_1 = 12 \text{ A}$   
 $A_2 = 4 \text{ A}$

**Risultati:**

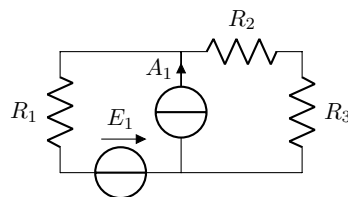
$|V_{R_2}| = 72 \text{ V}$   
 $P_{R_6} = 240 \text{ W}$   
 $P_{A_1} = 1440 \text{ W}$

**Soluzione:**

Dato che la corrente in  $R_6$  è nota:

$$P_{R_6} = R_6 A_2^2 = 240 \text{ W} \quad (59)$$

Per calcolare le altre incognite, è possibile applicare lo sdoppiamento dei generatori di tensione. La parte superiore della rete è:



La rete ottenuta è binodale, quindi si può applicare Millman:

$$V_{MN} = \frac{A_1 - \frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}} = 120 \text{ V} \quad (60)$$

Quindi:

$$P_{A_1} = A_1 V_{MN} = 1440 \text{ W} \quad (61)$$

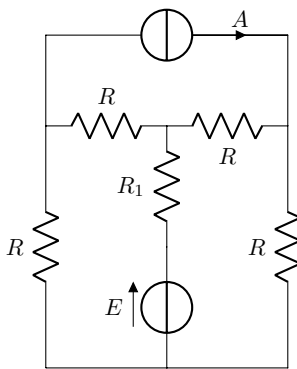
Ed infine:

$$|V_{R_2}| = \frac{V_{MN}}{R_2 + R_3} R_2 = 72 \text{ V} \quad (62)$$

## C.5 • Sdoppiamento di generatori di corrente

### Esercizio C.5.1

Dato il circuito in figura, la potenza generata dalla resistenza  $R_1$ .



**Dati:**

$$R_1 = 20 \Omega$$

$$R = 10 \Omega$$

$$E = 90 \text{ V}$$

$$A = 4 \text{ A}$$

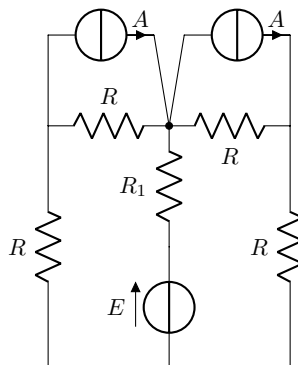
**Risultati:**

$$P_{g,R_1} = -180 \text{ W}$$

**Soluzione:**

La rete ha tre nodi, quindi non si può applicare Millman.

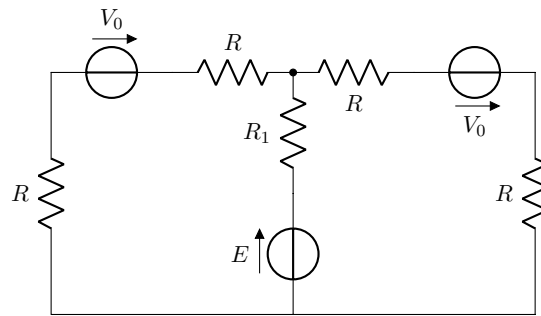
Sdoppiando  $A$  e calcolando due facili equivalenti Thevenin, è possibile ricondursi ad una rete a due nodi.



I due Thevenin sono uguali:

$$R_{Th} = R \quad (63)$$

$$V_0 = RA = 40 \text{ V} \quad (64)$$



Con Millman:

$$V_{MN} = \frac{\frac{E}{R_1} + \frac{V_0}{2R} - \frac{V_0}{2R}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}} = 30 \text{ V} \quad (65)$$

Quindi:

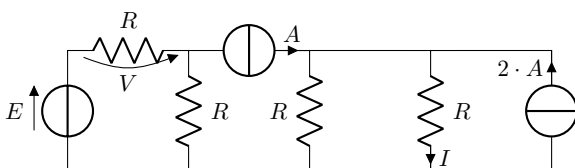
$$I_1 = \frac{E - V_{MN}}{R_1} = 3 \text{ A} \quad (66)$$

Infine:

$$P_{gen, R_1} = -R_1 I_1^2 = -180 \text{ W} \quad (67)$$

### Esercizio C.5.2

Dato il circuito in figura, calcolare la tensione  $V$  e la corrente  $I$ .

