CIRCUITI E MISURE ELETTRONICHE **Mercoledì 12 settembre 2018**

Prof. Cesare Svelto **AA 2017/2018**

Tempo a disposizione 1 h 40 min **Aula 5.1.1 (ex C.1.1 270 p) ore 8.00**

COGNOME *(stampatello)*: ______________________________ **Nome** *(stampatello)*: _______________

Laurea-anno: FIS-2° **Matr. e firma** __ __ __ __ __ __ ________________________

Punteggi: pre-compito=6 Es.1=6 Es.2=7 Es.3=6 Es.4=7 TOT=32

N.B. Occorre saper svolgere tutti gli esercizi per poter consegnare il compito (con un esercizio mancante o sostanzialmente non svolto non si deve consegnare). **I compiti consegnati e corretti che evidenzieranno un risultato gravemente insufficiente, o comunque gravi lacune nella preparazione, comporteranno il salto dell'appello successivo**. Occorre motivare tutte le risposte date e indicare i passaggi risolutivi.

SOLUZIONI

(25 min) **Esercizio 1**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

1) La misura della massa m di una moto da strada viene ricavata in tre modi indipendenti:
   A. si eseguono n=6 misure ripetute ottenendo i seguenti valori di massa tutti espressi in kilogrammi: m_i=185, 183, 181, 181, 177, 175;
   B. la massa è letta con una bilancia digitale ideale con risoluzione 2 kg, e si legge il valore 178 kg;
   C. si misura il volume della moto, immergendola completamente in una vasca d'acqua e rilevando un innalzamento di livello corrispondente a un volume V=80(2) litri. Il costruttore della moto dichiara una sua densità media ρ=5 kg/dm^3 con incertezza estesa di 0.2 kg/dm^3 al 95 % di confidenza.

1A) Si ricavi la misura della massa m_A con l'incertezza in notazione compatta a due cifre significative.

1B) Si ricavi la misura della massa m_B con l'incertezza in notazione compatta a due cifre significative. Si ricavi anche l'incertezza relativa per questa misura, esprimendola in percentuale.

1C) Si ricavi la misura della massa m_C con l'incertezza in notazione compatta a due cifre significative.

1D) Si discuta la compatibilità tra le 3 misure, individuando con precisione i diversi fattori di copertura minimi ($k_{\alpha\text{-}\beta,MIN}$) per avere compatibilità tra le diverse coppie di misure, e si commenti il risultato ottenuto.

1E) Si ricavi la miglior stima della massa m della moto e la sua incertezza standard, assoluta e relativa.

1F) Si valuti l'incertezza, assoluta ed estesa per k=3, dell'incertezza sulla prima misura.

[2]**1A)** Il valor medio delle misure "ripetute" è $m_A = \bar{m} = \bar{m}_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i$ = 180.333… kg

con una deviazione standard campionaria $s(m_A) = s(m_i) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(m_i - \bar{m}_i)^2}$ = 3.724 kg

e una incertezza di categoria A $u(m_A)=u_A(m_A)=\frac{s(m_A)}{\sqrt{n}}$=1.520 kg=1.5 kg

La prima misura è dunque $\boldsymbol{m_A}$=**180.3(15) kg**.

[2]**1B)** Data la bilancia ideale con risoluzione Δm_B=0.2 kg, la corrispondente incertezza di quantizzazione è $u(m_B)=\Delta m_B/\sqrt{12}\cong$0.58 kg.

La seconda misura è dunque $\boldsymbol{m_B}$=**178.00(58) mm**.

L'incertezza relativa, espressa in percentuale, è $\boldsymbol{u_r(m_B)}=u(m_B)/m_B$=**0.32 %~0.4 %**.

