

# ANALIZZATORI DI SPETTRO

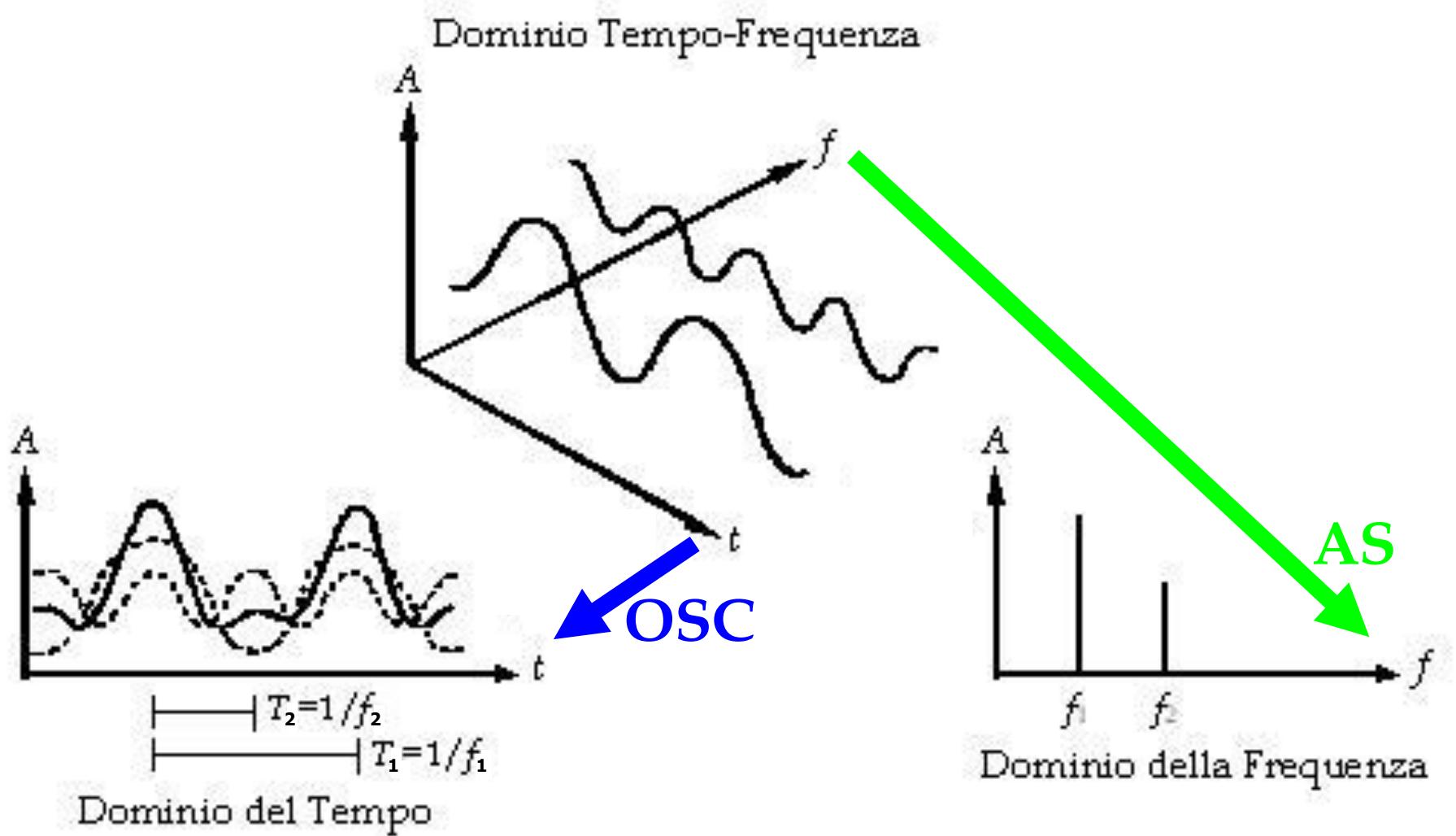


prof. Cesare Svelto

# Analizzatori di spettro

- **Analisi spettrale** e trasformata di Fourier
- **Bande spettrali**
- **Parametri caratteristici** di una misura con AS
- **Rumore termico** e fondo di rumore dell'AS
- AS a **banco di filtri** e a **singolo filtro accordato**
- AS a **eterodina**
- AS a **FFT** (digitali)
- AS per diffrazione alla Bragg
- AS **ottici**

# Analisi spettrale



# Esempio/esercizio

$$v = v_1 + v_2 \quad v_1 = A_1 \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1)$$

$$v_2 = A_2 \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2)$$

$$\text{con } A_1 = 2A_2 \text{ (=2 V)} \quad \text{e} \quad f_2 = 2f_1 \text{ (=2 kHz)}$$

Rappresentare graficamente i diversi segnali (*e.g.* con **Excel** o Matlab) nei domini tempo e frequenza ( $A$  vs.  $t$  e  $A$  vs.  $f$  o anche  $P$  vs.  $t$  e  $P$  vs.  $f$ )

Calcolare la **potenza media** del segnale  $v$  e verificare che è pari alla somma delle potenze (medie) di  $v_1$  e di  $v_2$  o delle due corrispondenti **righe spettrali**

# Trasformata di Fourier (1/2)

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j\omega t) dt$$

$\omega = 2\pi f$  pulsazione angolare

SEGNALE	$\mathcal{F}$ o $\mathcal{F}^{-1}$	SPETTRO
$s(t)$	$\Leftrightarrow$	$S(f)$

# Trasformata di Fourier (2/2)

Lo spettro di un segnale  $s(t)$  reale è

**$S(f)$  complesso**      ( $Re$  e  $Im$  o ampiezza e fase)

In pratica si possono misurare solo spettri di segnali troncati, ossia osservati su un **tempo T finito** (calcolabili secondo l'integrale di Fourier troncato):

$$S_T(\omega) = \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) e^{-j\omega t} dt$$

# Gamme spettrali ("segnali")

SUBSONICI     $< 20 \text{ Hz}$

$f$  meccaniche

AUDIO     $20 \text{ Hz} \div 20 \text{ kHz}$

$f$  elettriche

HF     $3 \text{ MHz} \div 30 \text{ MHz}$

$f$  elettroniche

↓    RF     $30 \text{ MHz} \div 3 \text{ GHz}$

$f$  microonde     $3 \text{ GHz} \div 30 \text{ GHz}$

MICROONDE     $30 \text{ GHz} \div 300 \text{ GHz}$

A frequenze più alte è comune  
l'uso della lunghezza d'onda

$$\lambda = c / f \quad f \text{ ottiche}$$

Frequency	Band
<u>10 kHz</u> to 30 kHz	Very Low Frequency (VLF)
<u>30 kHz</u> to 300 kHz	Low Frequency (LF)
<u>300 kHz</u> to 3 MHz	Medium Frequency (MF)
<u>3 MHz</u> to 30 MHz	High Frequency (HF)
<u>30 MHz</u> to 144 MHz	Very High Frequency (VHF)
<u>144 MHz</u> to 174 MHz	
<u>174 MHz</u> to 328.6 MHz	
<u>328.6 MHz</u> to 450 MHz	Ultra High Frequency (UHF)
<u>450 MHz</u> to 470 MHz	
<u>470 MHz</u> to 806 MHz	
<u>806 MHz</u> to 960 MHz	
<u>960 MHz</u> to 2.3 GHz	
<u>2.3 GHz</u> to 2.9 GHz	
<u>2.9 GHz</u> to 30 GHz	Super High Frequency (SHF)
<u>30 GHz</u> and above	Extremely High Frequency (EHF)

# Spettro ottico e raggi X

IR		FIR                    1 mm ÷ 30 μm
		MIR                    30 μm ÷ 3 μm
		NIR                    3 μm ÷ 780 nm
VIS		$\frac{390 \text{ THz}}{780 \text{ nm}} \div \frac{790 \text{ THz}}{380 \text{ nm}}$
UV		380 nm ÷ 180 nm
VUV		180 nm ÷ 40 nm
S - X		40 nm ÷ 1 nm
X		1 nm ÷ 10 pm

e.g.  $\lambda = 500 \text{ nm}$  (giallo)  $\rightarrow f \sim 600 \text{ THz}$

$\lambda = 532 \text{ nm}$  (verde)  $\rightarrow f \sim 564 \text{ THz}$  Nd:YAG 2x (da 1064 nm)

# Intero spettro e.m. e sue sigle

CLASS	FREQUENCY	WAVELENGTH	ENERGY
$\gamma$	300 EHz	1 pm	1.24 MeV
HX	30 EHz	10 pm	124 keV
SX	3 EHz	100 pm	12.4 keV
EUV	300 PHz	1 nm	1.24 keV
	30 PHz	10 nm	124 eV
	3 PHz	100 nm	12.4 eV
NUV	300 THz	1 $\mu$ m	1.24 eV
NIR	30 THz	10 $\mu$ m	124 meV
MIR	3 THz	100 $\mu$ m	12.4 meV
FIR	300 GHz	1 mm	1.24 meV
EHF	30 GHz	1 cm	124 $\mu$ eV
SHF	3 GHz	1 dm	12.4 $\mu$ eV
UHF	300 MHz	1 m	1.24 $\mu$ eV
VHF	30 MHz	1 dam	124 neV
HF	3 MHz	1 hm	12.4 neV
MF	300 kHz	1 km	1.24 neV
LF	30 kHz	10 km	124 peV
VLF	3 kHz	100 km	12.4 peV
VF	300 Hz	1 Mm	1.24 peV
ELF	30 Hz	10 Mm	124 feV

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

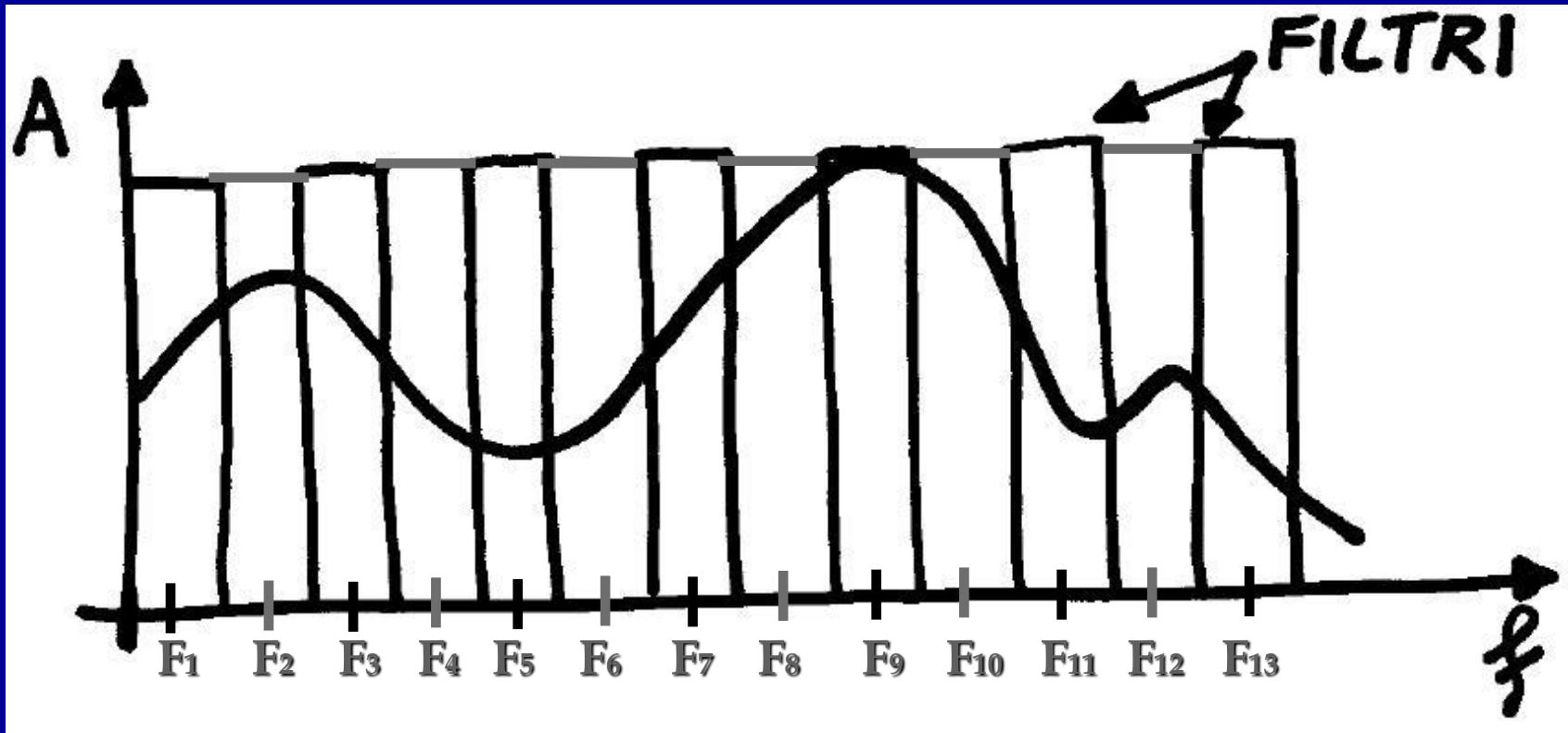
$$E = h\nu$$

$\gamma$  = Gamma rays  
 HX = Hard X-rays  
 SX = Soft X-Rays  
 EUV = Extreme ultraviolet  
 NUV = Near ultraviolet  
 Visible light  
 NIR = Near infrared  
 MIR = Moderate infrared  
 FIR = Far infrared

## Radio waves:

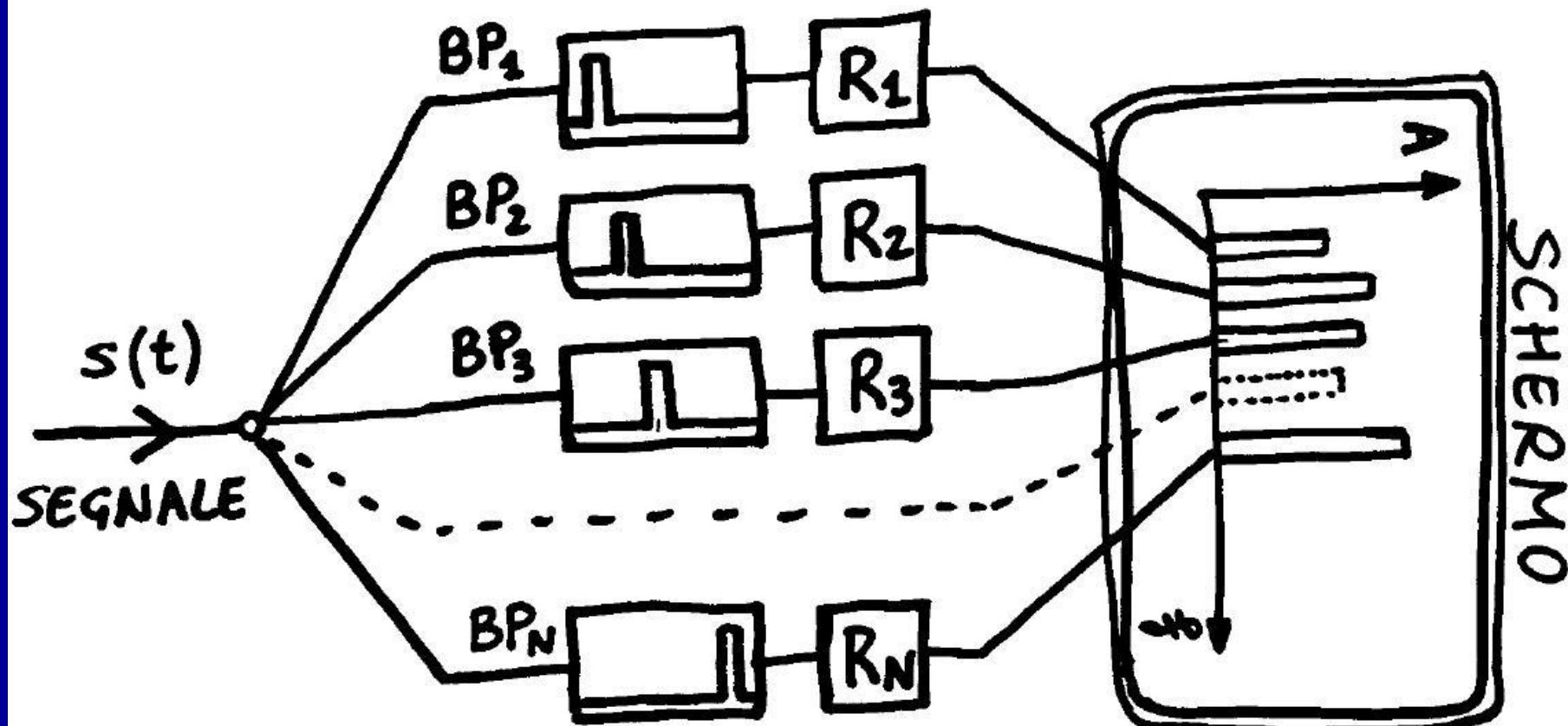
EHF = Extremely high frequency (Microwaves)  
 SHF = Super high frequency (Microwaves)  
 UHF = Ultrahigh frequency  
 VHF = Very high frequency  
 HF = High frequency  
 MF = Medium frequency  
 LF = Low frequency  
 VLF = Very low frequency  
 VF = Voice frequency  
 ELF = Extremely low frequency

