Esercizi REGR

Friday, 2 September 2022 04:10

ESERCIZIO 1 (OSCILLOSCOPIO)

3) Con un oscilloscopio analogico si effettua la misura dello *slew-rate* (massima velocità di variazione dell'uscita, tipicamente espressa in V/µs) di un amplificatore operazionale. Viene fornita all'ingresso dell'amplificatore un'onda quadra "ideale" alternata con livelli ±1 V, a frequenza 100 Hz. Con i *marker* dell'oscilloscopio si leggono i seguenti valori della tensione di uscita in funzione del tempo (l'istante iniziale corrisponde al *trigger*, prelevato sull'onda quadra di ingresso, e l'amplificatore risponde con un certo ritardo):

Tempo [µs] (x)	Tensione [V] (y)
0	-13
1.0	-10.1
1.1	-5.2
1.2	0.1
1.3	5.0
5.0	+13

REGR

3a) Ricavato il guadagno dell'amplificatore, si calcoli il valore dello *slew-rate* attraverso una tecnica di regressione ai minimi quadrati.

NOTA: Si ricorda che il coefficiente angolare ed il termine noto della retta di regressione lineare valgono

$$m=\frac{n\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2} \qquad b=\frac{\sum x_i^2\sum y_i-\sum x_i\sum x_iy_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=\frac{\sum y_i-m\sum x_i}{n}$$

3b) Si descrivano le impostazioni dell'oscilloscopio utilizzate per effettuare la misura e si disegni la schermata corrispondente (da cui sono state ricavate le misure della tabella precedente).
3c) Che tecnica di visualizzazione multitraccia è stata utilizzata, perché?
3d) Si calcoli la banda minima dell'oscilloscopio che consente di effettuare correttamente questa misura.

GUADAGNO AMPLIFICATORE

$$G=\frac{\Delta_{ADC}}{\Delta_{SEGNALE}}=\frac{13}{1}=13$$

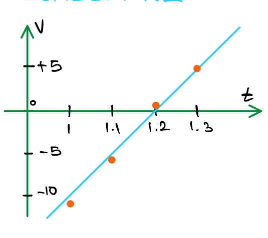
ONDA ±1 → DINAMICA ±13

CONSIDERAZIONI

REGRESSIONE SOLO AI 4 PUNTI CENTRALI

IN (0, -13) PRIMA DI TRANSIZIONE
OUT (5, +13) FINE TRANSITORIO
NON-LINEARI

REGRESSIONE



$$m=\frac{N\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{N\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=50.6\ V/\mu s$$

$\sum x_i = 4.6$
$\sum x_i^2 = 5.34$
$\sum y_i = -10.2$
$\sum x_iy_i = -9.2$

$x \rightsquigarrow t$
$y \rightsquigarrow V$
$N = 4$

$$q=\bar{y}-m\bar{x}=\frac{\sum y_i}{N}-m\frac{\sum x_i}{N}=-60.7\ V$$

EQUAZIONE RETTA

$y = mx + q$

$y = \underline{+50.6}\,x\ \underline{-60.7}$

SLEW RATE

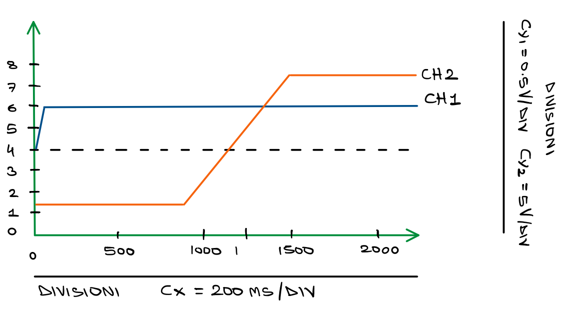
MAX VELOCITÀ DI VARIAZIONE DELL'USCITA

$\dot{y} = m \cong 50\ V/\mu s$

IMPOSTAZIONI OSCILLOSCOPIO

CH1	ONDA QUADRA INGRESSO	0.5 V/DIV	±1	DC
CH2	USCITA AMPLIFICATORE	5 V/DIV	±13	

TRIGGER POSTO SU CH1 PENDENZA POSITIVA $t=0$ 0.2 µs/DIV



TECNICA DI VISUALIZZAZIONE MULTITRACCIA

ALT - ALTERNATED (TEMPI DI VISUALIZZAZIONE VELOCE)

BANDA MINIMA OSCILLOSCOPIO

STIMA DAL TEMPO DI SALITA

COMMUTAZIONE AMPLIFICATORE $T_{AMP} = 0.5\ \mu s$

$B = 0.35 / T_{AMP} = 700\ kHz$

$B_{MINIMA} = 5 - 10\ MHz$

ESERCIZIO 2

3) Un biologo registra la crescita della carica batterica *B* in un campione di acqua al variare del tempo. I dati osservati sono mostrati nella tabella seguente:

