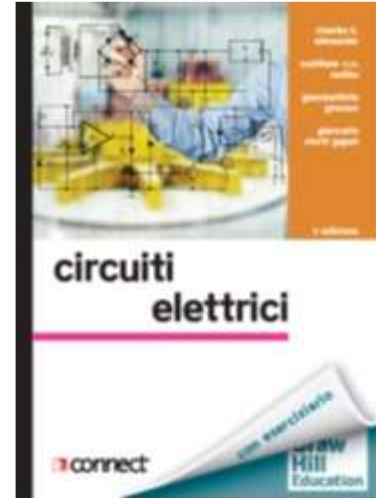


Circuiti Elettrici



Capitolo 3 Teoremi dei circuiti



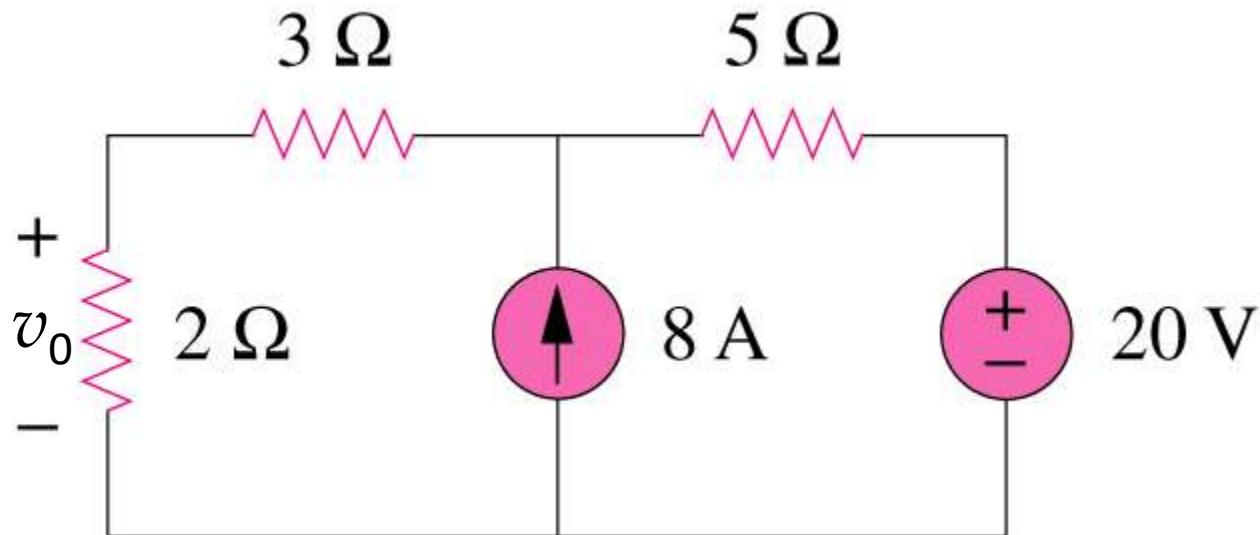
Prof. Cesare Svelto

Teoremi dei circuiti – Cap. 3

- 3.1 Metodi risolutivi dei circuiti
- 3.2 Proprietà di linearità
- 3.3 Sovrapposizione degli effetti
- 3.4 Trasformazioni di generatori
e teorema di Millman
- 3.5 Teorema di Thevenin
- 3.6 Teorema di Norton
- 3.7 Massimo trasferimento di potenza

3.1 Metodi risolutivi

Se ti viene proposto questo circuito, **quali metodi puoi usare** per determinare la tensione v_0 ai capi del resistore da $2\ \Omega$?



Quali sono? Come si fa?

Puoi ricavarla a colpo d'occhio?

(vedremo dopo possibili analisi (e soluzioni) con PSE o con sostituzione di generatori...)

3.1 Metodi risolutivi

In linea di principio per **analizzare un circuito** basta scriverne direttamente le equazioni di Kirchhoff e le equazioni caratteristiche dei suoi componenti per poi **risolvere 2R equazioni in 2R incognite** (nel circuito precedente con “soli” 5 rami occorrono 10 equazioni)

Metodi di semplificazione del circuito basati su **teoremi delle reti**:

0. **trasformazioni di resistenze** serie, parallelo, e stella-triangolo

a. Teorema (o principio) di **sovrapposizione degli effetti**

b. Teorema di **Thevenin** (trasformazione gen.corr. \rightarrow gen.tens.)

c. Teorema di **Norton** (trasformazione gen.tens. \rightarrow gen.corr.)

d. Teorema di **Millman**

questi metodi si applicano solo ai **circuiti lineari**

(circuiti che contengono elementi lineari; e solo di questi ci occuperemo)

3.2 Proprietà di linearità

E' la proprietà di un elemento o sistema che presenta una relazione lineare tra la causa e l'effetto (o l'uscita e l'ingresso)

linearità = omogeneità + additività

Proprietà di omogeneità (scalatura o moltiplicazione per k)

[scalando l'ingresso di un fattore k , anche l'uscita scala dello stesso fattore k :
Uscita y in funzione di un Ingresso x , $y=f(x)$, per cui vale $f(k \cdot x)=k \cdot f(x)$]

$$\begin{array}{ccc} \text{Es.} & v = f(i) = R i & \longrightarrow f(k \cdot i) = R k \cdot i = k \cdot R i = k \cdot v \\ \nearrow \text{uscita} & & \nwarrow \text{ingresso} \end{array}$$

Proprietà di additività

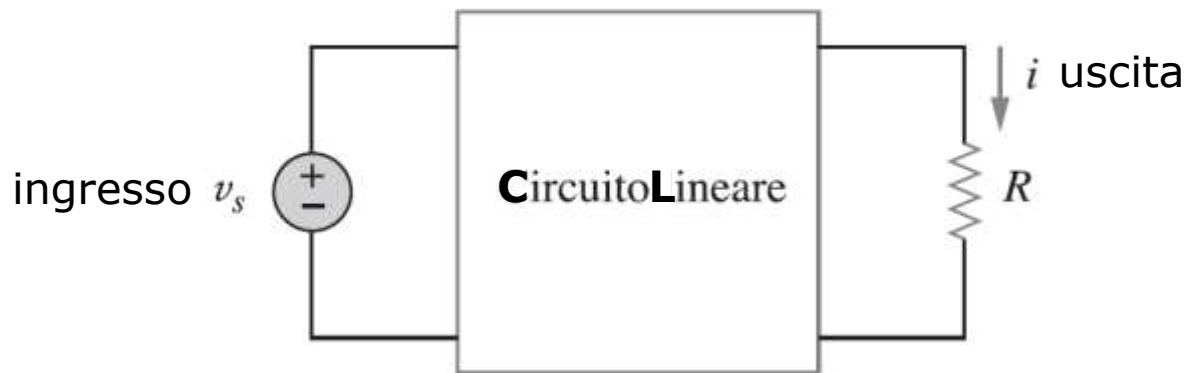
[la risposta alla somma di più ingressi è uguale alla somma delle risposte ai singoli ingressi applicati individualmente: $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$]

$$\text{Es. } v_1 = i_1 R \quad \text{e} \quad v_2 = i_2 R \longrightarrow v = R i = R (i_1 + i_2) = v_1 + v_2$$

Da un punto di vista matematico, un sistema lineare è descritto da un sistema di equazioni differenziali lineari

3.2 Circuiti lineari

Un **Circuito Lineare (CL)** è un circuito in cui l'uscita è in relazione lineare con l'ingresso (var. elettriche, e.g. i e v)

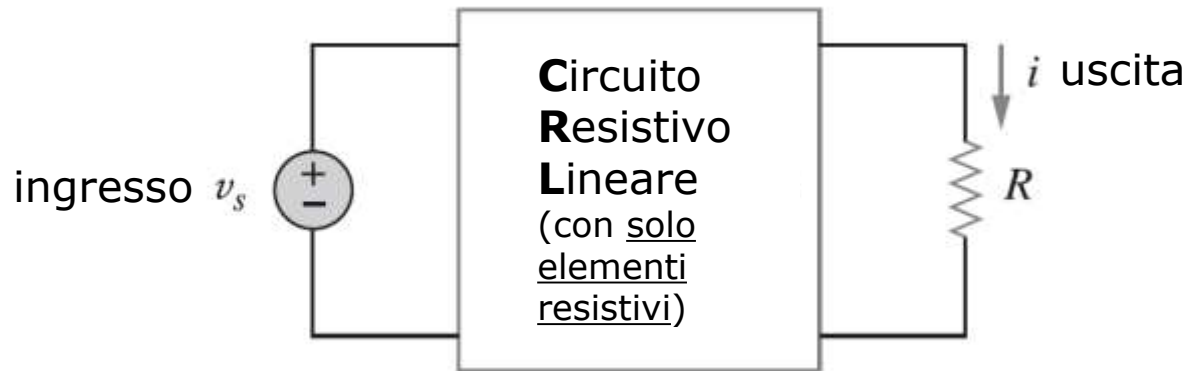


Un circuito lineare è costituito solo da elementi lineari (e.g. resistori, condensatori, induttori, gen.dip. lineari) e da generatori indipendenti

Gli **ingressi** di un circuito lineare sono rappresentati dai **generatori indipendenti** mentre le **uscite** sono di solito le **correnti** e le **tensioni**. Si noti che essendo $p= Ri^2=v^2/R$ (funzione quadratica), la relazione potenza-corrente o potenza-tensione non è lineare

3.2 Circuiti Resistivi Lineari

Un **Circuito Resistivo Lineare (CRL)** è costituito da generatori indipendenti, resistori, e gen.dip. lineari



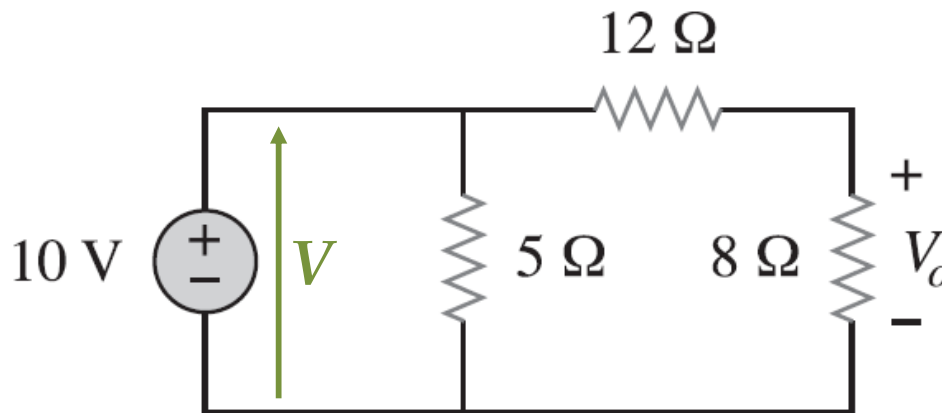
Per ottenere il sistema di equazioni lineari che descrive un CRL basta applicare le leggi di Kirchhoff e la legge di Ohm