# Principio dell'AS a banco di filtri



- Analisi parallela (“simultanea”)
- Impiego in banda audio
- Misura segnali “non stazionari”

# AS a banco di filtri (con più Riv.)



"equalizzatore grafico dello stereo"

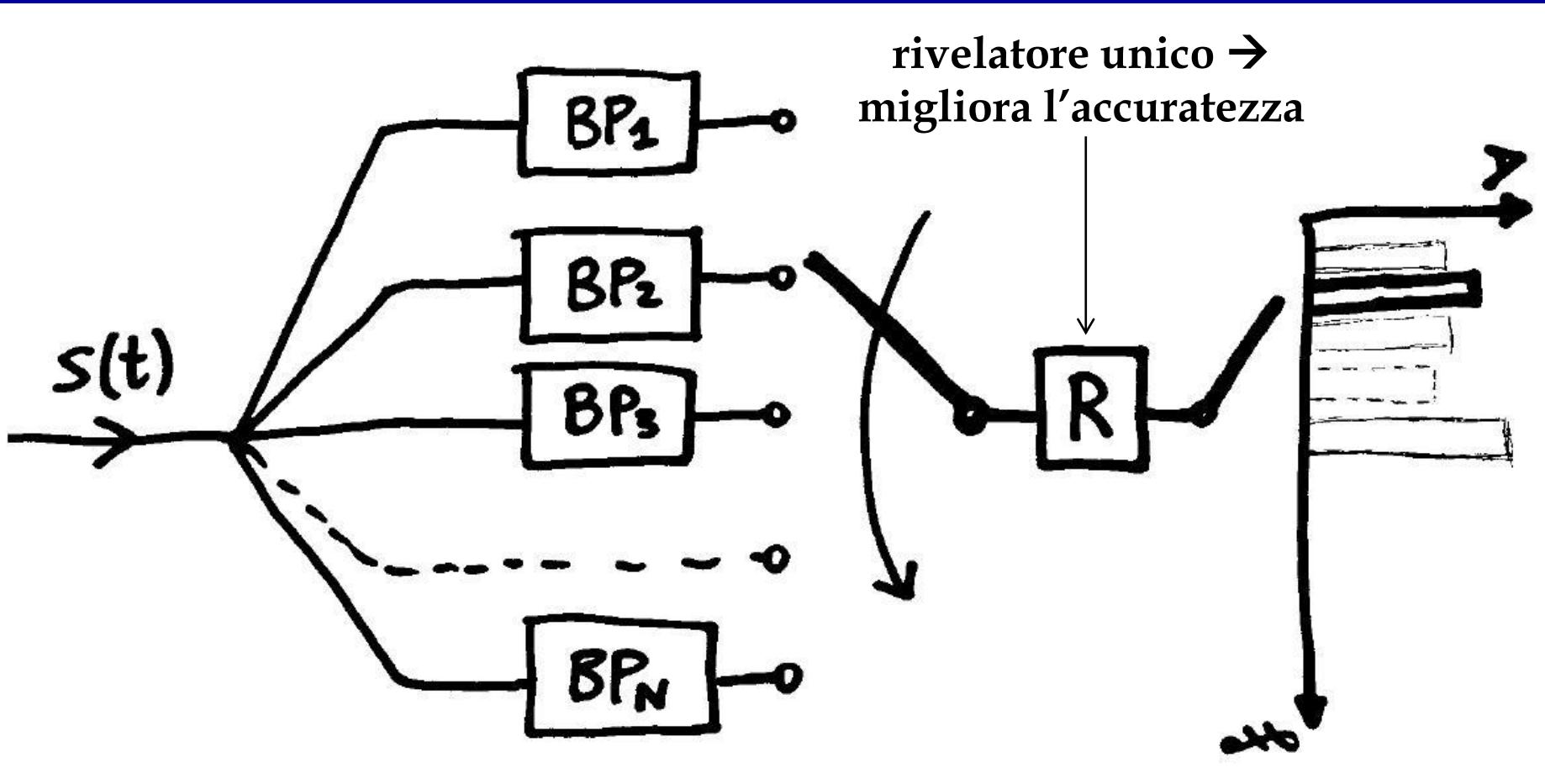
50 "barre" su Windows MediaPlayer...

( o anche più grossolanamente: solo High, Medium, Low )

Pb. Equalizzazione  $BP_i$  e  $R_i$  ...

$S(f)$   
SPECTRUM

# AS a banco di filtri (un solo Riv.)



"ANALISI SEQUENZIALE"  
Pb. Misura segnali non stazionari

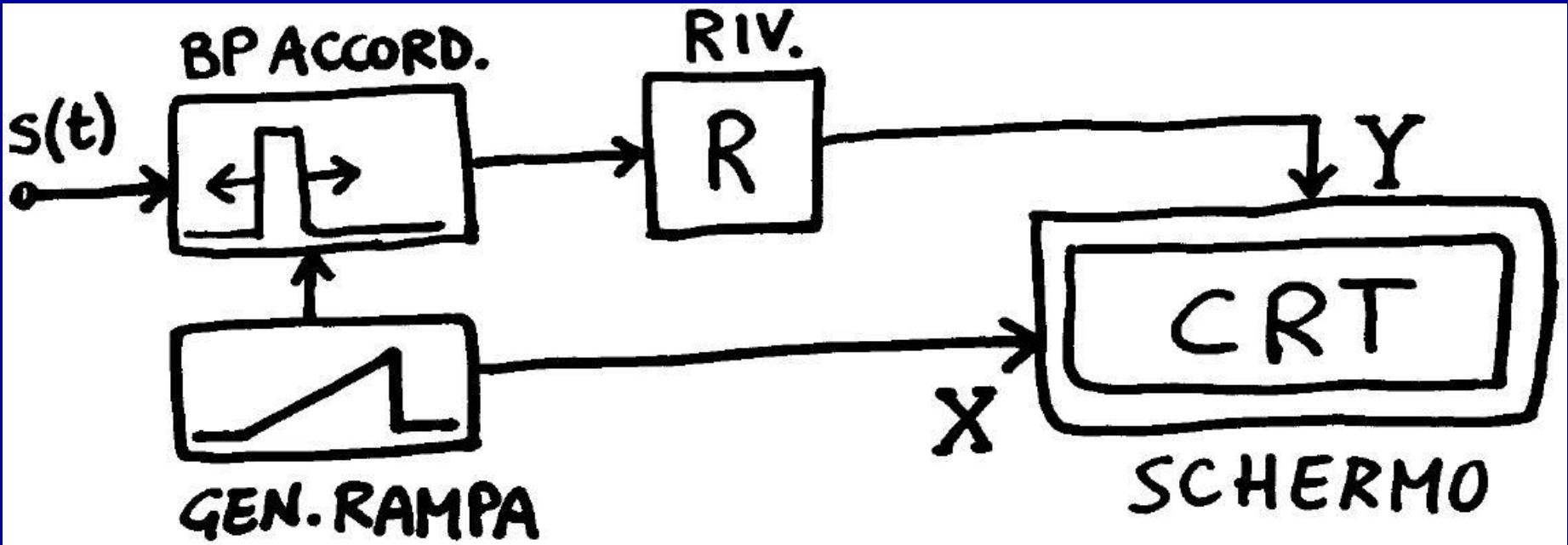
# AS a filtro accordato (1/2)



$$Q = \left( \frac{\Delta f}{f} \right)^{-1} = \frac{f}{\Delta f} \approx \text{COSTANTE per un dato filtro}$$

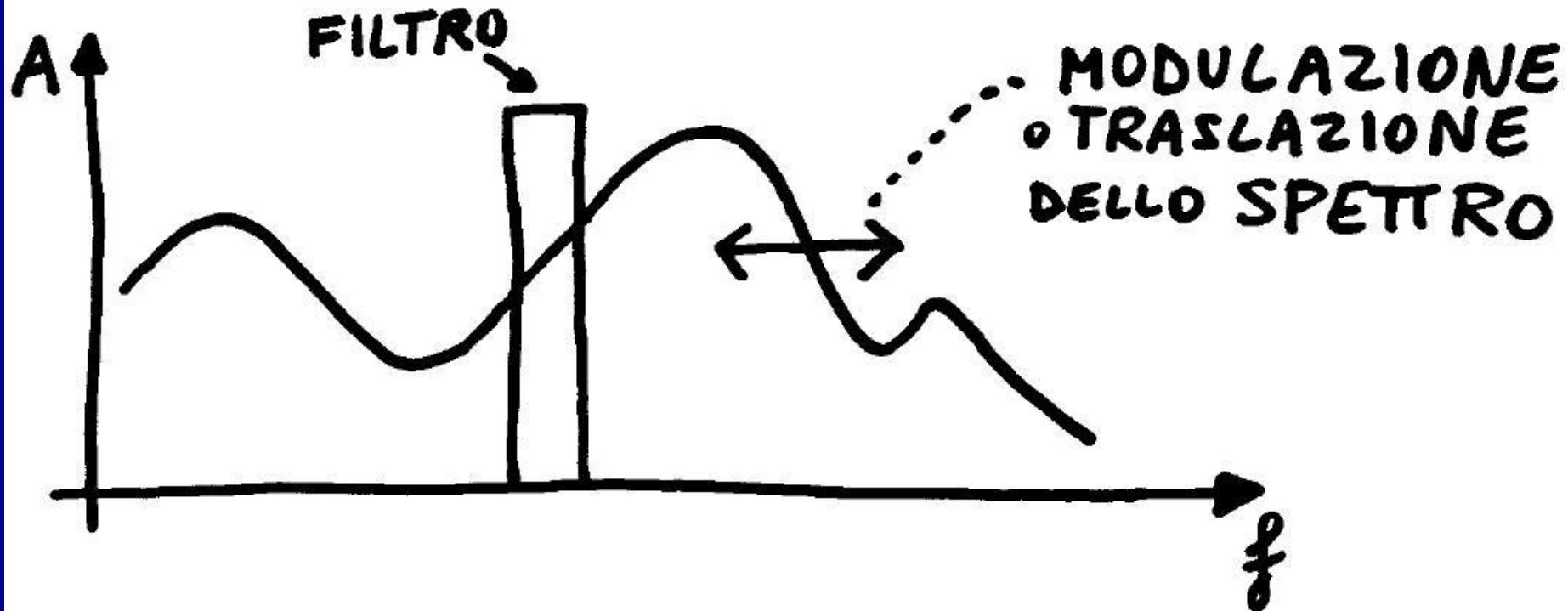
ANALISI SEQUENZIALE (si muove un singolo filtro lungo lo spettro: si osserva una frequenza alla volta)

# AS a filtro accordato (2/2)



- Semplicità di comando del CRT
- **Minimo numero di filtri e rivelatori**
- Problema: **RBW varia con  $f$**

# AS a eterodina (1/2)



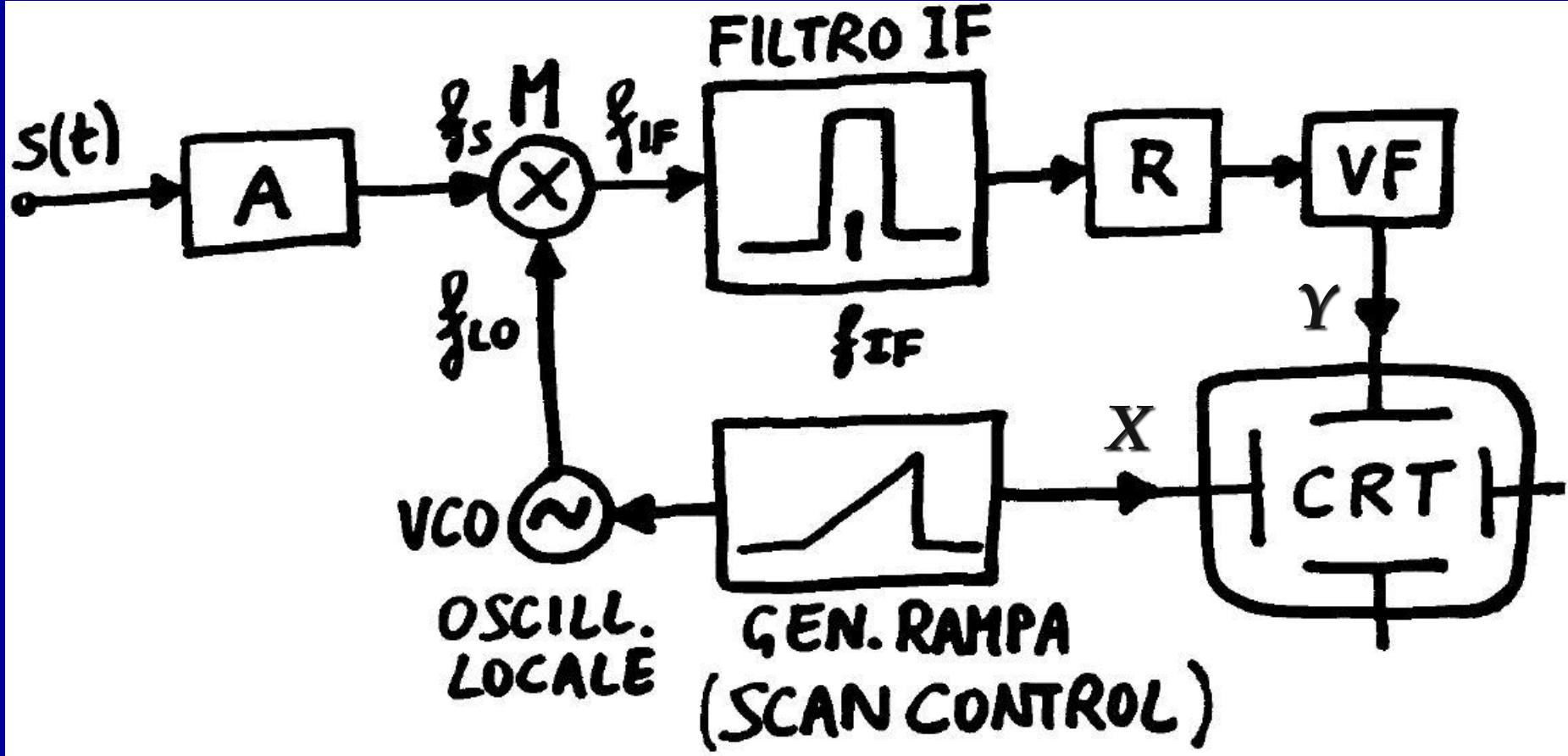
FILTRO A SINTONIA FISSA

$$\Rightarrow \Delta f = RBW = \text{cost.}$$

$$Q = \frac{f}{\Delta f} = \text{cost.}$$

ANALISI SEQUENZIALE ( si muove / modula lo spettro facendolo passare attraverso il filtro )

# AS a eterodina (2/2)



$$f_{IF} = |f_{LO} \pm f_s| \xrightarrow{?} f_{IF} = f_{LO} - f_s \quad \text{non } f_{IF} = f_{LO} + *f_s$$

$$\text{non } f_{IF} = **f_s - f_{LO}$$

Pb. **frequenza immagine** (es.  $**f_s = f_{IF} + f_{LO}$  "da evitare")

# Modulazione (1/2)

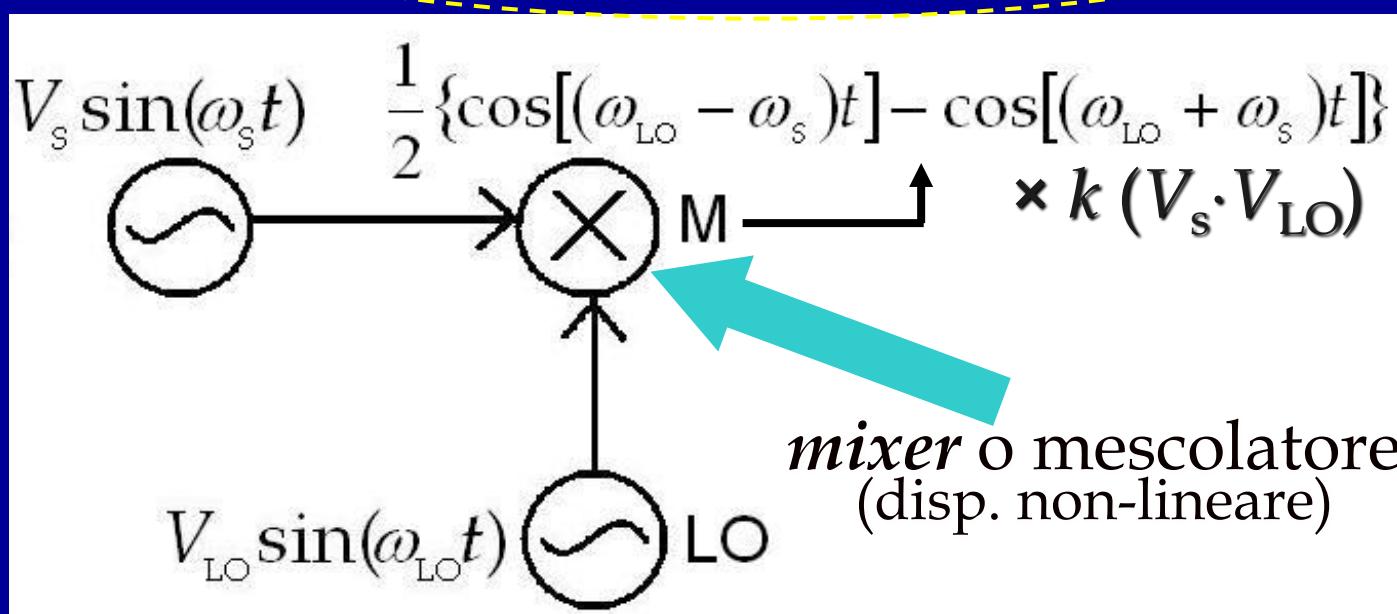
$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad \text{Eulero}$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad \sin \beta = \frac{e^{j\beta} - e^{-j\beta}}{2j}$$

