



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

# Implementación de Sistemas de Rating Deportivos

## Trabajo Práctico 1

3 de mayo, 2020

Métodos Numéricos

### Grupo 4

Integrante	LU	Correo electrónico
López Menardi, Justo	374/17	juslopezm@gmail.com
Strobl, Matías	645/18	matias.strobl@gmail.com
Yulita, Federico	351/17	fyulita@dc.uba.ar

### Resumen

Se implementaron dos distintos sistemas de rating de equipos en torneos: el sistema de porcentaje de victoria y el sistema de Colley. Se discutieron las ventajas y desventajas de cada uno cualitativa y cuantitativamente usando datos de partidos de la NBA del 2015-2016 y partidos de la Premier League del 2018-2019. También, se comparó el impacto del cambio de sistema de rating con otros cambios posibles como los de situación de empate entre equipos. Además, se detallaron las técnicas de manipulación de datos y de implementación de los algoritmos.

**Palabras Clave:** *Sistema de Colley, Sistemas de Rating, Sistemas de Ranking, Estadística Deportiva*



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

# 1. Introducción

En torneos, distintos métodos y reglas se utilizan para determinar posiciones relativas de calidad entre equipos en base sus desempeños en los partidos. Las reglas que se usen para determinar la posición de los equipos es de suma importancia y, por lo tanto, es de particular interés en el estudio de estadística deportiva. Se llama *ranking* al número ordinal que se le asigna en un torneo a un equipo en relación al resto bajo cierto método. [1] El *rating* es una cantidad asociada al equipo que sirve de puntaje para determinar el ranking del equipo. El método entonces refleja distintos sistemas de rating. Por ejemplo, en la USCF (*United States Chess Federation*) [2], la NBA lo (*National Basketball Association*) [3] y algunos videojuegos como el *League of Legends* [4] se ha utilizado el sistema de Elo, mientras que en NCAA (*National Collegiate Athletic Association*) se usa el sistema de Colley [5] y en NFL (*National Football League*) solía usarse el sistema de porcentaje de victoria [6]. En esta experiencia se va a determinar el ranking de equipos en distintos torneos y distintos deportes implementando dos sistemas distintos: el sistema de porcentaje de victoria y el sistema de Colley.

El sistema de porcentaje de victoria (conocido como *Winning Percentage* o *WP*) es un sistema que asigna el rating de cada equipo como el porcentaje de partidos ganados del mismo. Esta cantidad sirve como estimador de la probabilidad de que un equipo gane un partido. Sin embargo, no considera la probabilidad de que el otro equipo gane y, por lo tanto, puede pasar que la suma del rating de dos equipos que se enfrentan no de 1. Además, puede suceder que haya equipos que tengan 0 % o 100 % de probabilidades de ganar.

El sistema de Colley (conocido como *Colley Matrix Method* o *CMM*) [7] es un sistema cuyo rating se basa en la regla de sucesión de Laplace para estimar las probabilidades de que cierto equipo gane. Esta regla establece que dado un evento cuyos únicos posibles resultados son éxito o fracaso entonces un buen estimador de la probabilidad de que el próximo evento sea exitoso es

$$p = \frac{s + 1}{n + 2}$$

donde  $s$  es la cantidad de éxitos del evento y  $n$  la cantidad de eventos que se realizaron. [8] Lo que Colley propone es formar una matriz  $C$  con coeficientes

$$C_{ij} = \begin{cases} -n_{ij}, & i \neq j \\ 2 + n_i, & i = j \end{cases} \quad (1)$$

y un vector  $b$  con coeficientes

$$b_i = 1 + \frac{w_i - l_i}{2}, \quad (2)$$

donde  $n_{ij}$  es la cantidad de partidos que jugó el equipo  $i$  con el equipo  $j$ ,  $n_i$  la cantidad total de partidos que jugó el equipo  $i$ ,  $w_i$  es la cantidad de victorias del equipo  $i$  y  $l_i$  la cantidad de derrotas. Entonces, el rating de los equipos va a estar en forma de un vector  $r$  que cumpla que

$$C \cdot r = b. \quad (3)$$

Cada rating sirve de estimador de las probabilidades de que el equipo gane el próximo partido y, al basarse en la regla de sucesión de Laplace, no tiene los problemas de que puede ser 0 % o 100 % para algunos equipos. Sin embargo, al igual que para WP la suma de los ratings no necesariamente da 1.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Algoritmos