Esistono metodi sistematici (analisi ai nodi e alle maglie) per ricavare il sistema di equazioni lineari ma il metodo è laborioso e solitamente complesso... → **è preferibile usare i teoremi delle reti lineari che riducono la complessità del circuito**

3.2 Esempio con circuito lineare

Esempio

Supporre $V_o = 1 \text{ V}$ e usare la linearità per calcolare il valore effettivo di V_o nel circuito in figura



Risposta

$$V_o = 4 \text{ V}$$

$$V = (20/8)V_o \text{ ovvero } V = 2.5V_o$$

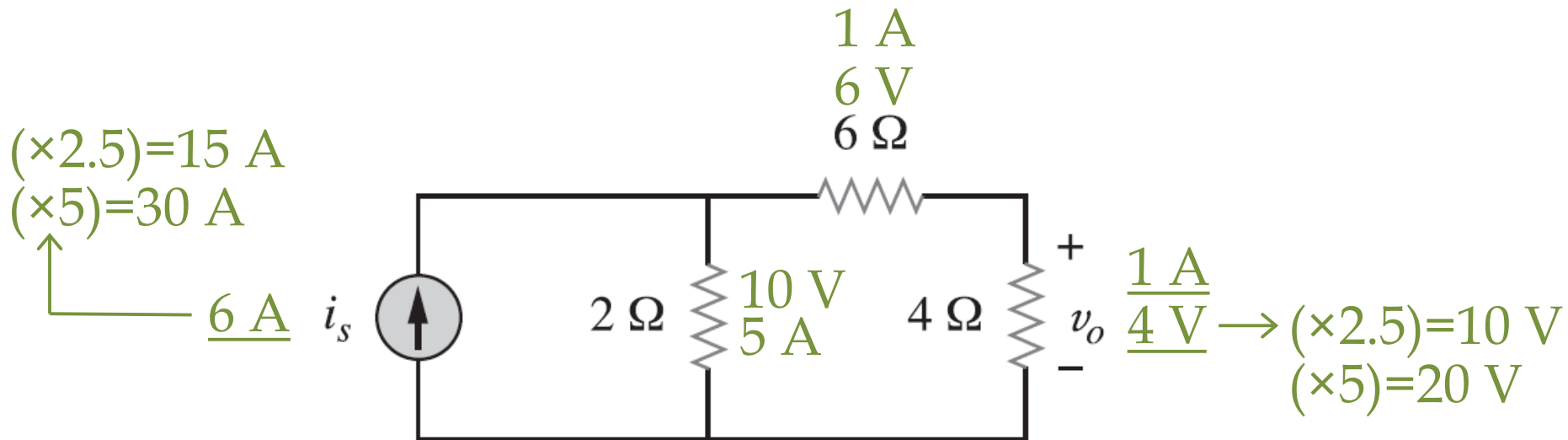
$$\text{se } V_o = 1 \text{ V} \Rightarrow V = 2.5 \text{ V}$$

ma essendo $V = 10 \text{ V}$ (4×)
deve essere $V_o = 4 \text{ V}$ (4×)

3.2 Esempio con circuito lineare

Esempio

Per il circuito in figura, determinare v_0 quando $i_s = 15 \text{ A}$ e quando $i_s = 30 \text{ A}$ (supponiamo inizialmente $i_0 = 1 \text{ A}$ e dunque $v_0 = 4 \text{ V}$)



Risposta

$$v_0 = 10 \text{ V}, 20 \text{ V}$$

$v_s = 2i_s$ sost.gen.tens. e 2Ω serie

$$v_0 = (4/12)v_s = (8/12)i_s \text{ V} = (2/3)i_s$$

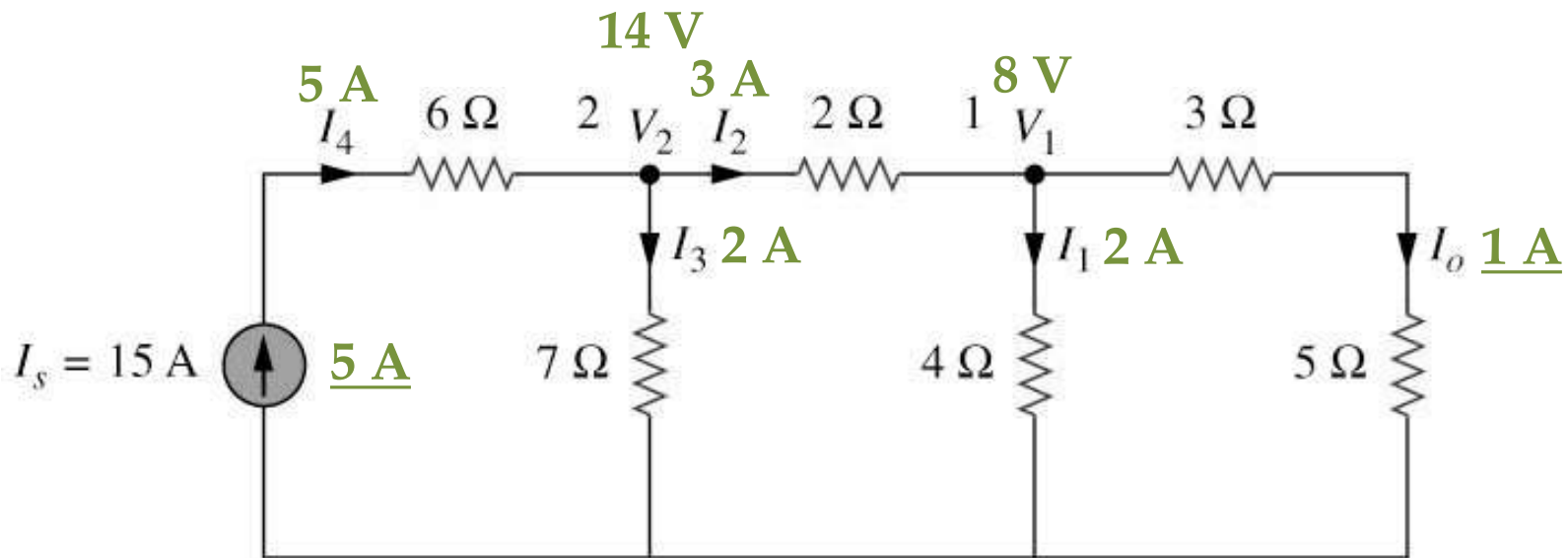
$$\text{se } i_s = 15 \text{ A} \Rightarrow v_0 = 10 \text{ V}$$

$$\text{e se invece } i_s = 30 \text{ A } (\times 2) \Rightarrow v_0 = 20 \text{ V } (\times 2)$$

3.2 Esempio con circuito lineare

Esempio

Assumendo inizialmente $I_0 = 1\text{ A}$, usa la linearità per trovare il valore effettivo di I_0 nel circuito (lineare) sotto indicato



Risposta

$$I_0 = 3\text{ A}$$

$$\text{se } I_0 = 1\text{ A} \Rightarrow I_s = 5\text{ A}$$

$$\text{ma } I_s = 15\text{ A } (\times 3) \Rightarrow I_0 = 3\text{ A } (\times 3)$$

3.3 Principio di sovrapposizione degli effetti (PSE) o principio di "sovrapposizione"

Nella sua accezione più generale il PSE afferma che l'effetto dovuto alla sovrapposizione di più cause concomitanti è pari alla somma (sovrapposizione) degli effetti ottenuti da ciascuna causa operante singolarmente

Il PSE coincide con la proprietà di additività e dunque vale per tutti i sistemi lineari.

Nei sistemi lineari è allora possibile ricavare l'uscita come somma di diversi contributi all'uscita dovuti a ciascuno degli ingressi operanti singolarmente

La sovrapposizione degli effetti vale in qualunque sistema lineare ($\text{effetto} \propto \text{causa}$ o $\text{uscita} \propto \text{ingresso}$ o uscite date da una qualunque combinazione lineare degli ingressi)

3.3 Principio di sovrapposizione nei circuiti

Dice che una **tensione o corrente** di un elemento di un circuito lineare è data dalla **somma algebrica delle tensioni (o correnti)** ricavate per l'elemento **da ciascuna delle sorgenti** operanti singolarmente (= altri "generatori spenti")

Il PSE ci aiuta ad analizzare un circuito lineare con più di una sorgente indipendente, **calcolando separatamente il contributo di ciascuna sorgente indipendente**

Invece di risolvere un circuito complesso, si risolvono G circuiti più semplici ottenuti lasciando acceso uno solo dei G generatori indipendenti (e spegnendo tutti gli altri $G-1$ generatori indipendenti)

Il PSE non vale per le potenze elettriche che sono grandezze d'uscita non-lineari rispetto a tensioni e correnti dei generatori

3.3 Metodo applicativo del PSE

PASSI per applicare il teorema di sovrapposizione o “principio di sovrapposizione degli effetti”

1. Spegnere tutte le sorgenti indipendenti eccetto un generatore indipendente. Dall'analisi del circuito trovare il contributo all'uscita, di tensione o corrente, prodotto dalla sorgente attiva (i gen.dip. rimangono accesi in quanto controllati da altre variabili del circuito)

Ripetere il passo 1. per ciascuna delle sorgenti indipendenti

2. Ricavare l'effetto complessivo come somma algebrica dei singoli contributi derivanti da ciascuna delle sorgenti indipendenti (G contributi quanti sono i generatori indipendenti)

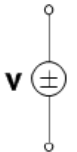
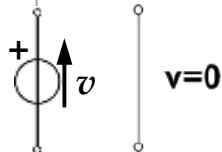

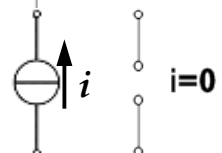
3.3 Accortezze nell'applicazione del PSE

