Circuiti Elettrici

Capitolo 4

Circuiti con amplificatori operazionali

Prof. Cesare Svelto

Amplificatori operazionali – Cap. 4

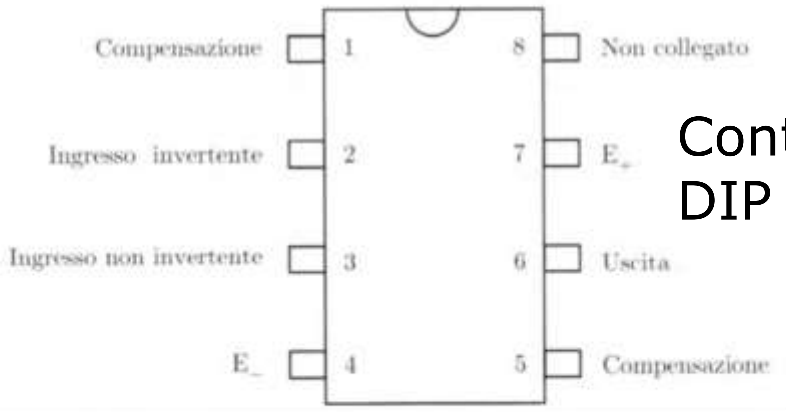
4.1 Che cos'è un un OP-AMP?

- L'**amplificatore operazionale** è un utilissimo elemento resistivo a quattro morsetti (quadrupolo) realizzato con circuito integrato
- Elettricamente si comporta come un **<u>generatore di tensione controllato in tensione</u>**
- E' un <u>elemento circuitale attivo</u> progettato per eseguire <u>operazioni matematiche</u> di somma, sottrazione, moltiplicazione, divisione, derivata e integrale (da cui il nome <u>*operazionale*</u>)

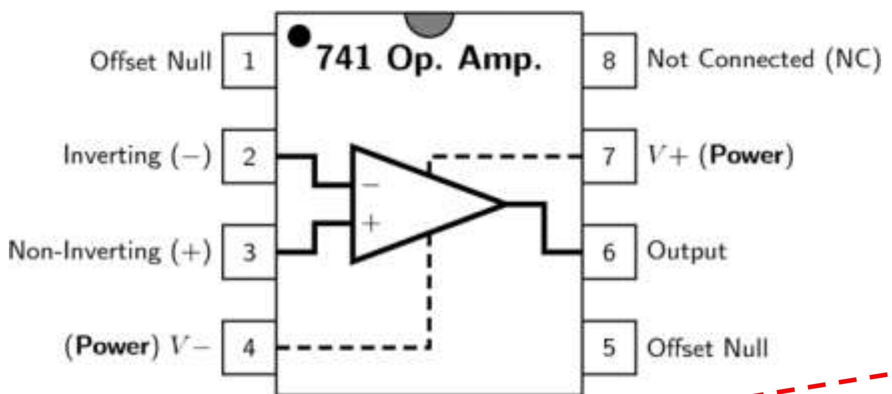
4.1 Che cos'è un un OP-AMP?

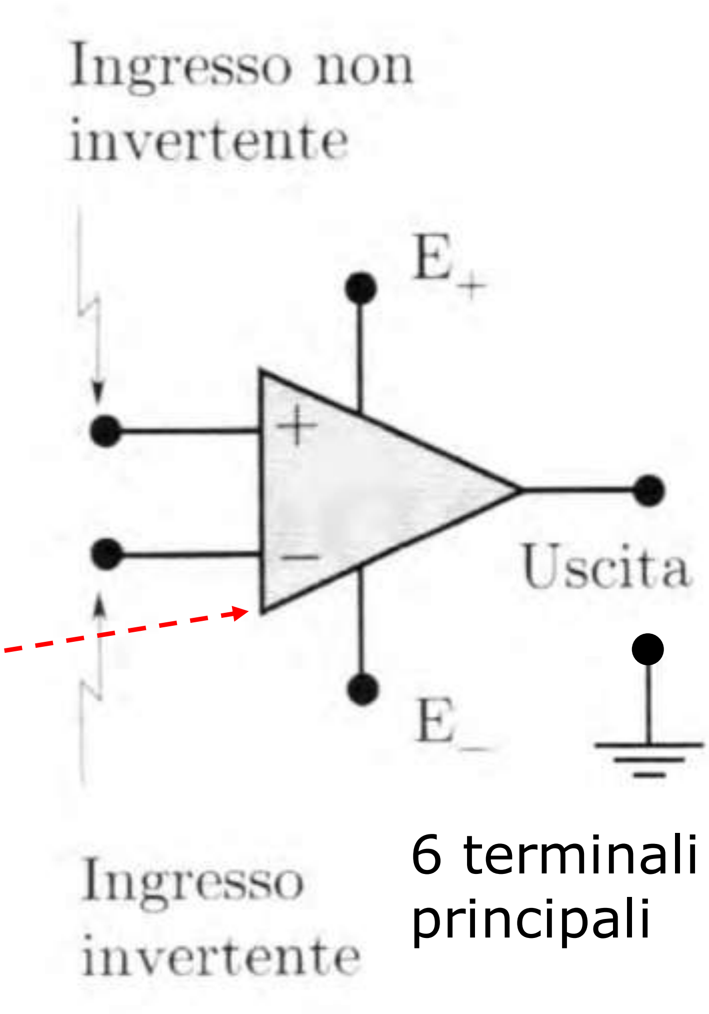
- Circuito integrato analogico realizzato con un gran numero di resistori e transistori
- Svariati tipi di OP-AMP con differenti contenitori (*e.g. Dual In-line Package* o DIP) da cui escono i diversi piedini (*pin*) o connessioni
- Vedremo le caratteristiche dell'OP-AMP reale e ideale con applicazioni nei principali circuiti basati sull'operazionale

4.1 Aspetto e simbolo circuitale



Contenitore
DIP per OP-AMP

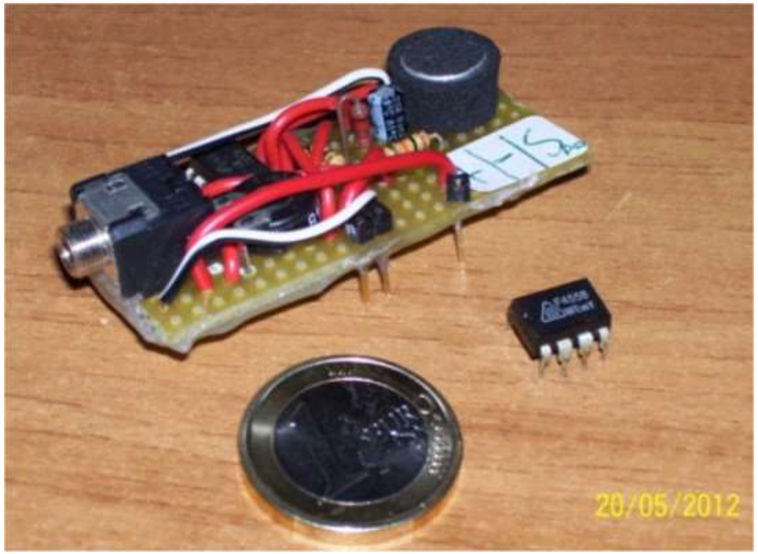


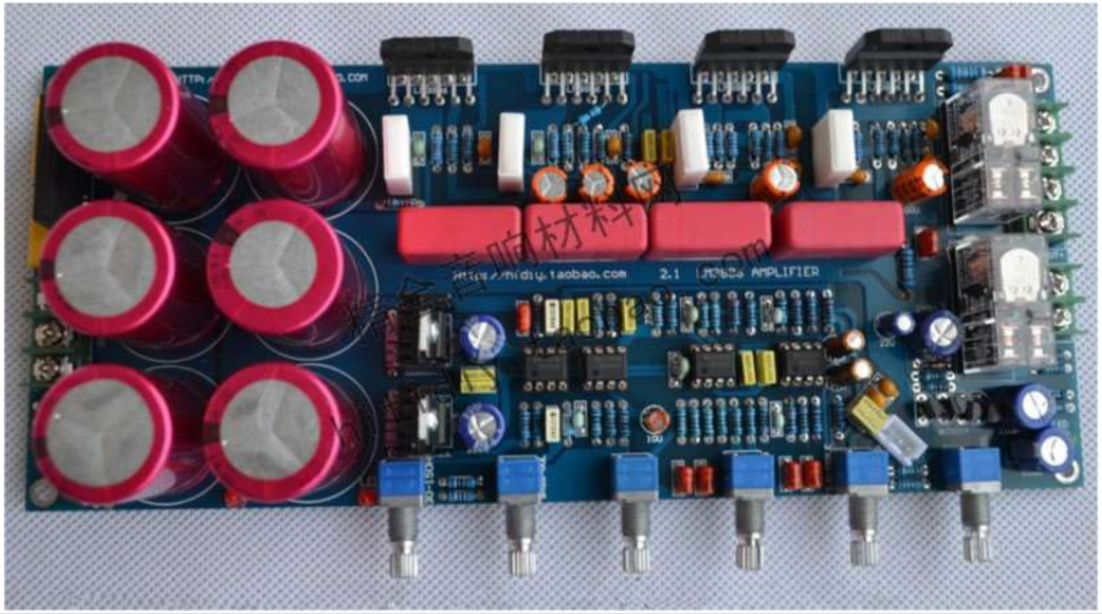


6 terminali principali

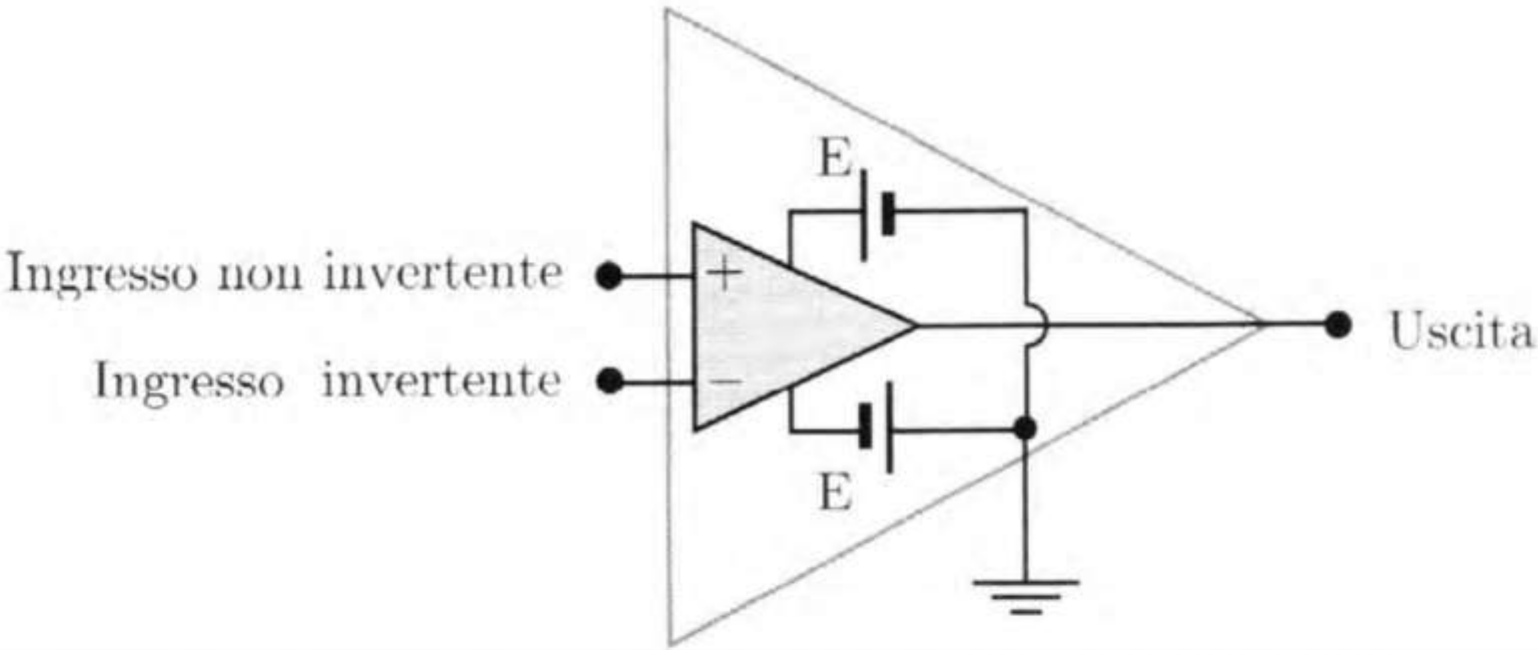
Simbolo per l’amplificatore operazionale. E_+ ed E_- (o V^+ e V^- o ancora $\pm V_{cc}$) sono le alimentazioni in tensione (±5,±12,±18 V)

