Exercizi INC

Carlo Tassistro 2011 - 2012

Esercizio 1

1.1 Un distributore è stato contattato da due diversi clienti interessati a comprare una certa quantità di prodotto. Il primo cliente ha ordinato 3 unità di prodotto, il secondo ha ordinato 2 unità di prodotto. Il distributore, sfortunatamente, dispone solamente di 4 unità di prodotto. Il distributore decide di assegnare ai due clienti una quantità di prodotto pari a x_1 e x_2 rispettivamente, con $x_1 \in \{0, 1, 2, 3\}$ e $x_2 \in \{0, 1, 2\}$.

Il distributore ha deciso di assegnare i prodotti in ugual ammontare, cioè $x_1 = x_2$, se questo è possibile. Se non è possibile, il distributore decide di assegnare il prodotto al cliente che ha ordinato la quantità più piccola, cioè $x_1 = 0$ se $x_2 = 1$ e $x_2 = 0$ se $x_1 = 1$. Infine, se $x_1 = x_2 = 2$, il distributore decide di assegnare una unità di prodotto al primo cliente e una unità di prodotto al secondo cliente.

Si chiede di:

1. Scrivere la funzione di utilità $u(x_1, x_2)$ che rappresenta le preferenze del distributore.
2. Dimostrare che la funzione di utilità $u(x_1, x_2)$ non può essere rappresentata da una funzione di utilità cardinale.

Soluzione

1. Funzione di utilità:

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_1 = x_2 = 1 \text{ oppure } x_1 = x_2 = 2 \\ 0 & \text{se } x_1 = 0, x_2 = 1 \text{ oppure } x_2 = 0, x_1 = 1 \\ 2 & \text{se } x_1 = x_2 = 0 \\ 3 & \text{se } x_1 = x_2 = 3 \\ 4 & \text{se } x_1 = 2, x_2 = 1 \\ 5 & \text{se } x_1 = 1, x_2 = 2 \end{cases}$$

2. Dimostrazione:

Per dimostrare che la funzione di utilità $u(x_1, x_2)$ non può essere rappresentata da una funzione di utilità cardinale, si deve dimostrare che non esiste una funzione $f(\cdot)$ tale che $u(x_1, x_2) = f(x_1 + x_2)$.

Si osservi che $u(1, 1) = 1$ e $u(2, 2) = 1$. Quindi, $f(2) = 1$. Si osservi che $u(0, 1) = 0$ e $u(1, 0) = 0$. Quindi, $f(1) = 0$. Si osservi che $u(0, 0) = 2$. Quindi, $f(0) = 2$. Si osservi che $u(3, 3) = 3$. Quindi, $f(6) = 3$. Si osservi che $u(2, 1) = 4$. Quindi, $f(3) = 4$. Si osservi che $u(1, 2) = 5$. Quindi, $f(3) = 5$. Si osservi che $u(1, 1) = 1$. Quindi, $f(2) = 1$. Si osservi che $u(0, 1) = 0$. Quindi, $f(1) = 0$. Si osservi che $u(0, 0) = 2$. Quindi, $f(0) = 2$. Si osservi che $u(3, 3) = 3$. Quindi, $f(6) = 3$. Si osservi che $u(2, 1) = 4$. Quindi, $f(3) = 4$. Si osservi che $u(1, 2) = 5$. Quindi, $f(3) = 5$.

Esercizio 2

2.1 Si consideri la funzione di utilità $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ e si consideri il vincolo di bilancio $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.

Si dimostri che la domanda ordinaria di ciascun bene è data da $x_1(p, m) = \frac{m}{p_1 + p_2}$ e $x_2(p, m) = \frac{m}{p_1 + p_2}$ e si dimostri che la funzione di domanda ordinaria è omogenea di grado zero.

Si dimostri che la domanda ordinaria di ciascun bene è data da $x_1(p, m) = \frac{m}{p_1}$ e $x_2(p, m) = \frac{m}{p_2}$ se $\frac{p_1}{p_2} \geq 1$ e $x_1(p, m) = \frac{m}{p_1}$ e $x_2(p, m) = \frac{m}{p_2}$ se $\frac{p_1}{p_2} \leq 1$