[2]**1C)** La massa della moto si ricava come prodotto della sua densità media per il volume: $m_C=\rho\, V$=400 kg. Le incertezze relative delle due variabili di ingresso, volume e densità, sono $u_r(V)=u(V)/V$=2/80=2.5 % e $u_r(\rho)=u(\rho)/\rho$=0.1/5=2 % (si noti che l'incertezza sulla densità è 0.1 kg/dm^3 dato che l'incertezza estesa aveva un fattore di copertura k=2 per il 95 % di confidenza). L'incertezza composta per a massa m_C è allora $u_r(m_C)=\sqrt{u_r^2(V)+u_r^2(\rho)}$=3.2 % con i due contributi sostanzialmente confrontabili tra loro: nessuno dei due è trascurabile rispetto all'altro. L'incertezza assoluta della massa misurata indirettamente è allora $u(m_C)=u_r(m_C)\cdot m_C$=13 kg.

La terza misura è dunque $\boldsymbol{m_C}$=**400(13) kg** (questa misura è piuttosto "lontana" dalle altre).

[2]**1D)** I tre risultati di misura, espressi in notazione compatta, sono:

$\boldsymbol{m_A}$**=180.3(15) mm** $\boldsymbol{m_B}$**=178.00(58) mm** $\boldsymbol{m_C}$**=400(13) kg**

Si può osservare che **il terzo valore di misura risulta piuttosto differente** ("lontano" in termini delle incertezze standard del caso) **rispetto al primo e al secondo**. La terza misura è stata ottenuta attraverso una misura indiretta che necessita la conoscenza della densità media del materiale di cui è composta la moto. **Nella terza misura ci deve essere qualche errore che la rende probabilmente non compatibile con le misurazioni precedenti.**

Siamo in presenza di 3 misure differenti della medesima grandezza fisica, che hanno fornito valori diversi e con incertezze differenti. **Si avrà compatibilità tra coppie di misure indipendenti se la distanza tra i due valori di misura è inferiore alla radice quadrata della somma quadratica delle due incertezze, eventualmente estesa per un fattore di copertura *k***: $|M_\alpha - M_\beta| \le k\sqrt{u^2(M_\alpha)+u^2(M_\beta)}$, con valori possibili/plausibili k=1, 2, o 3. Naturalmente a valori k inferiori corrispondono compatibilità più forti.

Nel caso considerato si ottiene compatibilità per fattori di copertura minimi $\boldsymbol{k_{AB}}$**≅1.43~1.5**, k_{AC}≅16.8~17, k_{BC}≅17.1~17. **Sono compatibili tra loro le misure $\boldsymbol{m_A}$ e $\boldsymbol{m_B}$, con $\boldsymbol{k}$=2, mentre risulta incompatibile con le altre la misura $\boldsymbol{m_C}$.**

[1.5] **1E)** Ricorrendo al criterio della media pesata tra le misure compatibili, la miglior stima per il valore della misura e la sua incertezza tipo sono:

$$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{m}_{\mathbf{MP}}=\frac{\dfrac{m_A}{u^2(m_A)}+\dfrac{m_B}{u^2(m_B)}}{\dfrac{1}{u^2(m_A)}+\dfrac{1}{u^2(m_B)}}=\mathbf{178.299\ kg} \quad ; \quad \boldsymbol{u(m)}=\boldsymbol{u(m_{\mathbf{MP}})}=\sqrt{\frac{1}{\dfrac{1}{u^2(m_A)}+\dfrac{1}{u^2(m_B)}}}=\mathbf{0.541\ kg}$$

Come previsto dalla teoria, il valore della media pesata cade nell'intervallo tra i due valori mediati (e più vicino a quello con incertezza minore), mentre l'incertezza della media pesata risulta inferiore alla più bassa tra le due incertezze delle misure mediate.

La misura finale è quindi $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{m}_{\mathbf{MP}}=$**178.30(54) mm**.

L'incertezza relativa della media pesata è $\boldsymbol{u_r(m_{\mathbf{MP}})}=u(m_{MP})/m_{MP}=$**0.30 %=0.3 %**.