4.1 Immagini di Op Amp



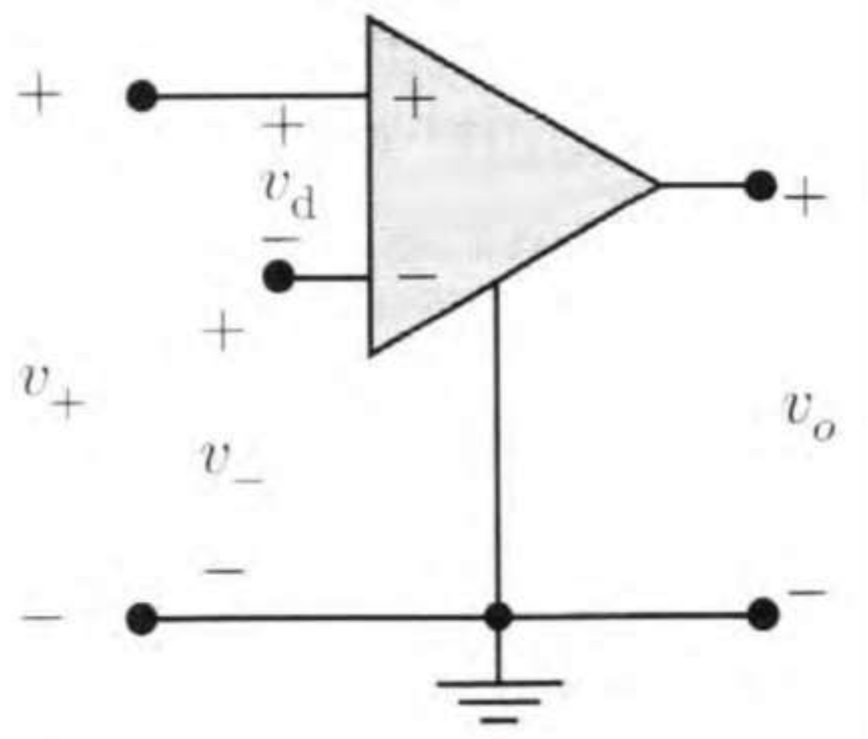


4.1 Modello elettrico a 4 terminali



Per semplificare l'analisi dei circuiti con operazionali, conviene immaginare le alimentazioni incluse in un **unico elemento (▷) con 4 terminali esterni**

4.1 Simbolo dell'OP-AMP a 4 terminali

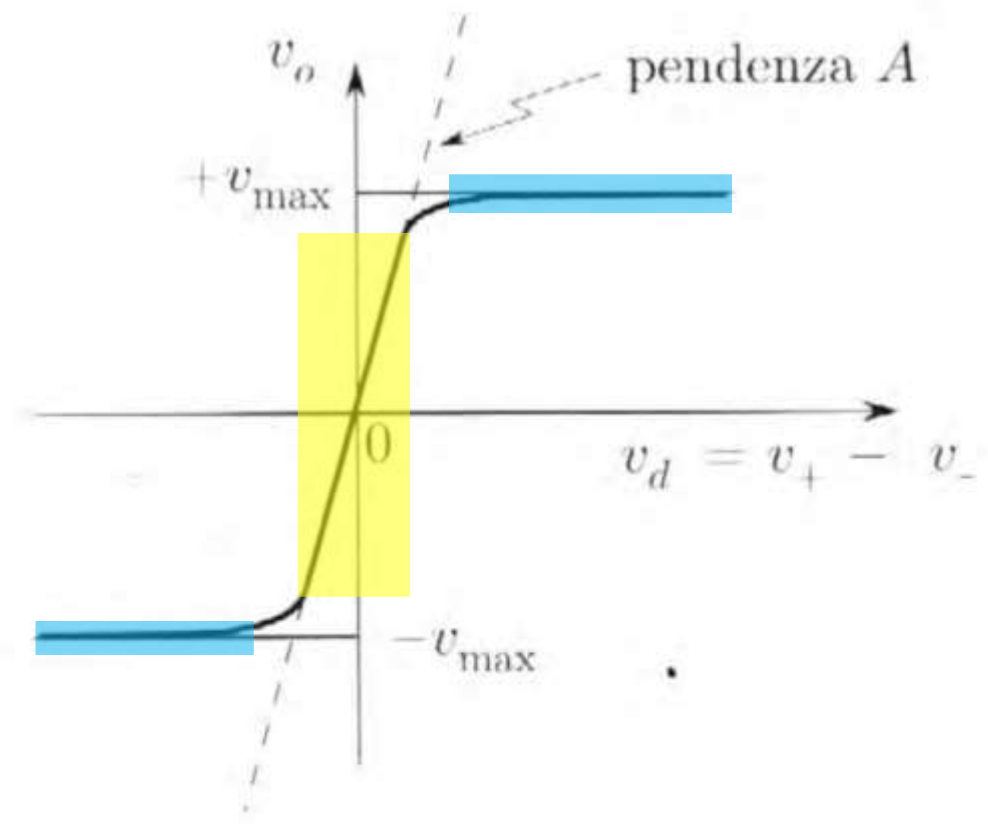


Tutti i valori/livelli di tensione sono riferiti rispetto alla terra che fa da riferimento di potenziale nullo

TERRA
v = 0 V

- v_+ è la tensione tra l'ingresso non invertente e la terra
- v_- è la tensione tra l'ingresso invertente e la terra
- v_d = (v_+ - v_-) è la **tensione differenziale** (o **d'ingresso**)
- v_o è la **tensione d'uscita**

4.1 Caratteristica ingresso-uscita



Andamento tipico della <u>tensione d'uscita v_o in funzione della tensione differenziale v_d</u>

Regione **lineare** $v_o \propto v_d$

$v_o = A\, v_d$

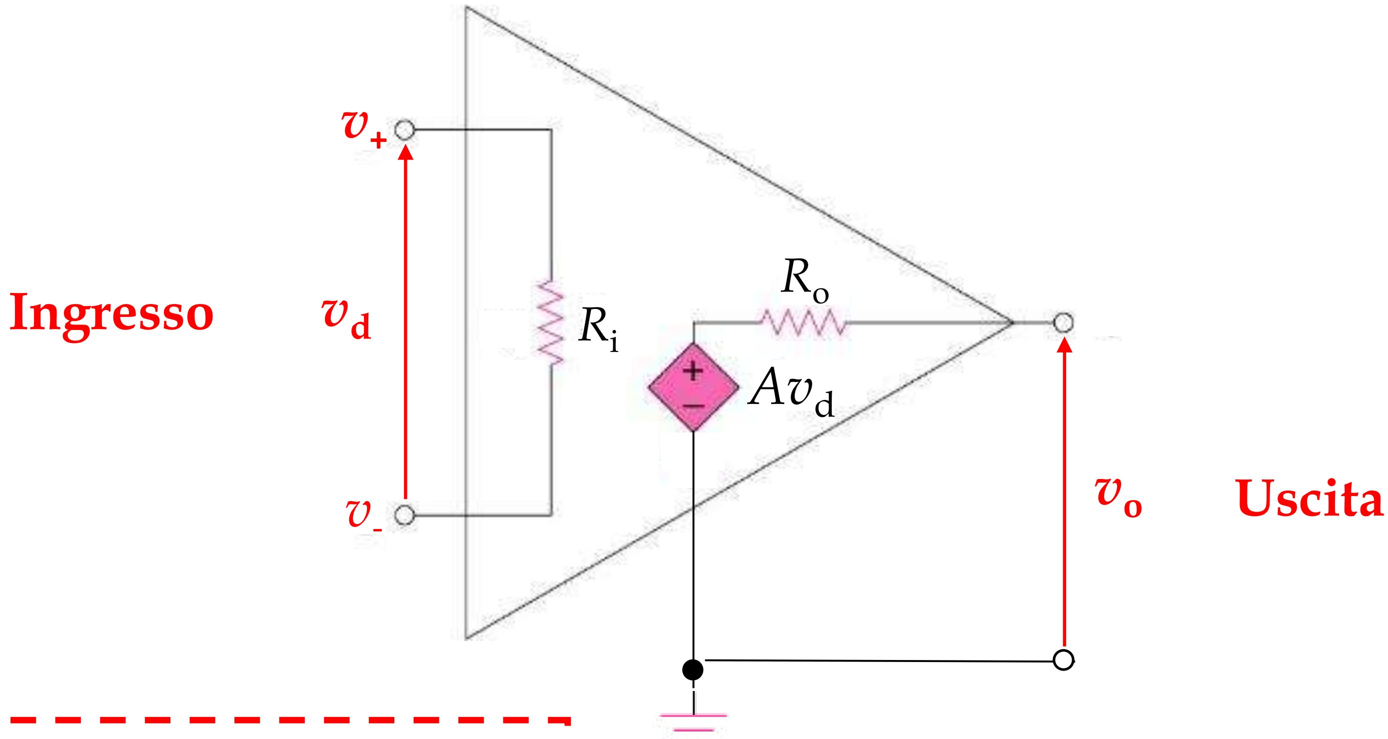
(typ. -10 μV < v_d < 10 μV)

***A* guadagno**

ad anello aperto

Due regioni di **saturazione**, positiva e negativa, con $v_o = \pm v_{max}$ indipendente da v_d ($v_{max} \lessapprox E$)

4.2 Modello dell'OP-AMP reale



Op-Amp → ideale
$R_i \to \infty$ e $R_o \to 0$
con $A \to \infty$

$$v_+ \cong v_-$$

v_o da circuito

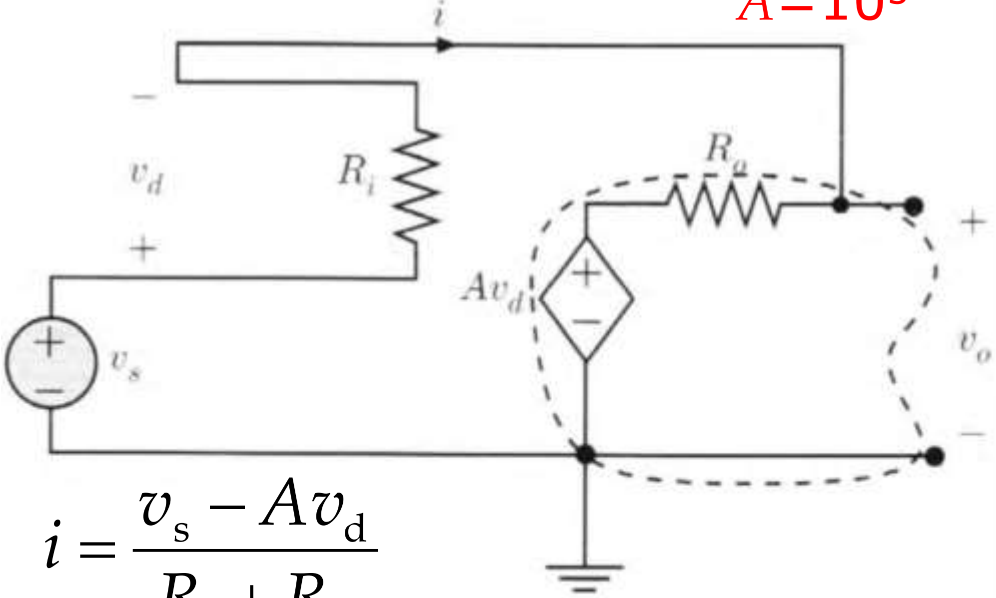
Parametro	Valori tipici	Valori ideali
Guadagno ad anello aperto, A	10^5 to 10^8 Ω	∞
Resistenza d'ingresso, R_i	10^5 to 10^{13} Ω	∞ Ω
Resistenza d'uscita, R_o	10 to 100 Ω	0 Ω
Tensione di alimentazione, V_{CC}	5 to 24 V	