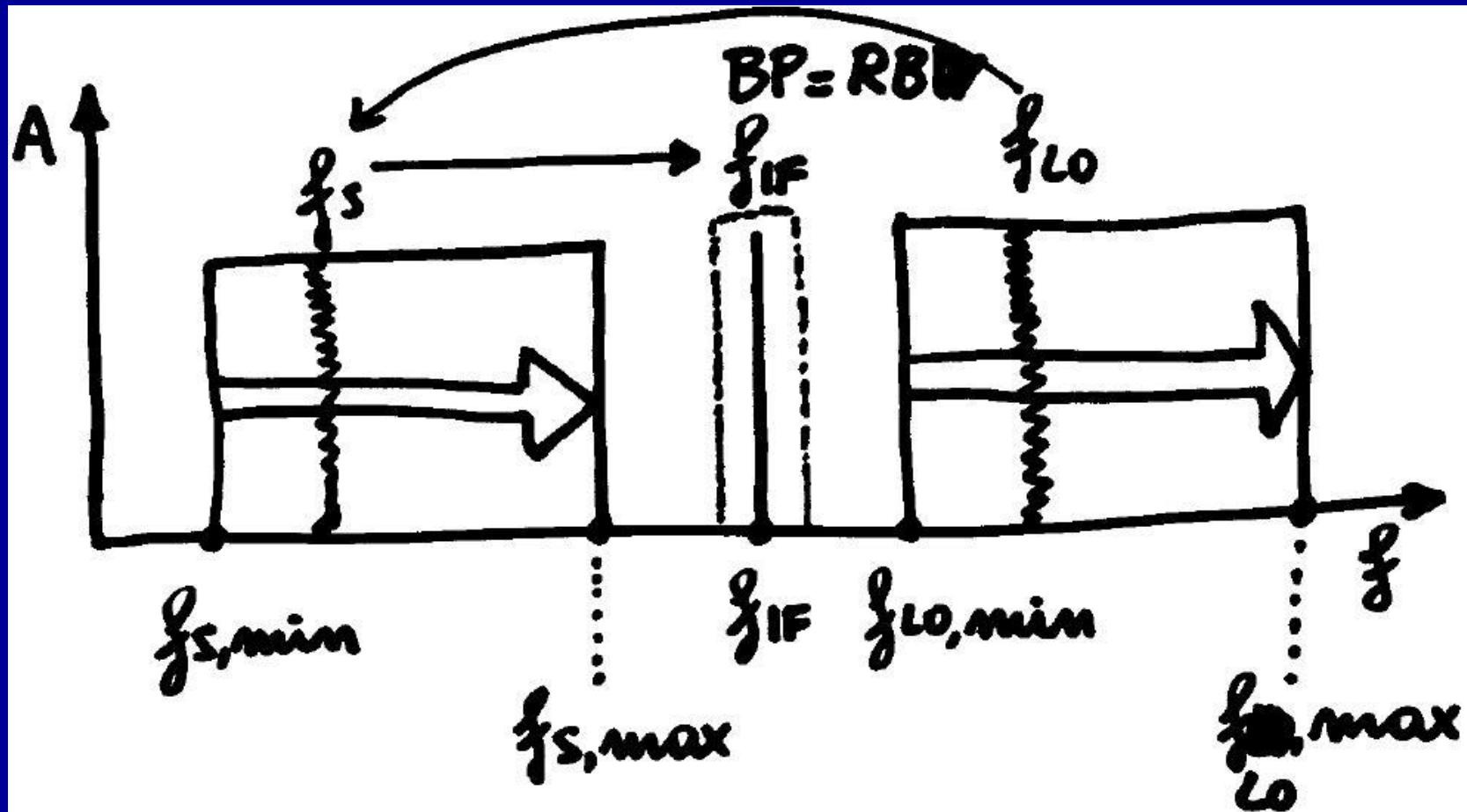
$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{4} (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})(e^{j\beta} + e^{-j\beta}) = \\ &= \frac{1}{4} [e^{j(\alpha+\beta)} + e^{j(\alpha-\beta)} + e^{j(-\alpha+\beta)} + e^{j(-\alpha-\beta)}] = \\ &\stackrel{=} {=} \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2} \quad \text{somma e differenza} \end{aligned}$$

# Modulazione (2/2)

$$\begin{aligned}\sin \alpha \sin \beta &= -\frac{1}{4} \left( e^{j\alpha} - e^{-j\alpha} \right) \left( e^{j\beta} - e^{-j\beta} \right) = \\ &= -\frac{1}{4} \left[ e^{j(\alpha+\beta)} - e^{j(\alpha-\beta)} - e^{-j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha+\beta)} \right] = \\ &\stackrel{\text{differenza e somma}}{=} \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}\end{aligned}$$



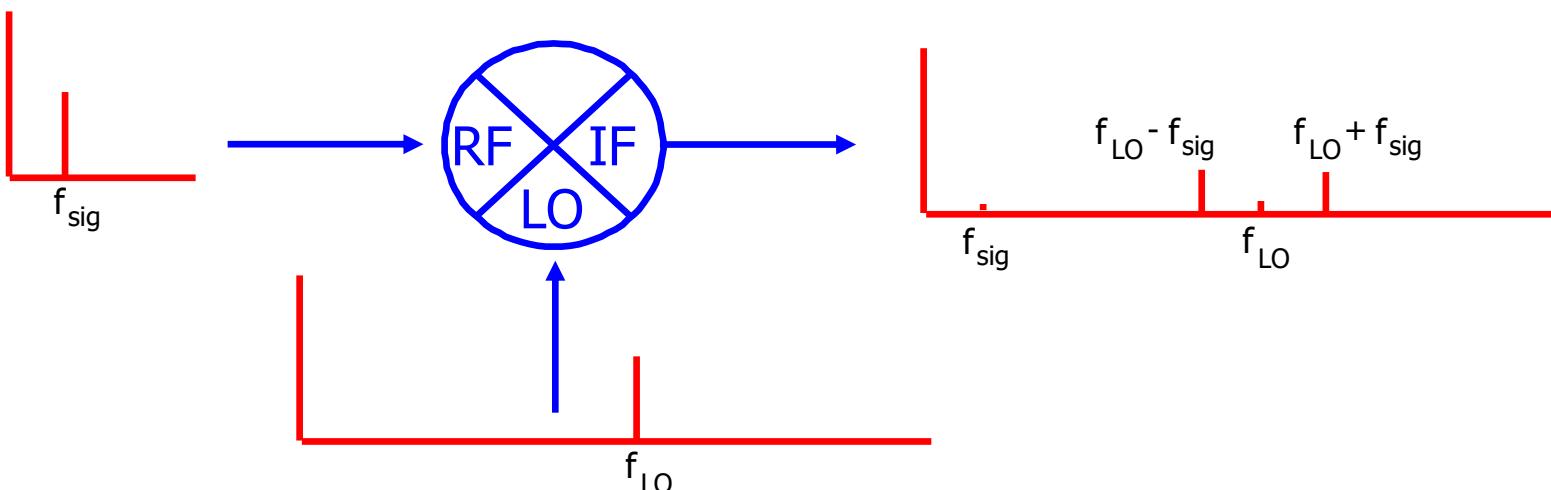
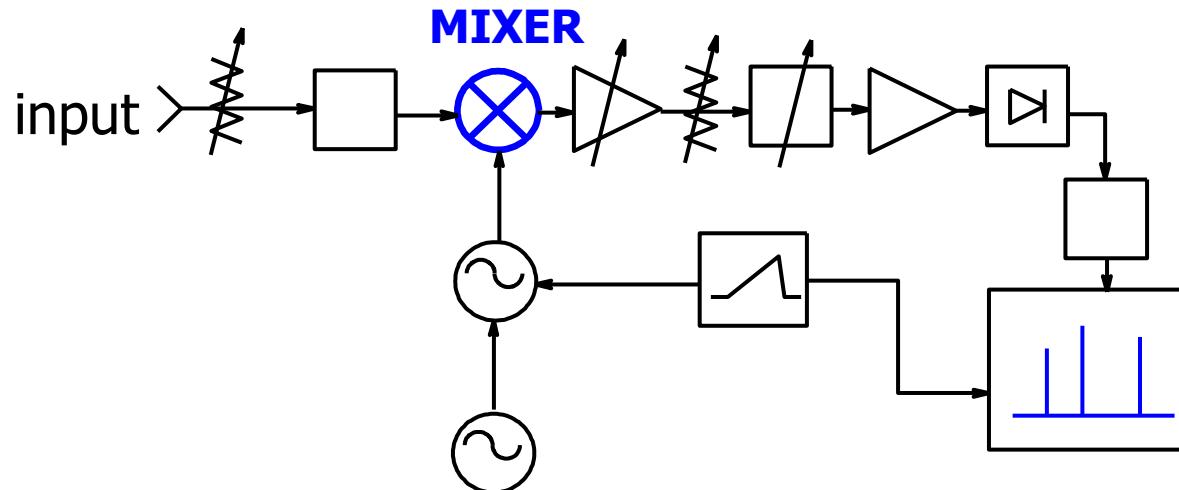
# Selezione della frequenza intermedia



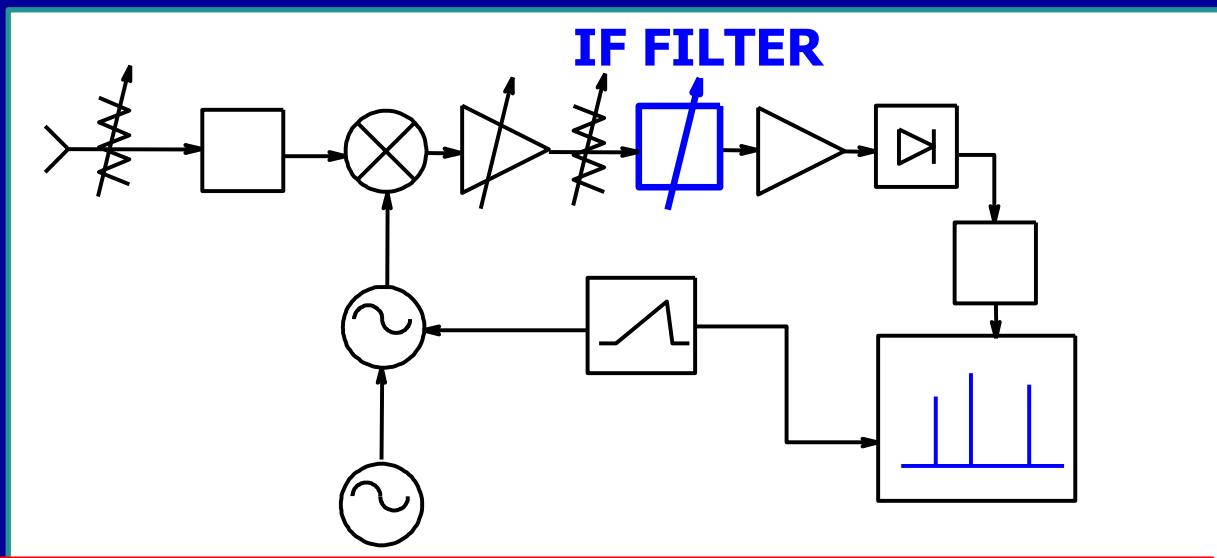
Se  $f_{LO} > f_{IF} > f_s$   
allora  $f_{IF} = f_{LO} - f_s$

e così si elimina la  
frequenza immagine

# Mixer



# Filtro a frequenza intermedia



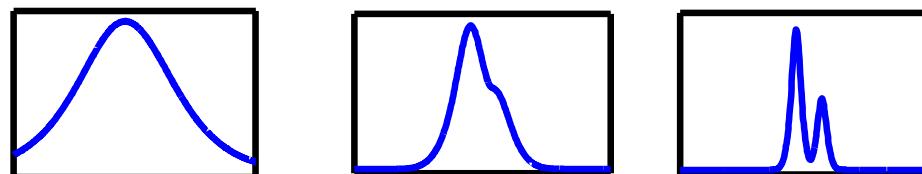
**Input  
Spectrum**



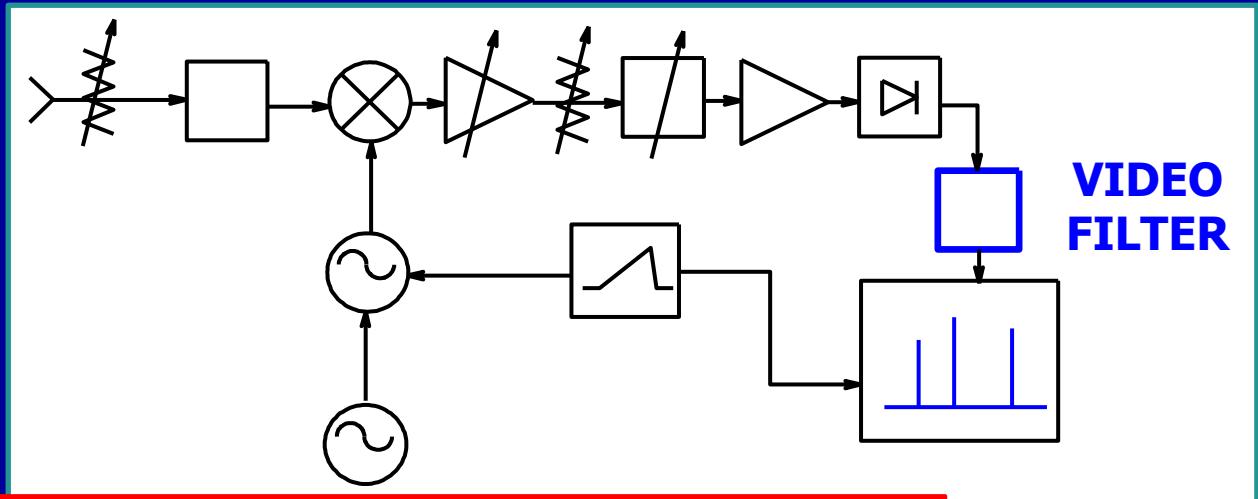
**IF Bandwidth  
(RBW)**



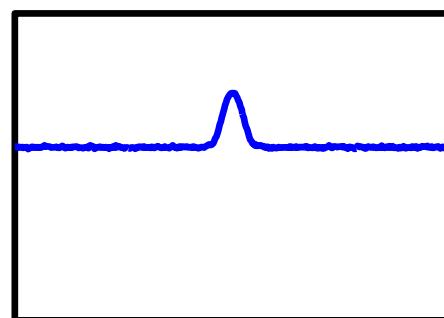
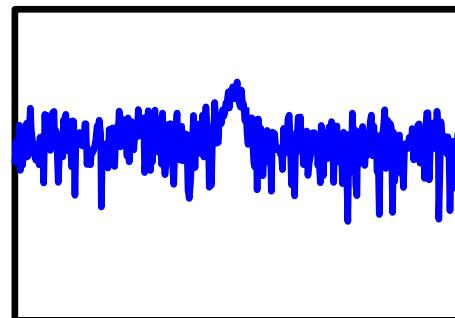
**Display**



