第 2 次课后练习题

2018302120169 傅宇千

1. 编程实现用阻尼牛顿法求函数$f(x) = 4x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 4x_2$的极小值，取

   $x^{(0)} = (0,0)^T$，ε =0.001.

   代码：

```
function [x,val,k]=dampnm(fun,gfun,Hess,x0)
%输入：x0是初始点，fun，gfun，Hess 分别是求
% 目标函数值,梯度,Hesse 阵的函数
%输出：x，val分别是近似最优点和最优值，k是迭代次数.
maxk=100; %给出最大迭代次数
rho=0.55;beta=0.5;
k=0; epsilon=1e-3;
figure(1)
clf
hold on
fsurf(@(x,y) 4*(x).^2+(y).^2-8*(x)-4*(y),'EdgeColor','c',...
    'ShowContours','on',...
    'FaceAlpha',0.5);
plot3(x0(1),x0(2),feval(fun,x0),'.','LineWidth',1,...
    'MarkerEdgeColor','y',...
    'MarkerFaceColor','y',...
    'MarkerSize',20)
while(k<maxk)
    gk=feval(gfun,x0); %计算梯度
    Gk=feval(Hess,x0); %计算Hesse阵
    dk=-Gk\gk; %解方程组Gk*dk=-gk，计算搜索方向
    if(norm(gk)<epsilon), break; end %检验终止准则
    m=0; mk=0;
    while(m<20) % 用Armijo搜索求步长
        if(feval(fun,x0+rho^m*dk)<feval(fun,x0)+beta*rho^m*gk'*dk)
            mk=m; break;
        end
        m=m+1;
    end
    x1=x0+rho^mk*dk;
    p=plot3([x0(1);x1(1)],[x0(2),x1(2)],[feval(fun,x0),feval(fun,x1)],'b');
    x0=x1;
    k=k+1;
end
x=x0;
val=feval(fun,x);
plot3(x(1),x(2),val,'.','LineWidth',1,...
    'MarkerEdgeColor','k',...
    'MarkerFaceColor','k',...
    'MarkerSize',20)
```

结果：

```
x =

    0.9999
    1.9999


val =

   -8.0000


k =

    12
```


结果：
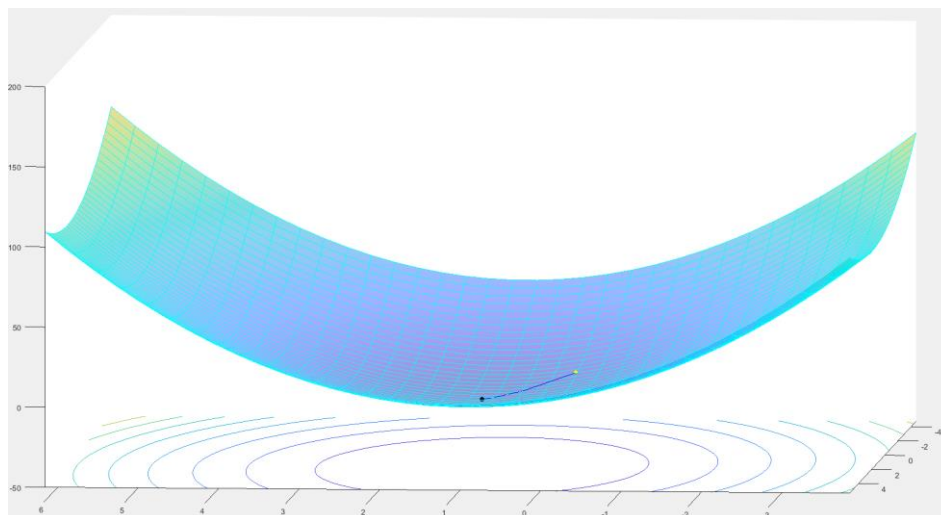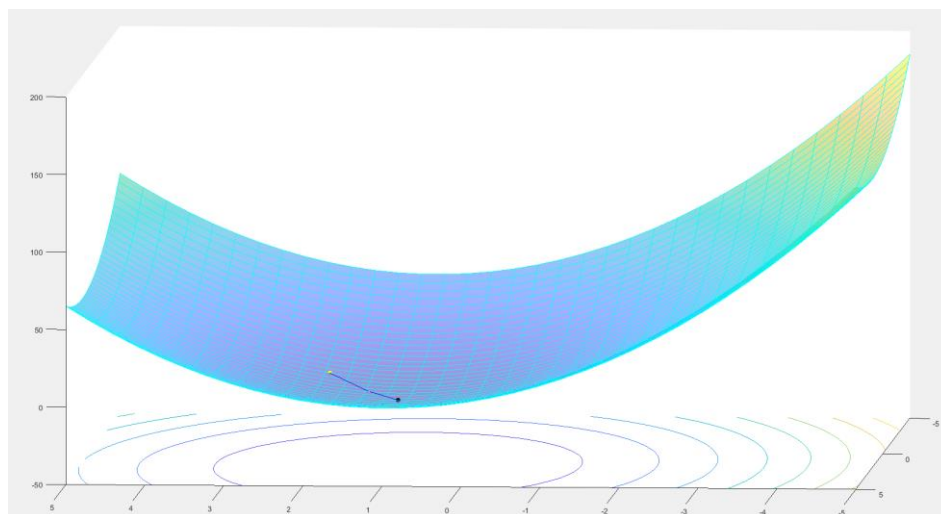
图中黄点为起始点，黑点为终点