OP-AMP reale vs OP-AMP ideale
Inseguitore di tensione (buffer)

corto-circuito tra l'uscita e l'ingresso invertente

Circuito **reale**

R_i=10^7 Ω R_o=10 Ω
A=10^5



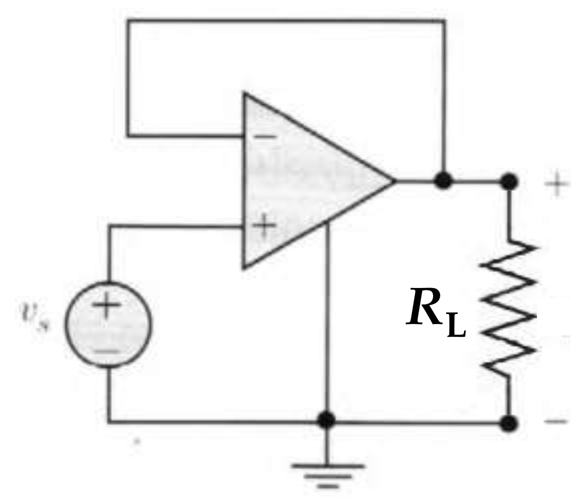
$$i = \frac{v_s - Av_d}{R_i + R_0}$$

$$v_o = R_0 i + A v_d = R_0 i + A R_i i$$

$$v_o = \frac{R_0 + AR_i}{R_0 + AR_i + R_i} v_s = \frac{10 + 10^5 10^7}{10 + 10^5 10^7 + 10^7} v_s = 0.99999\, v_s$$

$$v_o \cong v_s$$

Circuito **ideale**



non cambia v_o

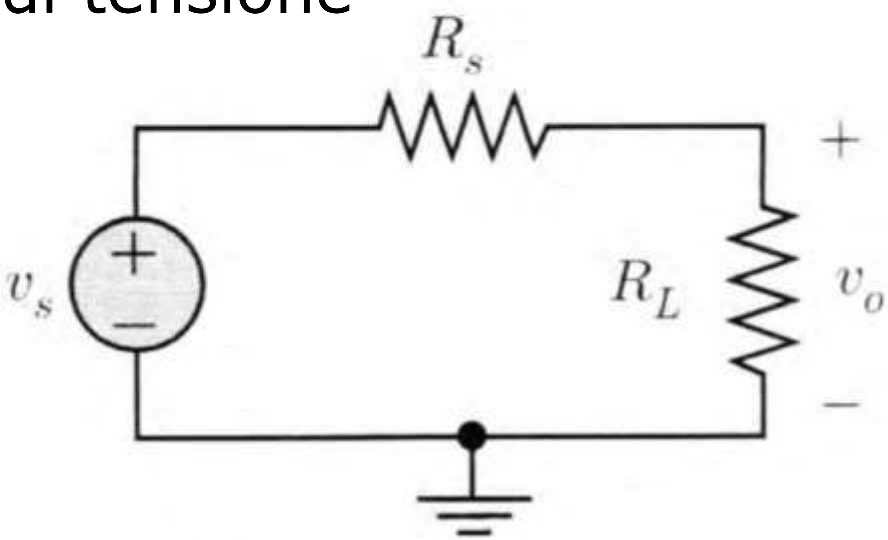
$v_- = v_+ = v_s$

$v_o = v_- = v_s$

Errore 0.001 %

Inseguitore di tensione (buffer)

Collegamento di R_L
a una sorgente reale
di tensione

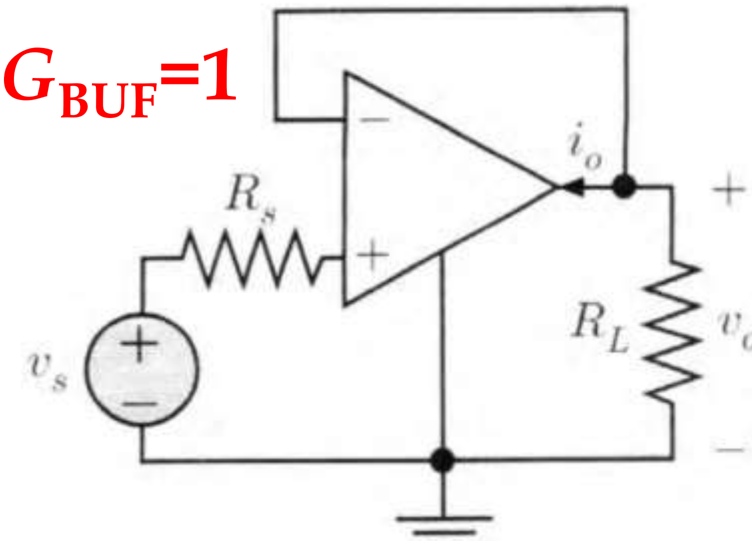


$$v_L = v_o = \frac{R_L}{R_L + R_s} v_s < v_s$$

effetto di carico

Collegamento di R_L
tramite buffer

G_{BUF}**=1**



Indipendenza dai
valori di R_s e di R_L

$$v_L = v_o \equiv v_s$$

Generatore non eroga
corrente e non vede R_L

4.2 OP-AMP ideale

Esempio

Se la tensione del generatore è $v_s = 1$ V, si calcoli la corrente d'uscita i_o.

Svolgere in classe…

$v_2 = v_s$

$v_1 = v_o \times (5/45) = v_o/9$

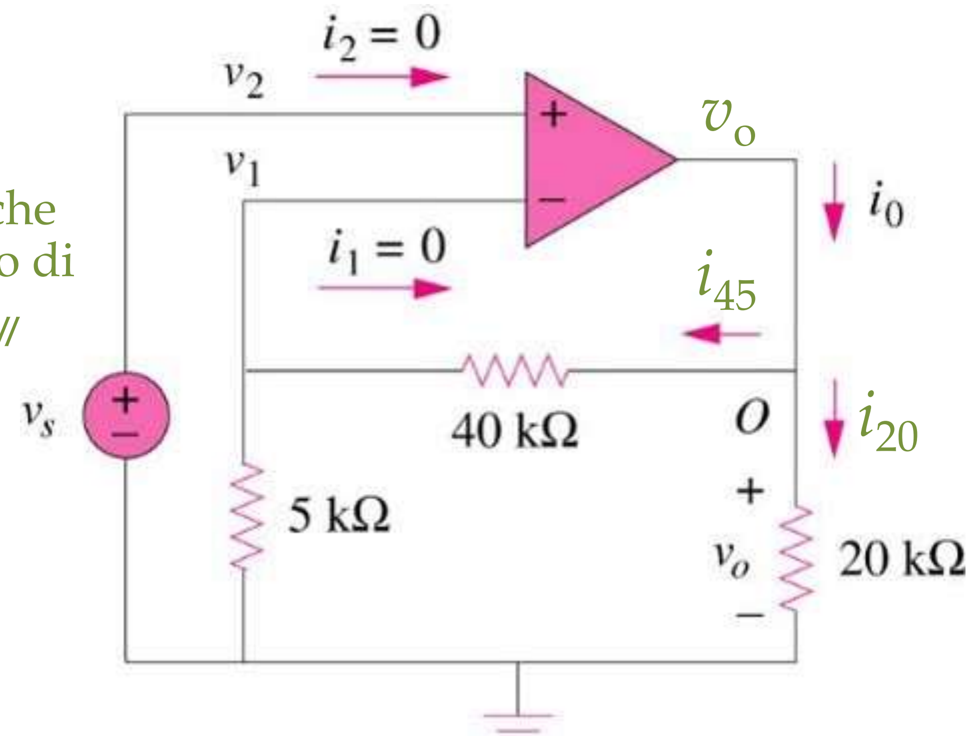
$v_1 \equiv v_2 = v_s \quad \Rightarrow v_o = 9v_s$

volendo si possono ricavare i_{45} e i_{20} che sommate danno i_o ma con il parallelo di 45 kΩ e 20 k Ω si fa prima: $\boldsymbol{i_o = v_o / R_{//}}$