# Video Filter



**VIDEO  
FILTER**

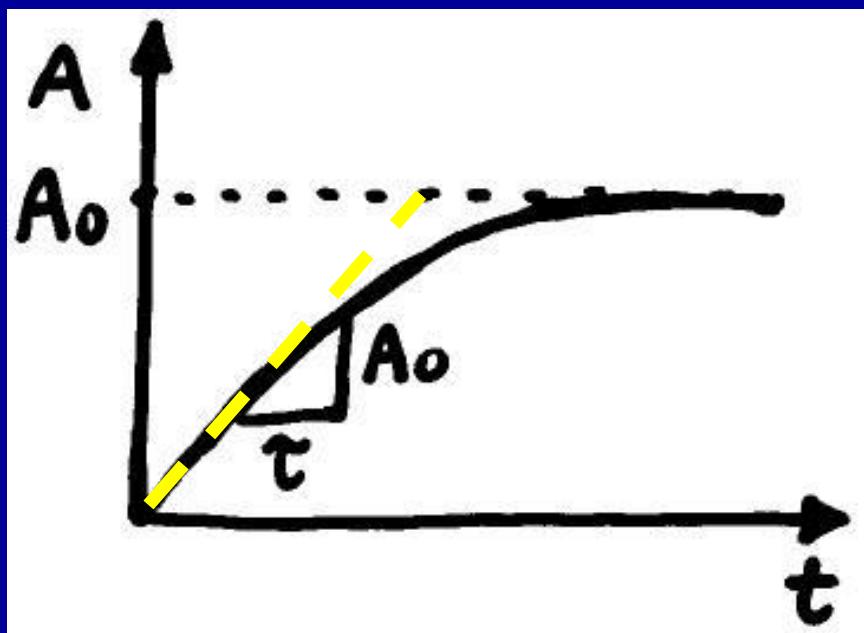
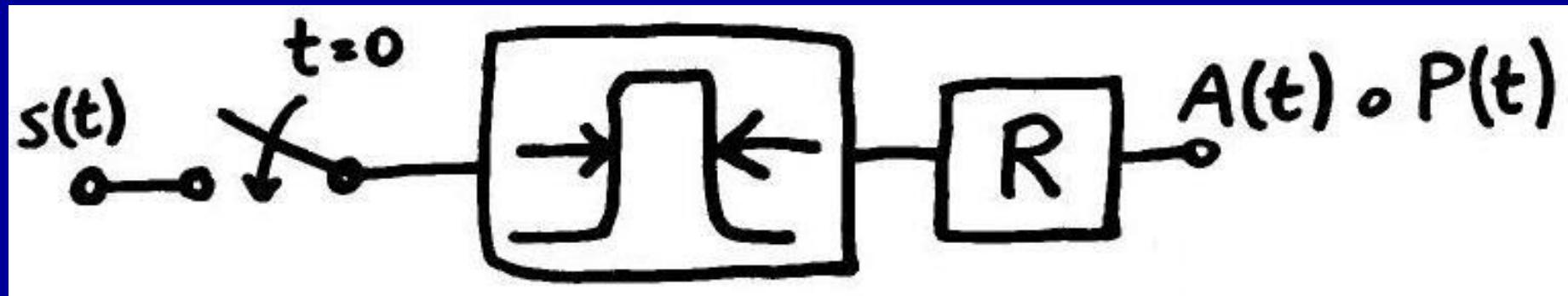


# Filtri stretti (RBW “piccola”)

Filtri a IF stretti danno una elevata risoluzione spettrale ma richiedono tempi lunghi di analisi (Pb. “non stazionarietà” del segnale)

$$\text{TEMPO} \propto \frac{1}{\text{BANDA}}$$

# Selettività e t. di assestamento (1/3)



$$A(t) = A_0 \left( 1 - e^{-t/\tau} \right)$$

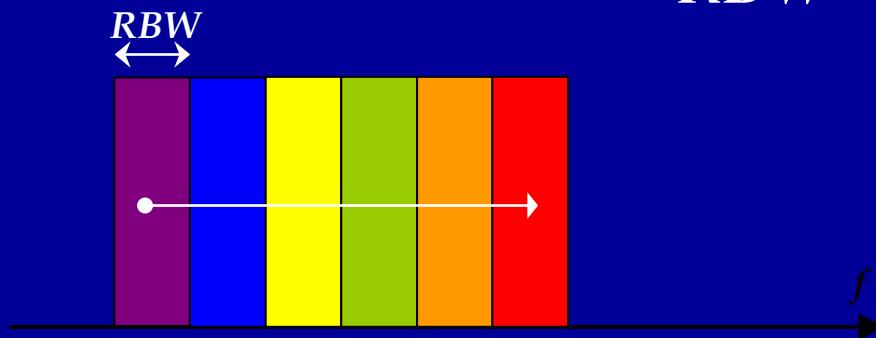
$$\tau \approx k \frac{1}{RBW}$$

La risposta di filtro + rivelatore non è istantanea

# Selettività e t. di assestamento (2/3)

La velocità di scansione,  $SS = [\text{Hz/s}]$ , è limitata da:

$$MT \approx \tau \approx k \frac{1}{RBW}$$

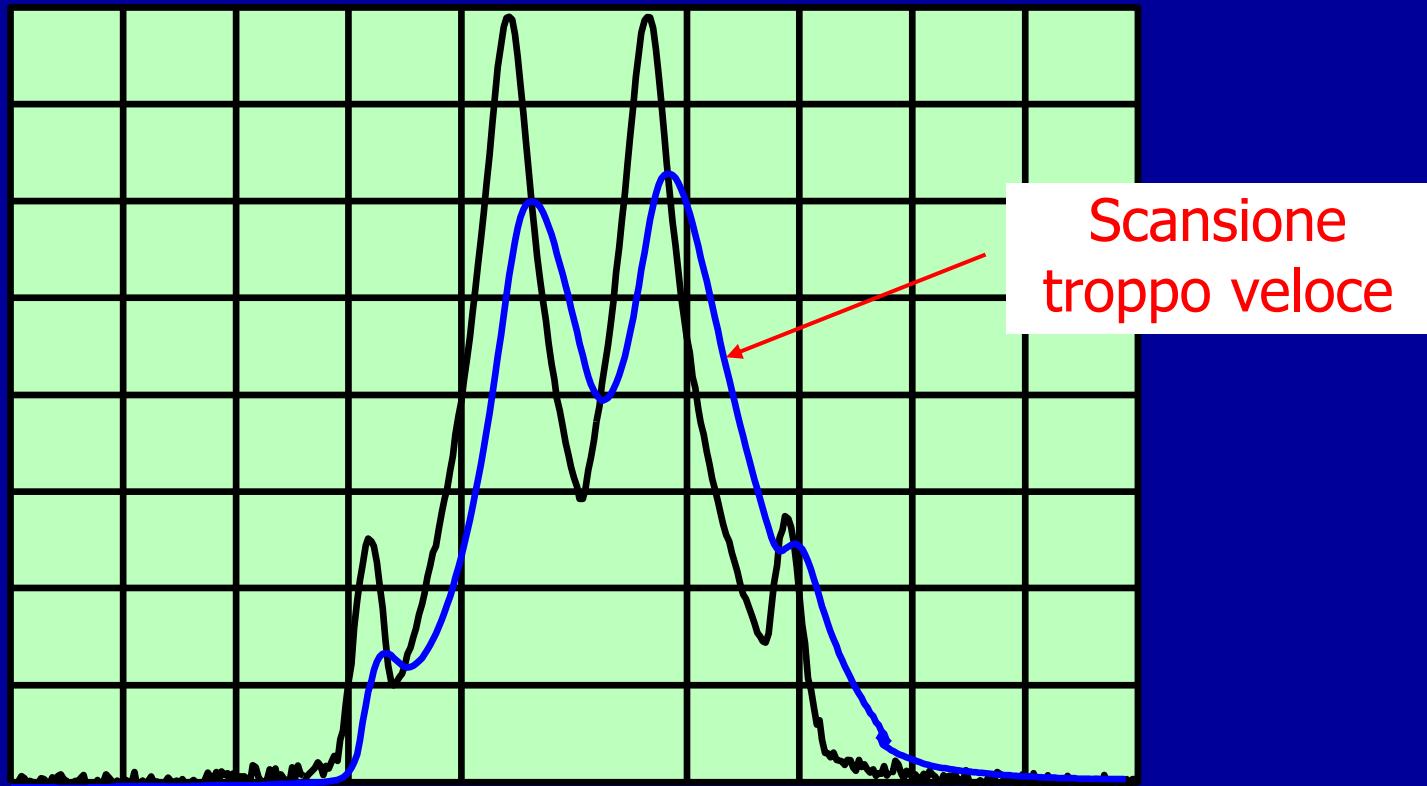


per un filtro  
Gaussiano  $k \cong 3$

$$ST = N \times MT \approx k \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW^2}$$

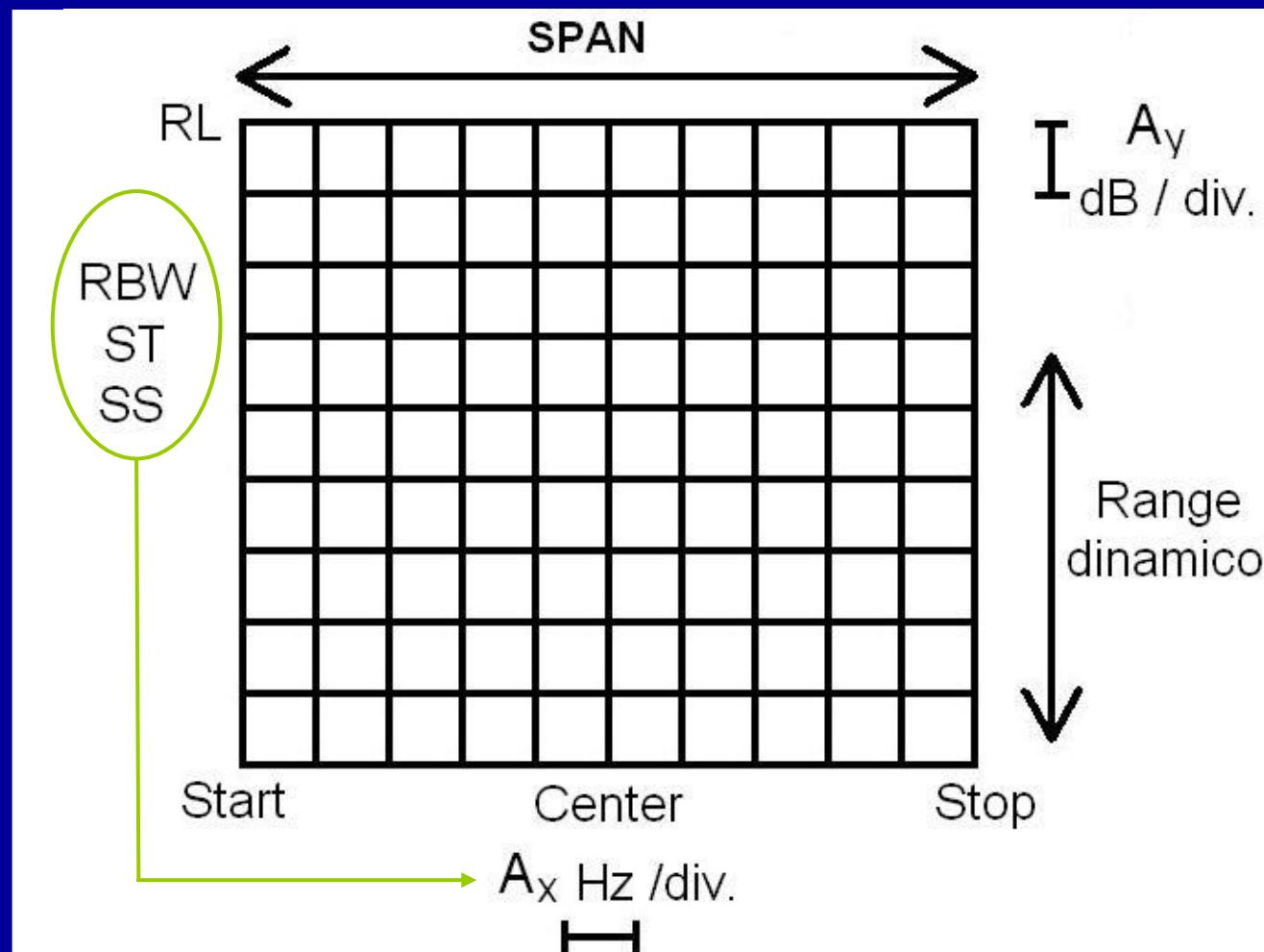
A *span* fissato, il tempo di scansione cresce quadraticamente al diminuire di  $RBW$

# Selettività e t. di assestamento (3/3)



**Se la scansione è troppo veloce: la misura è ancora effettuabile ma perde la calibrazione (picchi più bassi e *shift* delle frequenze)**

# Parametri di misura di un AS (1/2)



10 DIV orizzontali  
10 DIV verticali

ascisse: FREQUENZA [Hz]  
ordinate: POTENZA [dBm]

# Parametri di misura di un AS (2/2)

REFERENCE LEVEL

$$RL = [\text{dBm}]$$

FREQUENCY SPAN

$$\Delta f_{\text{span}} = f_{\text{stop}} - f_{\text{start}} = [\text{Hz}]$$

RESOLUTION BANDWIDTH

$$RBW = [\text{Hz}]$$

(EQUIVALENT) POINTS

$$N = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{RBW} \quad [1]$$

MEASUREMENT TIME

$$MT \approx \tau \approx k \frac{1}{RBW} \quad [\text{s}]$$

SWEEP TIME

$$ST = N \cdot MT \approx k \frac{\Delta f_{\text{span}}}{(RBW)^2} \quad [\text{s}]$$

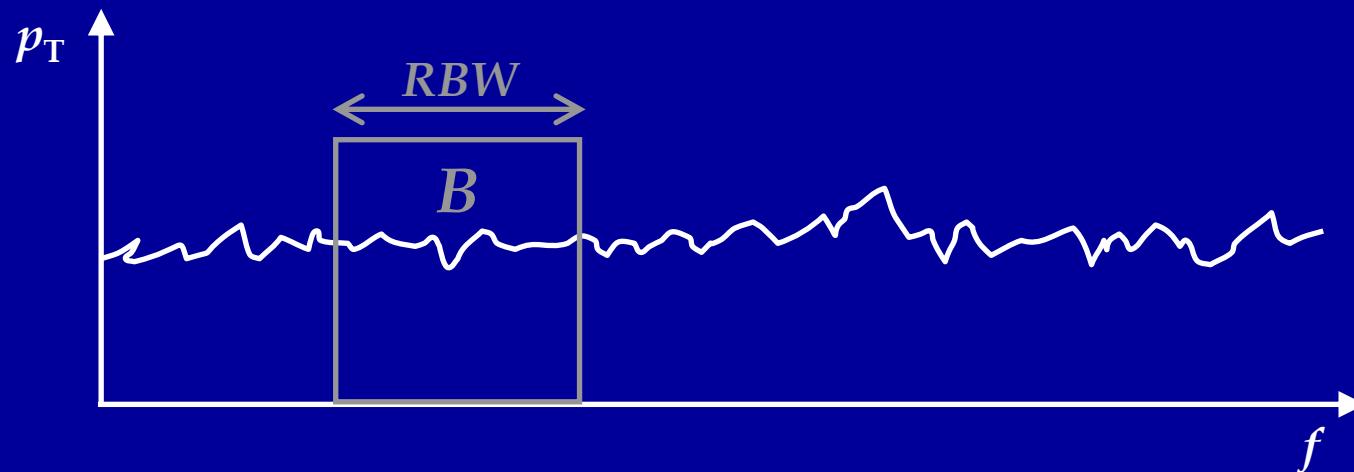
SWEEP SPEED

$$SS = \frac{\Delta f_{\text{span}}}{ST} \approx \frac{RBW}{MT} \approx \frac{RBW^2}{k} \quad \left[ \frac{\text{Hz}}{\text{s}} \right]$$

# Rumore termico e fondo di rumore (1/3)

$$p_T = kT \quad \text{densità spettrale} \left[ \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \right] \quad (\text{rumore "bianco"})$$

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \left[ \frac{\text{W}}{\text{Hz K}} = \frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad \text{costante di Boltzmann}$$



$$P_T = p_T B = kTB \quad [\text{W}] \quad \text{rumore termico in una banda } B$$

