

Susceptibilidad Alterna y Efecto Pelicular.

D. Peluso y F. Yulita

Departamento de Física, FCEyN, UBA, CABA, Argentina

25 de abril, 2019

1. Resumen

Se estudió el apantallamiento del campo magnético debido al efecto pelicular en dos muestras cilíndricas de aluminio. Se obtuvieron las permeabilidades en función de la frecuencia.

2. Introducción

Utilizando métodos de medición inductivos, se buscó determinar los coeficientes de permeabilidad de dos muestras de aluminio. En la experiencia realizada se presentan los fenómenos de inducción electromagnética, modelado por la Ley de Lenz-Faraday [1], y el efecto pelicular, que produce el decrecimiento exponencial de la densidad de corriente J hacia el interior de un conductor (2). Este efecto puede provocar un apantallamiento del campo magnético aplicado a la muestra según la frecuencia del mismo, modificando así, el flujo magnético total. La expresión de la densidad de corriente en el material es:

$$J = J_s e^{-(1+j)\frac{d}{\delta}},$$

donde δ es el *Skin Depth* (1), la profundidad a la cual la densidad de corriente cae a $\frac{1}{3}$:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_r \mu_0 \omega}}, \quad (1)$$

donde ρ es la resistividad del conductor, ω la frecuencia angular de la corriente, μ_0 la permeabilidad del vacío y μ_r la permeabilidad relativa de la muestra. En el caso del aluminio, $\mu_r \sim 1$ [2] para campos continuos.

Si el tiempo de respuesta del material es comparable o mayor al periodo del campo H alterno aplicado se produce un desfase en la respuesta y aparece una componente del campo total B en contrafase con el aplicado cuya respuesta depende de la frecuencia de la forma:

$$\begin{aligned} H_{(t)} &= H_{DC} + H_{AC} \cos(\omega t), \\ \mu_r &= \mu'_{(\omega)} + i\mu''_{(\omega)}, \\ \langle B \rangle_{(t)} &= H_{DC} \langle B \rangle + \mu_0 H_{AC} \left(\mu'_{(\omega)} + i\mu''_{(\omega)} e^{i\omega t} \right), \end{aligned}$$

donde $\langle B \rangle$ es el promedio del campo sobre el volumen de la bobina que genera H . Es de interés para esta experiencia solo el segundo término de $\langle B \rangle_{(t)}$. El primero, al ser constante en el tiempo, no aporta al voltaje inducido que se mide en el experimento.

Entonces, la tensión inducida en un bobinado en ausencia (2) y en presencia (3) de muestra es:

$$V_0(t) = -V_0 \sin(\omega t), \quad (2)$$

$$V(t) = -V_0 (\mu' \sin(\omega t) + \mu'' \cos(\omega t)) = -V' \sin(\omega t) - V'' \cos(\omega t). \quad (3)$$

Así, se obtienen expresiones simples para medir las susceptibilidades y las permeabilidades magnéticas del material:

$$\frac{V' - V_0}{V_0} = k\chi', \quad \frac{V'' - V_0}{V_0} = k\chi'', \quad (4)$$

$$\mu' = 1 + k\chi', \quad \mu'' = 1 + k\chi'', \quad (5)$$

siendo k un factor geométrico. En esta experiencia vamos a tomar el valor de $k = 1$ [3].

3. Detalles Experimentales

Se dispuso un amplificador Lock-In modelo SR830 DSP que se usó como fuente de tensión del circuito primario y para medir el voltaje inducido en el secundario. El circuito utilizado se muestra en la **Figura 1**, donde el circuito primario es el de la izquierda y el secundario el de la derecha. A diferencia de lo que se ve en la figura, el solenoide primario estaba dentro de los solenoides secundarios. El circuito secundario contiene dos bobinados opuestos con la misma cantidad de vueltas para que cuando se induzca un voltaje sin muestras los campos generados en ambas bobinas sean opuestos y se cancelen. Al momento de introducir una muestra es cuando los campos ya no logran cancelarse.