[1.5] **1F)** Ricordiamo che nel caso delle misure ripetute e per la corrispondente stima di incertezza di categoria A, l'incertezza dell'incertezza è legata al numero di gradi di libertà, $\nu=n-1$, come $u_r[u]=1/\sqrt{2\nu}$.

Con $n=6$ misure ripetute, si può quindi stimare un'incertezza relativa dell'incertezza $u_r[u(m_A)]=1/\sqrt{2\cdot5}=1/\sqrt{10}\cong32\ \%$ e un'incertezza assoluta $u[u(m_A)]=u(m_A)\times u_r[u(m_A)]=0.5$ kg. L'incertezza estesa per $k=3$ è $\boldsymbol{U[u(m_A)]}=k\cdot u[u(m_A)]$**=1.5 kg=2 kg**.

Naturalmente, tale incertezza dell'incertezza è piuttosto grossolana perché il numero di misure ripetute (e gradi di libertà) è basso: in queste condizioni sarebbe più opportuno esprimere anche l'incertezza tipo $u(m_A)$ e pure l'incertezza estesa $U(m_A)$ con una sola cifra significativa.

TOT = 11 punti su 10 ma va bene perché ESE lungo e completo.

(25 min) **Esercizio 2**

(svolgere su questo foglio e sul retro)

2) Con un voltmetro integratore a doppia rampa si misura una tensione di 15.1314 V e per questa tensione in ingresso al voltmetro la pendenza della rampa in salita eguaglia esattamente la pendenza della rampa in discesa. Il voltmetro è bipolare con portata 20 V e 20 bit.

2A) Quanto vale la risoluzione dimensionale ΔV e l'incertezza di quantizzazione $u_q(V)$?

2B) Si disegni lo schema a blocchi del voltmetro integratore a doppia rampa.

2C) Se il voltmetro opera con un rumore elettronico interno con ampiezza efficace $V_{N,eff}=V_1=200\ \mu V$, si calcoli il suo numero di bit equivalenti. Quanti bit si "perdono" a causa di questo rumore e quanti se ne perderebbero se l'ampiezza efficace del rumore raddoppiasse?

2D) Nel caso del modello $P=V^2/R$ per un carico resistivo e una tensione continua, come è possibile effettuare una regressione lineare per ricavare il valore della resistenza R da diverse misure di (P_i, V_i)

2E) Se in un oscilloscopio analogico si raddoppia la differenza di potenziale tra anodo e catodo, che cosa succederà alla banda passante?

In un oscilloscopio digitale da cosa dipende la risoluzione della misura del periodo di un segnale sinusoidale?

[2]2A) La risoluzione dimensionale del voltmetro è pari alla dinamica dello strumento divisa per il suo numero di livelli e quindi:

ΔV $= D / N = 40\ \mathrm{V} / 2^{20}$ **$\cong 38\ \mu\mathrm{V}$**

L'incertezza di quantizzazione è legata alla larghezza del livello di quantizzazione (uniforme) ed è pari a:

$u_q(V)$ $= \Delta V / \sqrt{12} = 38\ \mu\mathrm{V} / \sqrt{12}$ **$\cong 11\ \mu\mathrm{V}$**

[2]2B) Vedi **Libro e lucidi del Corso**.

[2]2C) Per ricavare il numero di bit equivalenti, utilizziamo la formula

$$n_e = n - \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_q^2 + \sigma_N^2}{\sigma_q^2}\right) = n - \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{\sigma_N^2}{\sigma_q^2}\right)$$

dove n è il numero di bit, σ_q^2 è la varianza di quantizzazione e σ_N^2 è la varianza del rumore aggiunto (qui interno all'ADC).

Essendo $\sigma_q^2 = u_q^2 = \frac{(\Delta V)^2}{12}$ $1.2\times10^{-10}\ \mathrm{V}^2$ e $\sigma_N^2 = (V_{N,\mathrm{eff}})^2 = 4\times10^{-8}\ \mathrm{V}^2$ si ottiene

$$n_e = n - \frac{1}{2}\log_2(1+330) \cong 20 - 4.2 = 15.8 \text{ bit}$$

dunque a causa del rumore **si perdono 4.2 bit dei 20 bit inizialmente disponibili**.