Due cose da ricordare:

1. Quando diciamo "spegnere" tutte le altre sorgenti indipendenti, intendiamo che:
 - Le sorgenti indipendenti di tensione sono rimpiazzate da 0 V (corto circuito)
 - Le sorgenti indipendenti di corrente sono rimpiazzate da 0 A (circuito aperto)

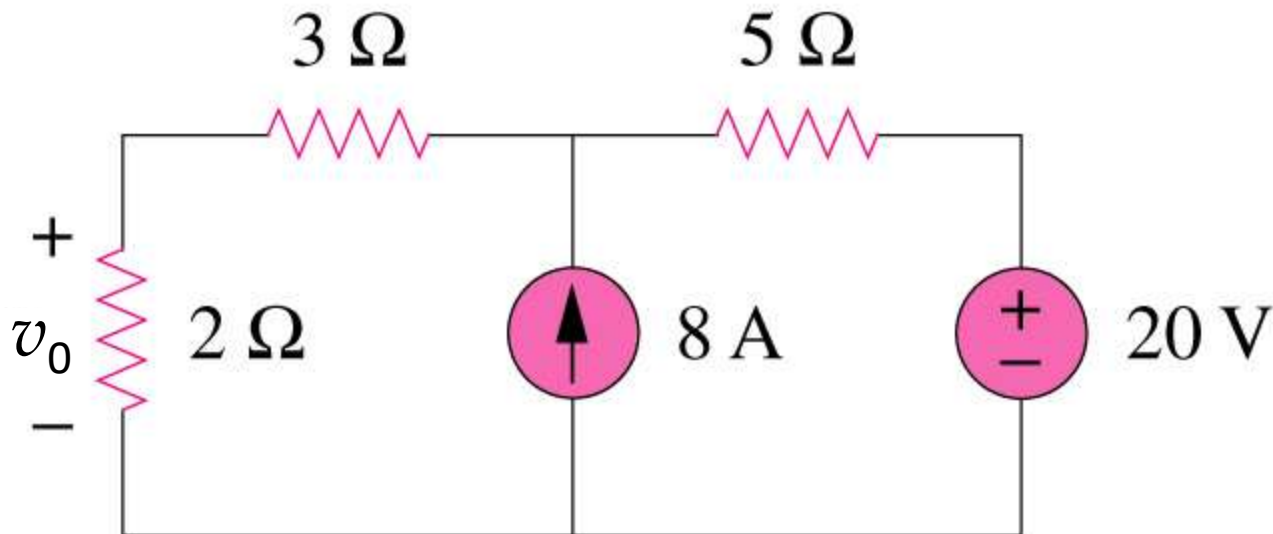
2. Le sorgenti dipendenti sono lasciate in funzione in quanto controllate da altre variabili del circuito

Spegnimento dei generatori

	acceso	spento
generatore di tensione		
generatore di corrente		

3.3 Esempio di sovrapposizione

Consideriamo gli effetti dei generatori da 8 A e da 20 V uno alla volta, poi sommiamo i due effetti per ottenere il valore finale v_0

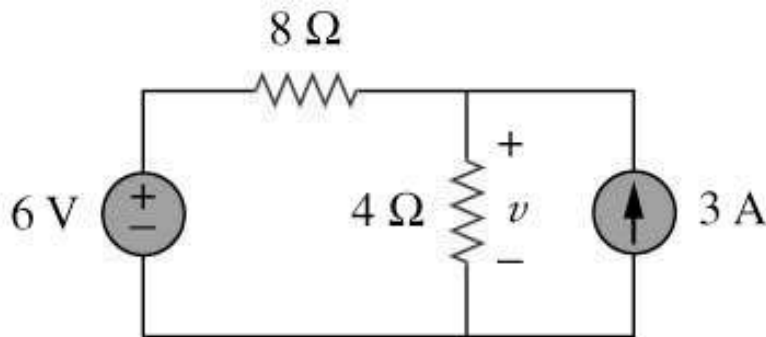


Svolgere in classe... ($v_0 = 8 + 4 = 12\text{ V}$)

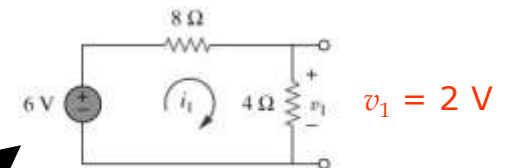
3.3 Esempio di sovrapposizione

Esempio

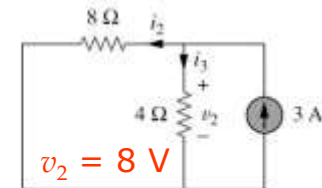
Usa la sovrapposizione degli effetti per ricavare la tensione v nel circuito indicato



3A "spento" e
sostituito da
circuito aperto



6V "spento" e
sostituito da
corto-circuito



Soluzione: $v = 10 \text{ V}$ (($2 \text{ V} + 8 \text{ V} = v_1 + v_2$))

3.3 Esempio di sovrapposizione

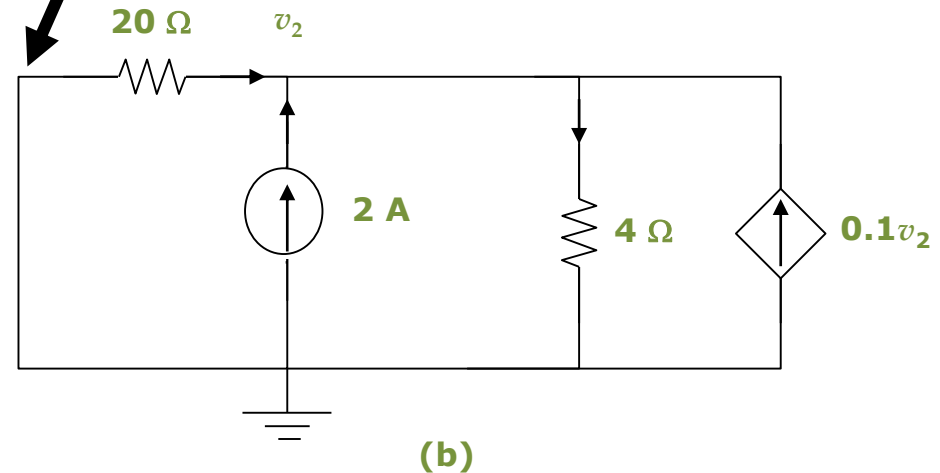
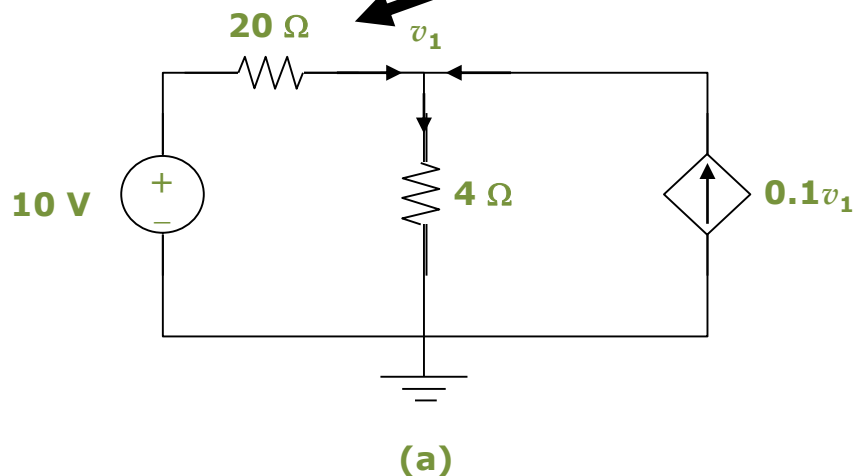
Esempio 3

Usa la sovrapposizione per ricavare v_x nel circuito

2 A è sostituito da circuito aperto

10 V è sostituito da corto-circuito

sorgente dipendente resta immutata



Soluzione: $v_x = 12.5 \text{ V}$ (($2.5 \text{ V} + 10 \text{ V} = v_1 + v_2$))

3.4 Teorema o principio di sostituzione

In una rete elettrica (lineare o anche non-lineare) un componente elettrico, o un insieme di componenti elettrici (lineari o non lineari), può essere sostituito con un altro componente o insieme di componenti con lo stesso numero di morsetti e con le stesse relazioni costitutive (legami $i-v$) senza che tutte le rimanenti grandezze elettriche della rete subiscano variazioni

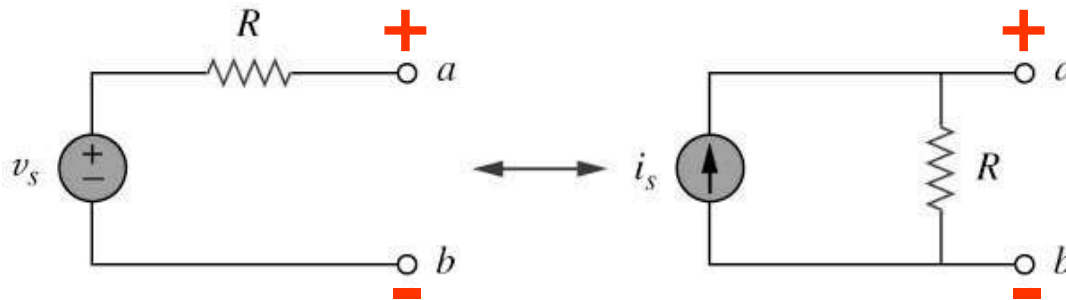
Si parla in questo caso di **componente equivalente**.
In virtù del principio di sostituzione è possibile semplificare (o comunque modificare) la topologia della rete elettrica senza che questa subisca variazioni nel suo funzionamento

Come si vedrà nel seguito, spesso è opportuno semplificare la topologia della rete elettrica, prima di procedere con i metodi di calcolo di tensioni e/o correnti. Allo scopo si utilizzano **sostituzioni di un circuito equivalente ad una parte del circuito** considerato (di solito tra due terminali a e b scelti per l'operazione). In particolare un generatore di tensione può essere sostituito da un generatore di corrente equivalente (Thevenin \rightarrow Norton) e vice-versa (Norton \rightarrow Thevenin)

3.4 Sostituzione di sorgente (trasformazione di generatore)

- Un **circuito** è **equivalente** ad un altro se le correnti e tensioni caratteristiche nei due circuiti sono identiche
- Una importante trasformazione circuitale consiste nel **sostituire (equivalentemente)** una sorgente di tensione v_s in serie con un resistore R con una sorgente di corrente i_s in parallelo con un resistore R (o viceversa)
→ trasformazione di generatore