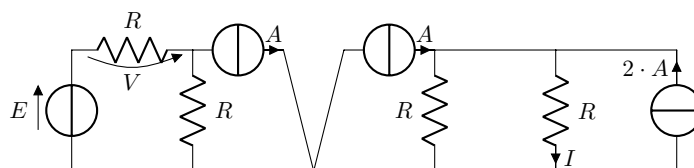


**Dati:**  
 $R = 5\Omega$   
 $E = 20 \text{ V}$   
 $A = 6 \text{ A}$

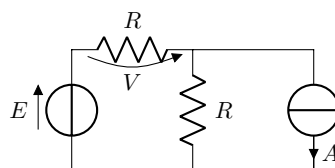
**Risultati:**  
 $V = -25 \text{ V}$   
 $I = 9 \text{ A}$

**Soluzione:**

L'esercizio si può risolvere agevolmente sdoppiando il generatore  $A$  posto in orizzontale:



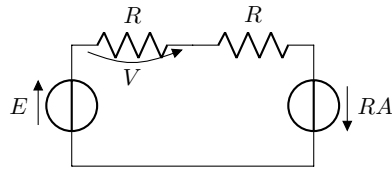
Si ottengono, quindi, due monopoli elettrici che possono essere risolti separatamente. Quello di sinistra è:



Trasformando il Norton in Thevenin:

$$R_{eq} = R \quad (68)$$

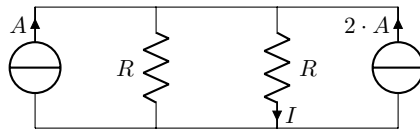
$$V_0 = A \cdot R \quad (69)$$



Quindi, per il partitore di tensione:

$$V = -(E + RA) \cdot \frac{R}{R + R} = -25 \text{ V} \quad (70)$$

Il lato di destra e':

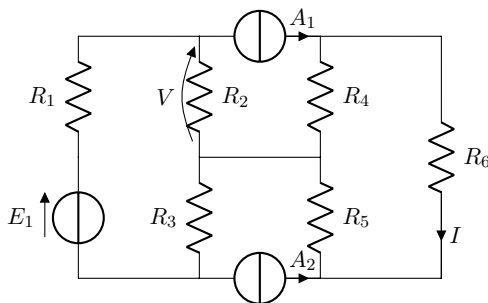


Dal partitore di corrente:

$$I = \frac{A + 2A}{2} = 9 \text{ A} \quad (71)$$

### Esercizio C.5.3

Dato il circuito in figura, calcolare la tensione  $V$  e la corrente  $I$ .



**Dati:**

$$R_1 = 15 \, \Omega$$

$$R_2 = 20 \, \Omega$$

$$R_3 = 5 \, \Omega$$

$$R_4 = 10 \, \Omega$$

$$R_5 = 5 \, \Omega$$

$$R_6 = 25 \, \Omega$$

$$E = 60 \text{ V}$$

$$A_1 = 5 \text{ A}$$

$$A_2 = 2 \text{ A}$$

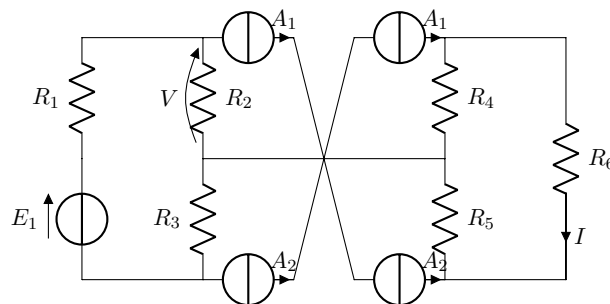
**Risultati:**

$$V = -25 \text{ V}$$

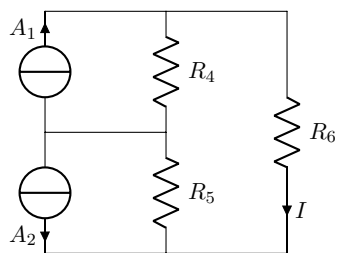
$$I = 1 \text{ A}$$

**Soluzione:**

L'esercizio si può risolvere sdoppiando i due generatori di corrente. In questo modo si ottengono due reti indipendenti tra loro.



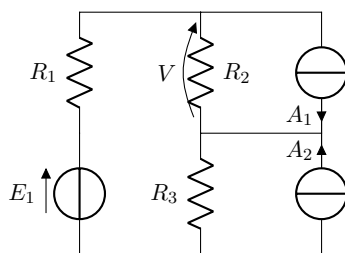
**Parte destra:**



Questa rete si può risolvere trasformando i due paralleli generatore di corrente / resistore in Thevenin:

$$I = \frac{A_1 R_4 - A_2 R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = 1 \text{ A} \quad (72)$$

**Parte di sinistra:**



Per risolvere questa parte di rete è necessario prestare attenzione. Per non perdere informazioni sull'incognita  $V$ , si è scelto di trasformare solo il parallelo di  $A_2$  in thevenin e poi applicare Millman:

$$V = \frac{-A_1 + \frac{E_1 - A_2 R_3}{R_3 + R_1}}{\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2}} = -25 \text{ V} \quad (73)$$