

Calibración de un espectro de radiación γ y análisis de la distribución de cantidad de radiación.

D. Peluso y F. Yulita

Departamento de Física, FCEyN, UBA, CABA, Argentina

(10 de septiembre, 2019)

Se describió el proceso de calibración del espectro de radiación γ usando tres muestras radioactivas distintas: ^{137}Cs , ^{207}Bi y ^{133}Ba y se compararon los fotopicos de las muestras con valores tabulados. Se comprobó la distribución de probabilidad de la cantidad de fotones emitidos por segundo por una muestra radioactiva a energía media.

I. INTRODUCCIÓN

Para esta experiencia se propuso estudiar el espectro de emisión y el caracter aleatorio de la radiación γ .

Se estudiaron los espectros de radiación γ para muestras de ^{137}Cs , ^{207}Bi y ^{133}Ba . Estos isótopos emiten fotones de altas energías del orden de 0,1MeV en direcciones aleatorias.

El espectro típico de radiación γ consta de una Meseta Compton y al menos un fotopico (ver **Figura 1**) [1]. Para esta experiencia resultan de interés los fotopicos.

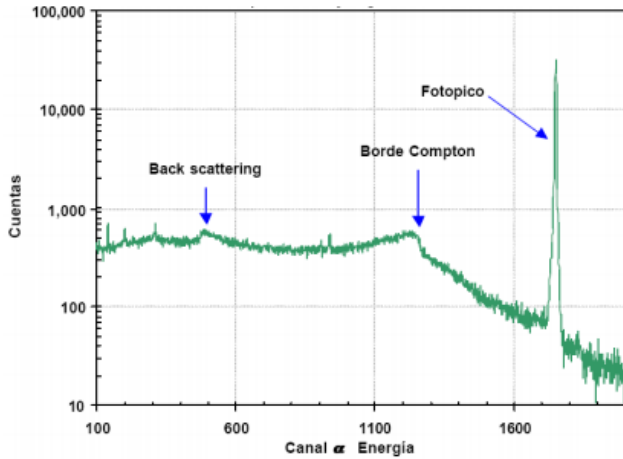


Figura 1: Espectro típico de radiación γ [1]

Se llama fotopico a los máximos locales de cuentas que aparecen en distintos valores de energía en el espectro de emisión. Los fotopicos son característicos de cada muestra y corresponden al caso en que toda la energía asociada al rayo γ incidente es detectada.

Para la probabilidad de emisión se espera obtener una distribución de Poisson [3]. Se espera esta distribución ya que describe la probabilidad de que ocurran eventos aleatorios independientes en un dado intervalo de tiempo, siendo el decaimiento radiactivo un proceso estocástico.

$$\mathcal{P}(n; \lambda) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad (1)$$

$$E(n) = V(n) = \lambda \quad (2)$$

La **Ecuación 1** muestra la distribución de Poisson donde el parámetro λ es igual a la esperanza y la varianza de la distribución (ver **Ecuación 2**). Para ello se analizó la distribución estimando su esperanza y su varianza con el promedio de cuentas por intervalo de tiempo.

La primera parte de este experimento (III A) consiste en estudiar y calibrar el espectro de energías de muestras radioactivas. Para ello se cuenta con un centellador y un tubo fotomultiplicador que interactúan con los fotones eyectados por las muestras. En la sección II se explicarán con mayor detalle estos dispositivos.

La segunda parte (III B) consiste en estudiar la distribución de probabilidad de emisión de fotones para un intervalo de tiempo dado.

II. DESARROLLO EXPERIMENTAL

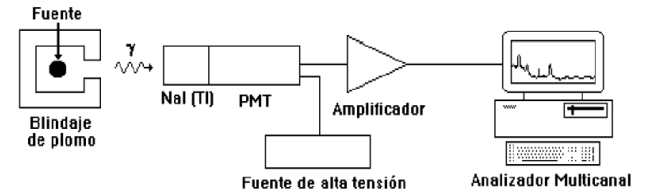


Figura 2: Montaje utilizado para tomar las mediciones.