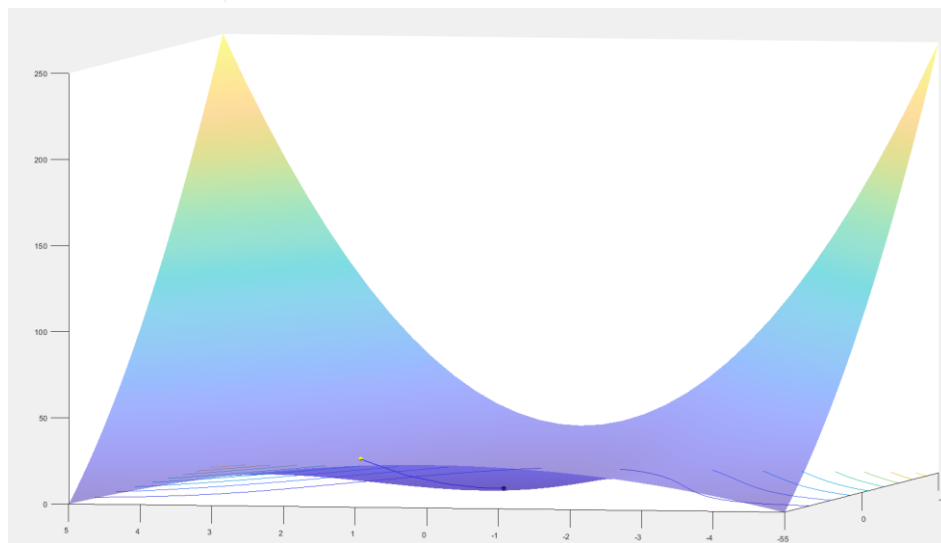2. 编程实现用牛顿−最速下降混合法计算目标函数的最小值：
$$f(x) = 4x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 x_2$$

给定：$x^{(0)} = (2,0)^T, \varepsilon = 0.001$。

代码：

```matlab
function [x,val,k]=revisenm(fun,gfun,Hess,x0)
% 功能：用修正牛顿法求解无约束问题：min f(x)
%输入：x0是初始点，fun，gfun，Hess 分别是求
% 目标函数值,梯度,Hesse 阵的函数
%输出：x，val分别是近似最优点和最优值，k是迭代次数.
n=length(x0); maxk=150;
rho=0.55;sigma=0.5; tau=0.0;
k=0; epsilon=1e-3;
figure(1)
clf
hold on
fsurf(@(x,y) 4*x^2+y^2-x^2*y,'EdgeColor','none',...
    'ShowContours','on',...
    'FaceAlpha',0.5);
plot3(x0(1),x0(2),feval(fun,x0),'.','LineWidth',1,...
    'MarkerEdgeColor','y',...
    'MarkerFaceColor','y',...
    'MarkerSize',20)
while(k<maxk)
    gk=feval(gfun,x0); % 计算梯度
    muk=norm(gk)^(1+tau);
    Gk=feval(Hess,x0); % 计算Hesse阵
    Ak=Gk+muk*eye(n);
    dk=-Ak\gk; %解方程组Gk*dk=-gk，计算搜索方向
    if(norm(gk)<epsilon), break; end %检验终止准则
    m=0; mk=0;
    while(m<20) %用Armijo搜索求步长
        if(feval(fun,x0+rho^m*dk)<feval(fun,x0)+sigma*rho^m*gk'*dk)
            mk=m; break;
        end
        m=m+1;
    end
    x1=x0+rho^mk*dk;
    p=plot3([x0(1);x1(1)],[x0(2),x1(2)],[feval(fun,x0),feval(fun,x1)],'b');
    x0=x1;
    k=k+1;
end
x=x0;
val=feval(fun,x);
plot3(x(1),x(2),val,'.','LineWidth',1,...
    'MarkerEdgeColor','k',...
    'MarkerFaceColor','k',...
    'MarkerSize',20)
```

结果：

```
x =

   1.0e-04 *

     0.3735
     0.5351


val =

   8.4425e-09


k =

     6
```


图中黄点为起始点，黑点为终点