# Rumore termico e fondo di rumore (2/3)

temperatura di riferimento per le misure di rumore  
per  $T = 290 \text{ K}$  ( $+17^\circ\text{C}$ )  $\sim$  temp. ambiente

si ha  $p_T \approx 4 \times 10^{-21} \text{ W/Hz} \approx -174 \text{ dBm/Hz}$

$$P_T = kT \times RBW \quad P_T |_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} \left[ \frac{kT \times RBW}{1 \text{ mW}} \right] =$$

$$= 10 \log_{10} \left[ \frac{kT \times (1 \text{ Hz})}{1 \text{ mW}} \frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right] =$$

$$= -174 \text{ dBm} + 10 \log_{10} \left[ \frac{RBW}{(1 \text{ Hz})} \right]$$

Esempio :

$$RBW_1 = 100 \text{ kHz} = +50 \text{ dB} \cdot \text{Hz}$$

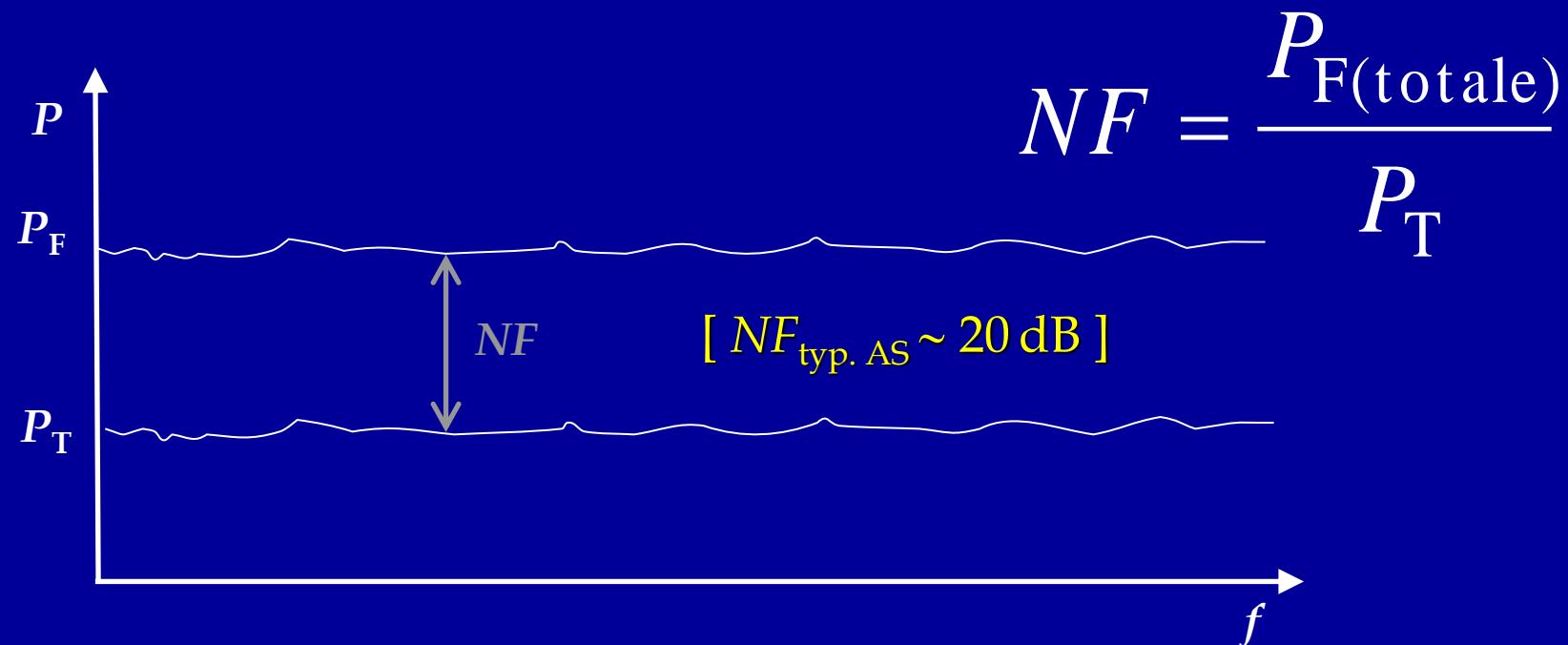
$$RBW_2 = 1 \text{ kHz} = +30 \text{ dB} \cdot \text{Hz}$$

$$P_{T1} = -174 \text{ dBm} + 50 \text{ dB} = -124 \text{ dBm}$$

$$P_{T2} = -174 \text{ dBm} + 30 \text{ dB} = -144 \text{ dBm}$$

# Rumore termico e fondo di rumore (3/3)

*Noise Figure, NF* (in numero o in dB) ci dice di quanto il rumore complessivo (termico+elettronico), detto "**fondo di rumore**", è superiore al "solo" **rumore termico** valutato alla temperatura di 290 K



$$P_F = P_T \cdot NF \quad \text{o in decibel} \quad P_{F,(\text{dBm})} = P_{T,(\text{dBm})} + NF_{(\text{dB})}$$

# Esempio (1/5)

AS che opera a  $T \sim$  temp. ambiente  $\sim 290$  K

$$RBW_1 = 100 \text{ kHz}$$

$$RBW_2 = 1 \text{ kHz}$$

Calcolare la "**SENSIBILITA' dell' AS**" (ovvero il minimo segnale rivelabile). Ad es. si valuti se si riesce a rivelare una sinusoide da 100 nV (rms value).

$$P_T = p_T \times RBW = kT \times RBW \quad \dots \text{e immaginando} \\ NF=1=0 \text{ dB!!!}$$

$$P_{\min,1} \approx -174 \text{ dB[m/Hz]} + 50 \text{ dB[Hz]} = -124 \text{ dBm}$$

$$P_{\min,2} \approx -174 \text{ dB[m/Hz]} + 30 \text{ dB[Hz]} = -144 \text{ dBm}$$

# Esempio (2/5)

$$P_{\min,1} = -130 \text{ dBm} + 6 \text{ dB} = 4 \times 10^{-16} \text{ W} = 400 \text{ aW}$$

$$P_{\min,2} = -150 \text{ dBm} + 6 \text{ dB} = 4 \times 10^{-18} \text{ W} = 4 \text{ aW}$$

Se il segnale da misurare è una sinusoide con ampiezza efficace  $V_{s,\text{eff}} = 100 \text{ nV}$  ed è misurato su  $R = 50 \Omega$ , si avrà una potenza del segnale

$$P_s = \frac{V_{s,\text{eff}}^2}{R} = \frac{V_p^2}{2R} = 2 \times 10^{-16} \text{ W} = 200 \text{ aW} = -127 \text{ dBm}$$

# Esempio (3/5)

Nel primo caso ( $RBW_1 = 100$  kHz)

$$P_{\text{noise}} = 400 \text{ aW} > P_s = 200 \text{ aW}$$

Nel secondo caso ( $RBW_2 = 1$  kHz)

$$P_{\text{noise}} = 4 \text{ aW} \ll P_s = 200 \text{ aW}$$



( larghezze di riga... )

# Esempio (4/5)

Se poi l'AS ha una figura di rumore  $NF=17$  dB, tutti i valori del fondo di rumore dei casi precedenti devono essere innalzati di 17 dB (o moltiplicati per un fattore 50 in unità lineari):

Nel primo caso\* ( $RBW_1 = 100$  kHz)

$$^*P_{\text{noise}} = 400 \text{ aW} \cdot 50 = 20 \text{ fW} \gg P_s = 200 \text{ aW}$$

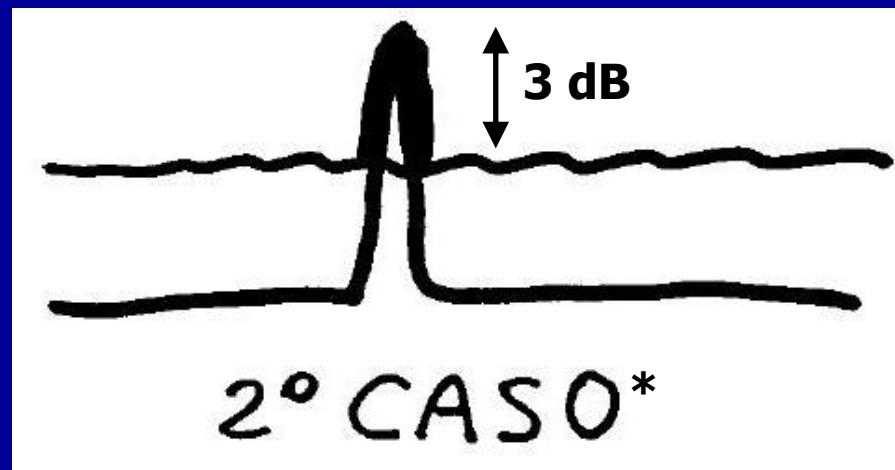
Nel secondo caso\* ( $RBW_2 = 1$  kHz)

$$^*P_{\text{noise}} = 4 \text{ aW} \cdot 50 = 200 \text{ aW} = P_s = 200 \text{ aW}$$

Quando due potenze uguali si sommano, come in quest'ultimo caso, la potenza risultante è il doppio e dunque 3 dB più alta di ciascuno dei valori sommati

# Esempio (5/5)

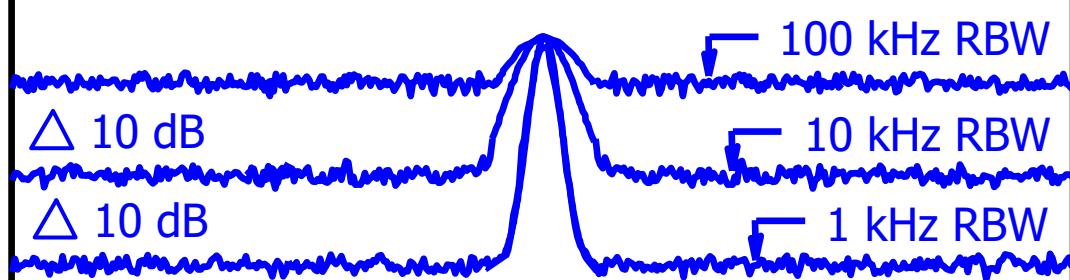
Con  $RBW_2=1$  kHz e  $P_s = P_{\text{noise}} = 200$  aW = -127 dBm dalla somma  $P_{\text{tot}} = P_s + P_{\text{noise}}$  entro la banda del filtro si ottiene  $P_{\text{tot}} = -124$  dBm, e quindi il **picco** della riga di segnale si troverà a +3 dB sopra il rumore di fondo



Si può ritenere che il minimo segnale rivelabile coincide con il livello del rumore di fondo se si è in grado di riconoscere un innalzamento di 3 dB della traccia dell'AS dal livello del rumore bianco (dipende anche dalla rumorosità della traccia)

# Effetto di RBW sul fondo di rumore

Il livello del rumore di fondo sullo schermo è una funzione della RBW



$$ST_{100\text{kHz}} = ST_{\text{"min"}}$$

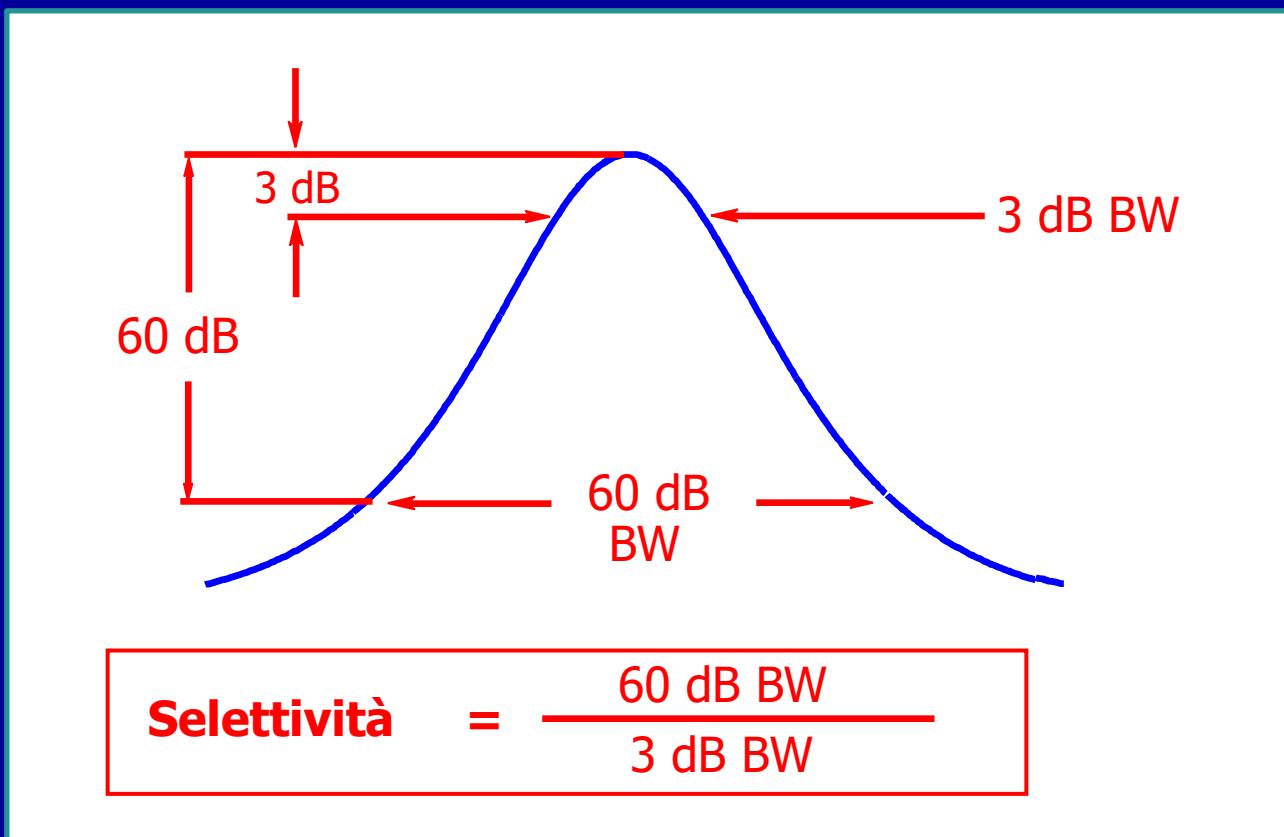
$$ST_{10\text{kHz}} = 10^2 \times ST_{\text{"min"}}$$

$$ST_{1\text{kHz}} = 10^4 \times ST_{\text{"min"}}$$

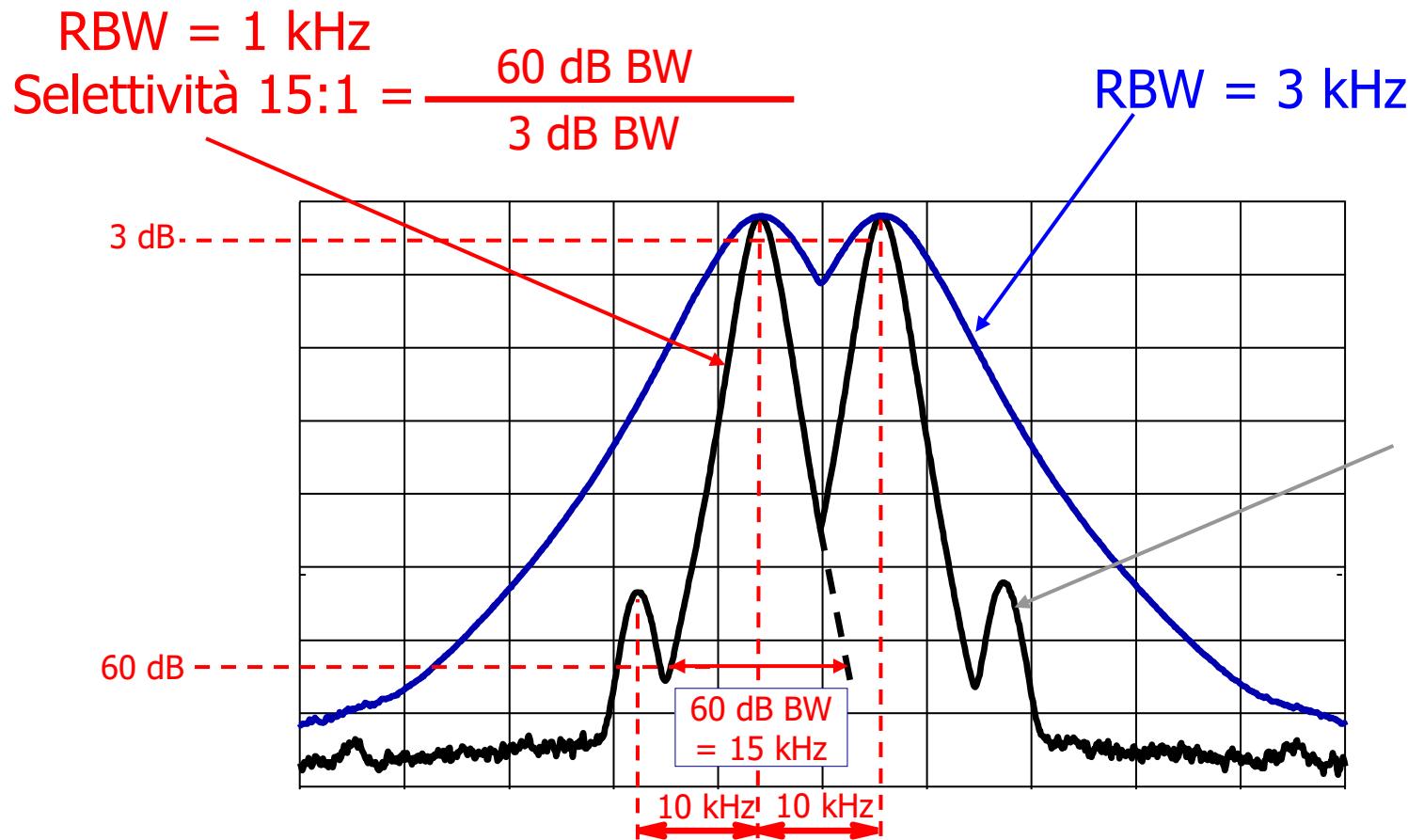
Diminuendo la RBW scende il fondo di rumore  
ma aumenta significativamente il tempo di scansione

# Selettività del filtro a IF

Il filtro a IF è progettato per avere una forma quasi gaussiana. L'allargamento del filtro è quantificato attraverso la sua **selettività**, che tipicamente vale 10-15 per filtri analogici (se Gaussiano è 20). [selettività più bassa significa che il filtro scende più rapidamente: con "selettività=1" il filtro è un "rettangolo" infinitamente ripido]



# Esempio di schermata di AS



# AS a FFT: Trasformata di Fourier Discreta

L'analisi spettrale si può ottenere per elaborazione numerica di segnali acquisiti nel tempo

Avendo a disposizione  $N$  valori campionati del segnale nel tempo  $s(t_k)=s(k\Delta t)$ , è possibile ottenere i valori discreti  $S(f_m)=S(m\Delta f)$  dello spettro del segnale eseguendo, con una semplice sommatoria finita, la **trasformata di Fourier discreta (DFT)**

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$

$$\begin{aligned} S(m\Delta f) &= \sum_{k=0}^{N-1} s(k\Delta t) e^{-j2\pi m\Delta f \cdot k\Delta t} \\ &= \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{-j2\pi m \cdot k / N} \end{aligned}$$

Δf = 1/T = 1/(NΔt)

Tempo tot. di acq.