Todos los algoritmos fueron implementados en C++. La estructura elegida para implementar vectores es `vector<double>` y para las matrices es `vector<vector<double>>`. Se utilizaron archivos con la extensión `.in` como entrada donde en la primera línea se esperaban dos números que indicaban la cantidad de equipos y de partidos respectivamente y luego en el resto de las líneas se esperaban 5 números que indicaban el partido, el primer equipo, los puntos del primer equipo, el segundo equipo y los puntos del segundo equipo respectivamente. Los algoritmos implementados devuelven archivos con extensión `.out` donde en cada línea se tiene el rating de cada equipo en orden.

### 2.1.1. WP

Este sistema es sencillo de implementar. Lo que se hizo fue crear un vector de tamaño  $T$ , donde  $T$  es la cantidad de equipos, y en cada posición se guardó el porcentaje de victoria de cada equipo - es decir - la cantidad de partidos ganados sobre la cantidad de partidos jugados. El objetivo de implementar este simple y básico sistema es poder experimentar y compararlo con otro más complejo y ver qué diferencias presentan en los resultados. A partir de esta experimentación, se juzgará subjetivamente cuál parece más apropiado en distintos contextos. En un principio, nos parece que este sistema es muy primitivo y carece de profundidad como para poder brindar un ranking adecuado.

La implementación utilizada del algoritmo es de tiempo lineal en la cantidad partidos y de equipos. Además, debido al condicional dentro del primer bucle, de haber un empate - es decir - si dos equipos tuvieron la misma cantidad de puntos entonces se le asignaría la victoria al equipo 2 (el de la derecha) en el archivo de entrada.

Tomando el caso de la NBA, al utilizar este sistema, es claro que no va a ser muy útil, ya que no todos los equipos juegan contra todos la misma cantidad de veces. En consecuencia, algunos equipos se enfrentarán a equipos mejores que otros y este sistema los penalizaría mucho por ello. Creemos que este sistema no es justo para los equipos que tienen un fixture más difícil que el resto. Aun así, si decidimos compararlo con el ranking real de la NBA, es probable que encontremos resultados bastante similares ya que en la liga real se forma un ranking solamente en base a la cantidad de victorias que tienen los equipos.

Lo mismo se puede decir al utilizarlo para la liga de fútbol inglesa, se espera encontrar resultados que se asimilen más al ranking real, con pocas diferencias ya que aquí no se consideran los empates.

### 2.1.2. CMM

Se tomó  $\Gamma = \{1, 2, \dots, T\}$  como el conjunto de equipos,  $C \in \mathbb{R}^{T \times T}$  la matriz de Colley y  $b$  el vector de Colley como se detallan en las ecuaciones (1) y (2) respectivamente. Va a ser necesario para explicar la implementación del sistema explicar ciertas propiedades de la matriz de Colley. Una de estas propiedades es que es simétrica, ya que  $n_{ij} = n_{ji}$ . Otra, es que es una matriz estrictamente diagonal dominante - es decir - que cumple que

$$|C_{ii}| > \left| \sum_{j=1, j \neq i}^T C_{ij} \right| \quad \forall i \in \Gamma.$$

Esto se justifica ya que la suma de la derecha es la cantidad total de partidos  $n_{ii}$  (en módulo) y  $C_{ii} = n_{ii} + 2$ . Esta última propiedad es útil ya que nos permite resolver la ecuación (3) usando el método de eliminación gaussiana sin permutaciones de filas o columnas.

La implementación utilizada del algoritmo es de tiempo cuadrático en la cantidad de equipos y lineal en la cantidad de partidos. Al igual que para WP, debido al condicional dentro del segundo bucle, de haber un empate - es decir - si dos equipos tuvieron la misma cantidad de puntos entonces se le asignaría la victoria al equipo 2 (el de la derecha) en el archivo de entrada.

