Métodos Numéricos
Modalidad virtual por pandemia COVID-19

DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Primer Cuatrimestre 2020

Integración

Cuadratura numérica

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i)$$

Usando polinomio interpolante

$$f(x) = P_n(x) + E_n(x)$$

$$f(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) L_{ni}(x) + \frac{f^{n+1}(\xi(\bar{x}))}{(n+1)!}(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_n)$$

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \int_a^b L_{ni}(x) + \int_a^b \frac{f^{n+1}(\xi(\bar{x}))}{(n+1)!}(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_n)$$

Regla de trapecios: polinomio grado 1

Sean $x_0 = a$, $x_1 = b$ y $h = x_1 - x_0$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_{x_0}^{x_1} f(x_0)\frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + f(x_1)\frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}dx$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{f(x_0)}{(x_0 - x_1)}\frac{(x - x_1)^2}{2}\Bigg|_{x_0}^{x_1} + \frac{f(x_1)}{(x_1 - x_0)}\frac{(x - x_0)^2}{2}\Bigg|_{x_0}^{x_1}$$

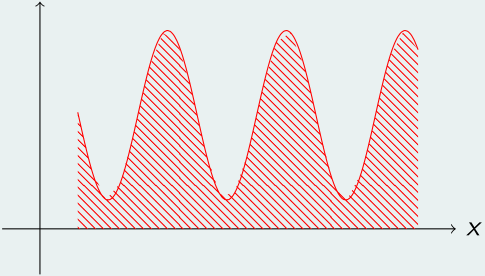
$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{(x_1 - x_0)}{2}(f(x_0) + f(x_1))$$

$$Error = \int_a^b \frac{f^2(\xi(\bar{x}))}{2!}(x - x_0)(x - x_1)dx = -f^2(\mu)\frac{h^3}{12}$$

Integración

Regla de trapecios: polinomio grado 1

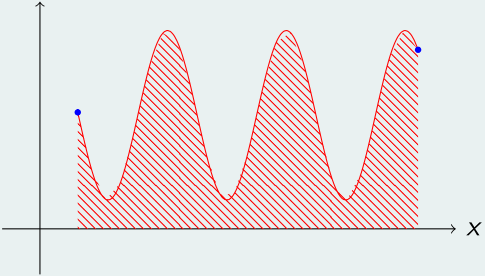
$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



Integración

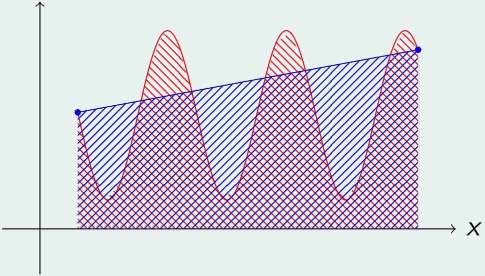
Regla de trapecios: polinomio grado 1

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



Regla de trapecios: polinomio grado 1

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



Regla de Simpson: polinomio grado 2

Sean $x_0 = a$, $x_1 = \frac{b+a}{2}$, $x_2 = b$ y $h = \frac{(x_2 - x_0)}{2}$

$$\int_a^b f(x)dx \approx$$
$$\int_{x_0}^{x_2} f(x_0)\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + f(x_1)\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + f(x_2)\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}dx$$

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx \approx & \frac{f(x_0)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}\left(\frac{(x-x_1)(x-x_2)^2}{2} - \frac{(x-x_2)^3}{6}\right)\Bigg|_{x_0}^{x_2} \\ & + \frac{f(x_1)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}\left(\frac{(x-x_0)(x-x_2)^2}{2} - \frac{(x-x_2)^3}{6}\right)\Bigg|_{x_0}^{x_2} \\ & + \frac{f(x_2)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}\left(\frac{(x-x_0)(x-x_1)^2}{2} - \frac{(x-x_1)^3}{6}\right)\Bigg|_{x_0}^{x_2}\end{aligned}$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{(x_2 - x_0)}{2}\left(\frac{f(x_0)}{3} + \frac{4f(x_1)}{3} + \frac{f(x_2)}{3}\right)$$