Se utilizó el montaje de la **Figura 2** para tomar mediciones durante todo el experimento. El montaje consiste en una cámara de ladrillos de plomo donde colocar la muestra radioactiva. La cámara posee una ventana abierta para dejar pasar la radiación γ . Frente a esta última se coloca el centellador de ioduro de sodio (NaI) dopado con talio (TI) *Rexon Type: NaI-2PX2/2*, el cual junto con el tubo fotomultiplicador (PMT) convierte las cuentas recibidas en pulsos eléctricos con tensión proporcional a la energía del rayo γ incidente.

$$E = aV + b, \quad (3)$$

donde E es la energía asociada al fotón incidente y V es la tensión entregada por el tubo fotomultiplicador. a y b son constantes con unidades de carga eléctrica y energía respectivamente.

El centellador detecta principalmente partículas cargadas, pero puede utilizarse para detectar fotones.

Los fotones γ interactúan con el centellador entregando parte de su energía a los electrones del cristal de sodio. Esto puede ser mediante Scattering de Compton [2] donde el fotón entrega parte de su energía a un electrón dándole impulso, el fotón se ve desviado y prosigue su propagación con una longitud de onda mayor. También, por efecto fotoeléctrico un electrón puede absorber la energía del fotón incidente y adquirir energía cinética igual a la energía del fotón menos la energía de ligadura del electrón. Así, el pasaje de partículas cargadas (los electrones que adquirieron energía por las interacciones mencionadas), excita a los electrones del cristal de sodio llevándolos a su banda de conducción dejando un hueco en la banda de valencia. Las impurezas de talio permiten que estos electrones y huecos se recombinen emitiendo así un fotón de luz visible. Éstos últimos son detectados por el tubo fotomultiplicador, el cual por efecto fotoeléctrico genera electrones que por medio de dínodos generan a su vez más electrones produciendo así un pulso eléctrico. El PMT requiere de una alimentación de alta tensión DC positiva.

El amplificador *CANBERRA 2022* toma estas señales y les da una forma gaussiana para que la placa de adquisición *National Instruments USB-6212* pueda procesarlas y reconstruir el espectro de emisión que se analiza luego con un software escrito en MatLab y Python.

Los datos obtenidos directamente de las mediciones son pulsos de tensión en función del tiempo de medición (ver **Figura 3**).

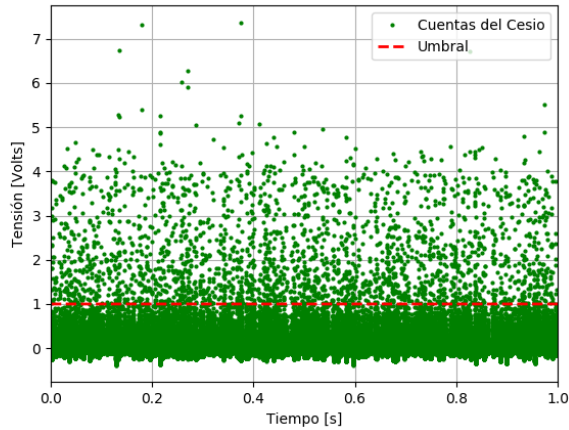


Figura 3: Pulsos enviados por el fotomultiplicador durante una medición de un segundo.

El umbral corresponde al valor mínimo de tensión considerado como un pulso diferenciado del ruido de fondo.

Mediante los programas se toman los pulsos de tensión y se construyen histogramas donde se cuenta la cantidad de pulsos con un mismo voltaje. La resolución de los bins corresponde a la mínima diferencia de tensión entre dos

pulsos. Luego se realiza un ajuste en base a la **Ecuación 3** para la calibración y obtención del espectro.