Al crear un ranking para la NBA con este sistema, se espera obtener un ranking distinto al de WP y el real, principalmente por el hecho de que CMM busca ajustarse a la dificultad del fixture de cada equipo y disociarse del sistema de conferencias. Al hacer eso, probablemente produzca una tabla con permutaciones significativas para varios equipos. Por estas mismas razones, se espera que al experimentar con la liga inglesa de fútbol el sistema reproduzca un resultado similar al real y probablemente mejor que el resultado de WP.

## 2.2. Empates

Se decidió no trabajar puntualmente con los casos de empate. Sin embargo, en caso de tener empates en los torneos elegidos, específicamente en la liga de fútbol inglesa, se tomará como ganador de tal partido al equipo visitante. Para asegurarnos de esto al crear los archivos de entrada se aseguró colocar siempre al equipo visitante a la derecha - es decir - como el equipo 2. También, se modificaron los

rankings oficiales de tales ligas en fin de poder compararlos con los rankings obtenidos a partir de los algoritmos implementados.

### 3. Resultados y Discusión

#### 3.1. Análisis Cuantitativo

El error obtenido en los rankings generados por los métodos es un detalle de suma importancia a la hora de evaluar la efectividad de los algoritmos implementados. Por ello, se ha implementado un algoritmo en Python (Notebook.ipynb) que compare el archivo esperado por todos los tests generados por la cátedra y por nosotros, con el archivo .out generado por los algoritmos.

En todos los casos se obtuvo un margen de error menor que  $10^{-4}$ , que es la tolerancia máxima impuesta por la cátedra.

#### 3.2. Análisis Cualitativo

##### 3.2.1. NBA

Uno de los torneos elegidos fue el torneo de la NBA Standings del año 2015-2016. [9] Esta liga en la realidad utiliza el mismo sistema de ranqueo que el WP, solamente que lo emplea en dos conferencias distintas, y esto a la hora de decidir quiénes pasan al final de la temporada regular a la etapa de playoffs influye fuertemente ya que pueden llegar a pasar equipos con menor rating que otros que se quedan afuera. Vale aclarar que el objetivo principal de la temporada es quedar en el top 8 de su conferencia y así pasar a la fase de playoffs (eliminatória). De ahí el objetivo es llegar a la final y obtener el título. Por ende, el ranking que se obtiene a partir de analizar solo la temporada regular no refleja el ranking verdadero al final del año, ya que cualquiera del top 16 de toda la liga puede salir campeón.

Por estas razones, y ya que solo se utilizaron datos de la temporada regular, se compararán los dos algoritmos implementados con respecto al ranking global (un merge de los rating de todos los equipos de la liga) que brindaron y se analizará en particular qué equipos (top 16) pasarían a la siguiente etapa. Por otro lado, también se com-  
 (a) Ranking de la NBA usando el método CMM.

Pos.	Equipo	CMM
1	Golden State	0.8741
2	San Antonio	0.8040
3	Cleveland	0.6924
4	Toronto	0.6593
5	Oklahoma	0.6555
6	LA Clippers	0.6297
7	Miami	0.5774
8	Boston	0.5657
9	Memphis	0.5632
10	Atlanta	0.5588
11	Charlotte	0.5582
12	Indiana	0.5480
13	Chicago	0.5160
14	Portland	0.5159
15	Houston	0.5113
16	Dallas	0.5022
17	Detroit	0.5002
18	Utah	0.4872
19	Washington	0.4837
20	Milwaukee	0.4350
21	Orlando	0.4322
22	Denver	0.4209
23	New York	0.4144
24	Sacramento	0.4128
25	New Orleans	0.3845
26	Minnesota	0.3200
27	Phoenix	0.2989
28	Brooklyn	0.2907
29	LA Lakers	0.2367
30	Philadelphia	0.1508

Pos.	Equipo	WP
1	Golden State	0.9091
2	San Antonio	0.8507
3	Cleveland	0.7121
4	Toronto	0.6818
5	Oklahoma	0.6716
6	LA Clippers	0.6364
7	Miami	0.5821
8	Boston	0.5821
9	Memphis	0.5821
10	Atlanta	0.5672
11	Charlotte	0.5606
12	Indiana	0.5373
13	Portland	0.5147
14	Chicago	0.5077
15	Houston	0.5075
16	Dallas	0.5075
17	Detroit	0.5075
18	Utah	0.4776
19	Washington	0.4697
20	Orlando	0.4394
21	Milwaukee	0.4265
22	Denver	0.4118
23	New York	0.4118
24	Sacramento	0.3940
25	New Orleans	0.3636
26	Minnesota	0.3134
27	Brooklyn	0.2836
28	Phoenix	0.2687
29	LA Lakers	0.2059
30	Philadelphia	0.1343

(b) Ranking de la NBA usando el método WP.