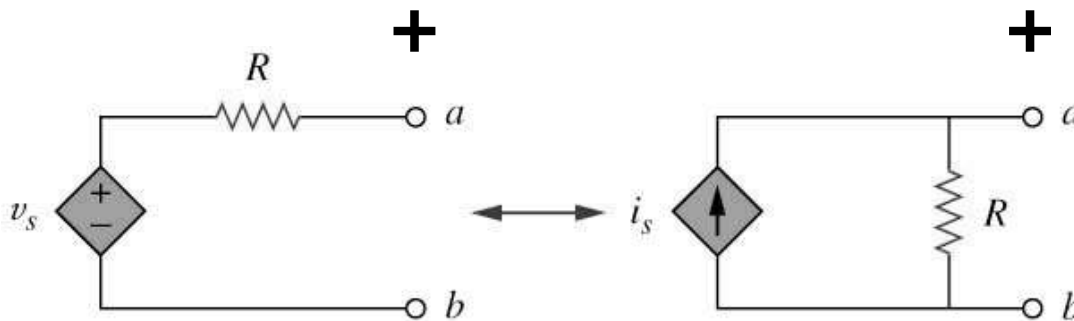
3.4 Trasformazione di sorgente



(a) Trasformazione di sorgente indipendente

$$v_s = R i_s \quad \leftarrow \dots \rightarrow \quad v_s / R = i_s$$

tensione **c.a.** corrente **c.c.**



(b) Trasformazione di sorgente dipendente

La trasformazione di sorgente **non** è possibile con $R = 0$ per una sorgente di tensione e con $R = \infty$ per una sorgente di corrente

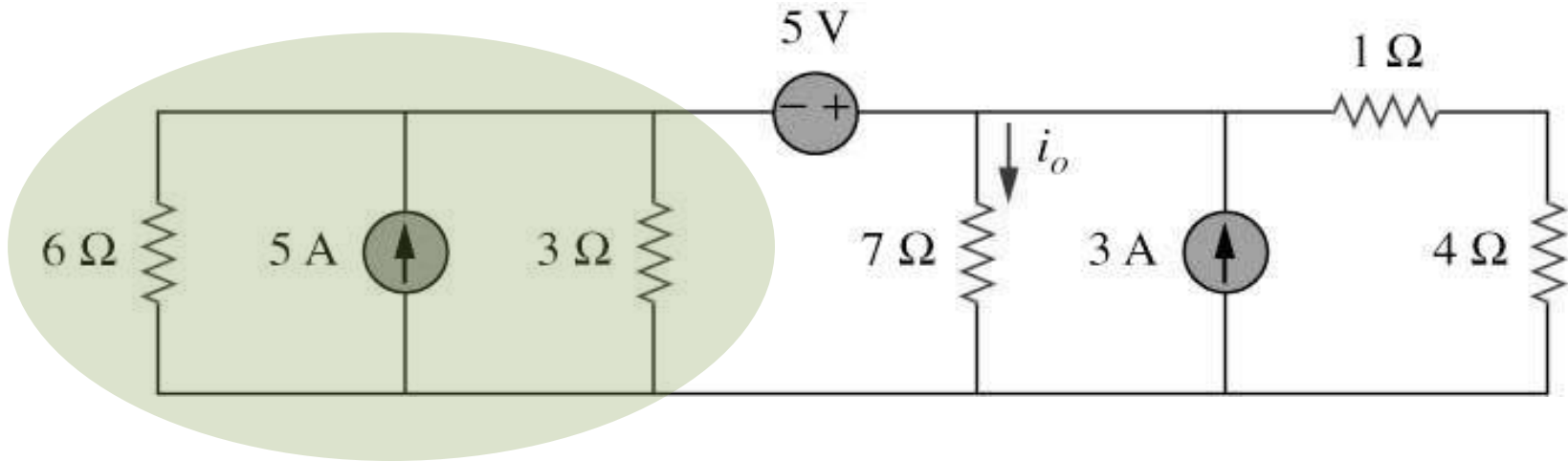
La freccia della sorgente di corrente è diretta verso il terminale positivo della sorgente di tensione (e viceversa)

Si possono trasformare o sostituire anche sorgenti dipendenti

3.4 Trasformazione di sorgente (3)

Esempio

Trova i_o usando la trasformazione di sorgente



centro $7\ \Omega$ sx $7.5\text{ A} // 2\ \Omega$ dx $3\text{ A} // 5\ \Omega$

si ottiene un **circuito binodale** con
 $7\ \Omega // 10.5\text{ A} // (10/7)\ \Omega$

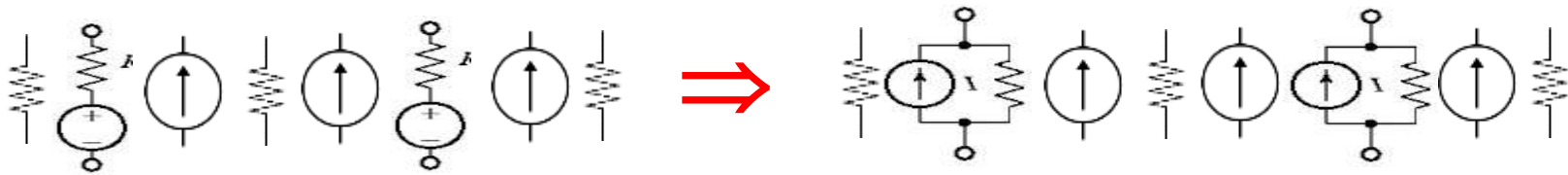
infine si ha un **partitore di corrente**

Risposta

$$I_o = 1.78\text{ A}$$

3.4 Teorema di Millman

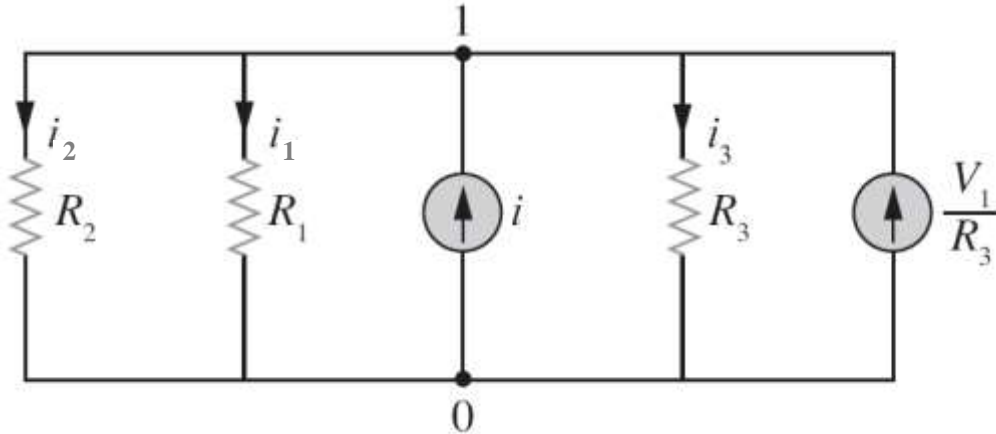
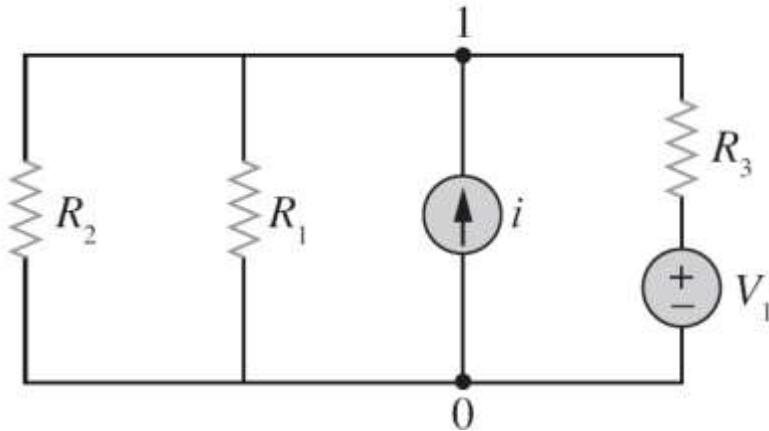
Dice che la **tensione ai capi di una rete a due nodi, parallelo di resistenze // gen.corr. // gen.tens. con resistenza serie** è uguale alla frazione che ha **numeratore la somma delle correnti dei generatori** (con anche quelli ottenuti da trasformazione dei generatori di tensione in serie a resistenze) e **denominatore la somma delle conduttanze**



$$i = \sum i_k \text{ e } G_{eq} = \sum G_k \Rightarrow v = i / G_{eq} = \frac{\sum i_k}{\sum G_k}$$

Il teorema è conseguenza dell'analisi ai nodi sulla rete con due soli nodi (risultante dopo avere fatto la trasformazione dei gen.tens. in gen.corr.) **dim.in classe**

3.4 Esempio sul teorema di Millman

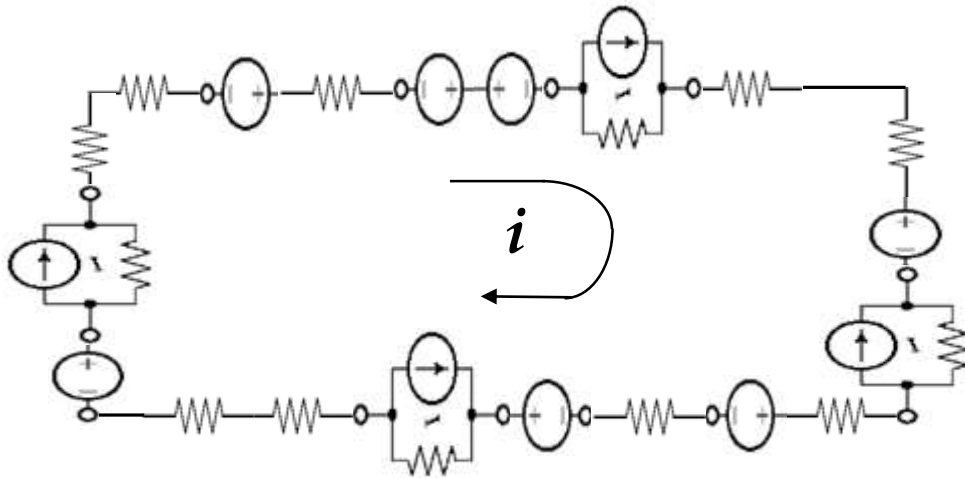


$$v_{\text{ai 2 nodi}} = v_{10} = \frac{\sum i}{\sum G}$$

$$v_{10} = \frac{\left(i + \frac{V_1}{R_3} \right)}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)}$$