III. ANÁLISIS

A. Calibración

Se tomaron mediciones para cada una de las muestras utilizadas: ^{137}Cs , ^{207}Bi y ^{133}Ba . Para cada una de ellas se tomaron las mediciones por dos minutos y con una frecuencia de muestreo de 100 kHz. Una vez tomadas las mediciones se hizo un histograma con la cantidad de picos de señal en intervalos de voltaje. Se tomó el ancho de cada barra del histograma como la menor diferencia entre dos picos de voltaje distintos. Además, se estableció un umbral de 1 V ya que para voltajes menores se observó que el ruido incrementaba y la señal se distorsionaba significativamente. Se hizo esto para cada medición tomada de cada muestra y se obtuvo el gráfico de la **Figura 4**. A la cantidad de picos en cada voltaje que se obtuvo para cada gráfico se lo dividió por 120 para obtener la cantidad de cuentas por segundo en cada voltaje (o cps).

Nótese que ambas mediciones para la muestra de bario y bismuto son esencialmente iguales y por lo tanto se puede concluir que las mediciones son repetibles. Para la muestra de cesio se tomaron cuatro mediciones en distintas posiciones. Nótese que la única diferencia significativa entre las mediciones es la amplitud del pico lo cual se condice con el hecho de que dependiendo de la cercanía del detector y la muestra el detector puede detectar más o menos cuentas. Sin embargo, la forma es la misma y por lo tanto para calibrar a las muestras la distancia de la muestra al detector es irrelevante.

Para la medición del bismuto se hallaron dos fotopicos, uno alrededor de los 3 V y otro alrededor de los 6 V. Ya que para el cesio sólo se halló un fotopico alrededor de los 4 V se puede deducir, usando la tabla de emisiones

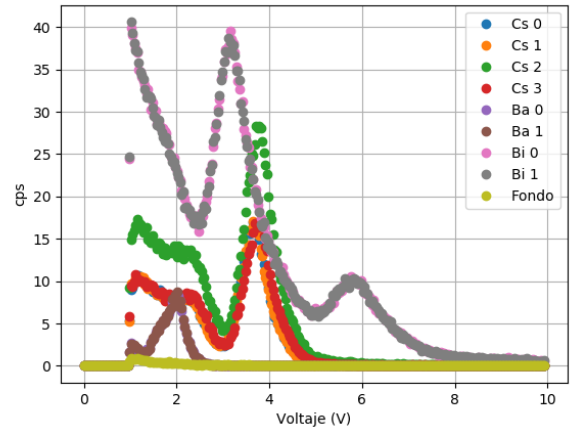


Figura 4: Espectros de las muestras utilizadas.

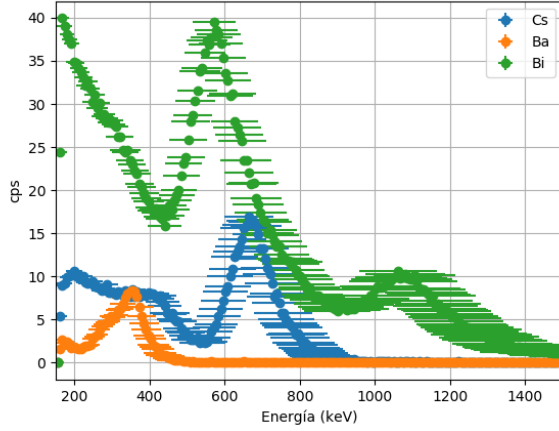


Figura 5: Espectros calibrados de las muestras utilizadas.

del bismuto y del cesio [4], que el fotopico hallado para la muestra de cesio es la línea de emisión de 661.657 keV y el fotopico de menor energía hallado para la muestra de bismuto es de la línea de emisión de 569.702 keV. Entonces, se utilizó un ajuste lineal de estos dos puntos para hallar que el segundo fotopico de bismuto es de aproximadamente 1054 keV y el de bario es de aproximadamente 355 keV. Usando los valores tabulados se puede ver que los fotopicos hallados son los de 1063.662 keV y de 356.017 keV respectivamente. Estos valores se añadieron al ajuste para mejorar la calibración y entonces se halló una ordenada al origen de (-25 ± 4) keV y una pendiente de $(189 \pm 18) \frac{\text{keV}}{\text{V}}$. En la **Figura 5** pueden verse los espectros calibrados de las muestras usadas.