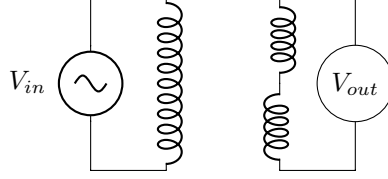


Figura 1: Circuito sin muestra.

El circuito secundario tenía también una resistencia de carga de 4,6 k Ω . Utilizando un multímetro se comprobó que la impedancia del circuito es predominantemente resistiva, incluso con señales de 100 kHz.

Se alimentó el circuito primario con una señal alterna V_{in} y se midió el módulo V_{out} y la fase θ_{out} de la tensión inducida en el secundario. Mediante un barrido se comprobó que la respuesta en frecuencia del circuito no es lineal por encima de los 10 kHz para una señal de entrada de $V_{in} = 5$ V.

Se realizó un barrido para cada una de las dos muestras, las cuales se introdujeron en el bobinado como puede verse en las **Figuras 2 (a) y (b)**. Los barridos se realizaron desde el orden de los 10 Hz hasta los 10 kHz. Se utilizó la ecuación (1) para calcular la frecuencia donde el skin depth en cada cilindro era del orden del diámetro del cilindro y se realizaron mediciones alrededor de esas frecuencias. Esto se hizo ya que allí donde se puede ver con claridad el decaimiento de la densidad de corriente, es decir, el efecto pelicular.

Las muestras, denominadas "Al1" y "Al2", consisten en cilindros macizos de aluminio de diámetros $(4,40 \pm 0,02)$ cm, $(8,90 \pm 0,02)$ cm respectivamente, a las cuales les corresponden frecuencias de apantallamiento parcial de $(366,4 \pm 0,1)$ Hz y $(89,0 \pm 0,1)$ Hz respectivamente.

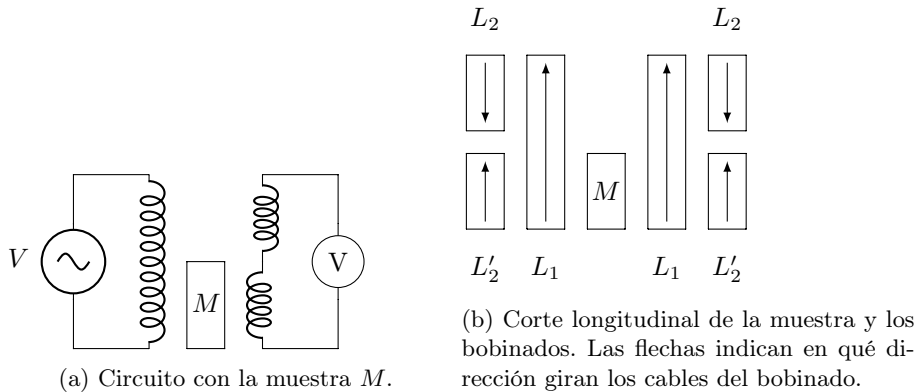


Figura 2: Circuito con muestra.

Se registraron la tensión V_{out} y la fase θ_{out} de salida y se calcularon sus componentes reales e imaginarias utilizando estas cantidades y las relaciones:

$$V_x = V_{out} \cos(\theta_{out}), \quad (6)$$

$$V_y = V_{out} \sin(\theta_{out}). \quad (7)$$

4. Resultados y Discusión

Se tomaron mediciones de los voltajes inducidos en fase y módulo en el circuito secundario sin muestra y luego con las muestras. Se obtuvieron los resultados de la **Figura 3**. En la figura (a) se puede ver un gráfico del voltaje inducido, en módulo, en función de la frecuencia de la señal enviada para ambas muestras y para el vacío. Puede verse claramente que la relación entre el voltaje y la frecuencia es lineal. En la figura (b) se puede ver un gráfico de los mismos datos pero esta vez en escala logarítmica para la frecuencia y el voltaje. En este gráfico pueden verse mejor cada una de las mediciones.