$i_o = v_o/(20//45) = v_o \times (65/900000)$

$i_o = v_s \times 9 \times (6.5/9) \times 10^{-4}$

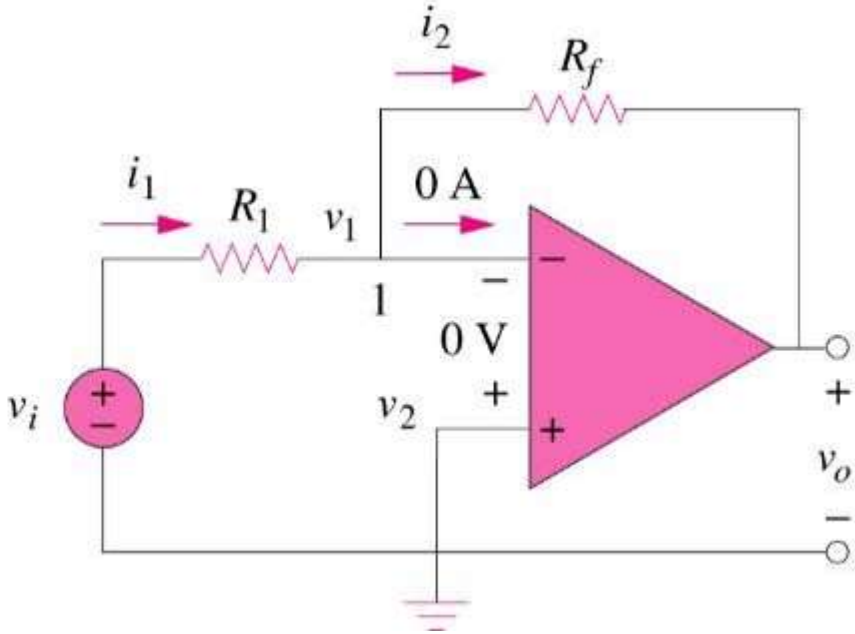
$i_o = 0.65$ mA



Risposta

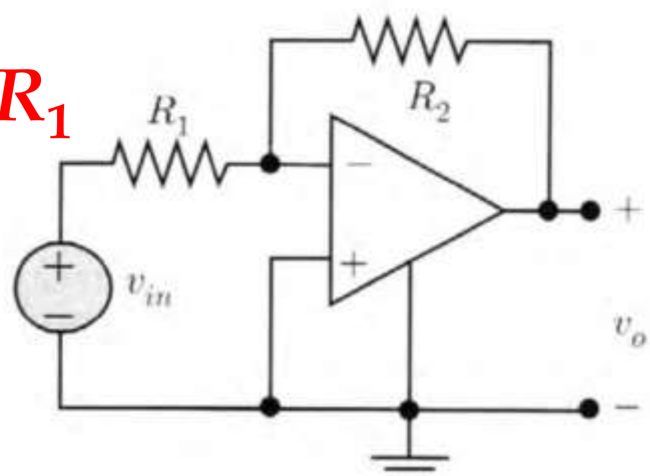
$i_o = 0.65$ mA

4.3 Amplificatore invertente



$$v_o = -\frac{R_f}{R_1} v_i$$

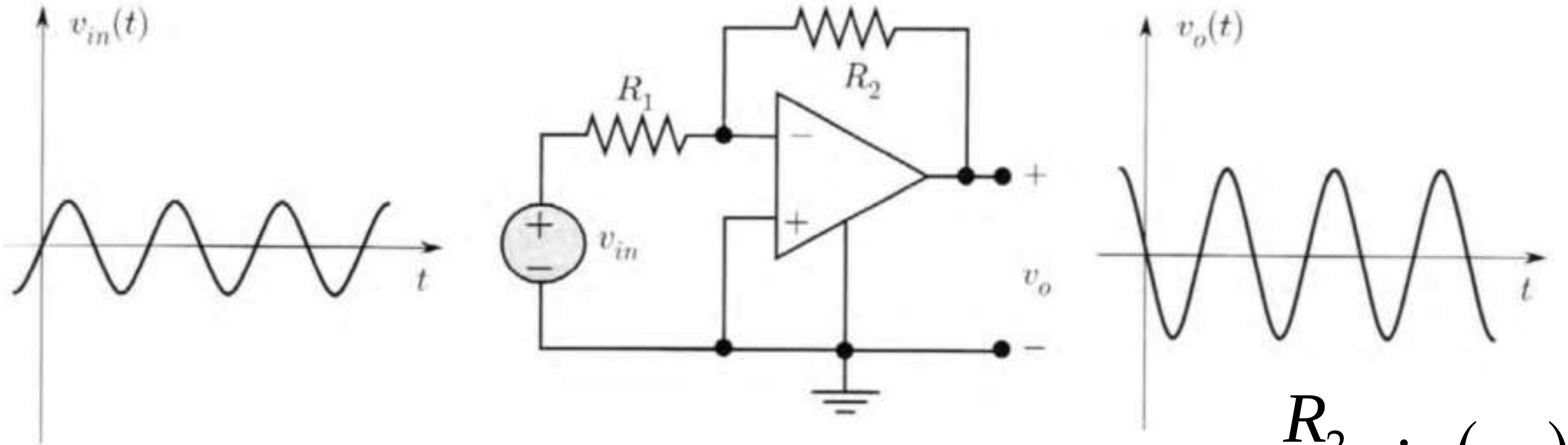
G_{INV}=$-R_2/R_1$



$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_{in}$$

4.3 Amplificatore invertente

$$v_{\mathrm{in}} = \sin(\omega t)$$



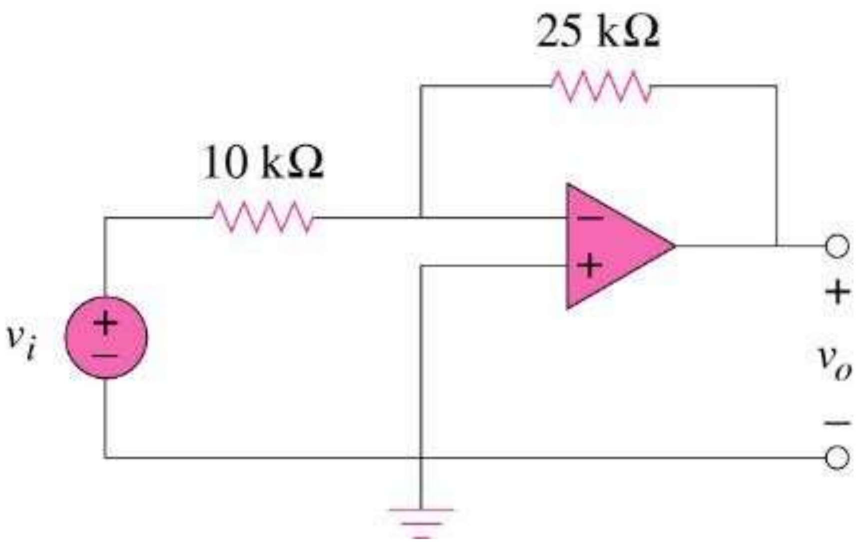
$$v_{\mathrm{o}} = -\frac{R_2}{R_1}\sin(\omega t)$$

Per qualsiasi tensione, o forma d'onda, d'ingresso l'<u>uscita è una replica invertita di polarità e amplificata rispetto all'ingresso</u> con **GUADAGNO** ***$G=v_o/v_{in}=-R_2/R_1$***

Esempio di calcolo con OP-AMP invertente

Esempio

Se la tensione d'ingresso è v_i = 0.5 V, si calcoli la tensione d'uscita v_o la corrente i nel resistore da 10 kΩ.

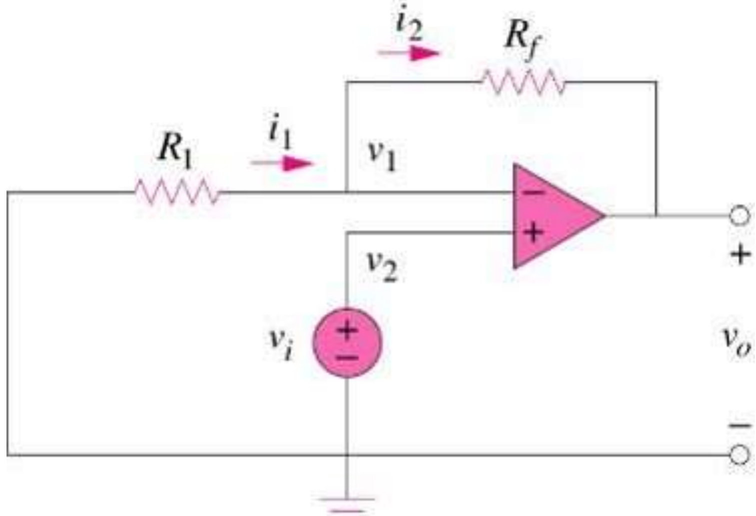


Svolgere in classe…

Risposta

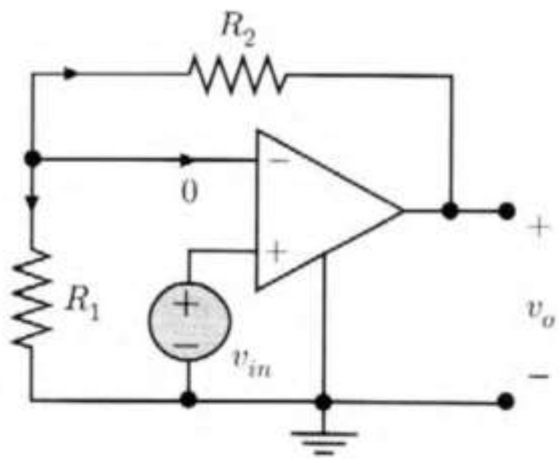
v_o = -1.25 V i=50 μA

4.3 Amplificatore non invertente



$$v_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) v_i$$

$G_{NON\text{-}INV} =$
$= (1 + R_2/R_1)$



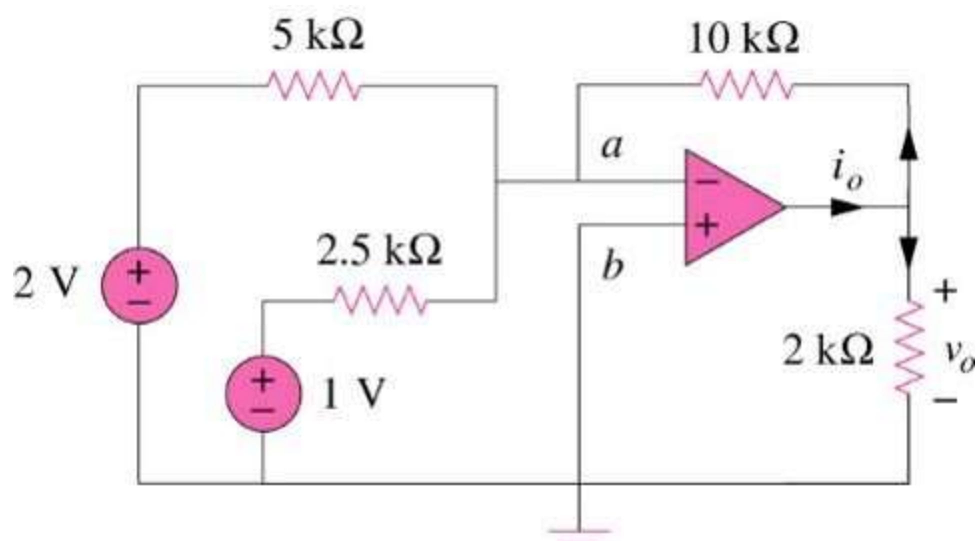
$$v_o = v_{in}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

L'<u>uscita è una replica con lo stesso segno e amplificata rispetto all'ingresso</u> con **GUADAGNO** $G = v_o/v_{in} = (1 + R_2/R_1)$

Esempio di calcolo con OP-AMP

Esempio

Per il circuito con OP-AMP mostrato in figura, si calcoli la tensione d'uscita v_o e la corrente i_o.



Svolgere in classe...

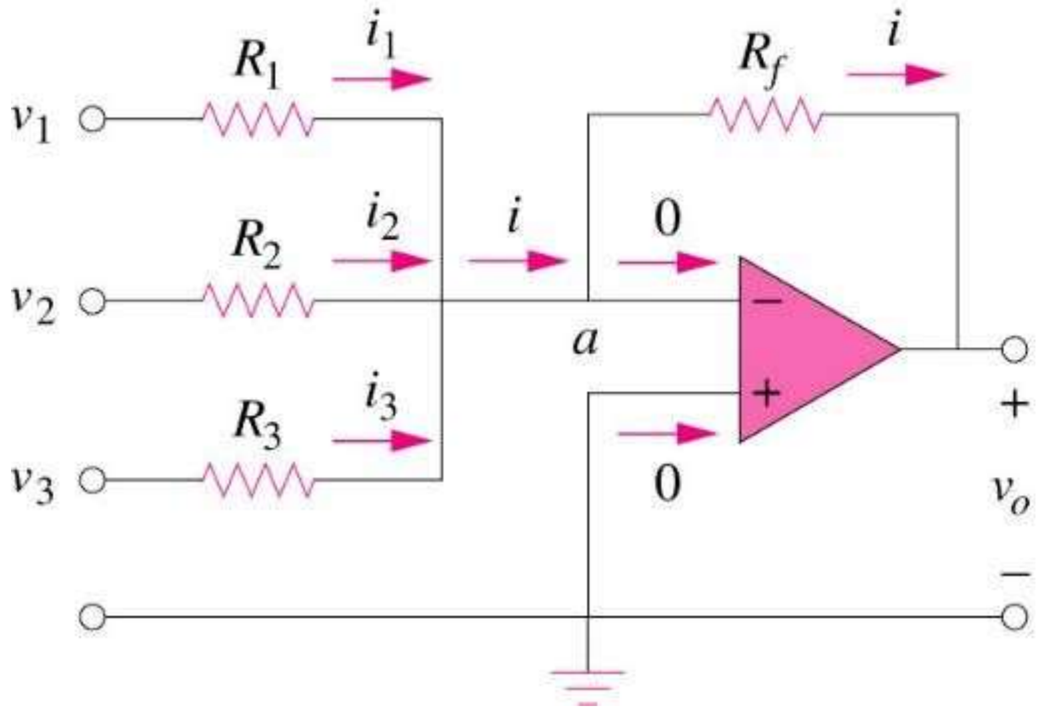
((con sovrapp. effetti e calcolando le correnti e tensioni))