Essendo in una condizione di lavoro con $\sigma_N^2 >> \sigma_q^2$, il numero di bit equivalenti, di fatto, non dipende più dal numero di bit di partenza ma solo dal rapporto Segnale/Rumore σ_S^2 / σ_N^2 e varia secondo la formula $n_e = (1/2)\log_2(\sigma_S^2 / \sigma_N^2)$. Nella formula precedente si è indicato con $\sigma_S^2 = D^2/12$ la varianza o "potenza" del segnale (D è la dinamica del convertitore A/D) e con σ_N^2 la varianza o "potenza" del rumore "aggiunto" (oltre alla quantizzazione). In queste condizioni di lavoro, se σ_N^2 aumenta di un fattore 4, perché $V_{N,\mathrm{eff}}$ raddoppia, si perde ulteriormente 1 bit, per un totale di **5.2 bit persi**.

[2]2D) Per applicare la regressione lineare a un modello non lineare (qui quadratico), occorre innanzitutto **linearizzare la relazione ingresso-uscita** attraverso un cambio di variabili. Nel caso considerato possimo scegliere **$x=V^2$ e $y=P$**. L'equazione della retta di regressione $y=mx+q$ dovrebbe resistuire un termine noto $q\cong0$ e un coefficiente angolare **$m\cong(1/R)$** da cui è possibile ricavare la resistenza R.

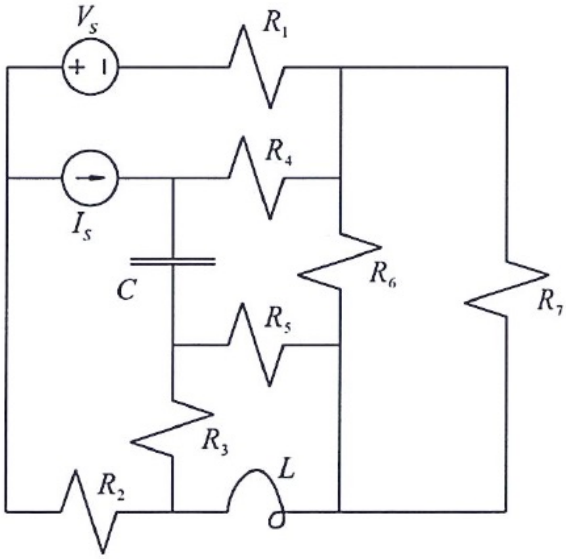
[2]2E) Dato che nell'oscilloscopio analogico **la banda passante è proporzionale alla radice quadrata della tensione accelerante** (V_{acc}, differenza di potenziale tra anodo e catodo), raddoppiando V_{acc} si dovrebbe ottenere un aumento della banda passante di un fattore $\sqrt{2}\cong1.4$: **aumento di banda del 40 %**.

In un oscilloscopio digitale la risoluzione nelle misure sull'asse temporale dipendo dalla **risoluzione di misura ΔT degli intervalli di tempo**. Tale risoluzione ΔT dipende dal tipo di campionamento adottato: in un campionamento in ***real-time* ΔT è pari a $T_C=1/f_C$** (periodo e frequenza di campionamento dell'ADC); in un campionamento in ***equivalent-time* sequenziale ΔT è pari al ritardo τ** del campionamento su periodi successivi mentre in ***equivalent-time* casuale ΔT è pari a ΔT_{CONT}**, risoluzione del contatore elettronico utilizzato per misurare le distanze dei campioni dall'evento di *trigger*.