"f"      "t"

"f"      "t"

# AS a FFT: dinamica e risoluzione

Da  $N$  campioni reali - "tensione" ( $V$ ) - nel tempo si ottengono  $N$  campioni complessi in frequenza, però solo i primi  $N/2$  sono significativi (gli altri hanno lo stesso modulo e fase opposta)

La risoluzione in frequenza  $\Delta f$  è pari al reciproco del tempo totale di acquisizione  $T$

$$RBW \quad \Delta f = 1/T = 1/(N\Delta t)$$

$$\text{con } T=NT_c=N\Delta t$$

La massima frequenza  $f_{\text{Max}}$  dello spettro è pari a

$$\text{Nyquist} \quad f_{\text{Max}} = f_c/2 = 1/(2\Delta t) = (1/2) N \Delta f = f_{\text{Nyquist}}$$

$$\text{con } f_c=1/T_c=1/\Delta t$$

$$\text{Nr.points} = \text{Nyquist}/RBW = N/2$$

spettro monolatero (fisico)  
su  $f \geq 0$  con Re e Im

# AS a FFT: aliasing (1/3)

La DFT corrisponde allo spettro del segnale (spettro campionario) solo se la frequenza di campionamento ( $f_c = 1/\Delta t = 1/T_c$ ) rispetta il teorema di Shannon:

$$f_c = 2f_{\text{Max,ricostruzione-FFT}} > 2B = 2f_{\text{Max,segnalet}}$$

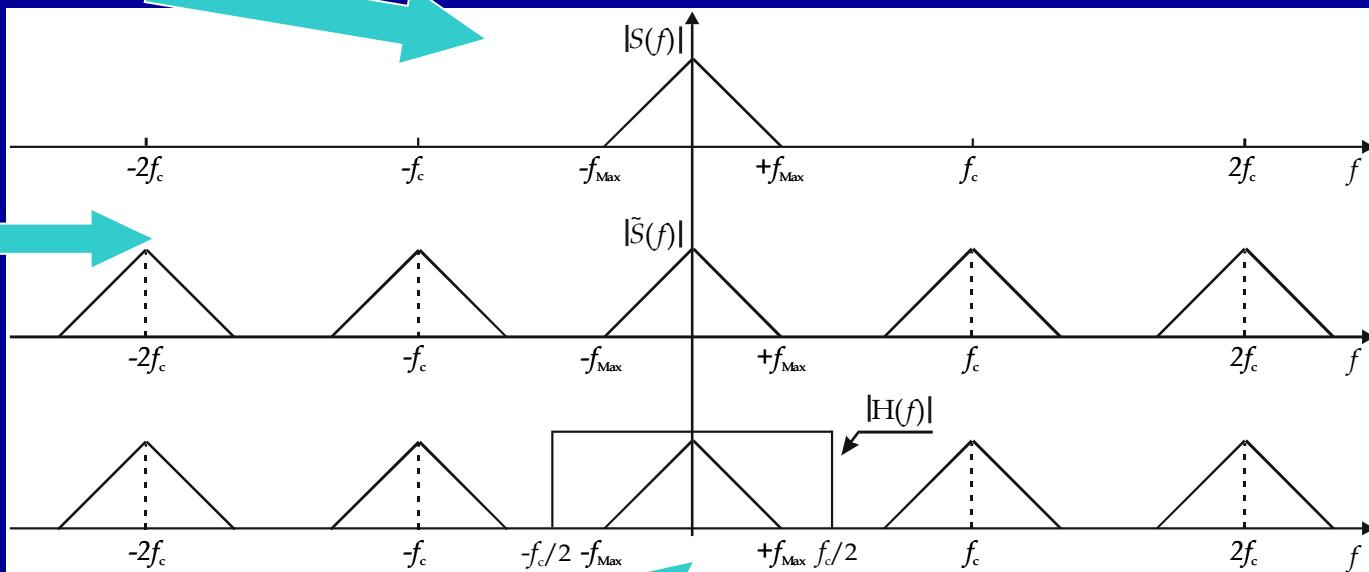
(con  $B$  banda - massima frequenza - del segnale)

Altrimenti si verificano fenomeni di *aliasing* (poiché la **discretizzazione nel tempo** induce una periodicità **in frequenza**, non ci devono essere "sovraposizioni" tra le varie repliche spettrali spaziate di  $f_c$  tra loro)

# AS a FFT : aliasing (2/3)

CASO I:  $f_c > 2B$  (con  $B = f_{\text{Max}}$ )

Spettro del segnale



Spettro del  
segnale  
campionato

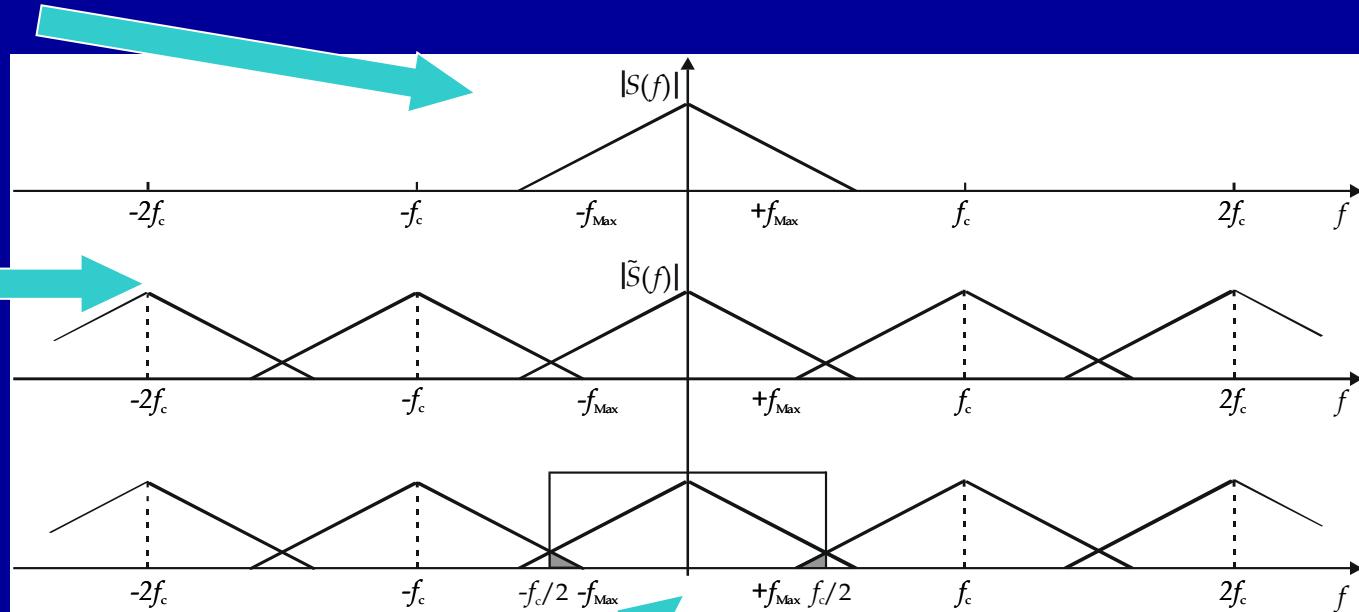
Spettro del segnale  
ricostruito dopo  
filtraggio

# AS a FFT : aliasing (3/3)

CASO II:  $f_c < 2B$

Spettro del segnale

Spettro del  
segnale  
campionato



Spettro del segnale  
ricostruito dopo  
filtraggio

**aliasing**



# AS a FFT: Fast Fourier Transform

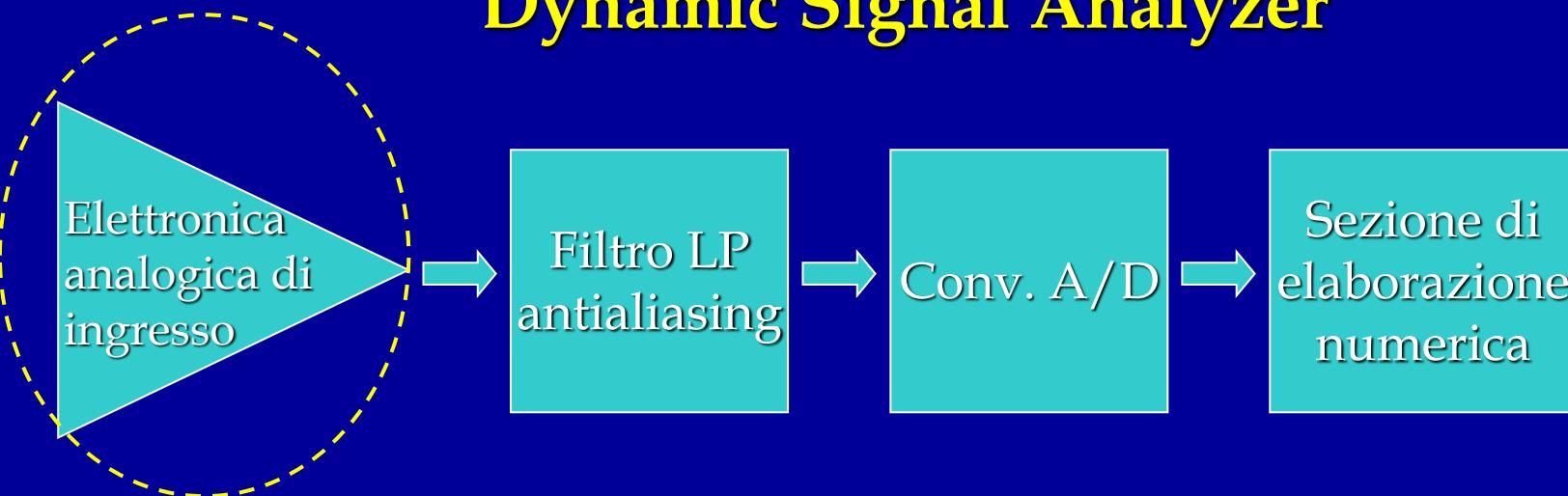
Quando il numero  $N$  di campioni acquisiti è una potenza di 2 (un valore tipico è 1024), l'algoritmo DFT può essere semplificato, evitando di calcolare più volte termini identici

Si implementa in questo modo l'algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*), che richiede  $N \log_2(N)$  operazioni invece di  $N^2$ : è più veloce e occupa meno memoria

Quando  $N$  non è una potenza di 2, si aggiungono zeri simmetricamente (*zero padding*), a sinistra e a destra della sequenza campionata, fino a portare il numero complessivo di punti a una potenza di 2

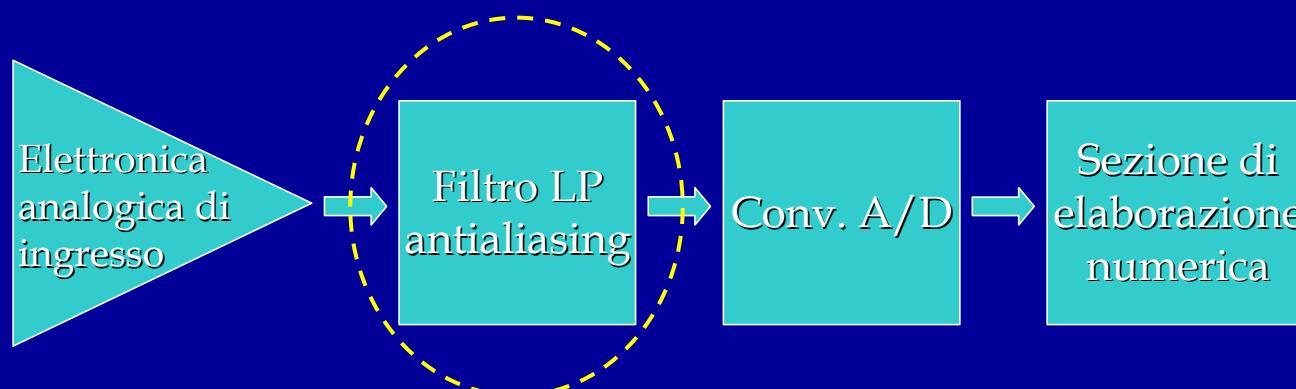
# AS a FFT: schema a blocchi

Lo strumento AS a FFT è tipicamente chiamato  
**Dynamic Signal Analyzer**



L'elettronica di ingresso amplifica o attenua il segnale in modo da sfruttare al meglio il numero di bit del convertitore A/D entro la sua dinamica

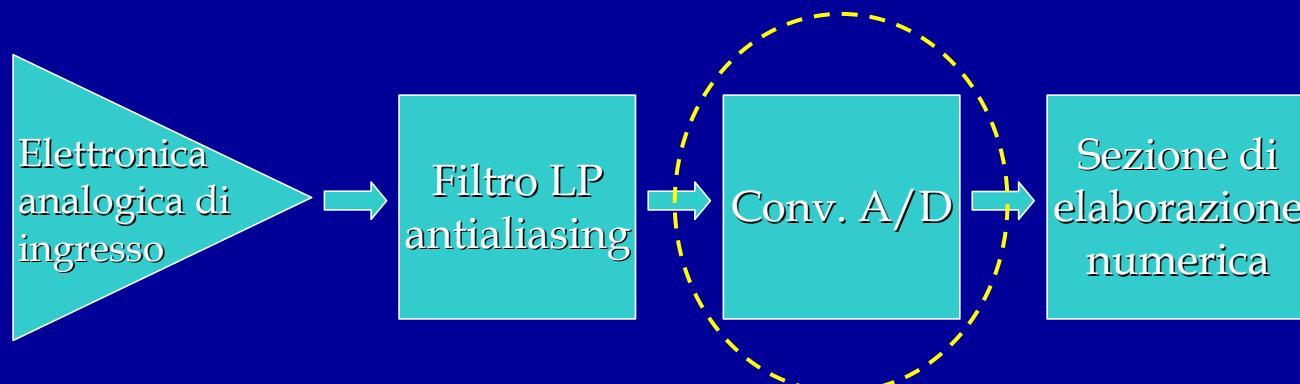
# AS a FFT: filtro antialiasing



Il **filtro passa basso antialiasing** ha la caratteristica di essere piatto nella banda di utilizzo e scendere con pendenza molto elevata (filtro a molti poli): l'ideale sarebbe un filtro rettangolare (non realizzabile)

Serve a limitare la banda di modo che  $B < f_c/2$

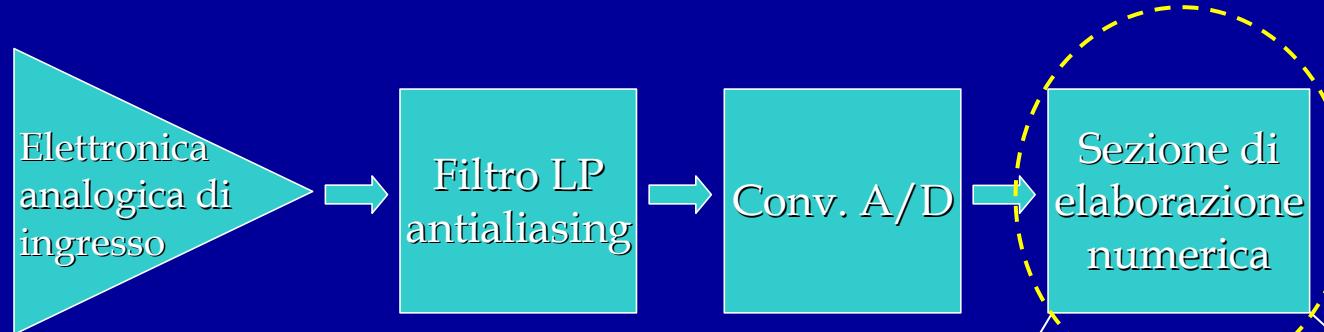
# AS a FFT: convertitore A/D



Il **convertitore A/D** viene fatto lavorare sempre alla massima velocità (un valore tipico è 400 kSa/s con 16 bit di risoluzione). In questo modo è possibile mantenere fisso il filtro antialiasing:  $f_{\max} = 200 \text{ kHz}$