Tempo *t* [h]	Batteri *B* [µg/cm³]
1	0.12
2	0.21
5	0.57
10	1.12

È noto che per il tipo di batteri considerati, in assenza di agenti sterilizzanti, la popolazione batterica *B* tende a crescere nel tempo, prima linearmente e poi più lentamente, sino a un valore di saturazione B_{sat}~3÷5 µg/cm³. Per motivi ancora poco noti, il tasso di crescita $p=\Delta B/\Delta t$ della popolazione batterica è direttamente proporzionale al prodotto tra la quantità iniziale di batteri, B_0, presenti nell'acqua e la temperatura assoluta T_{amb} dell'ambiente di lavoro, secondo la relazione $p=1\times10^{-2}\times B_0\times T_{amb}$.
3a) Si riporti il diagramma cartesiano, su assi coordinati e quantitativi, l'andamento di *B* con il tempo *t*.
3b) Almeno per il tratto rettilineo della curva di crescita, si ricavi la retta di regressione ai minimi quadrati che descrive i dati sperimentali. Si aggiunga la retta al grafico per punti precedentemente ricavato.
3c) Dai parametri della retta di regressione ottenuta, si ricavi una stima per la temperatura ambiente in gradi centigradi.

Nota: Si riportano le formule che esprimono il coefficiente angolare *m* e l'intercetta *q* sull'asse Y della retta di regressione ai minimi quadrati:

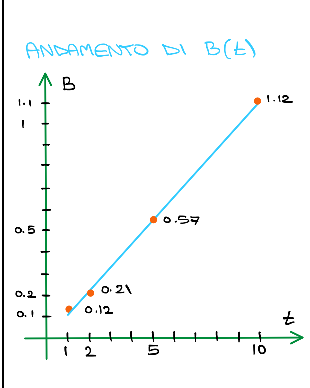
$$m=\frac{n\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2} \qquad q=\frac{\sum x_i^2\sum y_i-\sum x_i\sum x_iy_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=\frac{\sum y_i-m\sum x_i}{n}$$

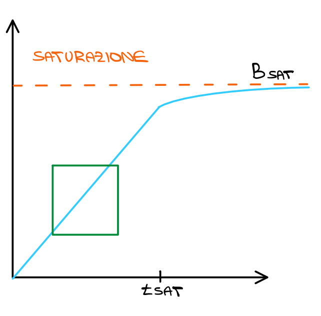
CARICA BATTERICA

$P = \frac{\Delta B}{\Delta t}$ $B_{SAT} = 0.6\ \mu g/cm^3$

$P = 10^{-2} \cdot B_0 \cdot T_{AMB}$

ANDAMENTO DI B(t)





REGRESSIONE

$$m=\frac{N\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{N\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=0.11\ \mu g/cm^3$$

$\sum x_i = 18$
$\sum x_i^2 = 130$
$\sum y_i = 2.02$
$\sum x_iy_i = 14.59$

$x \to t$
$y \to B$
$N = 4$

$$q=\bar{y}-m\bar{x}=\frac{\sum y_i}{N}-m\frac{\sum x_i}{N}=0.037\ \mu g/cm^3$$

STIMA TEMPERATURA

$P = \frac{\Delta B}{\Delta t} = m = 0.11\ \mu g/cm^3$

$B_0 = B(0) = q = 0.037\ \mu g/cm^3$

$P = 10^{-2} \cdot B_0 \cdot T_{AMB} \to T_{AMB} = \frac{100\,P}{B_0} = 297\ K \cong 24\ °C$

ESERCIZIO 3 (ANALIZZATORE SPETTRO)

3) Una stufetta elettrica –carico puramente resistivo- viene collegata direttamente alla tensione di rete (sinusoidale ma di frequenza e ampiezza efficace non noti) in un Paese sconosciuto. La stufetta presenta 3 possibili stati di accensione: R_1=30 Ω, R_2=15 Ω, R_3=R_1//R_2. Nei 3 casi considerati, si misurano con un wattmetro numerico a scala logaritmica le potenze elettriche: P_1=+56 dBm, P_2=+59 dBm, P_3=+61 dBm.
3a) Si illustri il modello fisico-matematico (anche in formule) che regola la potenza sul carico in funzione della tensione applicata e del valore resistivo del carico.
Si riportino su un digramma cartesiano quantitativo i punti sperimentali con la potenza *P* in watt (asse da 0 a 2.5 kW) in funzione della resistenza *R* in ohm (asse da 0 a 50 Ω), unitamente a una linea tratteggiata che rappresenta l'andamento teorico di *P* in funzione di *R*. Di che tipo è l'andamento grafico osservato?
3b) Si individuino (motivando la scelta fatta) due nuove variabili *x* e *y*, rispettivamente legate a *P* ed *R*, che consentano di linearizzare la relazione ingresso-uscita. Si indichi la nuova tabella di valori in coordinate *x-y*.
Si ricavi la retta di regressione ai minimi quadrati e la si disegni nel piano cartesiano *X-Y*, con unità di misura e valori numerici del caso, unitamente ai punti sperimentali.