Risposta

v_o = -8 V

i_o = -4.8 mA

4.3 Amplificatore sommatore



$G_{k,\mathrm{SOM}}$=-R_f/R_k

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}v_1 + \frac{R_f}{R_2}v_2 + \frac{R_f}{R_3}v_3\right) = \Sigma_k\,(G_k \cdot v_k)$$

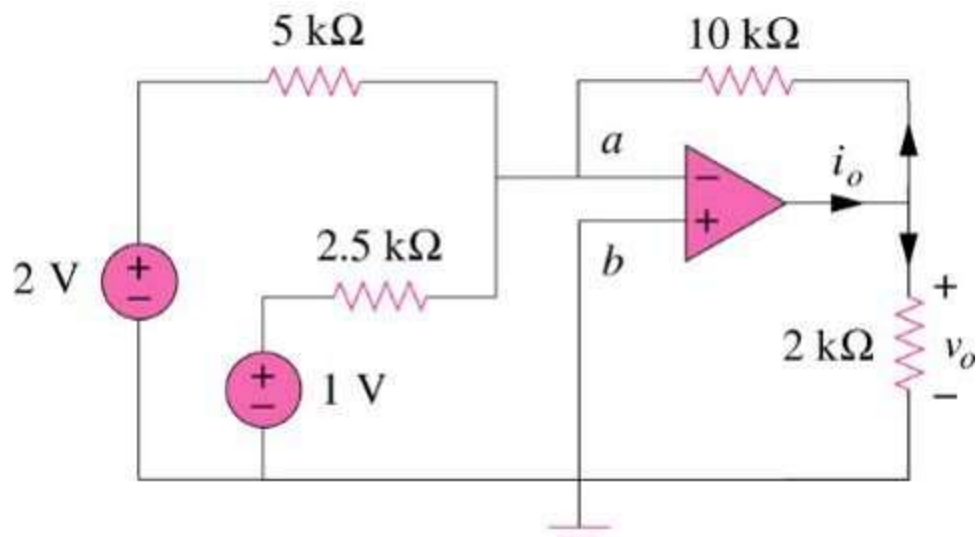
L'**amplificatore sommatore** ricava l'uscita come somma pesata (-R_f/R_k) degli ingressi in tensione v_k

(rivedi esempio precedente e risolvi con i due guadagni e somma pesata)

Esempio di calcolo con OP-AMP

Esempio

Per il circuito con OP-AMP mostrato in figura, si calcoli la tensione d'uscita v_o e la corrente i_o.



Svolgere in classe…

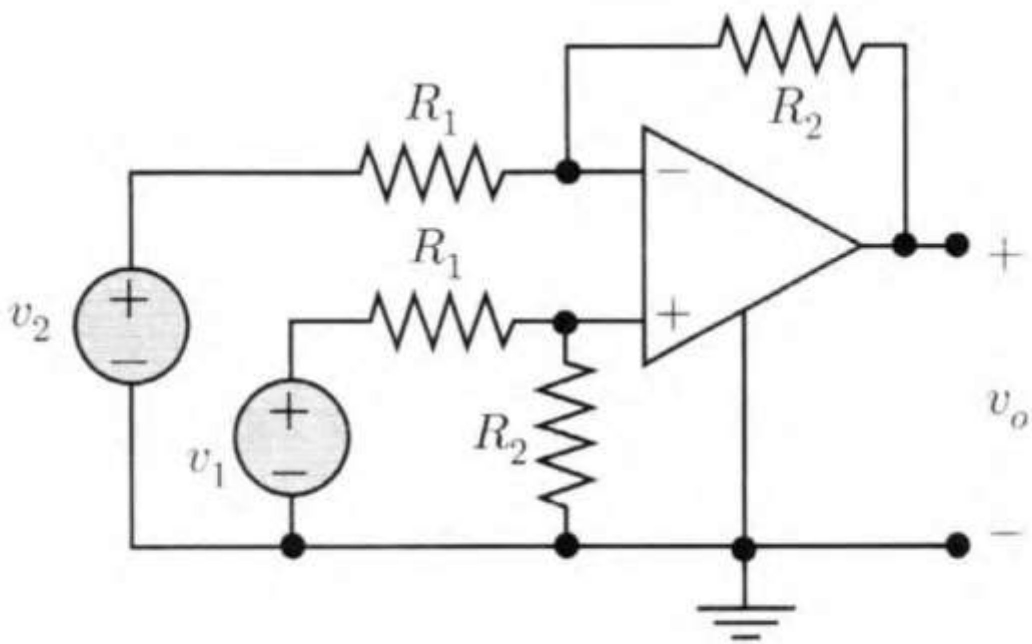
((con OP-AMP sommatore))

Risposta

v_o = -8 V

i_o = -4.8 mA

4.3 Amplificatore differenziale



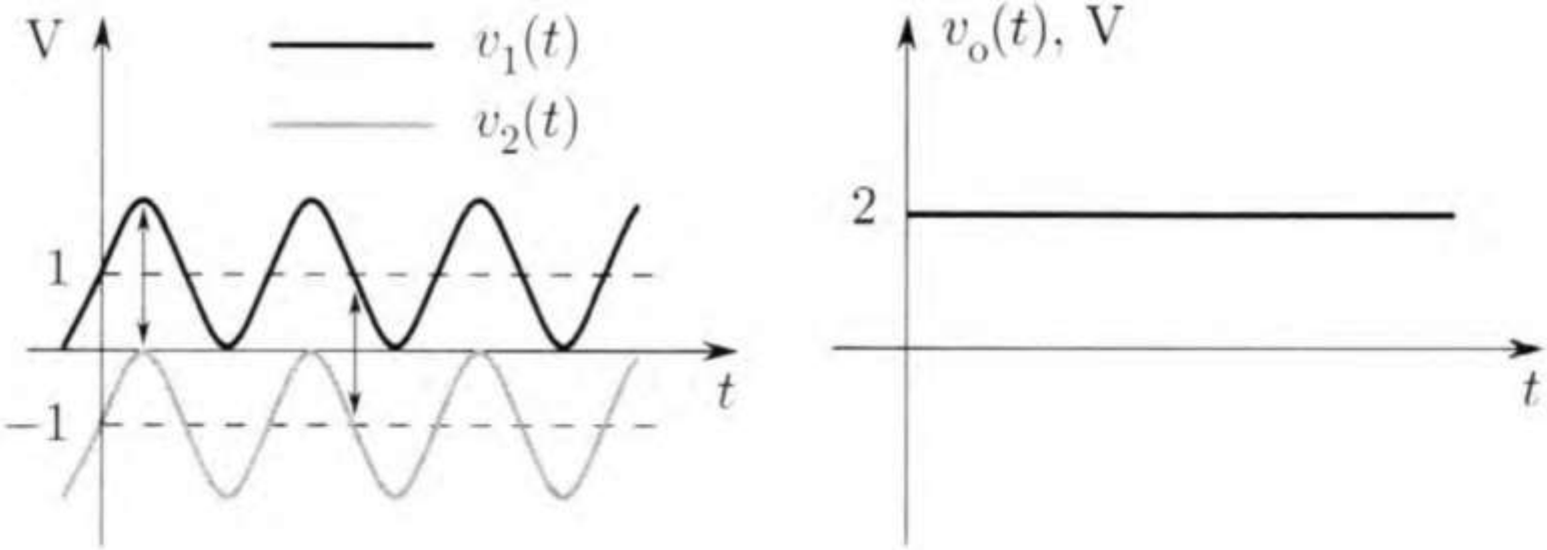
$G_{DIFF}=R_2/R_1$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_1 - v_2)$$

L'uscita è proporzionale, con guadagno $G=R_2/R_1$, alla differenza di tensione tra i due ingressi (v_1-v_2)
Questo consente di eliminare eventuali tensioni di disturbo comuni ai due ingressi (modo commune)

4.3 Cancellazione modo comune

Amp. differenziale con $G=R_2/R_1=1$. A ciascuno dei due ingressi è sovrapposto uno stesso disturbo qui sinusoidale (**modo comune**) che viene eliminato

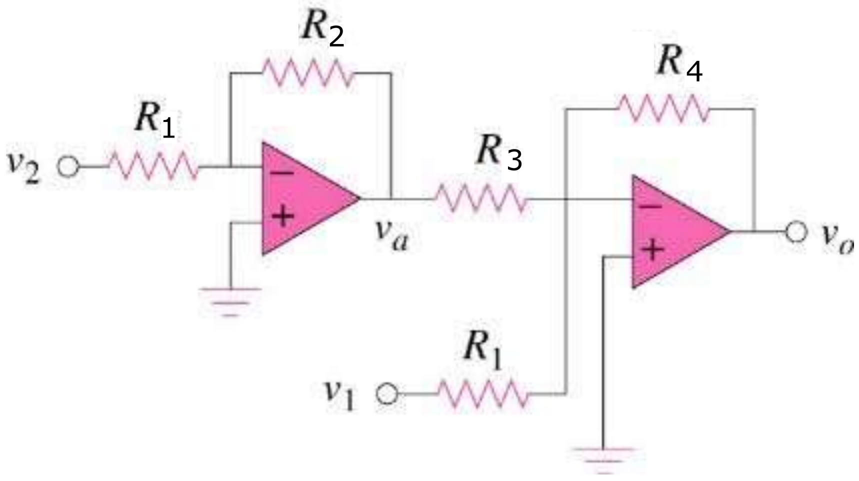


Il disturbo o comunque la tensione di modo comune (offset, seno, andamento qualsiasi purchè uguale sui due ingressi) viene "idealmente" cancellato. Idealmente perchè le "tolleranze" sui resistori sono importanti ($R_1 \neq R_1'$ e $R_2 \neq R_2'$)

Esempio di calcolo con OP-AMP

Example 5

Considering $R_1=R_3=10k\Omega$, determine R_2 and R_4 so that $v_o = -5v_1+3v_2$ for the circuit shown below.



*Refer to in-class illustration, textbook

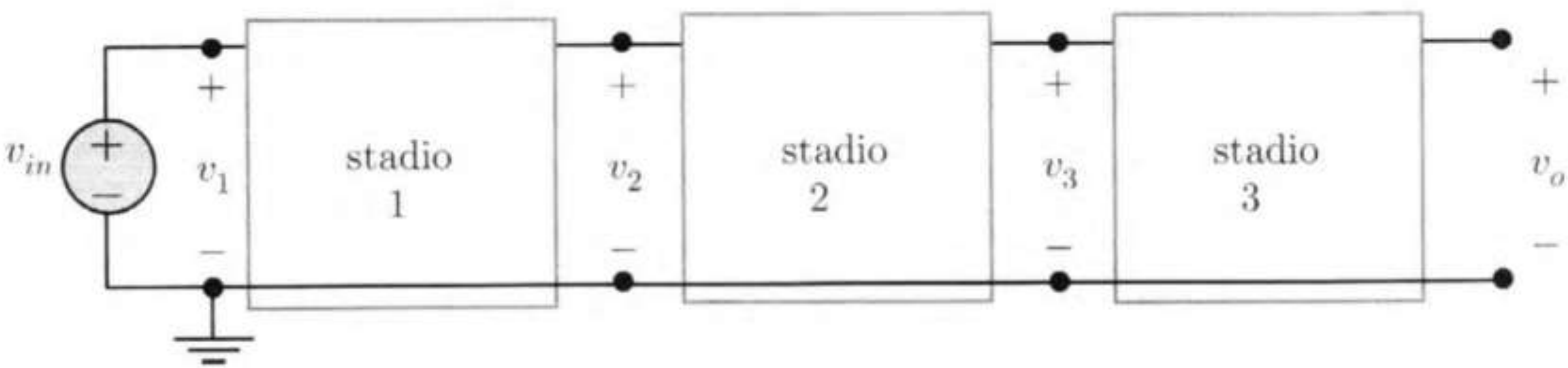
Ans:

$R_2 = 6k\Omega$

$R_4 = 50k\Omega$

4.4 Circuiti con OP-AMP in cascata

Per realizzare funzioni e circuiti complessi è utile **collegare circuiti** più semplici **in cascata**.
ESEMPIO: cascata a 3 stadi, ciascuno con
due morsetti di ingresso e due morsetti di uscita.