Regla de Simpson: polinomio grado 2

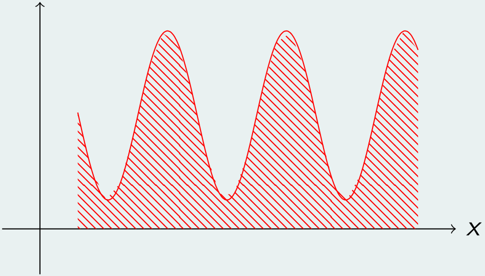
Sean $x_0 = a$, $x_1 = \frac{b+a}{2}$ y $x_2 = b$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{(x_2 - x_0)}{2}\left(\frac{f(x_0)}{3} + \frac{4f(x_1)}{3} + \frac{f(x_2)}{3}\right)$$

$$Error = \int_a^b \frac{f^3(\xi(\bar{x}))}{3!}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)dx = -f^4(\mu)\frac{h^5}{90}$$

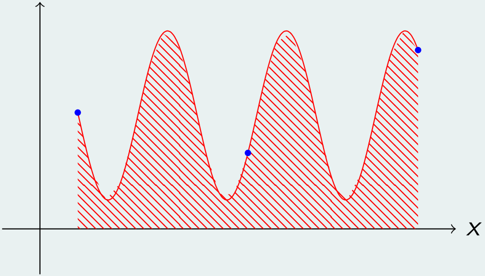
Regla de Simpson: polinomio grado 2

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



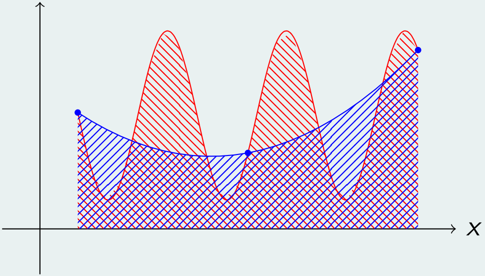
Regla de Simpson: polinomio grado 2

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



Regla de Simpson: polinomio grado 2

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



Integración

Reglas compuestas: trapecios

Sea $f \in C^2[a,b]$, $x_0, x_1, \ldots, x_n \in [a,b]$, $x_0 = a, x_n = b$ y $h = \frac{(b-a)}{n}$

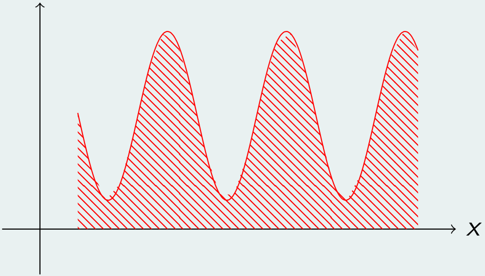
$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)\right)$$

$$Error = -\frac{(x_n - x_0)h^2}{12} f^2(\mu)$$

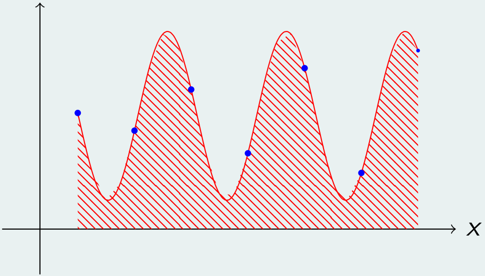
Regla de compuestas: trapecios

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



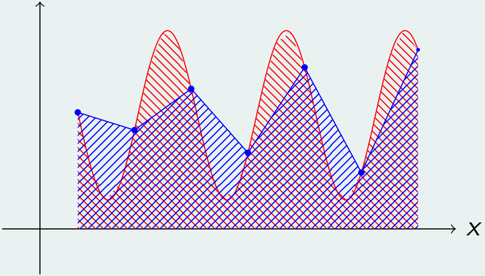
Regla de compuestas: trapecios

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



Regla de compuestas: trapecios

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



Reglas compuestas: Simpson

Sea $f \in C^2[a,b]$, $x_0, x_1, \ldots, x_{2n} \in [a,b]$, $x_0 = a, x_{2n} = b$ y $h = \frac{(b-a)}{2n}$