Nota: Il coefficiente angolare ed il termine noto della retta di regressione valgono

$$m=\frac{n\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2} \qquad b=\frac{\sum x_i^2\sum y_i-\sum x_i\sum x_iy_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=\frac{\sum y_i-m\sum x_i}{n}$$

3c) Che cosa rappresentano nel problema considerato il termine noto e il coefficiente angolare di questa retta?
Quanto vale la tensione di rete nel Paese considerato?
Per misurare la frequenza di rete nel Paese considerato, si usa un analizzatore di spettro a eterodina, sullo *SPAN* da 0 Hz a 1 kHz e con *RBW*=5 Hz, e con esso si registra la traccia corrispondente alla sinusoide di rete attenuata di 60 dB. **N.B.** Se nella parte precedente dell'esercizio non si è riusciti a ricavare la ampiezza della tensione di rete, per quanto segue si può utilizzare la tensione di rete in Europa (220 V e 50 Hz).
3d) Quanto vale il fondo di rumore osservato sullo schermo dell'analizzatore di spettro che ha *NF*=27 dB?
3e) Quanto vale il picco di potenza (dopo la attenuazione di 60 dB), in dBm, rilevato alla frequenza di rete?
3f) Quanto tempo occorre per fare una misura spettrale con 10 medie?
3g) Quanto vale il fondo di rumore espresso in dBc/Hz?

STUFETTA ELETTRICA

RESISTENZE	POTENZE
$R_1 = 30\ \Omega$	$P_1 = 56\ dBm \cong 400\ W$
$R_2 = 15\ \Omega$	$P_2 = 59\ dBm \cong 800\ W$
$R_3 = 10\ \Omega$	$P_3 = 61\ dBm \cong 1200\ W$

$R_3 = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ "PARALLELO"

$P(dBm) = 10 \log_{10}\left(\frac{P(W)}{1\,mW}\right)$

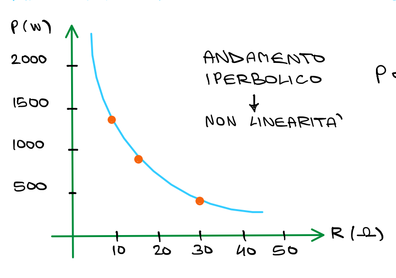
POTENZA DISSIPATA (JOULE)

$P = I_{EFF} V_{EFF} = V_{EFF}^2 / R$

SVILUPPATA DA UNA TENSIONE SINOSOIDALE
CON V_{EFF} SU UN CARICO R

$V_{PICCO} = \sqrt{2}\, V_{EFF}$

RELAZIONE POTENZA-RESISTENZA



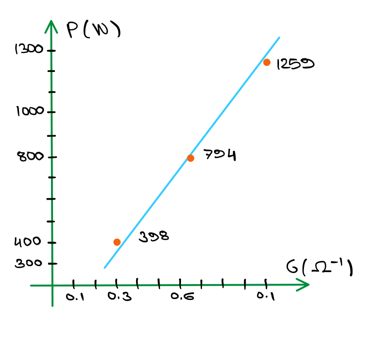
ANDAMENTO
IPERBOLICO
↓
NON LINEARITÀ

$P \propto \frac{1}{R} \propto G$

LINEARIZZAZIONE

$P = f\left(\frac{1}{R}\right) = f(G) = V_{EFF}^2 \cdot G$ $G = \frac{1}{R}$

R(Ω)	30	15	10	
G(Ω⁻¹)	$0.0\bar{3}$	$0.0\bar{6}$	0.1	x
P(W)	398	794	1259	y



REGRESSIONE LINEARE

$$m=\frac{N\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{N\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=12912\ W\Omega$$

$\sum x_i = 0.2$
$\sum x_i^2 = 0.01\bar{5}$
$\sum y_i = 2451$
$\sum x_iy_i = 192.1$

$x \to G(\Omega^{-1})$
$y \to P(W)$
$N = 3$

$$q=\bar{y}-m\bar{x}=\frac{\sum y_i - m\sum x_i}{N}=43.7\ W$$

EQUAZIONE RETTA

$y = mx + q$

$y = \underbrace{12912}_{V_{EFF}^2}\,x + \underbrace{43.7}_{P_{OFFSET}}$

$P = V_{EFF}^2 \cdot G + P_{OFFSET}$

INTERPRETAZIONE

OFFSET WATTMETRO $q = P_{OFFSET}$

INTERCETTA CON ASSE y
IDEALMENTE DOVREBBE ESSERE NULLO

TENSIONE DI RETE $m = (V_{EFF})^2$

COEFFICIENTE ANGOLARE
LEGATO A TENSIONE CHE ALIMENTA STUFETTA

$V_{EFF} = m^{\frac{1}{2}} \cong 110V$ (SIAMO IN AFRICA LOL)