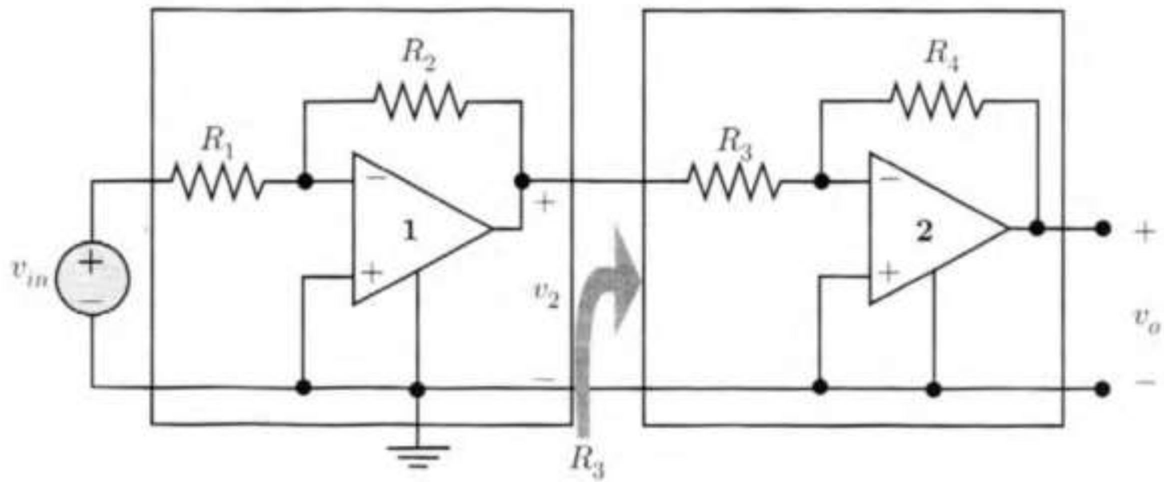
Si utilizza un collegamento testa-coda (in cascata) di più amplificatori operazionali, così che a partire dall'ingresso v_{in} l'uscita di un OP-AMP diviene l'ingresso dell'OP-AMP successivo, sino all'uscita finale v_{o}

Ciascuno stadio avrà una bassa resistenza d'uscita, dell'OP-AMP, e non sarà caricato dalla resistenza d'ingresso dello stadio successivo

Si ottiene il "disaccoppiamento" tra gli stadi e non ci sono effetti di carico

4.4 Esempio di OP-AMP in cascata

Cascata di due amplificatori invertenti ($G_{TOT}>0$)



G_1=-R_2/R_1 e G_2=-R_4/R_3

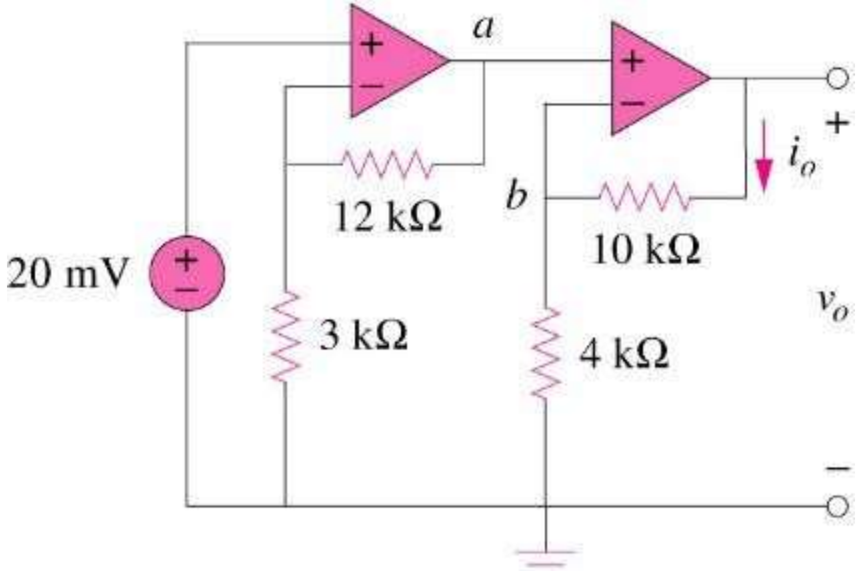
$G_{TOT}=(R_2R_4)/(R_1R_3)=G_1G_2$

In generale con N stadi in cascata si ottiene un rapporto uscita-ingresso o funzione di trasferimento $G_{TOT}=v_o/v_{in}=G_1G_2\ldots G_N$

Esempio con OP-AMP in cascata

Example 6

Find v_o and i_o in the circuit shown below.

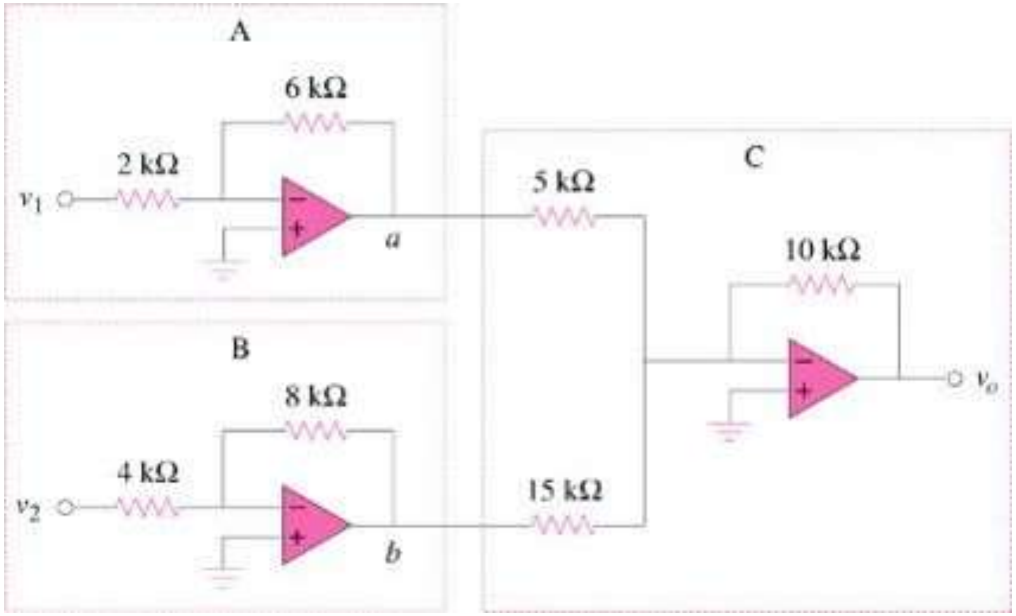


*Refer to in-class illustration, textbook   Ans: 350mV, 25μA

Esempio con OP-AMP in cascata

Example 7

If v_1 = 1V and v_2 = 2V, find v_o in the OP-AMP circuit shown below.



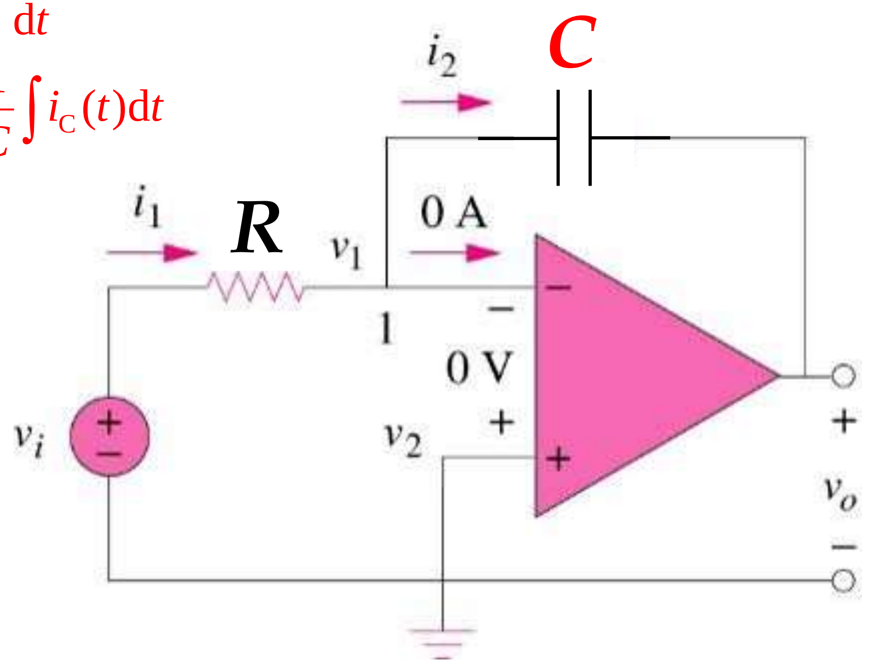
*Refer to in-class illustration, textbook

Ans: 8.667 V

4.5 Circuito Integratore

$$i_C = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$v_C = -\frac{1}{C}\int i_C(t)dt$$



$$v_1 = v_2 = 0$$

$$i_1 = v_i / R = i_2 = i$$

$$v_o = -(1/C)\int i(t)dt$$

$$v_o = -\frac{1}{RC}\int v_i(t)dt$$

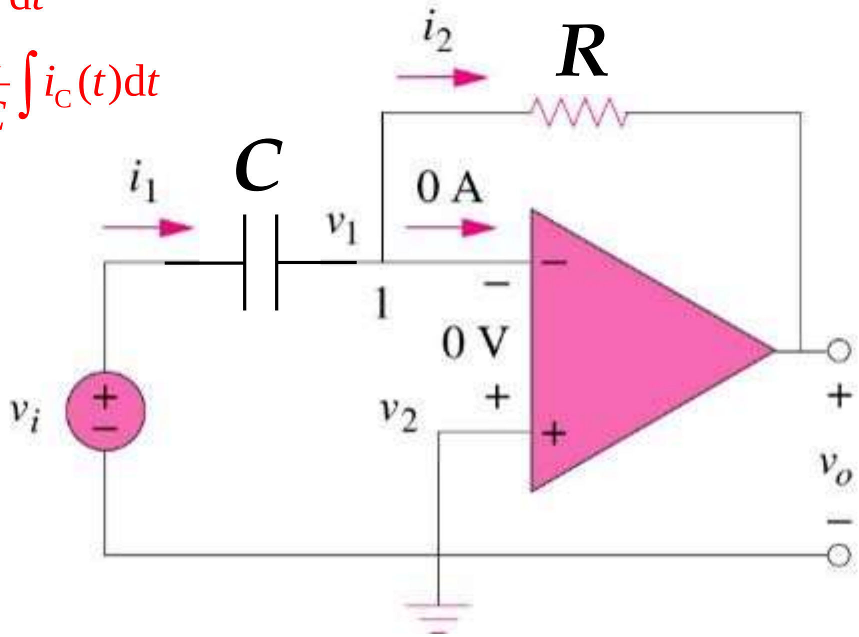
$G_{integr.} = -(1/RC) \int\ldots$

L'uscita è proporzionale, con guadagno $G_{integr.}=-1/(RC)$, all'integrale della tensione d'ingresso $v_i(t)$
E' possibile integrare segnali e disturbi d'ingresso, con il vantaggio di **"mediare il disturbo"**