(20 min) **Esercizio 3**

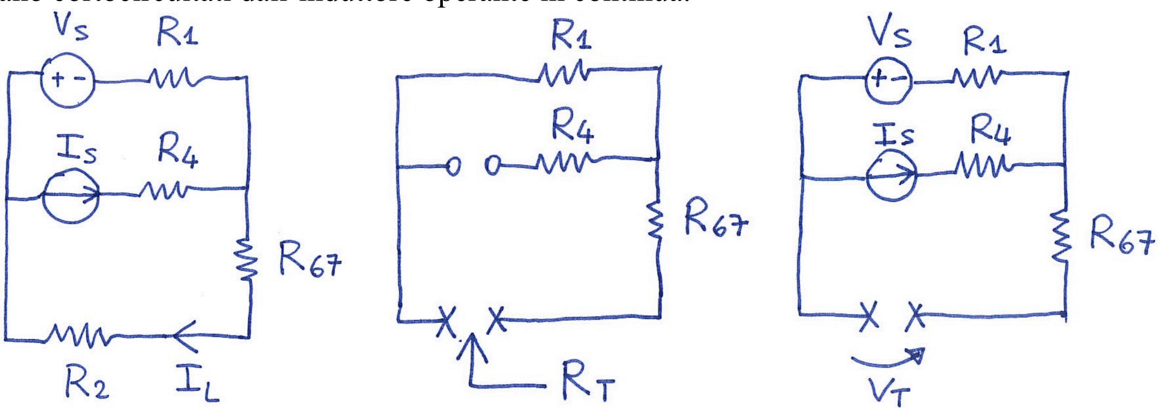
(svolgere su questo foglio e sul retro)

3) Il circuito elettrico mostrato in figura opera in regime stazionario, con: V_S=24 V, I_S=2 A, R_1=9 Ω, R_2=5 Ω, R_3=18 Ω, R_4=4 Ω, R_5=7 Ω, R_6=8 Ω, R_7=11 Ω, L=10 mH, C=10 μF.



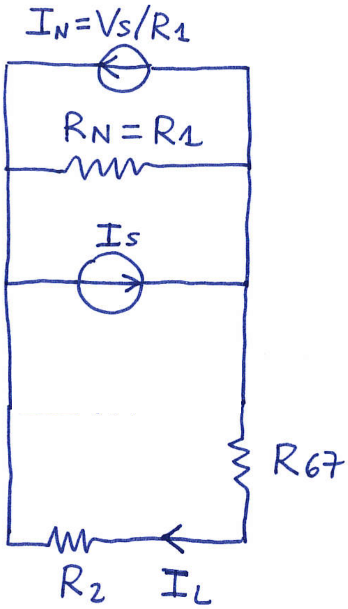
3A) Si calcoli l'equivalente di Thevenin del circuito elettrico visto ai capi del resistore R_2.
3B) Si ricavi l'energia E_L immagazzinata nell'induttore L.

[7]**3A)** In regime stazionario l'induttore equivale a un c.c. e il condensatore a un c.a.. Inoltre i resistori R_6 e R_7 risultano in parallelo e quindi equivalenti ad unico resistore di resistenza $R_{67}=R_6R_7/(R_6+R_7)$=4.632 Ω. Il circuito assegnato è dunque equivalente a quello (semplificato) riportato nella figura seguente (a sx), dove R_3 e R_5 risultano cortocircuitati dall'induttore operante in continua.



Rimane da calcolare l'equivalente di Thevenin ai capi di R_2 nel circuito semplificato, dove R_4 può anche essere trascurata (cortocircuitata) in quanto in serie a un generatore di corrente (I_S).
Allo scopo, passiviamo la rete e ricaviamo innanzitutto la resistenza di Thevenin R_T vista i capi di R_2, come mostrato nella figura precedente (al centro): essa è naturalmente $\boldsymbol{R_T}=R_{67}+R_1$**=13.632 Ω**.
Per ricavare la tensione di Thevenin, dobbiamo calcolare la tensione di c.a. ai capi di R_2, come mostrato nella figura precedente (a dx), e possiamo applicare la sovrapposizione degli effetti. L'effetto del generatore di tensione V_S è pari alla tensione V_S stessa, cambiata di segno. L'effetto del generatore di corrente I_S, che fa passare la corrente in R_1 è una tensione R_1I_S (equiversa con la polarità scelta per V_T e di segno opposto rispetto a V_S, dato il verso della corrente I_S). Si ottiene dunque $\boldsymbol{V_T}=-V_S+R_1I_S$=(-24 V+18 V)**=-6 V**.