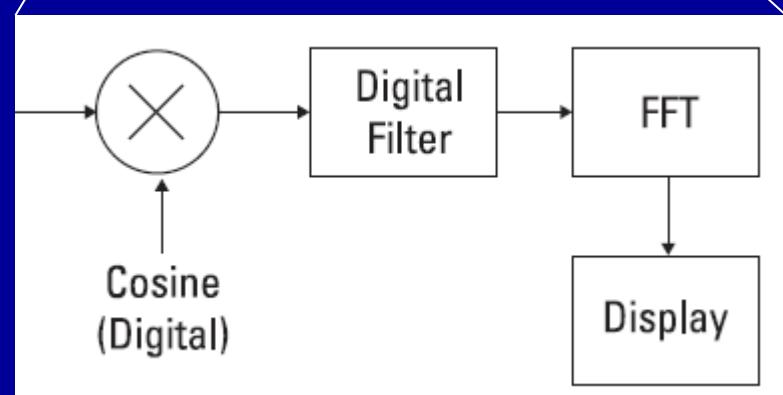
La selezione della banda da visualizzare è fatta esclusivamente tramite elaborazione digitale

# AS a FFT: elaborazione numerica



La **sezione di elaborazione numerica** consiste in 3 stadi:

- Mixer digitale  
(traslaz. freq. centrale: CENTER)
- Filtraggio per decimazione  
(riduzione della banda: SPAN)
- Algoritmo FFT  
(calcolo della Trasformata)

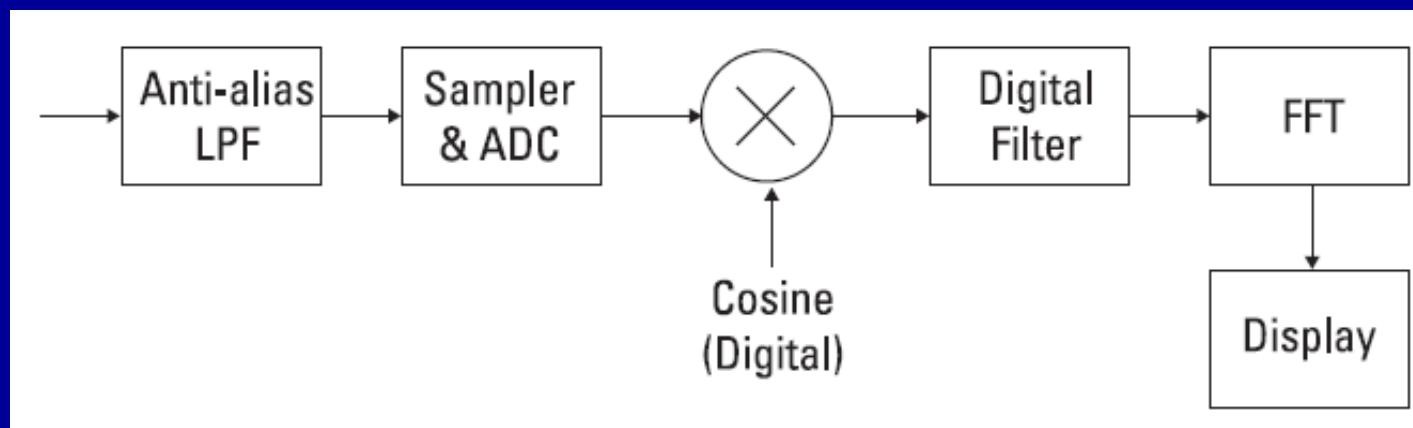


# AS a FFT: mixer digitale

Il mixer digitale consiste in una **moltiplicazione numerica per una sinusoide**, il che comporta una traslazione in frequenza (del segnale precedentemente acquisito e digitalizzato)

Tramite questo mixer è possibile scegliere la frequenza centrale di visualizzazione dell'AS. Il principio è lo stesso dell'**eterodina**, però **effettuato digitalmente**

Per analisi spettrali “da 0 Hz” non si effettua moltiplicazione



# AS a FFT: decimazione

Il **filtro digitale** effettua una **decimazione** dei campioni: dagli  $N$  campioni nel tempo crea un vettore  $n$  volte più piccolo, ottenendo ogni singolo valore come **media di  $n$  campioni** (*come High-Res in OD*)

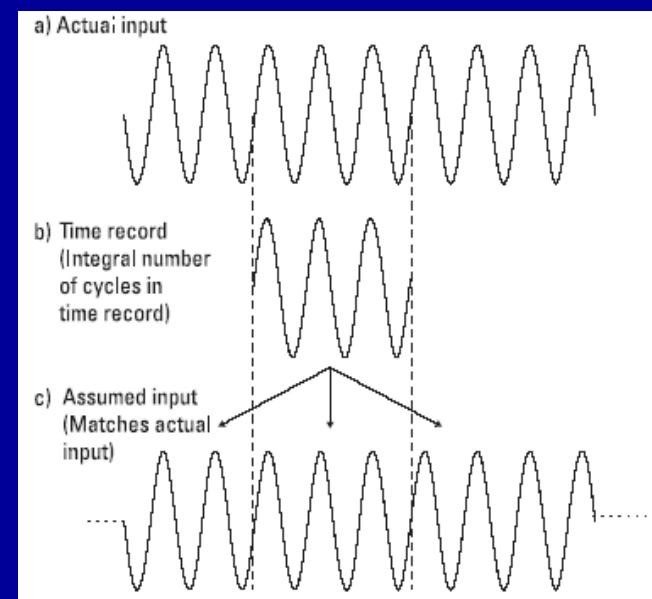
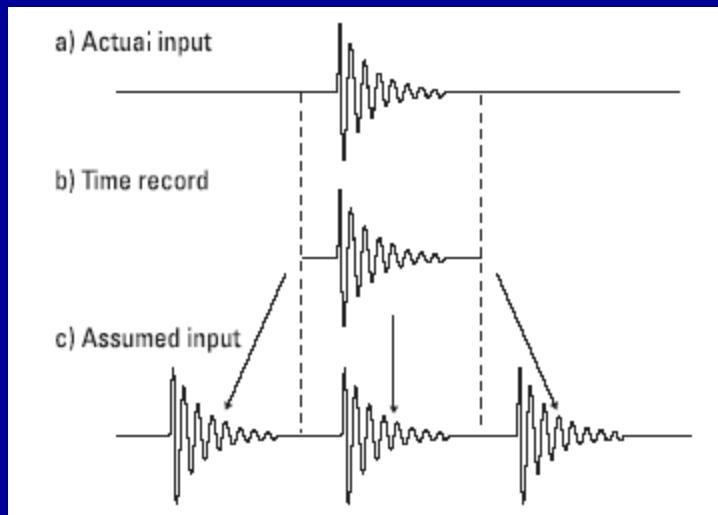
Con questo filtraggio si **riduce** lo SPAN della visualizzazione al valore desiderato (è come avere ridotto la frequenza "effettiva" di campionamento) e si **migliora la risoluzione in frequenza**: il successivo algoritmo FFT opera tipicamente su un numero prefissato di campioni (solitamente 1024)

Il vettore (spettro) risultante dall'FFT (512 punti) ha **posizione in frequenza** ( $f_{\text{CENTER}}$  e  $\text{SPAN}$ ) che **dipende dal mixer digitale e dalla decimazione effettuata**

# AS a FFT: windowing (1/4)

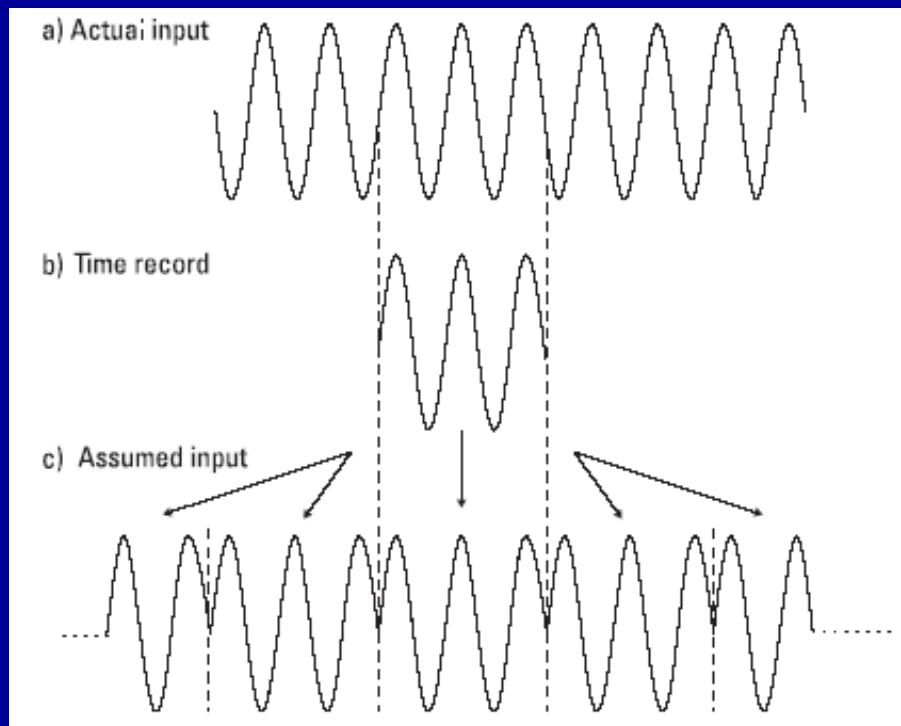
Lo spettro ottenuto tramite l'algoritmo FFT presuppone che il segnale nel tempo sia periodico (ricordiamo che discreto - campioni - **in frequenza implica periodico nel tempo e viceversa**)

Nel caso di segnali con durata limitata, o periodici campionati esattamente in fase sul periodo, non c'è problema nel "**periodicizzare**" il **segnale nel tempo**



# AS a FFT: windowing (2/4)

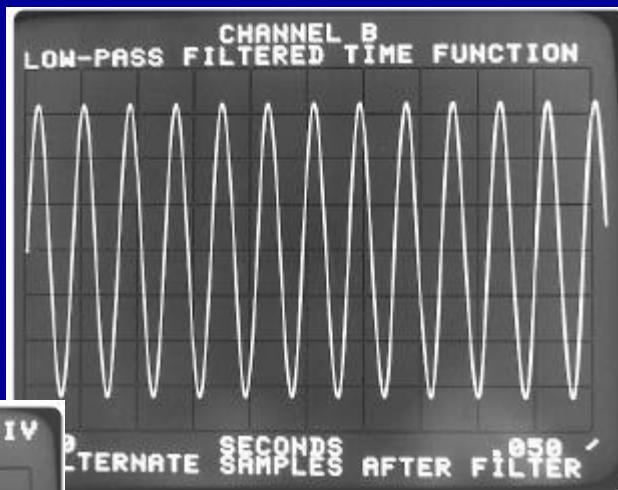
E' invece molto probabile che l'acquisizione del segnale (se non si ha a disposizione un *trigger*) sia come in figura, per cui il segnale "periodizzato" [la parte acquisita e poi idealmente ripetuta da  $-\infty$  a  $+\infty$  nel tempo] subisce delle **discontinuità agli estremi della finestra**



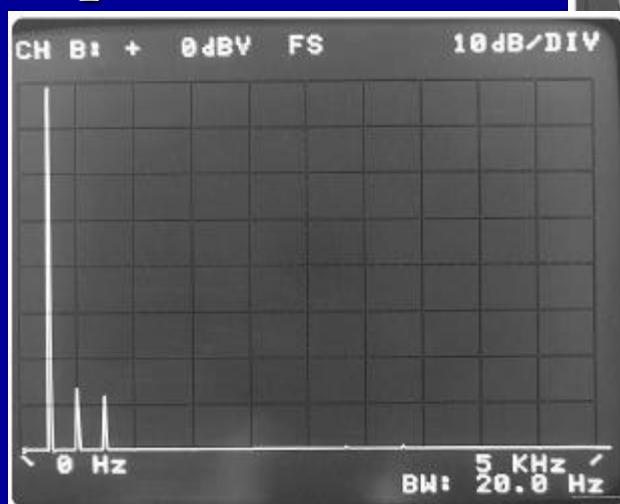
# AS a FFT: windowing (3/4)

I salti di fase (discontinuità) indotti da questa fittizia periodicità introducono componenti spurie in frequenza che possono mascherare il segnale reale

Segnale  
acquisito  
nel tempo



Spettro corretto



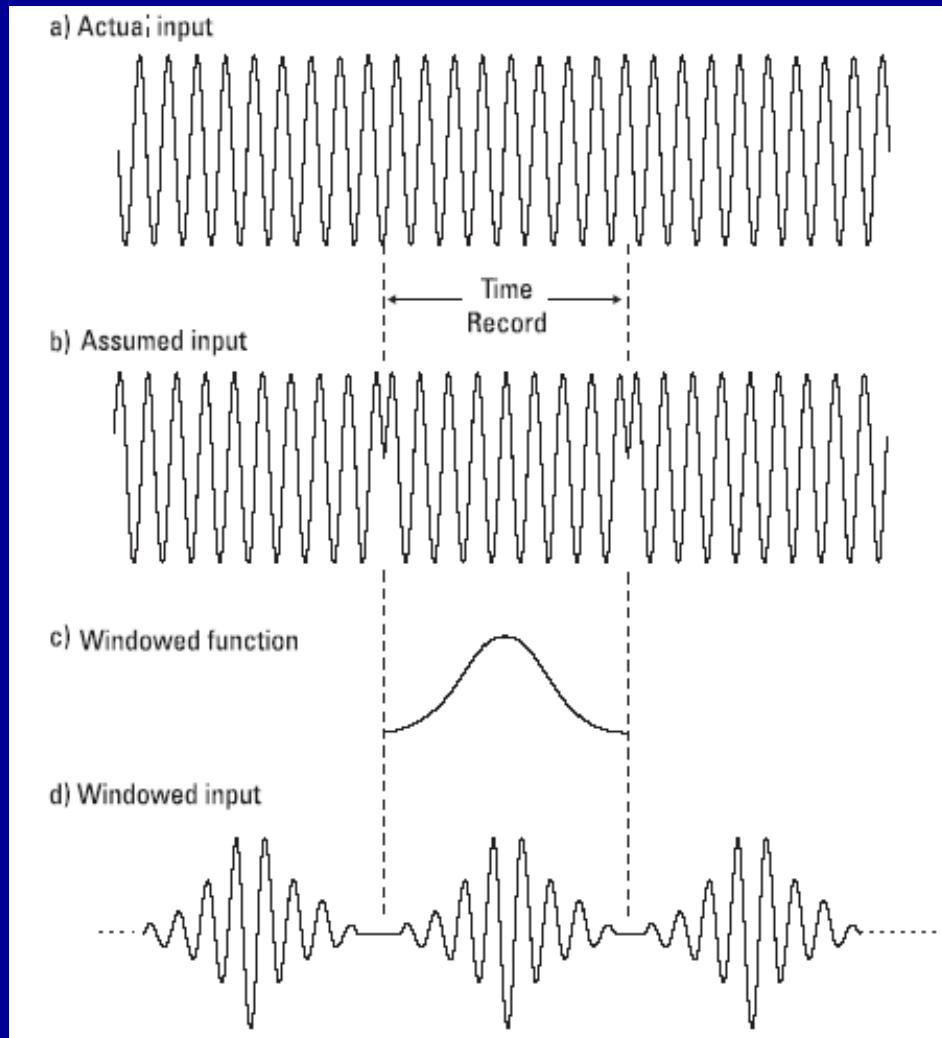
Spettro da FFT



# AS a FFT: windowing (4/4)

Per evitare i salti di fase si utilizza la tecnica della **finestratura**: si moltiplica il segnale nel tempo per una “funzione (finestra) a campana”, che valga zero ai bordi dell’intervallo

A seconda della funzione utilizzata si hanno finestre con diverse proprietà (di accuratezza e selettività spettrale o di accuratezza in ampiezza/potenza)



# AS a FFT: esempio (1/2)

Impiegando un convertitore A/D a 400 kSa/s si vuole visualizzare lo spettro di un segnale (con 1024 punti) nell'intorno di 1 kHz, con risoluzione  $\Delta f$  pari a 1 Hz

---

E' necessario quindi campionare per circa 1 s ( $\Delta f = 1/T$ ): scegliamo  $T=1.024$  s ottenendo  $N=409\,600$  campioni. (L'intervallo di campionamento è scelto in modo tale da avere un multiplo intero di 1024 campioni)

Il mixer digitale moltiplica gli  $N$  campioni per una sinusoide a 1 kHz (fissando  $f_{\text{CENTER}} = [f_{\text{STOP}} - f_{\text{START}}]/2 = 1$  kHz) e poi il filtro digitale decima (media) i campioni acquisiti di un fattore 400, ottenendo i 1024 punti per l'algoritmo FFT (lo *SPAN* passa da 200 kHz a 500 Hz)

## AS a FFT: esempio (2/2)

I 1024 campioni vengono quindi elaborati dall'algoritmo FFT ottenendo 512 campioni ("spettro unilatero"), a partire dalla frequenza 1 kHz, con risoluzione spettrale  $\Delta f$  pari a circa 1 Hz ( $\Delta f = 1/1.024$  s = 0.9766 Hz)