4.5 Circuito Derivatore

$$i_C = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$v_C = -\frac{1}{C}\int i_C(t)dt$$



$$v_1 = v_2 = 0$$

$$i_1 = C\left[dv_C / dt\right] = i_2 = i$$

$$v_o = -Ri_2$$

$$\boxed{v_o = -(RC)\frac{dv_i(t)}{dt}}$$

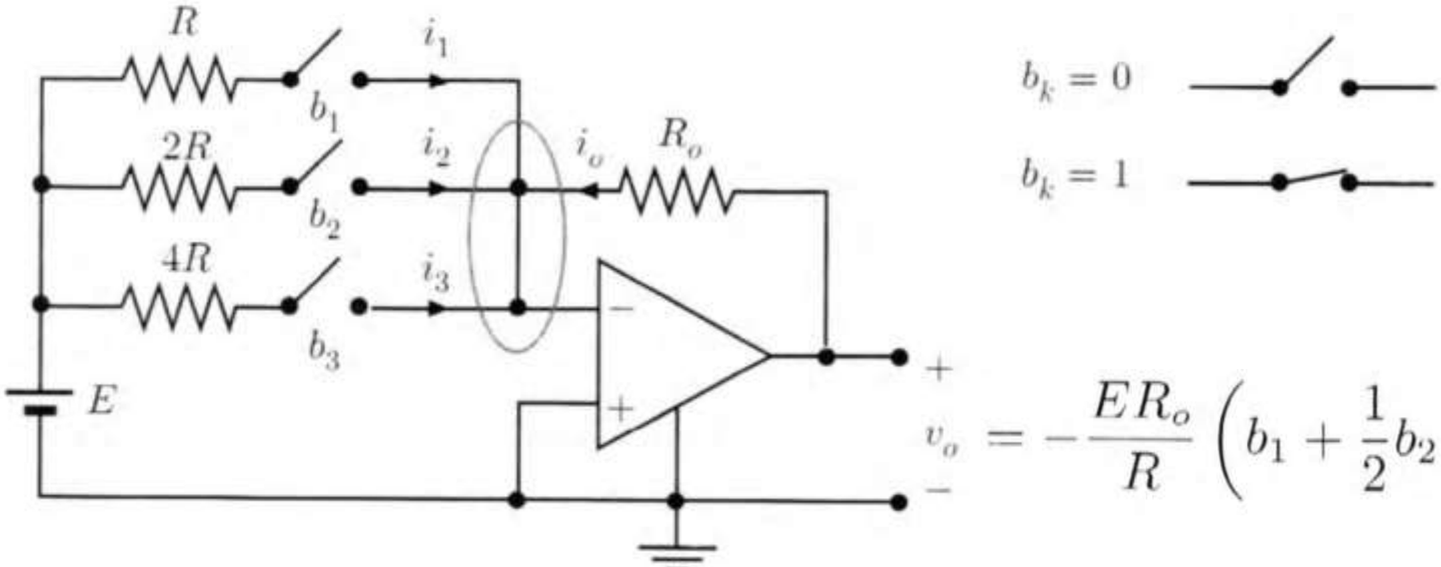
$G_{deriv.}$**=-(*RC*) d/d*t*[…]**

L'<u>uscita</u> è proporzionale, con guadagno $G_{deriv.}=-(RC)$, alla <u>derivata della tensione d'ingresso $v_i(t)$</u>
E' possibile <u>generare **"impulsi" di tensione"**</u>
<u>in corrispondenza di transizioni ripide dell'ingresso</u>

4.6 Importanti circuiti con OP-AMP

- Tre importanti circuiti elettrici di grande applicazione pratica, realizzati con OP-AMP
- **Convertitore Digitale-Analogico** (D/A o DAC) consente di trasformare una parola digitale (numero) in una grandezza elettrica (tensione)
- **Convertitore corrente-tensione** (i/v o amp. a transimpedenza) consente di trasformare una corrente in una tensione con dato guadagno
- **Amplificatore per strumentazione** (instrum.amp.) consente di amplificare la differenza tra due tensioni eliminando il modo comune

Convertitore D/A (DAC)



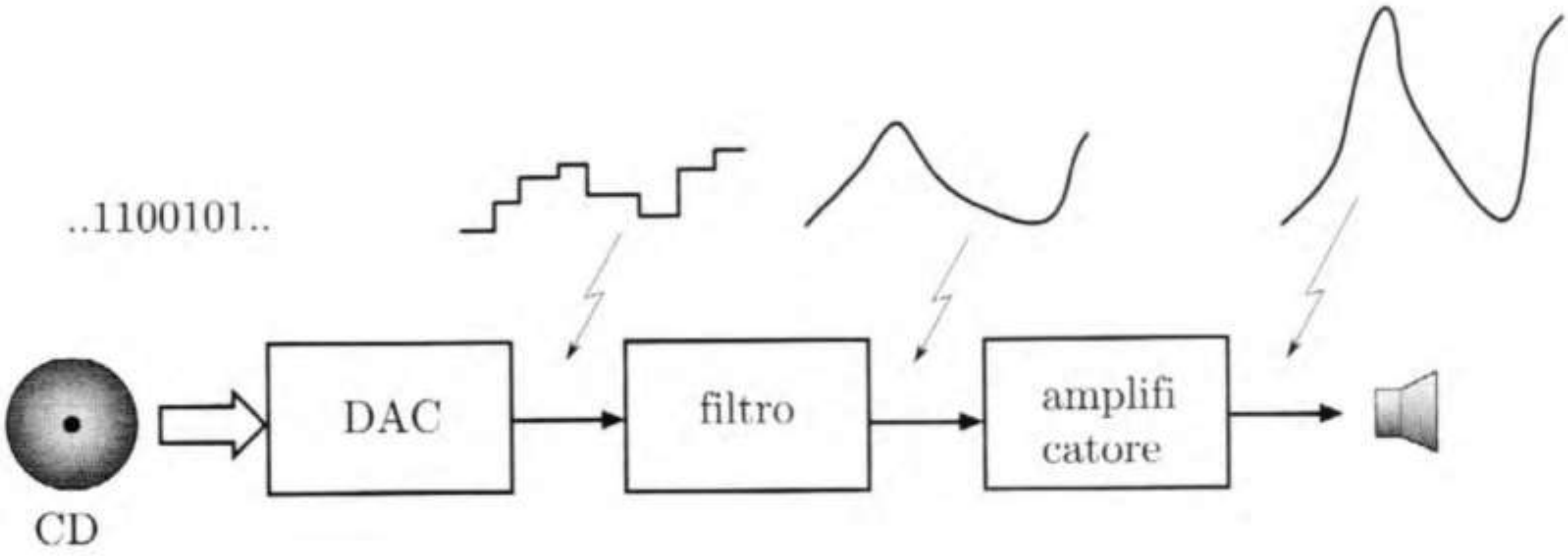
$$v_o = -\frac{ER_o}{R}\left(b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{1}{4}b_3\right)$$

L'uscita v_o è la somma di contributi di tensione αE, con "guadagni" G_i=-R_o/R_i corrispondenti al peso del bit considerato. Scegliendo ER_o/R=1 V si ottiene:

$$v_o = -\left(\frac{1}{2}b_1 + \frac{1}{4}b_2 + \frac{1}{8}b_3\right)\times(1\ \mathrm{V})$$

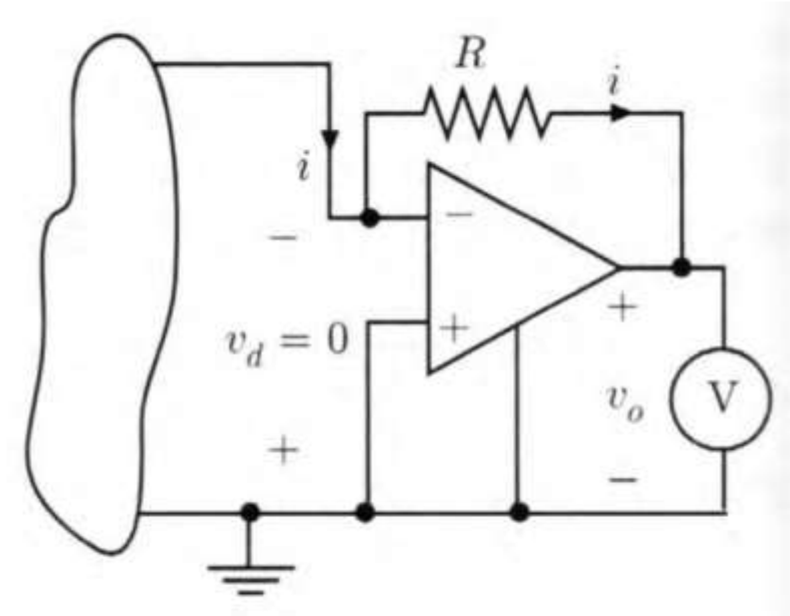
che è la **parola binaria (numero) convertita in volt**

Uso del convertitore D/A



- Conversione di un contenuto/segnale digitale in segnale elettrico che viene poi utilizzato per comandare un dispositivo fisico (altoparlante, motore, display, sistema di controllo, …)

Convertitore i/v



$$i = \frac{-v_d - v_o}{R} = \frac{-v_d - Av_d}{R}$$

$$-v_d = \frac{R}{1+A} i$$

$R_{in} = R_{eq} = -v_d / i = R/(1+A) \cong R/A << R$ (typ. $R_{in} < 1\ \Omega$)

L'uscita v_o è proporzionale, con guadagno a transimpedenza $G=-R$, alla corrente i di ingresso.
Il circuito **legge correnti** (*e.g.* amperometro, fotodiodo…) **con una "bassa resistenza d'ingresso"**

Amplificatore per strumentazione (IA)