3.4 Duale del teorema di Millman

In una rete a una maglia, serie di resistenze + gen.tens. + gen.corr. con resistenza parallelo **la corrente** è uguale alla frazione che ha numeratore la somma delle tensioni dei generatori (con anche quelli ottenuti dalla trasformazione dei generatori di corr. in parallelo con resistenze) e denominatore la somma delle resistenze



$$i_{\text{alla maglia}} = i = \frac{\sum v_k}{\sum R_k}$$

Un po' banale, tuttavia (coincide con LKT alla maglia)

3.5 Teorema di Thevenin

PREMESSA: due **circuiti** sono **equivalenti** se hanno le **stesse relazioni tensione-corrente ai terminali**

Il **teorema di Thevenin** dice che un circuito lineare con due terminali* può essere **sostituito** da un circuito equivalente fatto da un **generatore di tensione** V_T con un **resistore in serie** R_T

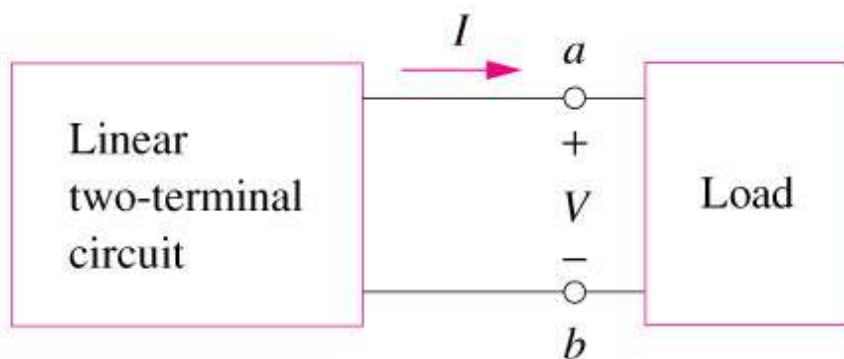
V_T è la **tensione a vuoto** tra i due terminali
e R_T è la **resistenza di Thevenin**, ovvero la R_{eq} di ingresso vista ai morsetti spegnendo i generatori

*purchè ammetta un controllo in corrente (i non deve essere fissa [NO gen.corr.id.])

Tra due morsetti, un intero circuito costituito da diversi elementi può essere sostituito con solo generatore di tensione in serie a un resistore (V_T a vuoto e $R_T = R_{eq}$, talora si scrive "Th" per "T")

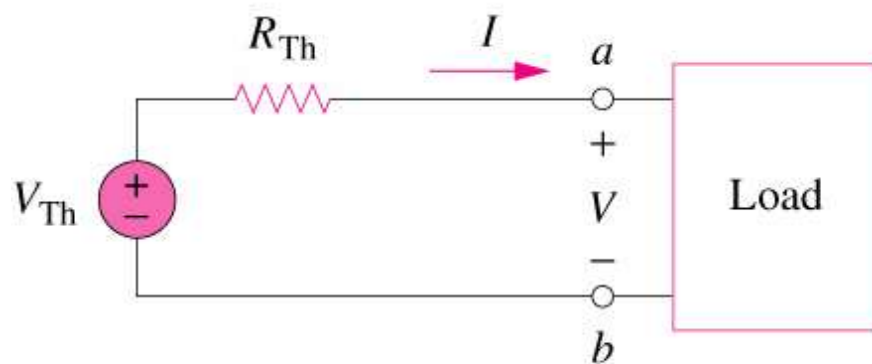
3.5 Teorema di Thevenin (circ.eq.)

Circuito originale (Fig. a) e suo **equivalente di Thevenin** (Fig. b)



(a)

Load o “carico” è la rimanente parte di circuito vista ai capi dei morsetti a e b

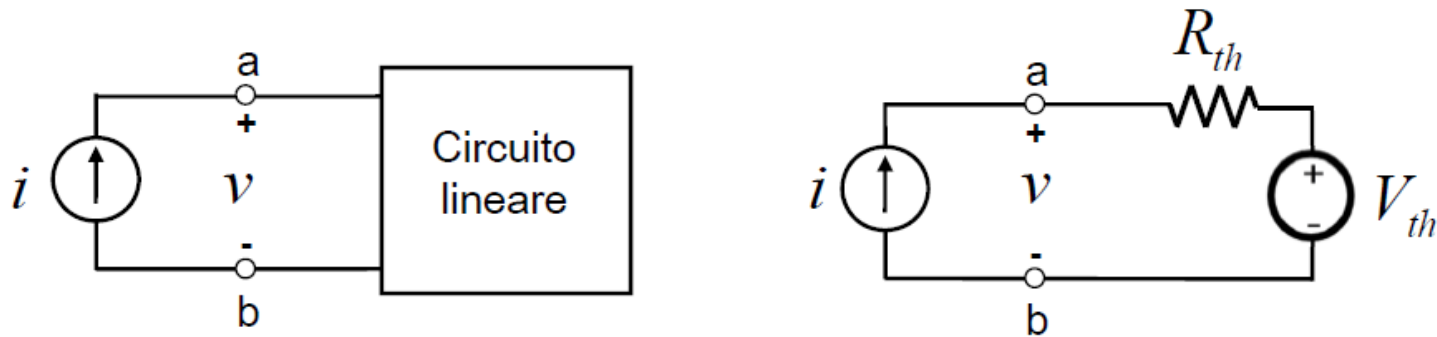


(b)

V_T = tensione a vuoto
per calcolarla si sosituisce al carico un circuito aperto (c.a.)

$R_T = R_{eq.}$ (gen. spenti)
 R vista tra a e b in c.a.
(si toglie il carico e si passiva la rete spegnendo i gen.)

3.5 Dim. Teorema di Thevenin



Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti al circuito lineare

$$v = \sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j + Ci = V_{th} + R_{th} i$$

con V_i generatori indipendenti di tensione, I_j generatori indipendenti di corrente

L'effetto dei generatori indipendenti interni alla rete coincide con la tensione a vuoto, ottenuta per $i=0$ (in c.a.)

$$\sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j = v|_{i=0}$$

pertanto coincide con la tensione di Thevenin

$$\sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j = V_{th}$$

3.5 Dim. Teorema di Thevenin

Il parametro C si ottiene calcolando la resistenza vista tra i due terminali, quando i generatori indipendenti sono spenti

$$C = \left. \frac{v}{i} \right|_{V_i=0, I_j=0}$$

equivalente $R_{eq.}$ che a sua volta coincide con la resistenza

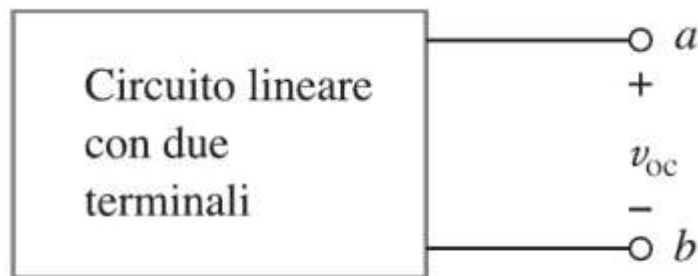
pertanto coincide con la resistenza di Thevenin

$$C = R_{th}$$

Il circuito lineare con due terminali risulta equivalente al bipolo di Thevenin in quanto presentano la stessa relazione i-v

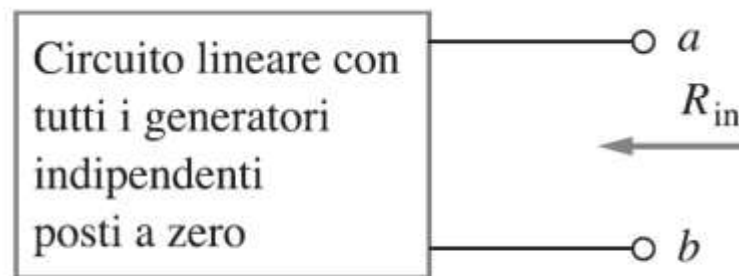
$$v = V_{th} + R_{th} i$$
$$v = \sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j + Ci$$

3.5 Teorema di Thevenin e R_{eq} .



$$V_{Th} = v_{oc}$$

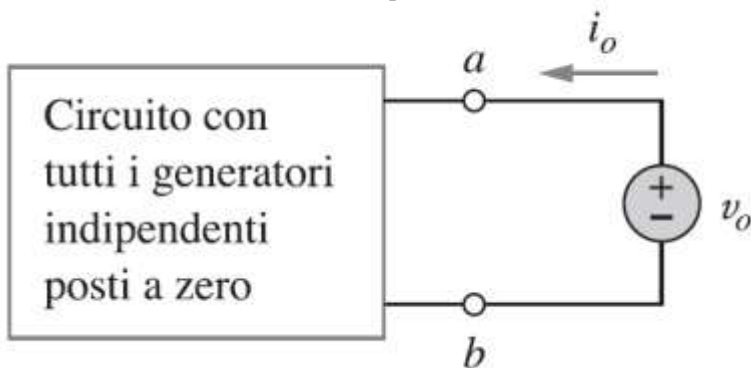
(a)



$$R_{Th} = R_{in}$$

(b)

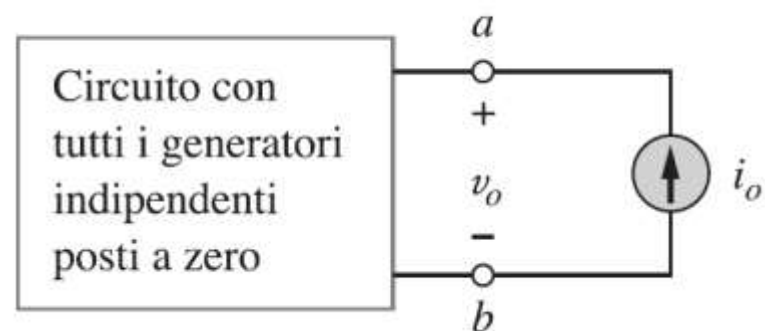
Calcolo di R_{eq} ai due terminali a e b (con gen. di prova)