Tabla 1: Rankings de la NBA 2015-2016 acorde a cada método. [9]

rarán con el top 16 real de la liga

que en su momento logró pasar a los playoffs (top 8 de las 2 conferencias).

Para esta liga, los algoritmos se comportaron de forma bastante similar. Se observaron pocas diferencias en el ranking de ambos sistemas, siendo todas las diferencias de una posición, una simple permutación de posiciones entre dos equipos. Esto se debe a que el simple y básico sistema de WP proporciona numerosos empates de rating entre equipos, mientras que el sistema CMM logra diferenciar el rating de estos equipos, generando un ranking distinto pero sin empates.

Pos.	CMM/WP	Oficial
1	Golden State	Golden State
2	San Antonio	San Antonio
3	Cleveland	Cleveland
4	Toronto	Toronto
5	Oklahoma	Oklahoma
6	LA Clippers	LA Clippers
7	Miami	Miami
8	Boston	Atlanta
9	Memphis	Boston
10	Atlanta	Charlotte
11	Charlotte	Indiana
12	Indiana	Detroit
13	Portland	Portland
14	Chicago	Dallas
15	Houston	Memphis
16	Dallas	Houston

Tabla 2: Rankings de la NBA 2016-2017 según los métodos implementados y según el método oficial. [9]

16). Vemos como Detroit en la realidad clasificó a playoffs y sin embargo los algoritmos lo dejarían afuera (una diferencia de 4 posiciones), y también cómo Chicago clasificaría según nuestros algoritmos mientras que en la realidad quedó afuera. Más allá de eso, a partir de la 7ma posición ya varía bastante el ranking y aunque uno piense que esto no importa ya que el top 16 clasifica a los playoffs, la realidad es que el posicionamiento global trae ventajas durante la etapa de eliminatorias tal como tener un partido demás de local en las series de juegos. Esto quiere decir que hay equipos que podrían ser favorecidos o desfavorecidos fuertemente por el hecho de calcular con CMM en vez del modelo oficial.

Finalmente, si uno decidiera utilizar el sistema CMM para la liga de la NBA 2015-2016 se podría decir que realmente los “mejores” equipos clasifican a los playoffs, ya que en teoría no debería haber preferencia por ninguna conferencia y mucho menos cupos definidos. El top 16 que clasificaría debería tener un rating libre de sesgos (teniendo en cuenta que todos los equipos no juegan la misma cantidad de veces entre ellos) y esto brindaría una forma más justa de clasificación y potencialmente unos playoffs más competitivos.

### 3.2.2. Premier League

El segundo torneo que se eligió fue la Premier League del 2018-2019. [10] En la **Tabla 3** se puede ver el ranking obtenido por los tres distintos sistemas de rating implementados para este caso (**3a**) y el ranking oficial (**3b**).

En el ranking oficial, la temporada consta de 20 equipos donde cada uno se enfrenta dos veces (una vez de local y otra de visitante) con el resto. De esta manera, cada equipo al final del torneo habrá jugado 38 partidos. El reparto de puntos es simple: 3 para el equipo que gane el partido y 0 para el perdedor, y en el caso de empate, 1 para cada uno.

Se puede ver claramente en la **Tabla 3a** que si bien el rating de cada equipo es levemente distinto

En la **Tabla 1** se puede ver el ranking de los equipos y sus respectivos ratings usando el algoritmo CMM (**1a**) y WP (**1b**). Nótese que las posiciones de los equipos no varía tanto en comparacion a WP, y que simplemente se ven permutados un par de equipos. Algunos equipos permutados son, por ejemplo, Chicago y Portland o Phoenix y Brooklyn. Tal como se dijo antes, hay casos de empate en WP que con CMM se pudieron diferenciar, como Miami y Boston por ejemplo, y principalmente a raíz de esto es que vemos una leve diferencia.