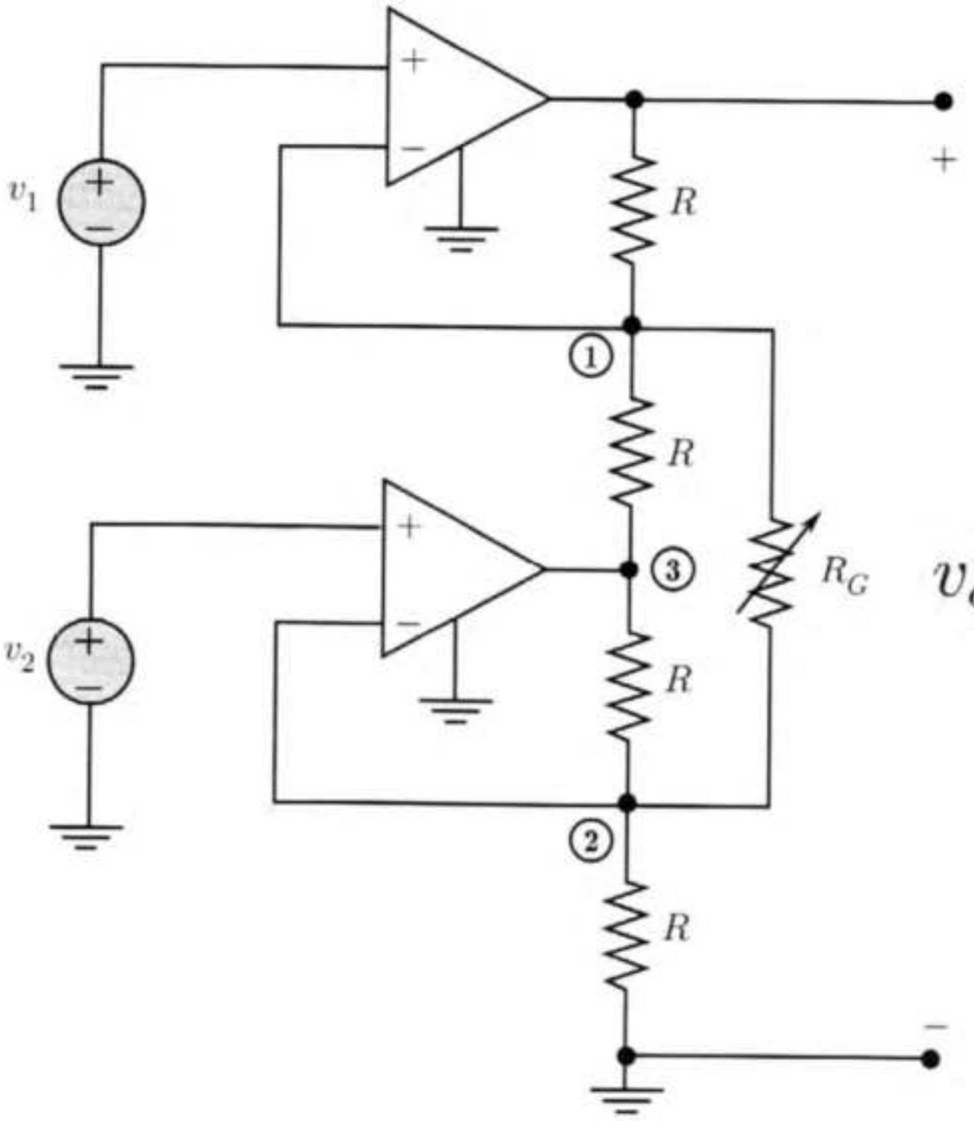
Sistemi di misura: leggere differenza tra due tensioni

L'amplificatore differenziale ($G_{DIFF}=R_2/R_1$) presenta due problemi:

1. modifica di due valori di resistenza (due R_1 o due R_2) per regolare G;
2. generatori d'ingresso (circuiti) erogano corrente.

Per risolvere entrambi i problem, ottenendo una lettura proporzionale alla differenza tra due tensioni d'ingresso, si usa l'**Instrumentation Amplifier** (IA). E'un circuito con due OP-AMP che ha **guadagno regolabile attraverso un solo resistore** e **senza assorbimento di correnti in ingresso**

Amplificatore per strumentazione (IA)



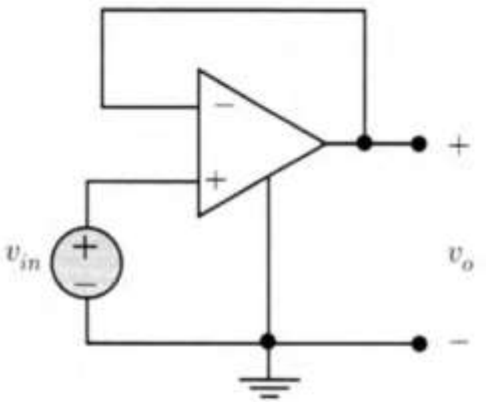
G_{IA}=2(1+R/R_{Gain})

$$v_o = (v_1 - v_2)2\left(1 + \frac{R}{R_G}\right)$$

$R_G \equiv R_{Gain}$ da sola regola G

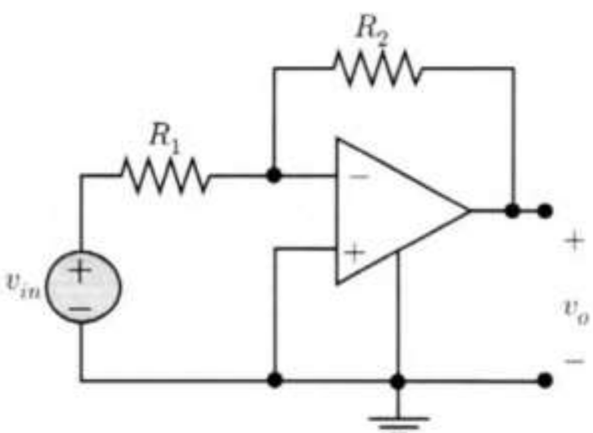
No correnti ingresso

4.7 Riepilogo configurazioni con OP-AMP



inseguitore di tensione

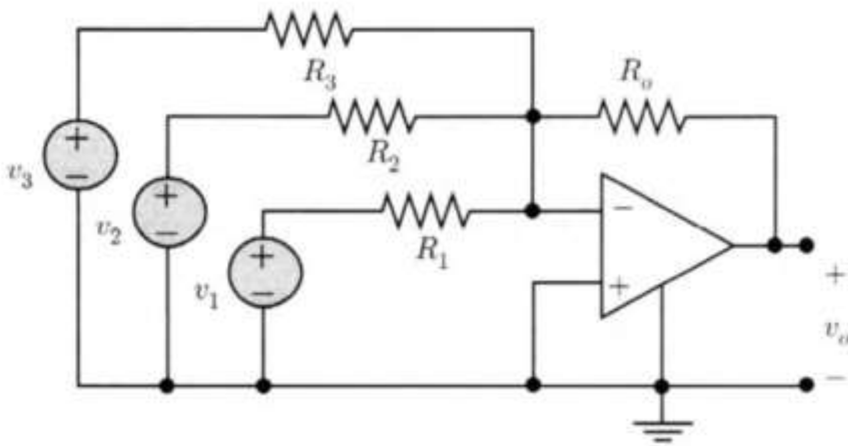
$$v_o = v_{in}$$



amplificatore invertente

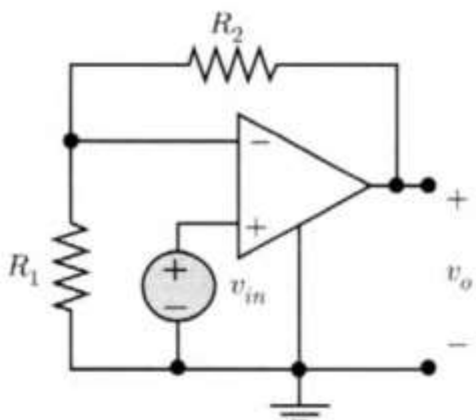
$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_{in}$$

4.7 Riepilogo configurazioni con OP-AMP



amplificatore sommatore

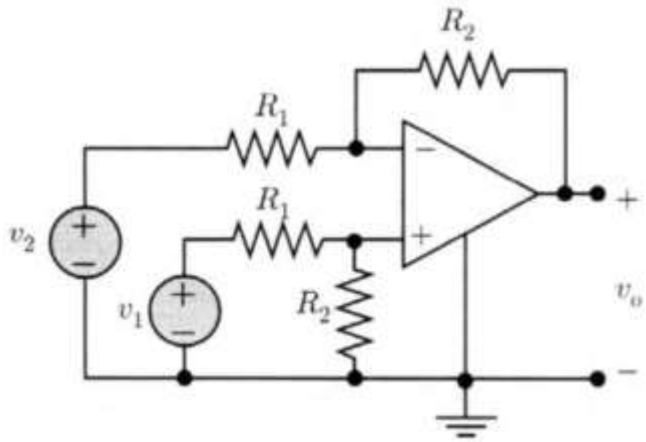
$$v_o = -R_o \left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \right)$$



amplificatore non invertente

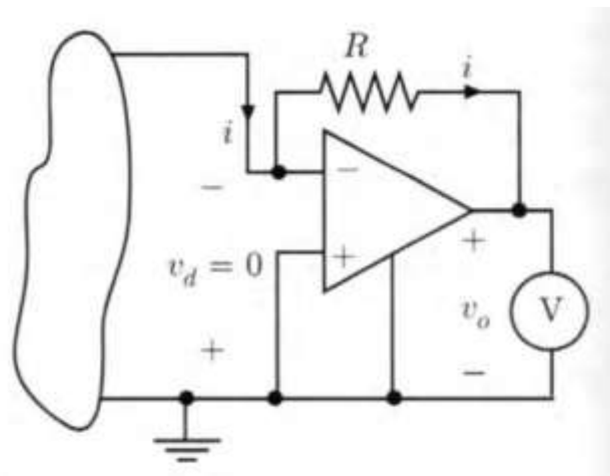
$$v_o = v_{in} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

4.7 Riepilogo configurazioni con OP-AMP

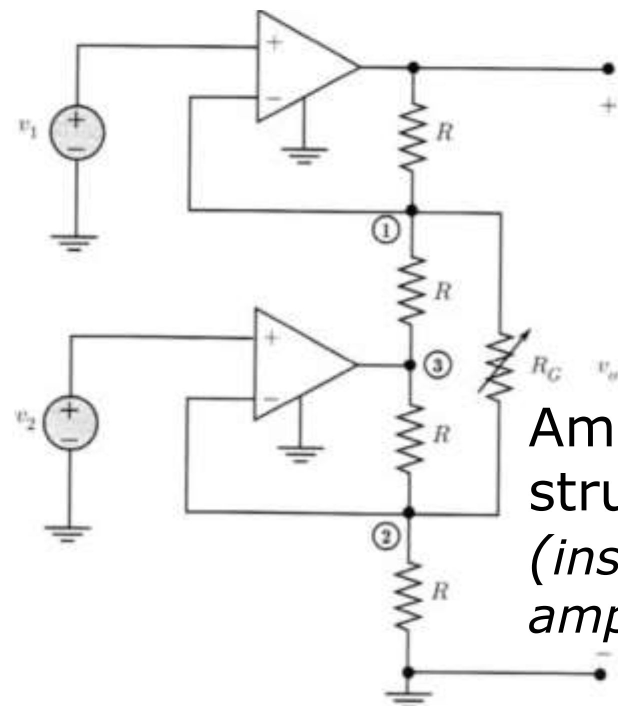


amplificatore differenziale

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_1 - v_2)$$



Convertitore corrente-tensione
(amp. a transimpedenza *R*)



Amplificatore da strumentazione *(instrumentation amplifier)*

Sommario

- L'**amplificatore operazionale** è un elemento circuitale a 4 morsetti (2 di ingresso e 2 di uscita) che genera tensione d'uscita comandata dalla tensione d'ingresso.

- L'operazionale serve a svolgere operazioni matematiche su grandezze elettriche del circuito e disaccoppiamento tra diversi blocchi circuitali.

- L'operazionale reale è molto ben approssimato dall'**operazionale ideale** (correnti d'ingresso nulle, $i_+=i_-=0$, e guadagno ad anello aperto infinito, $A=\infty$)

- Il **collegamento in cascata** di più operazionali consente di realizzare funzioni complesse garantendo il disaccoppiamento tra un blocco e l'altro. La funzione matematica risultante è il prodotto delle funzioni dei signoli blocchi.

Sommario

- Le principali **configurazioni con OP-AMP** sono a:

  - inseguitore di tensione (buffer): $G_{BUF}=1$

  - amplificatore invertente: $G_{INV}=-R_2/R_1$

  - amplificatore non invertente: $G_{NON\text{-}INV}=(1+R_2/R_1)$

  - amplificatore sommatore: $G_{SOM}=-R/R_k=-R_f/R_k$

  - amplificatore differenziale: $G_{DIFF}=R_2/R_1$

  - amplificatore a transimpedenza: $G_{i\rightarrow v}=R=R_f$

  - amplificatore per strumentazione: $G_{IA}=2(1+R/R_{Gain})$

- \- circuito integratore: $G_{integr.}= -(1/RC)\int[v_i(t)]dt$

- \- circuito derivatore: $G_{deriv.}= -(RC)\, d/dt[v_i(t)]$