ANALIZZATORE SPETTRO (ETERODINA)

SPAN	(0, 1K)Hz
RISOLUZIONE	RBW = 5Hz
ATTENUAZIONE	A = -60 dB

FONDO DI RUMORE (NF = 27 dB)

$P_F = KT \cdot RBW \cdot NF =$

$= -174\frac{dBm}{Hz} + 7\ dB\cdot Hz + 27\ dB$

$= -140\ dBm = 10^{-14}\ mW = 10\ aW$

PICCO DI POTENZA (dBm)

$V_{RETE} = 110V$

ATTENUAZIONE $-60\ dB \to 1/1000$

$V_{IN} = 110 \cdot A = 110\ mW$

$R_{IN,AS} = 50\ \Omega$

$P_{IN} = (V_{IN})^2 / R_{IN,AS} = 242\ \mu W = 6\ dBm$

TEMPO DI MISURA SPETTRALE (10 MEDIE)

$T_{MIS} = M \cdot ST = \frac{M \cdot SPAN}{(RBW)^2} = 100\ s$

FONDO DI RUMORE dBc/Hz

DENSITÀ SPETTRALE $\rho_F = P_F / RBW = 2\ aW/Hz = -147\ dBm/Hz$

CARRIER - SINUSOIDALE DI RETE

$P_{CARRIER} = P_C = P_{IN,RETE} = 6\ dBm$

$P_F(dBc/Hz) = (\rho_F - P_C)\,dB = -141\ dBc/Hz$

PROBLEMA 4

2) Una sfera di ferro viene lanciata verso il suolo da diverse altezze. La velocità iniziale di lancio è sempre la stessa. Al suolo misuriamo l'energia della sfera, per 4 diverse altezze:

Altezza [m]	Energia al suolo [J]
1	10.41
2	19.59
5	50.20
10	98.24

2a) Si ricavi la massa *M* della sfera e la velocità iniziale di lancio, *v*, attraverso la regressione lineare ai minimi quadrati (si consideri l'accelerazione di gravità *g* = 9.8 m/s², senza incertezza).
NOTA: Si ricorda che il coefficiente angolare ed il termine noto della retta di regressione ai minimi quadrati si calcolano come:

$$m=\frac{n\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2} \qquad b=\frac{\sum x_i^2\sum y_i-\sum x_i\sum x_iy_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=\frac{\sum y_i-m\sum x_i}{n}$$

2b) Si riporti il grafico della retta di regressione, unitamente ai punti sperimentali.

2c) Se le energie indicate in tabella fossero consumate ogni secondo su un resistore, quali sarebbero le corrispondenti potenze elettriche in watt e in dBm?

MORALE

SFERA LANCIATA A TERRA:
SPERIAMO UCCIDA QUALCHE ACCADEMICO

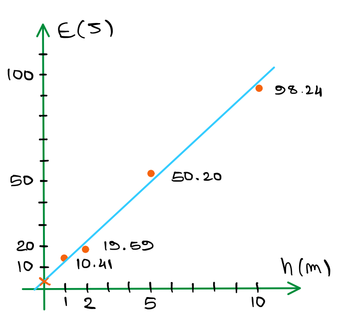
MODELLO FISICO

$E = \frac{1}{2} M v^2 + M g h$
$= (Mg) \cdot h + \left(\frac{1}{2} M v^2\right)$
$= m \cdot h + q$

$m = M \cdot g = 9.7961\ J/m$
$q = \frac{1}{2} M v^2 = 0.5275\ J$

$y = m \cdot x + q$ MODELLO LINEARE

REGRESSIONE



$$m=\frac{N\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{N\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=9.7961\ J/m$$

$$q=\bar{y}-m\bar{x}=\frac{\sum y_i - m\sum x_i}{N}=0.5275\ J$$

$x \to h(m)$ $y \to E(J)$ $N = 4$

MASSA E VELOCITÀ

$m = Mg \to M = \frac{m}{g} \sim 1\ kg$

$q = \frac{1}{2} M v^2 \to v = \sqrt{2q/M} \cong 1\ m/s$

ANALOGIA ELETTRICA

SE ENERGIE CONSUMATE (AL SECONDO) DA R

$P(W) = E/\Delta t = E$ POICHÉ $\Delta t = 1s$

$P(dBm) = 10 \log_{10}(P(W) / 1mW)$

E(J)	P(W)	P(dBm)
10.41	10.41	40.2
19.59	19.59	42.9
50.20	50.20	47
98.24	98.24	49.9