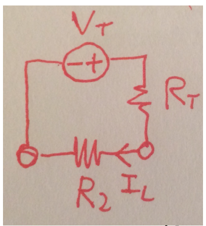
[3]**3B)** Per calcolare l'energia E_L immagazzinata nell'induttore L, occorre prima ricavare la corrente I_L che scorre nell'induttore e quindi ricavare l'energia corrispondente: $E_L=(1/2)L(I_L)^2$.
Sempre partendo dal circuito elettrico semplificato della prima figura della soluzione, trasformiamo il generatore di tensione V_S con in serie la resistenza R_1 nel suo equivalente di Norton (con corrente V_S/R_1=2.667 A e collegato come mostrato in figura). Inoltre, osserviamo ancora una volta che la resistenza R_4 è ininfluente e possiamo sostituirla con un c.c. in quanto posta in serie a un generatore di corrente (I_S).
Dobbiamo dunque ricavare il valore della corrente I_L nel seguente circuito:



Ricaviamo la corrente I_L utilizzando il partitore di corrente per la corrente $I=I_S-I_N=I_S-V_S/R_1$=-0.667 A che si ripartisce tra $R_N=R_1$ in parallelo con $R_{267}=R_2+R_{67}$=9.632 Ω. Tale corrente è:

$$I_L=\frac{R_1}{R_1+R_{267}}I = -0.322 \text{ A}$$

Molto più semplicemente, usando l'equivalente di Thevenin ai capi di R_2 ricavato al punto precedente:



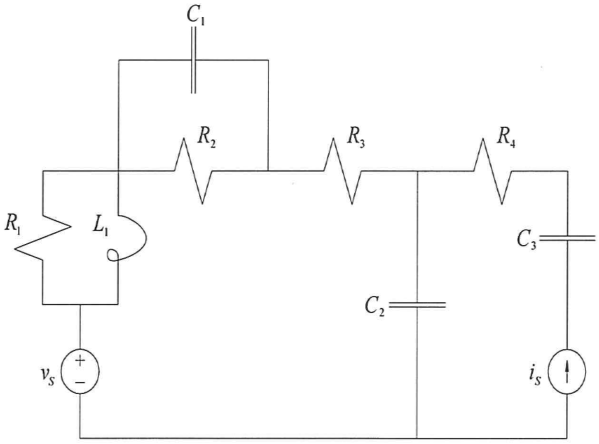
$$I_L=I_{R2}=\frac{V_T}{R_T+R_2}=\frac{-6}{13.632+5}=-0.322 \text{ A}$$

Questo metodo è certamente più rapido e semplice del precedente ma se R_T e V_T non sono state ricavate, o sono state ricavate in errore, il risultato così "comodo" non è raggiungibile o risulterà numericamente errato.

Infine, dopo avere ricavato il valore della corrente I_L, l'energia immagazzinata nell'induttore è:

$$\boldsymbol{E_L}=\frac{1}{2}LI_L^2\,\mathbf{=0.519\ mJ}$$

4) E' dato il circuito in figura, operante in regime alternato sinusoidale alla frequenza f=300 Hz. I parametri del circuito sono: $v_S=\sqrt{2}\cdot 50\cos(2\pi ft-\pi/6)$ V, $i_S=\sqrt{2}\cdot 5\cos(2\pi ft-\pi/3)$ A, R_1=15 Ω, R_2=20 Ω, R_3=2 Ω, R_4=10 Ω, L_1=10 mH, C_1=30 μF, C_2=50 μF, C_3=40 μF. Per i calcoli con i fasori si utilizzino i valori efficaci delle tensioni e correnti di interesse.