Con esta calibración, se halló el fotopico de bario en (350 ± 40) keV, el fotopico de cesio en (660 ± 70) keV y los fotopicos de bismuto en (570 ± 60) keV y (1100 ± 100) keV. Si se comparan estos valores hallados con los de tabla (356 keV, 662 keV, 569 keV, y 1063 keV respectivamente) entonces se comprueba que todos los valores de tabla se encuentran dentro del intervalo hallado. Sin embargo, deberían tomarse mediciones donde se amplifique menos el ancho de los fotopicos y con más muestras para mejorar la calibración y disminuir los errores de los fotopicos hallados.

B. Test sobre la distribución

Se quiso comprobar que la distribución de probabilidad de la cantidad de fotones que emite una muestra radioactiva en la energía media en cierto intervalo de tiempo es la distribución de Poisson. Por lo tanto, se tomó una medición de la muestra de cesio por 10 minutos a una frecuencia de muestreo de 100 kHz. Luego, se tomó una región cercana al fotopico y se separó esta medición en intervalos de igual duración para hacer estadística con ca-

n	\bar{X}_n	σ_n^2	λ_n	p
5	50536	17589	(50478 ± 1017)	0.70
10	25268	22382	(25240 ± 70)	0.89
20	12634	12134	(12630 ± 60)	0.39
30	8422	7338	(8421 ± 5)	0.79
60	4211	3121	(4210 ± 1)	0.96
120	2105	1840	$(2103,7 \pm 0,1)$	0.45

Tabla I: Cantidades estadísticas halladas para cada conjunto de intervalos.

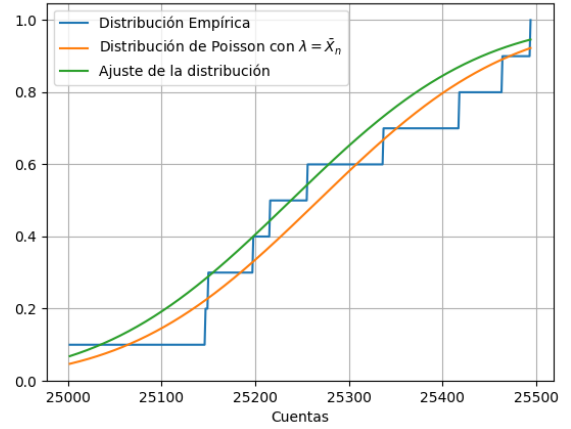


Figura 6: Distribuciones acumuladas halladas para los 10 intervalos de la muestra.

da uno. Se utilizaron intervalos de 5 s., 10 s., 20 s., 30 s., 60 s. y 120 s. En cada uno de esos intervalos la cantidad de datos fueron de 120, 60, 30, 20, 10 y 5 respectivamente. Es importante mencionar que la distribución de los intervalos que se obtuvieron de dividir la medición de 10 minutos va a ser de Poisson sólo si cada uno de los intervalos proviene de una distribución de Poisson. Esta es una consecuencia directa del Teorema de Raikov [5] que establece que una suma de variables aleatorias viene de una distribución de Poisson si y sólo si cada variable aleatoria de la suma viene de una distribución de Poisson.