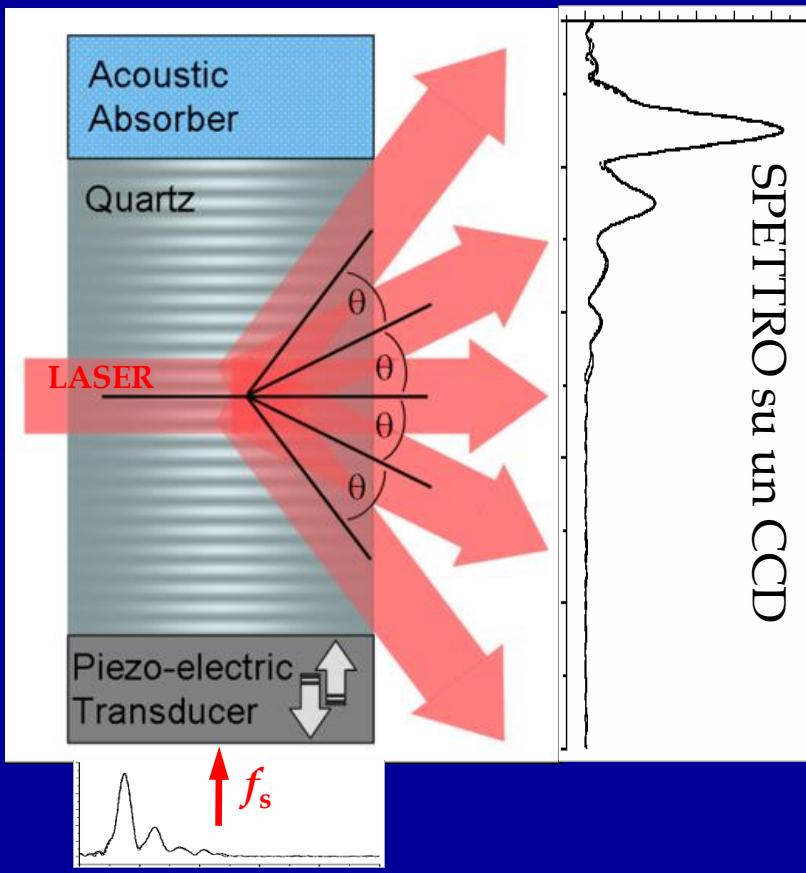
Lo spettro monilatero del segnale ricostruito va da 0 Hz a 500 Hz ( $512 \times 0.9766$  Hz), ma tenendo presente che a 0 Hz è stata traslata la frequenza di 1 kHz

I 512 punti visualizzati sullo schermo rappresentano dunque le frequenze da 1000 Hz sino a 1500 Hz

*Se anziché moltiplicare il segnale campionato per un seno digitale, lo si moltiplica per un esponenziale complesso è possibile ottenere 1024 punti significativi di cui 512 prima di 1 kHz e 512 dopo 1 kHz*  
 $\Rightarrow f_{START} = 500$  Hz e  $f_{STOP} = 1500$  Hz

# AS elettronico alla Bragg

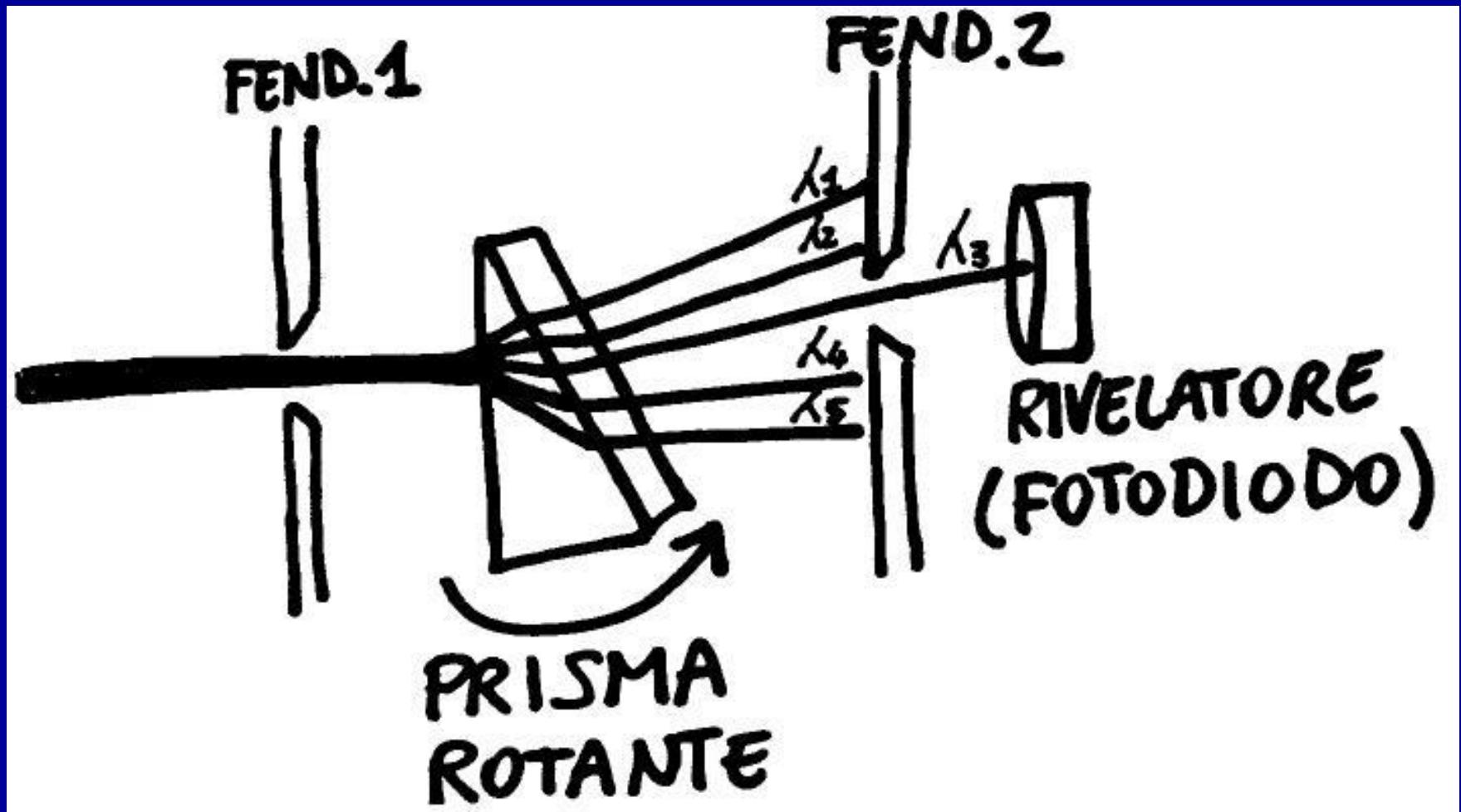
Un fascio laser attraversa una lamina di quarzo sottoposta a un'onda elastica ("acustica") prodotta da un attuatore piezoelettrico (PZT) comandato dal segnale di tensione di cui si vuole misurare lo spettro



Il fascio diffratto lascia il cristallo a un angolo che dipende dalla lunghezza d'onda  $\lambda_s$  dell'onda elastica (e dunque della frequenza  $f_s = v_s / \lambda_s$  del segnale di comando del PZT):  
 $\sin \theta = (m \lambda_{\text{laser}} / 2 \lambda_s)$  e dunque  
 $\sin \theta \approx \theta = (\lambda_{\text{laser}} / 2 v_s) \cdot f_s$  ( $m=1$ )  
con deflessione  $\theta \propto f_s$

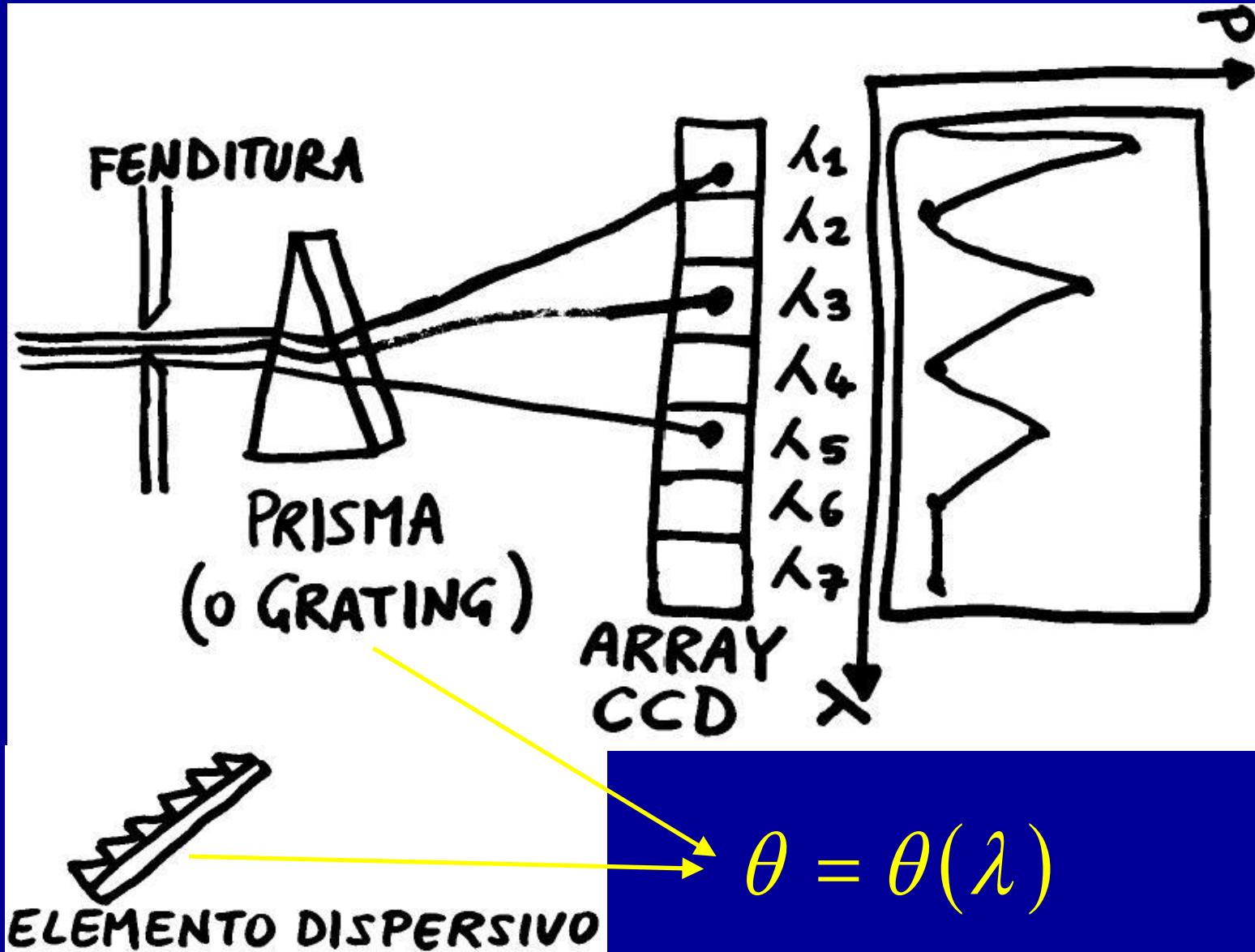
**Banda  $\approx$  MHz!!!**  
**(analisi parallela)**

# AS ottico (sequenziale)

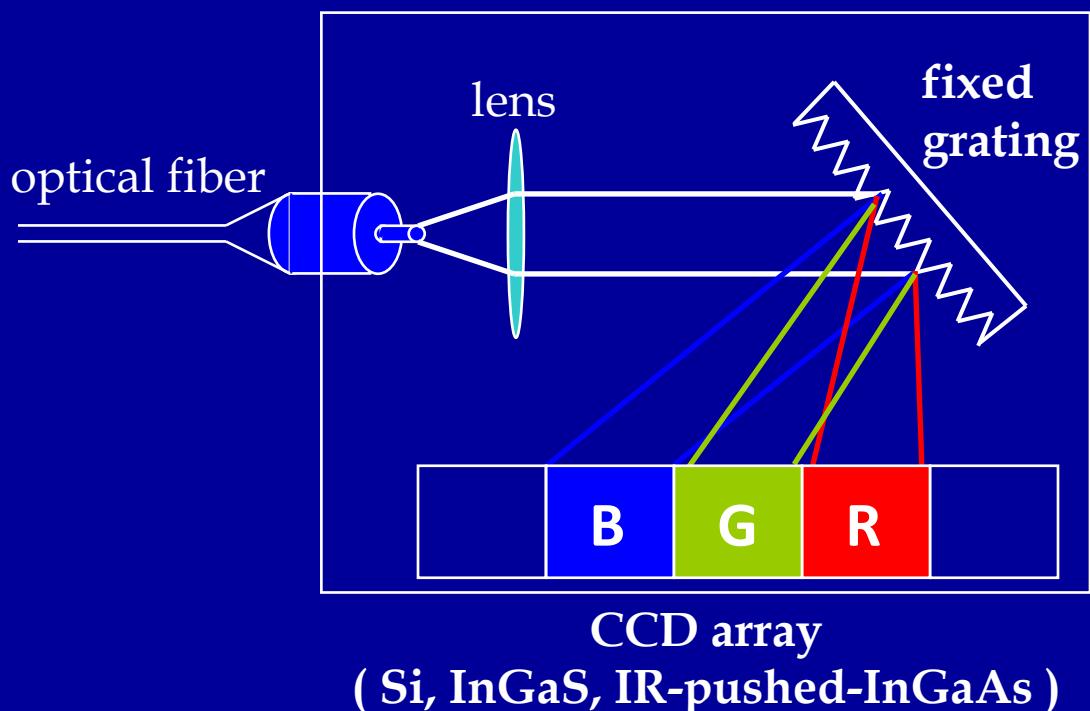


Si trasmettono in successione su un unico rivelatore le diverse lunghezze d'onda  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$

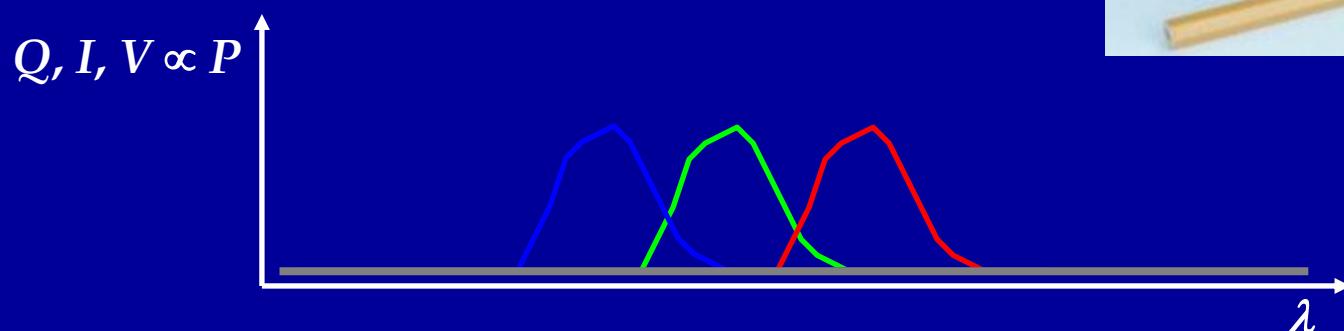
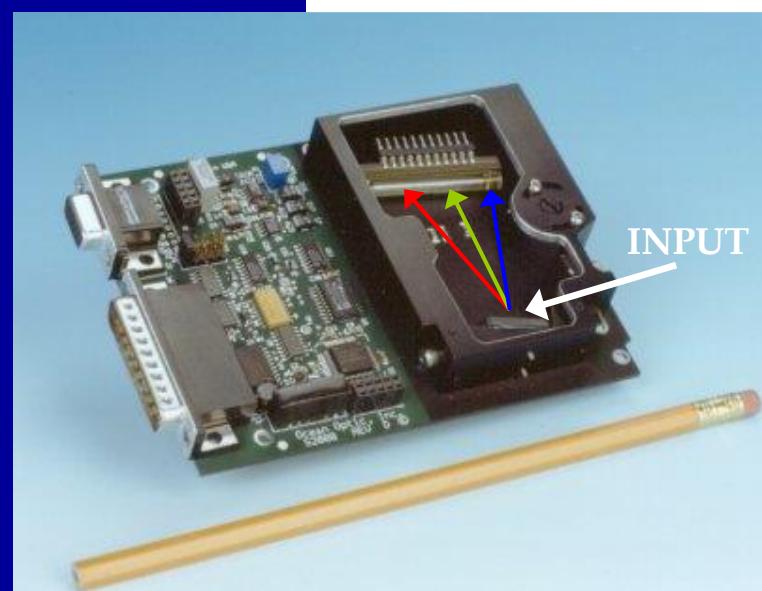
# AS ottico (parallelo)



# Ultra-compact OSA (PC board)



2048 *pixel*  
 $(12.5\mu\text{m} \times 200\mu\text{m})$   
 $L=25.6\text{mm}$



$$\Delta\lambda_{\text{SPAN}} = 600\text{nm}$$
$$\Delta\lambda_{\text{res}} = 0.3\text{nm}$$

# Fine del Corso

Le lezioni sono terminate! ☺

Vi ringrazio  
per la vostra attenzione