4A) Si calcoli, mostrando tutti i passaggi e indicando i ragionamenti svolti, l'equivalente di Thevenin della rete vista ai capi del resistore R_3.
4B) Si determini la potenza attiva e reattiva erogate dal generatore di tensione v_S.

[7]**4A)** Cominciamo col calcolare le grandezze fasoriali per le tensioni e le correnti (utilizzando come richiesto nel testo i valori efficaci di queste grandezze), e anche i valori delle impedenze complesse:

$\boldsymbol{V}_S=50e^{-j\pi/6}$ V=(43.3-j25) V

$\boldsymbol{I}_S=5e^{-j\pi/3}$ A=(2.5-j4.33) A

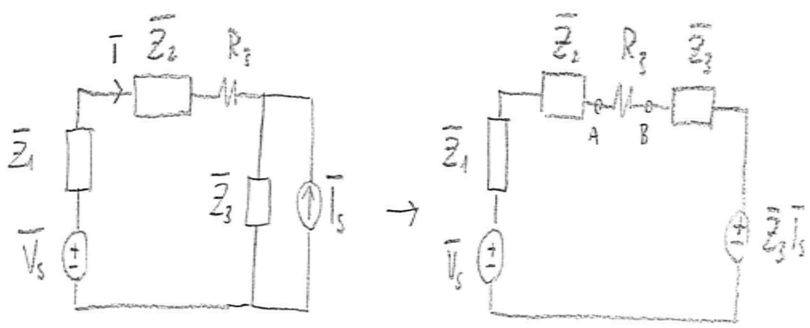
$$Z_1=Z_{L1R1}=\frac{j\omega L_1 R_1}{j\omega L_1+R_1}=(9.184+j7.309)\ \Omega$$

$$Z_2=Z_{R2C1}=\frac{\dfrac{R_2}{j\omega C_1}}{R_2+\dfrac{1}{j\omega C_1}}=(8.775-j9.925)\ \Omega$$

$$Z_3=Z_{C2}=\frac{1}{j\omega C_2}=-j10.61\ \Omega$$

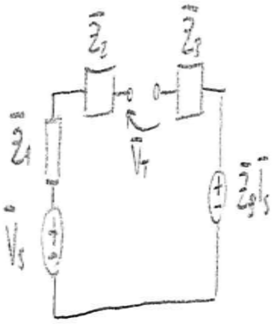
R_4 e C_3 sono in serie a un generatore di corrente (i_S) e pertanto non hanno effetto sul resto del circuito.

Circuito equivalente nel dominio di Steinmetz (fasori)



EQ. THEVENIN AI MORSETTI DEL RESISTORE

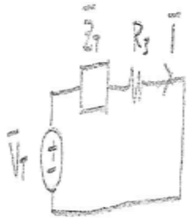
Circuito equivalente
di Thevenin



$$\bar{V}_T = \bar{V}_S - \bar{Z}_3\bar{I}_S = (89{,}25 + j1{,}526)\,\Omega$$

$$\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 = (17{,}96 - j13{,}23)\,\Omega$$

[3]**4B)** La corrente ***I*** nel resistore R_3 è la stessa che circola nel generatore $\boldsymbol{V}_S$ ed è possibile calcolarla mediante l'equivalente di Thevenin:



$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_T}{\bar{Z}_T + R_3} = (3{,}072 + j2{,}112)A$$

Quindi ricaviamo la potenza complessa erogata dal generatore:

$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{V}_S \cdot \boldsymbol{I}^* = 80.21\ \mathrm{W} - j168.3\ \mathrm{VAR}$

[foglio addizionale per eventuale esercizio "lungo"]

INDICARE IL RICHIAMO IN FONDO ALLA PAGINA DELL'ESERCIZIO CORRISPONDENTE