Luego de dividir las mediciones en intervalos se contaron la cantidad de picos (o cuentas) detectadas por el fotocentellador y se ajustaron los datos por una distribución de Poisson para hallar el coeficiente λ de la distribución. Luego, se hizo un test de Kolmogorov-Smirnov con los datos por la distribución de Poisson con el parámetro hallado del ajuste como un test de bondad de ajuste. Se utilizó un error de tipo I de $\alpha = 0,05$. En la **Tabla I** se encuentran el promedio \bar{X}_n , la varianza muestral σ_n^2 , el parámetro hallado λ_n y el p-valor hallado p por el test para cada conjunto de n intervalos. Nótese que en todos los casos el p-valor es mayor que el error α y por lo tanto en ningún caso se pudo rechazar la hipótesis que la

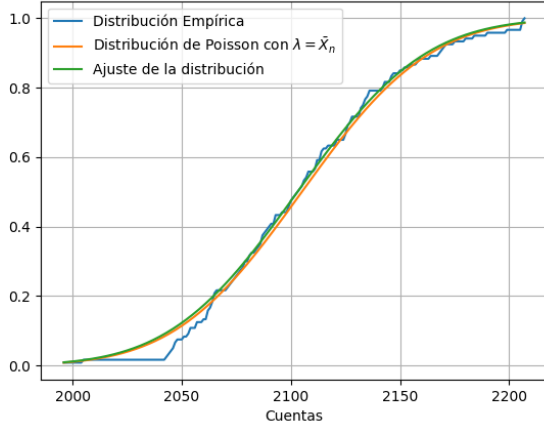


Figura 7: Distribuciones acumuladas halladas para los 120 intervalos de la muestra.

distribución es de Poisson.

En la **Figura 6** se encuentra un gráfico de las distribuciones de probabilidad acumuladas de los 10 intervalos de la muestra y en la **Figura 7** se encuentra un gráfico similar para los 120 intervalos. Nótese que el gráfico se ajusta mejor cuando la cantidad de intervalos es mayor y que además la distribución de Poisson con $\lambda_n = \bar{X}_n$ es más parecida a la distribución de Poisson ajustada para mayores valores de n . Nótese que en todo los casos el va-

lor de \bar{X}_n está dentro del intervalo hallado para λ_n menos en el último caso con $n = 120$ donde varían por menos de 2 cuentas. Además, si a cada uno de los parámetros hallados los dividimos por la cantidad de tiempo de las mediciones (en segundos) podemos hallar la cantidad de cuentas por segundo (cps) que detectó el fotocentellador en cada caso. Entonces, se obtiene que la cantidad de cuentas por segundo es $\lambda = (421 \pm 1)$ cps. Si se hubiera medido el tamaño del detector y la distancia entre el detector y la muestra se podría obtener un estimado de la cantidad de fotones con energía media que emite la muestra por segundo.

IV. CONCLUSIÓN

Se logró calibrar los espectros de radiación γ obtenidos para las muestras de ^{137}Cs , ^{207}Bi y ^{133}Ba . Se halló el fotopico de bario en (350 ± 40) keV, el de cesio en (660 ± 70) keV y los de bismuto en (570 ± 60) keV y (1100 ± 100) keV. Luego, se tomaron tests de Kolmogorov-Smirnov para comprobar que la distribución de fotones por segundo de energía media emitidos por una muestra de ^{137}Cs es una Poisson de parámetro $\lambda = (421 \pm 1)$ cps. Debido a que no se registraron las dimensiones del detector ni la distancia entre el detector y la muestra no se pudo cambiar las unidades del parámetro a fotones por segundo y se tuvo que dejar en cuentas por segundo detectadas por el fotocentellador.

-
- [1] L. Kazimierski, C. Ferreyra, *Espectros de rayos gamma*, Universidad de Buenos Aires, Argentina (2011).
 - [2] J.E. Parks, *The Compton Effect - Compton Scattering and Gamma Ray Spectroscopy*, University of Tennessee, USA (2015) pp. 2-7.
 - [3] F.A. Haight, *Handbook of the Poisson Distribution* (1967).
 - [4] S.Y.F. Chu, L.P. Ekström, R.B. Firestone, *The Lund/LBNL Nuclear Data Search, Version 2.0*, <<http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/>> (Accessed September 1, 2019).
 - [5] D. Raikov, *On the decomposition of Gauss and Poisson Laws*, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. **1** Vol. 2 (1938), pp. 91-124.