Es importante tener en cuenta son los equipos que alcanzan los playoffs. Tal como se mencionó antes, los primeros 8 de cada conferencia logran avanzar. Aquí se puede ver quiénes son estos 16 totales. Es fácil de notar que hay un par de equipos que llegan a las eliminatorias habiendo ganado menos partidos que otros equipos que quedaron afuera. Esto se debe a que pertenecen a distintas divisiones, y es por eso que Chicago quedo afuera, ya que si hubiera estado en la Conferencia Oeste hubiese clasificado a los playoffs.

Habiendo establecido que lo más importante es clasificar a los playoffs, si uno observa la **Tabla 2** se puede comparar directamente entre el top 16 de ambos algoritmos y a su lado el top 16 real del 2016 (WP y CMM brindaron el mismo top

Pos.	Equipo	CMM	WP	SO
1	Liverpool	0.8809	0.9210	105
2	Manchester City	0.8571	0.8947	102
3	Arsenal	0.6429	0.6579	75
4	Chelsea	0.6190	0.6316	72
5	Tottenham	0.5952	0.6052	69
6	Manchester United	0.5714	0.5789	66
7	Wolves	0.5476	0.5526	63
8	Everton	0.5238	0.5263	60
9	Newcastle	0.5238	0.5263	60
10	Leicester	0.5000	0.5000	57
11	Watford	0.5000	0.5000	57
12	West Ham	0.4762	0.4737	54
13	Crystal Palace	0.4286	0.4210	48
14	Burnley	0.4286	0.4210	48
15	Bournemouth	0.3810	0.3684	42
16	Brighton	0.3571	0.3421	39
17	Southampton	0.3571	0.3421	39
18	Cardiff	0.3333	0.3158	36
19	Fulham	0.2619	0.2368	27
20	Huddersfield	0.2143	0.1842	21

(a) Ranking de la Premier League por los tres algoritmos.

Pos.	Equipo	Pts.
1	Manchester City	98
2	Liverpool	97
3	Chelsea	72
4	Tottenham	71
5	Arsenal	70
6	Manchester United	66
7	Wolves	57
8	Everton	54
9	Leicester	52
10	West Ham	52
11	Watford	50
12	Crystal Palace	49
13	Newcastle	45
14	Bournemouth	45
15	Burnley	40
16	Southampton	39
17	Brighton	36
18	Cardiff	34
19	Fulham	26
20	Huddersfield	16

(b) Ranking oficial de la Premier League.

Tabla 3: Rankings de la Premier League acorde a cada algoritmo. [10]

dependiendo de qué método se esté empleando, el resultado final de la tabla de posiciones no se ve modificado. Ambos métodos funcionan bien, ya que no hay partidos más importantes que otros. Todos los equipos se enfrentan con todos y el ganador del torneo es aquel que ganó más partidos. Nótese además que a diferencia del torneo de la NBA en este caso el algoritmo CMM no sirve para diferenciar los empates de WP. En este caso equipos como Everton y Newcastle o Brighton y Southampton empatan en el rating de CMM, WP y SO. El rating SO es el rating “semi-oficial” que se implementó, donde cada partido ganado vale 3 puntos, cada partido perdido vale 0 puntos y en caso de empate la victoria va para el equipo visitante.

Si se comparan el ranking generado por los algoritmos implementados con el ranking oficial nótese que se encuentran importantes diferencias. Para empezar, el ganador es distinto en ambos casos, ya que es el Liverpool para los algoritmos y el Manchester City para el oficial. Además, hay equipos como el Arsenal o el Newcastle que los algoritmos posicionaron significativamente más alto que el ranking oficial. Esto puede deberse a que hubo empates en el que estos equipos eran visitantes y entonces se vieron beneficiados por la decisión tomada de otorgar victoria al equipo visitante. Esta diferencia además se ve reflejada en el hecho de que los puntajes de SO son, en general, mayores que los oficiales, ya que en caso de empate ambos equipos reciben menos que tres puntos en el rating oficial. Nótese que estas diferencias se deben principalmente a la decisión que se tomó para tratar empates y no por el algoritmo utilizado.