$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o}$$

(a)

v_x
tensione
del gen. di prova



$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o}$$

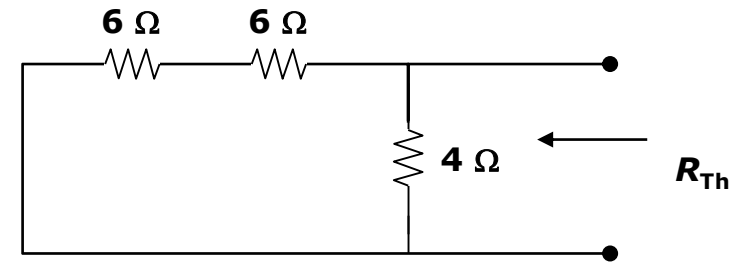
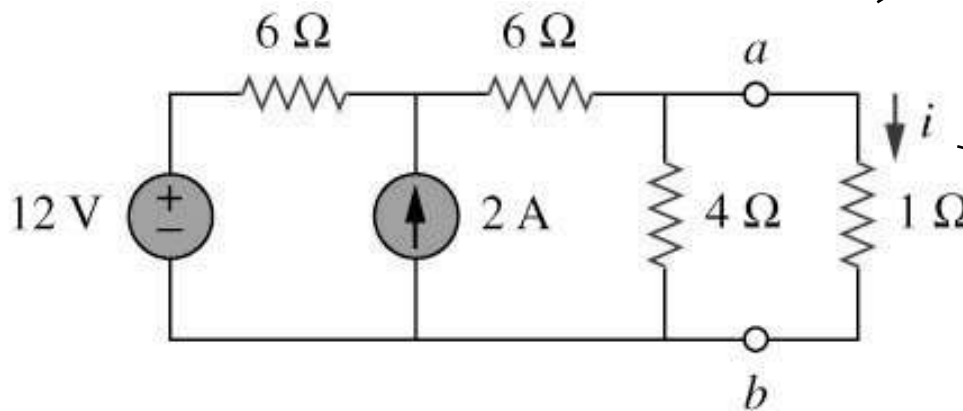
(b)

i_x
corrente
del gen. di prova

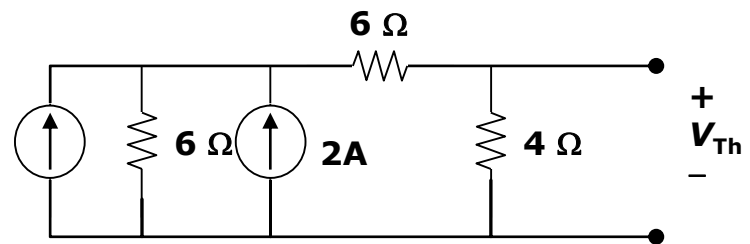
3.5 Esempio sul teorema di Thevenin

Example 5

Using Thevenin's theorem, find the equivalent circuit to the left of the terminals in the circuit shown below. Hence find i .



(a)



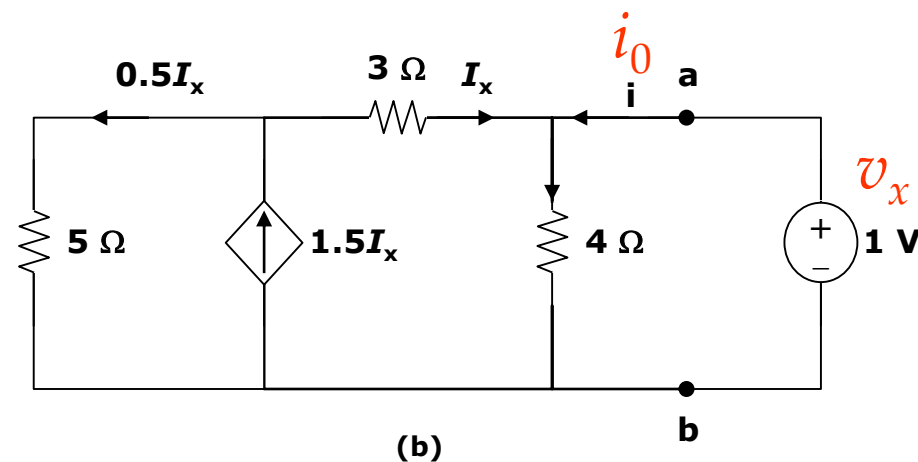
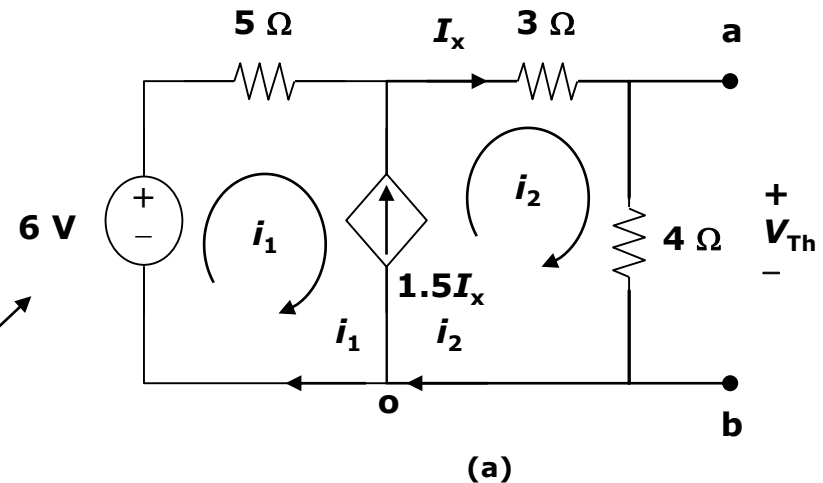
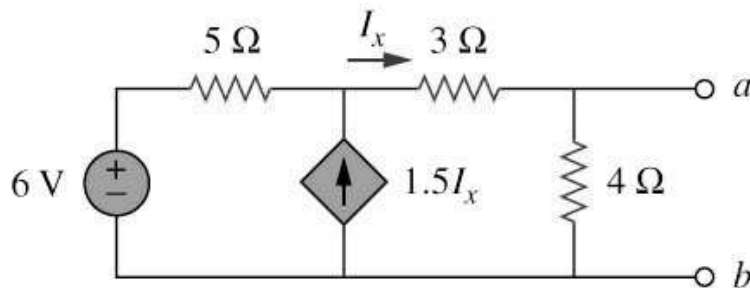
(b)

*Refer to in-class illustration and textbook: $R_{Th} = 3\ \Omega$, $V_{Th} = 6\text{ V}$, $i = 1.5\text{ A}$

3.5 Esempio sul teorema di Thevenin

Example 6

Find the Thevenin equivalent circuit of the circuit shown below to the left of the terminals a and b .



*Refer to in-class illustration and textbook:
answer $V_T = 5.33 \text{ V}$, $R_T = 0.44 \Omega$

3.6 Teorema di Norton

Il **teorema di Norton** dice che un circuito lineare con due terminali* può essere **sostituito** da un circuito equivalente fatto da un **generatore di corrente** I_N con un **resistore in parallelo** R_N

I_N è la **corrente di corto circuito** tra i due terminali e R_N è la **resistenza di Norton**, ovvero la R_{eq} .
di ingresso vista ai morsetti spegnendo i generatori

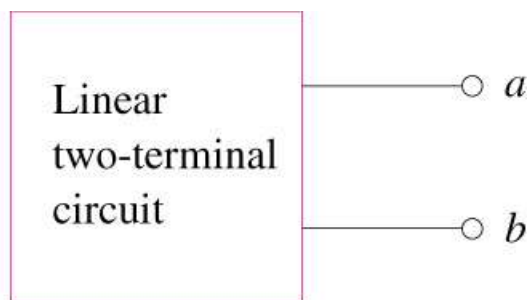
*purché ammetta un controllo in tensione (v non deve essere fissa [NO gen.tens.id.])

Tra due morsetti, un circuito costituito da diversi elementi può essere sostituito con un generatore di corrente in parallelo a un resistore (I_N in c.c. e $R_N=R_{eq}$)

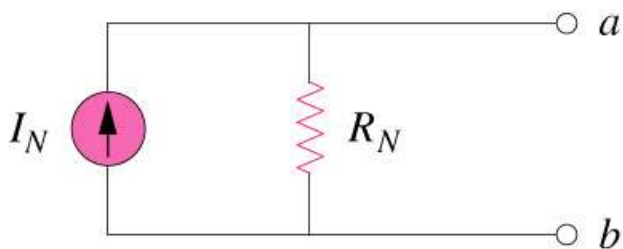
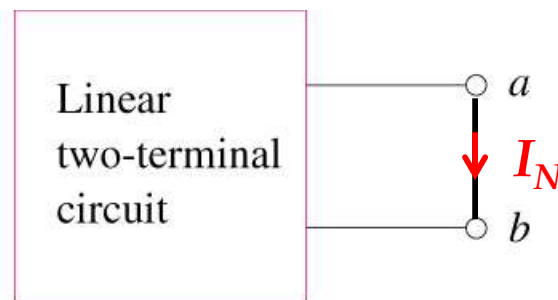
NOTA: I circuiti equivalenti di Thevenin e di Norton sono poi sostituibili tra loro attraverso una **trasformazione di sorgente** ($R_T=R_N=R_{eq}$ e $V_T=R_{eq}I_N$)

3.6 Teorema di Norton (circ.eq.)

Circuito originale (Fig. a) e suo **equivalente di Norton** (Fig. b)



(a)

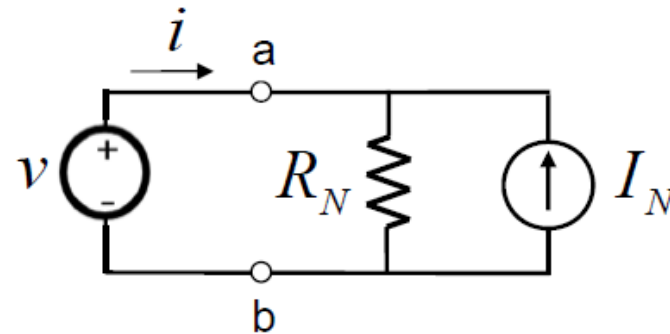
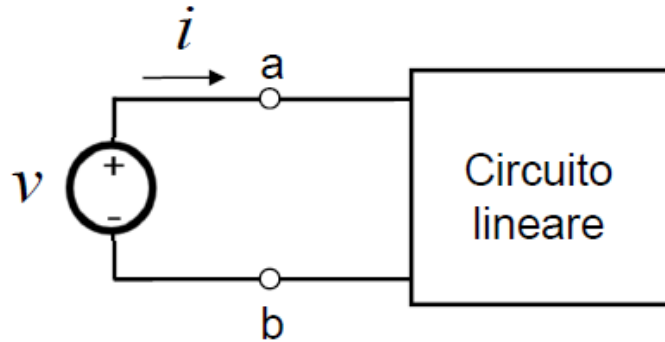


(b)

I_N = corrente di c.c.
per calcolarla si sostituisce al
carico un corto circuito (c.c.)

