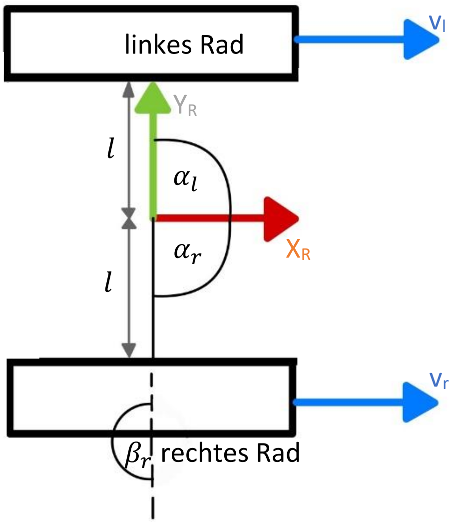
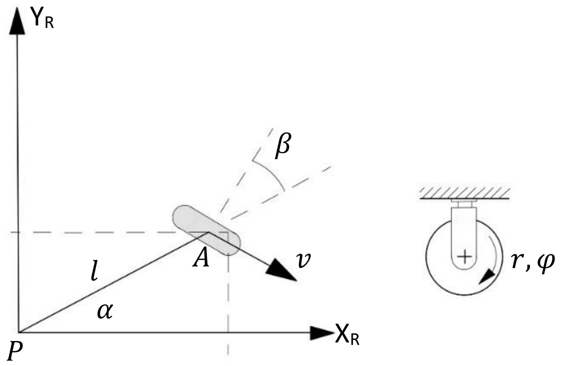
Fynn Behnke – mr18b070

Vorwärtskinematik

Als Robotermodell dient ein vereinfachtes Modell eines differentiell angetriebenen mobilen Roboters.





Auf Grundlage der Abbildung des fixen Standardrads wurden die Winkel sich die Winkel:

$\alpha_r = -\frac{\pi}{2},\ \beta_r = \pi$ und $\alpha_l = \frac{\pi}{2},\ \beta_l = 0$

Nach einsetzen der Werte ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & l \\ 1 & 0 & -l \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot {}_I^R R(\theta) \cdot \dot{\xi}_I - \begin{bmatrix} r_r \cdot \dot{\varphi}_r \\ r_l \cdot \dot{\varphi}_l \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nach der Umformung auf $\dot{\xi}_I$ ergibt sich:

$$\dot{\xi}_I = {}_I^R R(\theta)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & l \\ 1 & 0 & -l \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \dot{\varphi}_r \\ r \cdot \dot{\varphi}_l \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2l} & \frac{-1}{2l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_r \cdot \dot{\varphi}_r \\ r_l \cdot \dot{\varphi}_l \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{\theta}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r + r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2} \\ 0 \\ \frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r - r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2l} \end{bmatrix}$$

Da der Roboter in der Aufgabenstellung nur geradeaus fährt, lässt sich die Rotationsmatrix vernachlässigen. Als Zielgeschwindigkeit zwischen 1-2 m/s wurden 1.5 m/s gewählt.

Durch die Angabe lässt sich somit folgende Annahme treffen:

$$\begin{bmatrix} \frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r + r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2} \\ 0 \\ \frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r - r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Daraus ergibt sich die beiden Gleichungen:

$$\frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r + r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2} = 1.5$$

$$\frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r - r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2l} = 0$$

Als zusätzliche 3. Gleichung lässt sich aus der Angabe folgende Gleichung aufstellen, $\dot{\varphi}_l = k \cdot \dot{\varphi}_r$ wobei k das Verhältnis zwischen der beiden Radgeschwindigkeiten darstellt (In meinem Fall ist das linke Rad um einen einstelligen Prozentwert langsamer, d.h. k = [1 ; 0.91] und die Geschwindigkeit des rechten Rades vorgegeben).

Lösen des Gleichungssystems ergibt folgende Formeln für die Radradien:

$$\frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r - r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2l} = 0 \rightarrow r_r \cdot \dot{\varphi}_r - r_l \cdot \dot{\varphi}_l = 0 \rightarrow r_r \cdot \dot{\varphi}_r - r_l \cdot k \cdot \dot{\varphi}_r = 0$$

$$\rightarrow r_r = r_l \cdot k$$

Sowie:

$$\frac{(r_r \cdot \dot{\varphi}_r + r_l \cdot \dot{\varphi}_l)}{2} = 1.5 \rightarrow r_r \cdot \dot{\varphi}_r + r_l \cdot \dot{\varphi}_l = 3 \rightarrow r_l \cdot k \cdot \dot{\varphi}_r + r_l \cdot k \cdot \dot{\varphi}_r = 3 \rightarrow 2 \cdot r_l \cdot k \cdot \dot{\varphi}_r = 3$$

$$\rightarrow r_l = \frac{3}{2 \cdot k \cdot \dot{\varphi}_r}$$

ICC

Nach der Angabe ergibt sich für unsere erwünschte lineare Bewegung

$$u_t = (v, \omega)^T = \left(1.5\ \frac{m}{s}, 0\ \frac{rad}{s}\right)^T$$

Daraus folgt für den Radius $r = \left|\frac{v}{\omega}\right| = \infty$

Daraus errechnet sich die Position des ICC wie folgt

$$x_c = x - \frac{v}{\omega} \cdot \sin\theta$$

$$y_c = y + \frac{v}{\omega} \cdot \cos\theta$$

Ausgehend von der Anfangsposition errechnet sich mit der Zeit ($\Delta t = 0.1$, da 10 Hz)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix}_{t+1} = \begin{pmatrix} x_c + \frac{v}{\omega} \cdot \sin(\theta + \omega \cdot \Delta t) \\ y_c - \frac{v}{\omega} \cdot \cos(\theta + \omega \cdot \Delta t) \\ \theta + \omega \cdot \Delta t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ \theta_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v}{\omega} \cdot \sin\theta + \frac{v}{\omega} \cdot \sin(\theta + \omega \cdot \Delta t) \\ \frac{v}{\omega} \cdot \cos\theta - \frac{v}{\omega} \cdot \cos(\theta + \omega \cdot \Delta t) \\ \omega \cdot \Delta t \end{pmatrix}$$