### 3.3. ¿Es CMM justo?

En principio, se puede observar que el método de CMM no implica un cambio muy grande con respecto al ranking obtenido en los torneos por su método oficial. En los ejemplos trabajados no hay ningún equipo que haya variado rotundamente su posición. Esto, en cierta medida, era lo esperable debido a que al fin y al cabo todos los rankings buscan otorgar mejores posiciones a aquellos equipos o jugadores que hayan tenido mejores resultados en sus partidos disputados.

Ahora bien, creemos que a priori no se puede determinar si el método CMM es realmente “bueno” o “justo”. Ningún método es bueno o malo en sí, sino que la efectividad del mismo dependerá de

cómo son las reglas en dicha competencia y de si logra adecuarse a lo que los organizadores de dicho torneo pretenden del mismo. Sin embargo, existen otros cambios que generan mayor impacto en los resultados. En el caso de la Premier League vimos que el puntaje otorgado a cada equipo en caso de empate genera diferencias significativas en el ranking.

## 4. Conclusiones

En el presente trabajo, se han estudiado dos métodos para abordar el problema de determinar el ranking de equipos en una competencia en base a los resultados de un conjunto de partidos. Los sistemas implementados fueron el de porcentaje de victoria (*WP*) y el de la matriz de Colley (*CMM*) usando el algoritmo de eliminación gaussiana sin permutaciones. Se pudo observar que, en comparación con el *WP*, con *CMM* cada equipo tenía un peso adicional. Este peso dependía exclusivamente de la cantidad de partidos previos que el equipo ya había disputado. De esta forma, es más difícil ganarle a un equipo que haya ganado todos sus partidos que a uno que los haya perdido. Esto en *WP* es distinto, aquí se genera un ranking que no estaría a la altura en un torneo donde no hubo suficientes partidos.

Luego se estudiaron dos competencias reales: la temporada 2015-2016 de la NBA y la temporada 2018-2019 de la Premier League. En la primera, se halló que el *CMM* devuelve una tabla de posiciones bastante similar a la otorgada oficialmente por el campeonato. Sin embargo, en la instancia en la que el torneo pasa a instancias eliminatorias, se dejó en evidencia que el *CMM* no es el método más acorde para respetar las reglas y las fases de la competencia. Esto sucede debido a que los enfrentamientos empezaban a gozar de una importancia y un peso adicional que el método no tenía en cuenta. De esta manera, el campeón de la competencia real no fue el mismo que el equipo que ocupó la primera posición de la tabla generada por el método *CMM*. Es decir, el campeón no fue aquel equipo que tuvo mayores victorias, sino aquel que ganó los partidos más importantes.

En el caso de la Premier League, se llegó a la conclusión de que ambos métodos lograban adecuarse al torneo oficial. Esto se debe a que en esta competencia no hay objetivamente partidos más importantes que otros, y que todos los equipos logran enfrentarse entre sí la misma cantidad de veces. Sin embargo, se hallaron significativas diferencias entre el ranking oficial y el ranking obtenido con los algoritmos ya que se cambiaron los puntajes obtenidos en caso de empate. Con esto se discutió el impacto comparativo del algoritmo con otras diferencias del método de rating.

## Referencias

- [1] A. Y. Govan, C. D. Meyer, and R. Albright, “Generalizing Google’s PageRank to Rank National Football League Teams,” in *Proceedings of SAS Global Forum 2008*, 2008.
- [2] U. S. C. Federation, “About the USCF,” 2008.
- [3] N. Silver and R. Fischer-Baum, “How We Calculate NBA Elo Ratings,” in *FiveThirtyEight.com*, 2015.
- [4] “Season One Details Revealed,” in *LeagueofLegends.com*, 2010.
- [5] R. Simmons, “National champions: UCF Knights finish season ranked No. 1 in Colley Matrix,” in *OrlandoSentinel.com*, 2018.
- [6] B. Carroll, “The 60-Yard Circus,” in *The Football Encyclopedia*, 2010.
- [7] W. N. Colley, “Colley’s Bias Free College Football Ranking Method: The Colley Matrix Explained,” 2002.
- [8] E. T. Jaynes, “Probability theory: The logic of science,” 2003.
- [9] “2015-16 NBA Standings,” in *BasketballReference.com*, 2016.
- [10] “Season 2018/2019 Premier League,” in *Football-Data.co.uk*, 2019.