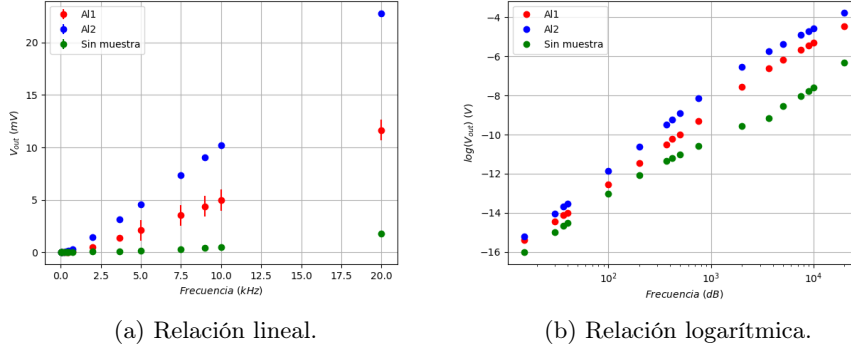
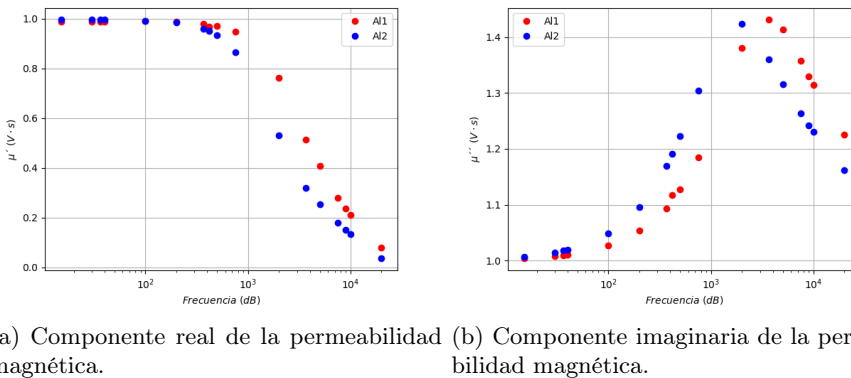


Figura 3: Relación entre el módulo del voltaje inducido y la frecuencia.

Luego de tomar estas mediciones se calcularon las distintas componentes del voltaje inducido usando las ecuaciones (6) y (7). Estas componentes las usamos para calcular χ' y χ'' usando las ecuaciones (4). Sin embargo, para calcular los valores de la susceptibilidad magnética apropiadamente se tuvo que dividir por la frecuencia en cada punto y además se tuvo que normalizar por un factor para que la componente real de la susceptibilidad no caiga por debajo de -1. Entonces, se pudo obtener la permeabilidad usando las ecuaciones (5). Notemos que, además, la normalización logró hacer que para altas frecuencias la componente real de la permeabilidad sea nula. En la **Figura 4** se pueden ver gráficos de ambas componentes de las permeabilidades halladas para ambas muestras.



(a) Componente real de la permeabilidad magnética. (b) Componente imaginaria de la permeabilidad magnética.

Figura 4: Permeabilidades magnéticas halladas para ambas muestras.

Nótese también, que no puede observarse completamente el decaimiento de la componente real de las permeabilidades. Esto es debido a que no se pudo tomar datos a mayores frecuencias, ya que la respuesta dejaba de ser lineal. En futuros trabajos esto es algo que se puede mejorar. También, podría repetirse la experiencia con más muestras para intentar hallar una relación entre los picos de permeabilidad en la componente imaginaria y los diámetros de los cilindros.

5. Conclusiones

Se logró hallar la permeabilidad de las muestras en función la frecuencia de la señal aplicada y se graficaron. Una posible mejora es lograr tomar más datos a mayores frecuencias y buscar una relación entre los picos de permeabilidad de cada muestra y sus diámetros.

Referencias

- [1] J. G. Roederer, *Electromagnetismo Elemental*, p. 261. Eudeba, 1 ed., 2015.
- [2] S. Yamazaki, H. Nakane, and A. Tanaka, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, pp. 180–184. Aug 2002.
- [3] R. L. Sanford and I. L. Cooter, *Basic Magnetic Quantities and the Measurement of the Magnetic Properties of Materials*, p. 5. 1962.