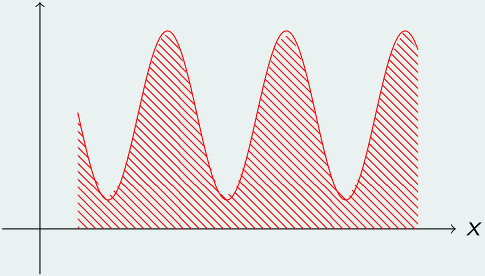
$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_{2i}}^{x_{2(i+1)}} f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\left(f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i}) + 4\sum_{i=1}^{n}(x_{2i-1}) + f(x_n)\right)$$

$$Error = -(x_{2n} - x_0)\frac{h^4}{180} f^4(\mu)$$

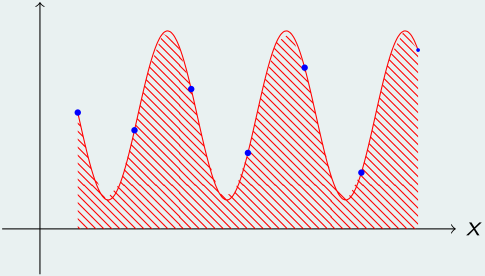
Reglas compuestas: Simpson

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



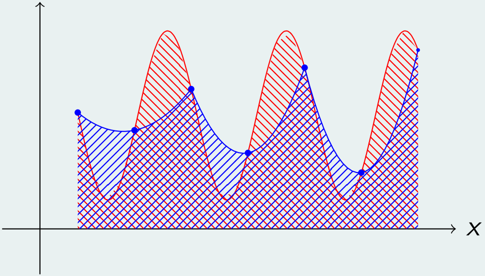
Reglas compuestas: Simpson

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



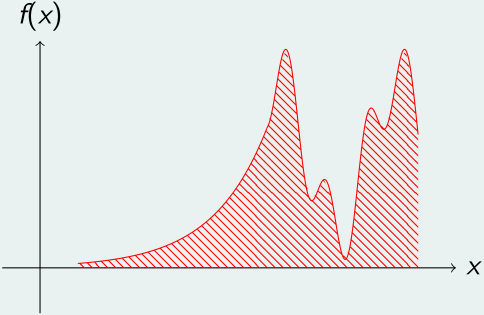
Reglas compuestas: Simpson

$$f(x) = sen(2x) + 2cos(2x) + 3$$



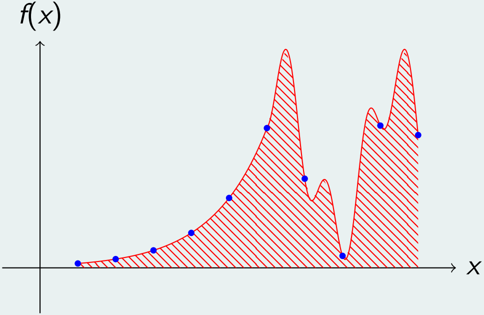
Reglas adaptativas

¿Es necesario utilizar el mismo espaciado en todo el dominio?



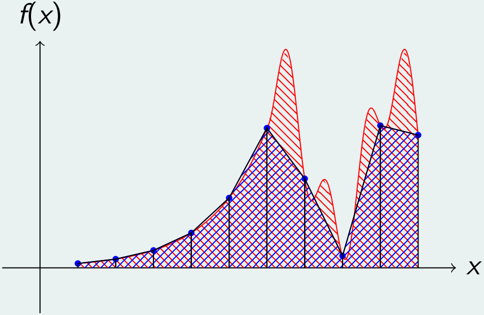
Reglas adaptativas

¿Es necesario utilizar el mismo espaciado en todo el dominio?



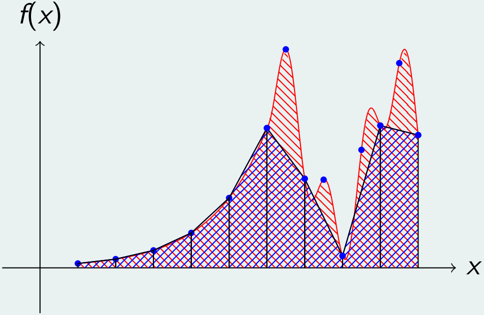
Reglas adaptativas

¿Es necesario utilizar el mismo espaciado en todo el dominio?



Reglas adaptativas

¿Es necesario utilizar el mismo espaciado en todo el dominio?



Reglas adaptativas

¿Es necesario utilizar el mismo espaciado en todo el dominio?