$R_N = R_{eq.}$ (gen. spenti)
 R vista tra a e b in c.a.
(si toglie il carico e si passiva
la rete spegnendo i gen.)

3.6 Dim. Teorema di Norton



Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti al circuito lineare

$$i = \sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j + C v \qquad = -I_N + \frac{v}{R_N}$$

con V_i generatori indipendenti di tensione, I_j generatori indipendenti di corrente

L'effetto dei generatori indipendenti interni alla rete coincide con la corrente di corto circuito, ottenuta per $v=0$ (in c.c.) [attenzione al verso opposto di i e I_N]

$$\sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j = i|_{v=0}$$

e pertanto coincide con la corrente di Norton: $\sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j = -I_N$

3.6 Dim. Teorema di Norton

Il parametro C si ottiene calcolando la conduttanza vista tra i due terminali, quando i generatori indipendenti sono spenti

$$C = \left. \frac{i}{v} \right|_{V_i=0, I_j=0}$$

equivalente R_{eq} , che a sua volta coincide (come inverso) con l'inverso della resistenza

pertanto coincide con l'inverso della resistenza di Norton

$$C = \frac{1}{R_N}$$

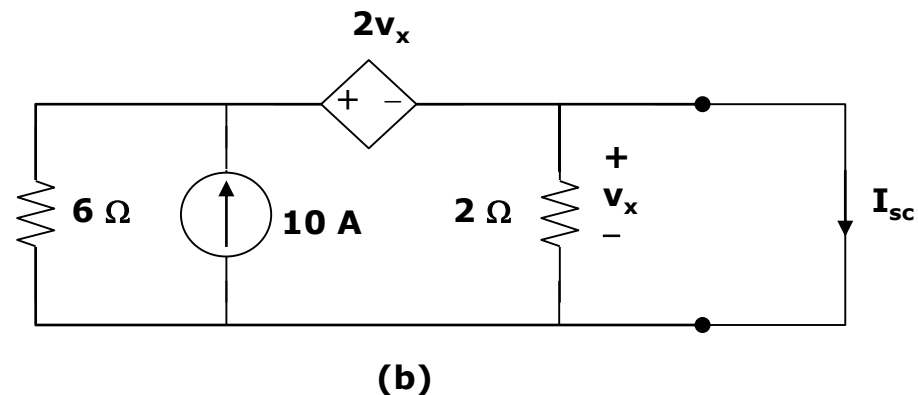
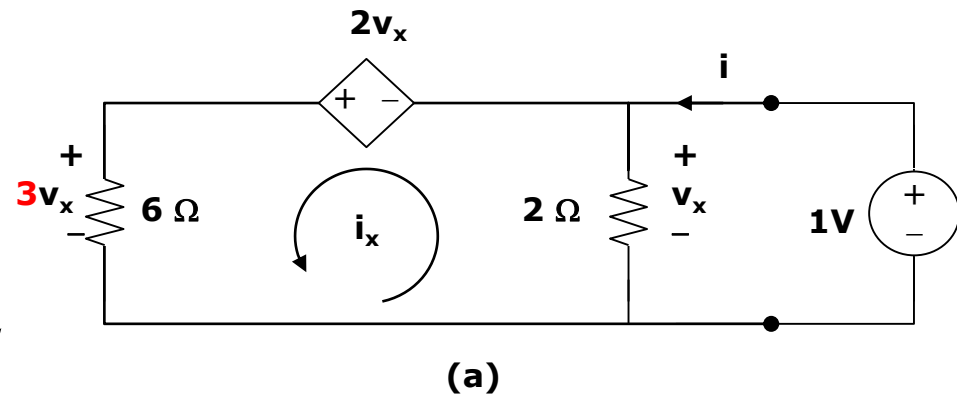
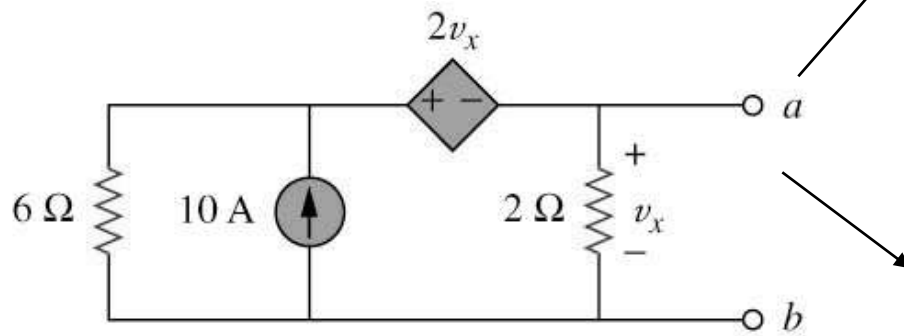
Il circuito lineare con due terminali risulta equivalente al bipolo di Norton in quanto presentano la stessa relazione i-v

$$i = -I_N + \frac{v}{R_N}$$
$$i = \sum_i A_i V_i + \sum_j B_j I_j + C v$$

3.6 Esempio sul teorema di Norton

Example 7

Find the Norton equivalent circuit of the circuit shown below.



*Refer to in-class illustration and textbook: $R_N = 1 \Omega$, $I_N = 10 A$

3.7 Massimo trasferimento di potenza al carico (adattamento del circuito)

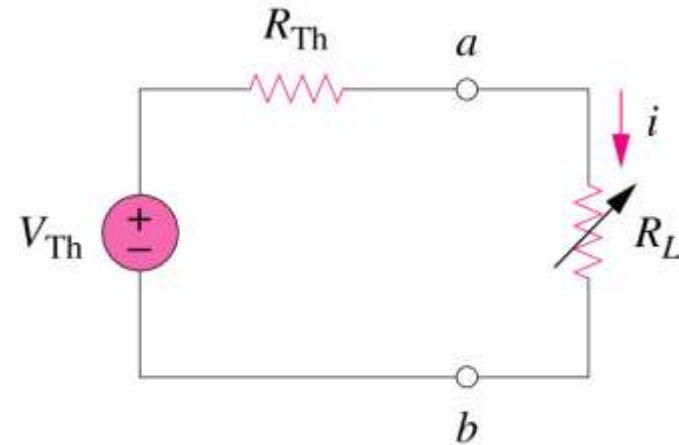
In molte situazioni pratiche, un circuito viene progettato per fornire potenza a un carico

Il bipolo **equivalente di Thevenin** (v_T e R_T) è utile per calcolare la potenza che un circuito lineare può fornire a un **carico (R_L)** e **per ricavare la condizione di massimo trasferimento di potenza** (in funzione del valore del carico o di altri parametri del circuito)

Il massimo trasferimento di potenza, dal circuito al carico, si ha in condizioni di **adattamento**: $R_L = R_T$
(la resistenza di carico è uguale alla resistenza di Thevenin vista dal carico)

3.7 Massimo trasferimento di potenza

L'intero circuito ai morsetti del carico è stato sostituito dal suo bipolo equivalente di Thevenin



La **potenza trasferita al carico** è:

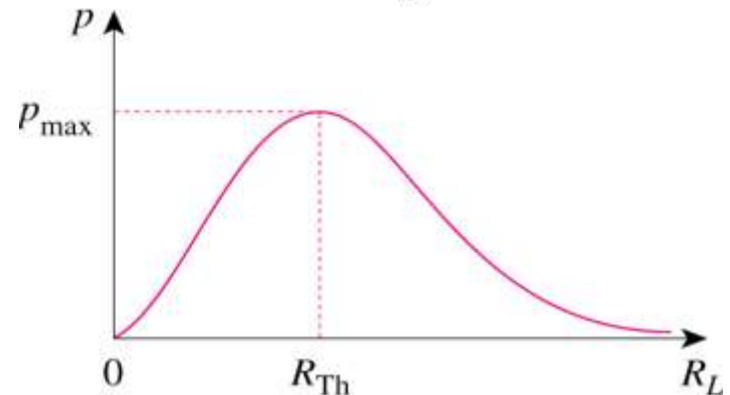
$$p = R_L i^2 = R_L \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2$$

con derivata prima:

$$\frac{dp}{dR_L} = 1 \cdot \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 - 2(R_{Th} + R_L)^{-3} \cdot R_L V_{Th}^2$$

che, posta uguale, a zero da:

$$\frac{(R_{Th} + R_L) - 2R_L}{(R_{Th} + R_L)^3} \cdot V_{Th}^2 = 0 \rightarrow R_{Th} - R_L = 0$$



Andamento della potenza sul carico al variare della resistenza di carico (R_L)

massima potenza trasferita:

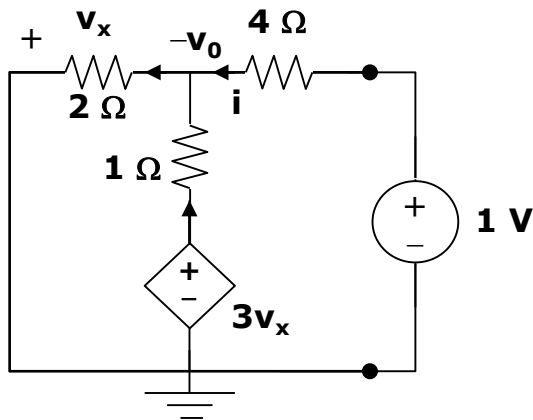
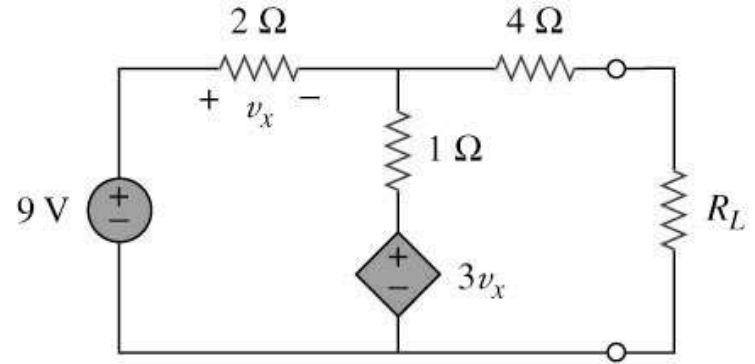
$$R_L = R_{Th} \Leftrightarrow p_{\max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_L}$$

carico adattato
sul carico si ha $V_L = V_{Th}/2$

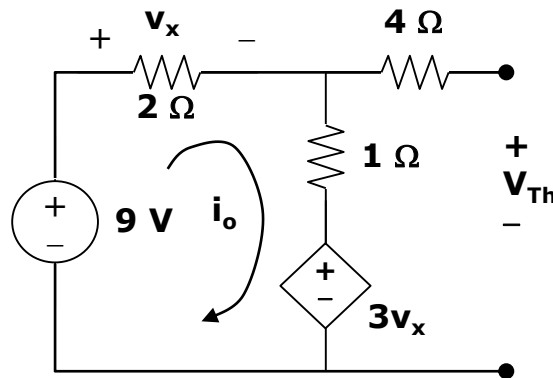
3.7 Esempio di max trasf. di potenza

Example 8

Determine the value of R_L that will draw the maximum power from the rest of the circuit shown below. Calculate the maximum power.



(a)



(b)

Fig. a

=> To determine R_{TH}
(4.22 Ω)

Fig. b

=> To determine V_{TH}
(7 V)

*Refer to in-class illustration and textbook: $R_L = 4.22 \Omega$, $P_{max} = 2.9 W$

3.7 Esempio di max trasf. di potenza

EXAMPLE 8 max trasf. di potenza

$$\textcircled{1} \quad M_{sx}^{KVL} \quad V_x - 1 \cdot \dot{i}_v + 3V_x = 0$$

$$\textcircled{2} \quad M_{dx}^{KVL} \quad 1 - 3V_x + 1 \cdot \dot{i}_v - 4 \cdot \dot{i} = 0$$

$$\textcircled{3} \quad KCL \quad \dot{i} + \dot{i}_v = -\frac{V_x}{2}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{1} \quad 1 + V_x - 4\dot{i} = 0 \xrightarrow{\times 9} 9 + 9V_x - 36\dot{i} = 0$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{1} \quad \dot{i} + 4V_x = -\frac{V_x}{2} \xrightarrow{\quad} 2\dot{i} + 9V_x = 0$$

$$(\textcircled{3} + \textcircled{1}) - (\textcircled{2} + \textcircled{1}) \quad 2\dot{i} - 9 + 36\dot{i} = 0 \xrightarrow{\quad} 38\dot{i} = 9 \Rightarrow \dot{i} = \frac{9}{38}$$

$$\dot{i} = \frac{9}{38} \text{ A} \cong 0.237 \text{ A}$$

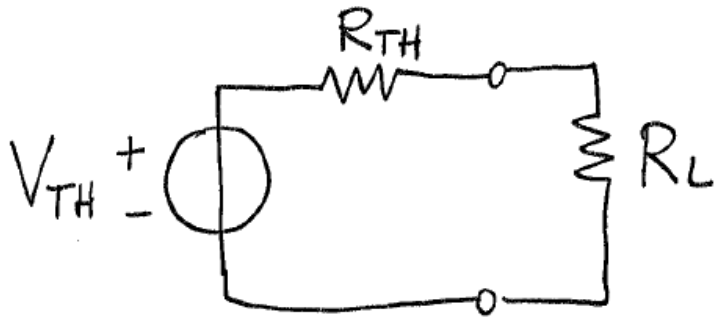
$$\cancel{R_{TH}} R_{TH} = R_{eq.} = \frac{1V}{\dot{i}} = \frac{38}{9} \cong 4.22 \Omega$$

3.7 Esempio di max trasf. di potenza

$$2 \cdot i_o + 1 \cdot i_o + 3 \cdot (2 \cdot i_o) - 9V = 0$$

$$9i_o = 9V \rightsquigarrow i_o = 1A$$

$$V_{TH} = 9V - 2i_o = 9V - 2V = 7V$$



$$P = P_{MAX} \text{ per } R_L = R_{TH} = 4.22\Omega$$

$$P_{MAX} = \frac{(V_{TH}/2)^2}{R_L} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}} = \approx 2.9W$$

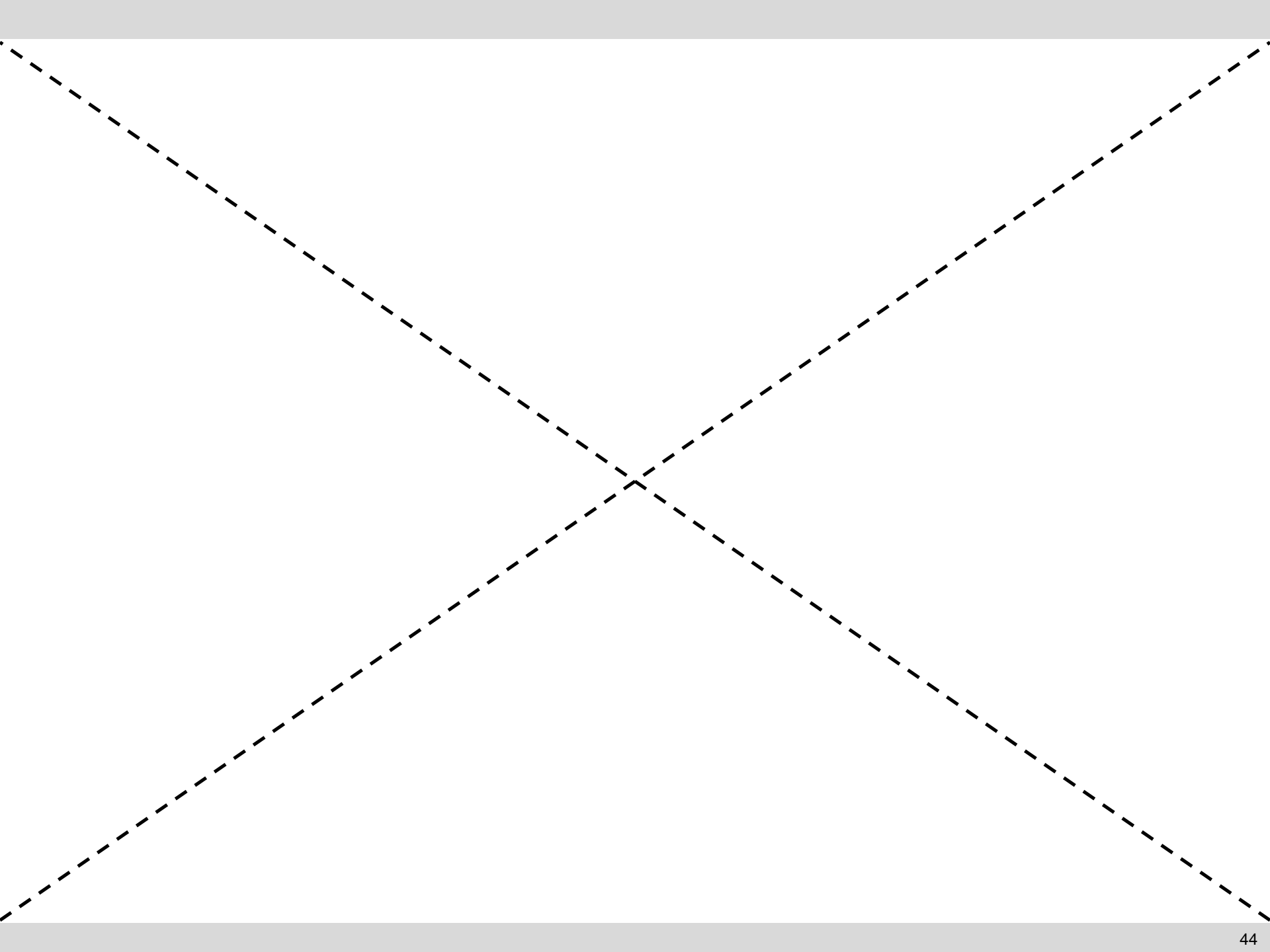
Sommario

- Un **circuito lineare** è costituito da elementi lineari.
- I **teoremi delle reti** consentono di ridurre circuiti complessi a circuiti più semplici e agevoli da analizzare.
- Il principio di **sovrapposizione degli effetti** consente di ricavare i o v su un elemento come somma delle singole i o v da ciascun generatore isolato.
(gli altri **gen.indip. vanno “spenti”**: gen.tens. \rightarrow c.c. e gen.corr. \rightarrow c.a)
- Il teorema di **Millman** individua la tensione di **circuiti a due nodi** (da un rapporto tra la corrente totale e la conduttanza totale equivalente).

$$v_{10} = \frac{\sum i}{\sum G}$$

Sommario

- Il **teorema di Thevenin** consente di sostituire al circuito tra due morsetti un bipolo di Thevenin con **V_T tensione di c.a. e $R_T = R_{eq}$** .
- Il **teorema di Norton** consente di sostituire al circuito tra due morsetti un bipolo di Norton con **I_N corrente di c.c. e $R_N = R_{eq}$** .
- I **bipoli di Thevenin e di Norton** sono trasformabili l'uno nell'altro mediante una **trasformazione di generatori**:
$$R_T = R_N (= R_{eq.}) \quad \text{e} \quad V_T = R_N I_N \quad \text{oppure} \quad I_N = V_T / R_T$$
- Una rete assimilata a un bipolo di Thevenin trasferisce **massima potenza** sul carico R_L in **condizioni di adattamento ($R_L = R_T$)** e $P_{MAX} = (V_T)^2 / (4R_T)$.
- I modelli dei **generatori reali** sono applicazioni del teorema di Thevenin e del teorema di Norton.



Equazioni ricolorate come figure

$$v_{10} = \frac{\sum i}{\sum G}$$

$$R_L = R_{Th} \quad \Leftrightarrow \quad p_{\max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_L}$$