Technische Universität Berlin

Fakultät II Mathematik und Naturwissenschaften

Bachelorarbeit

im Studiengang Physik

zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science

Thema:	Raumzeitliche Dynamik von optisch angeregten Exzitonen in Quantumwells
Autor:	Halgurd Taher halgurdtaher@hotmail.com MatNr. 338603
Version vom:	15. Juni 2015
1. Betreuer:	Prof. Dr. Andreas Knorr
2. Betreuer:	Dr. Marten Richter

Zusammenfassung

Abstract

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Bloch-Theorem

2.2 Effektive-Massen-Näherung

Teilchen im periodischen Ionenpotential $V(\vec{r})$ eines Kristall verhalten sich wie freie Teilchen mit einer effektiven Masse m_{eff}. Die statonäre Einteilchen-Schrödingergleichung

$$\mathcal{H}\psi_{\lambda,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{\vec{r}} + V(\vec{r})\right)\psi_{\lambda,\vec{k}}(\vec{r}) = E_{\lambda,\vec{k}}\psi_{\lambda,\vec{k}}(\vec{r}) \tag{2.2.1}$$

wird dann in dieser Näherung zu:

$$\mathcal{H}\psi_{\lambda,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_{eff}}\Delta_{\vec{r}}\right)\psi_{\lambda,\vec{k}}(\vec{r}) = E_{\lambda,\vec{k}}\psi_{\lambda,\vec{k}}(\vec{r}) \tag{2.2.2}$$

mit

$$E_{\lambda,\vec{k}} \approx E_{\lambda}(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m_{eff}} \tag{2.2.3}$$

2.3 Exzitonen Schrödingergleichung

Die Effektive-Massen-Näherung wird nun benutzt um die stationäre Exzitonen Schrödingergleichung aufzustellen. Sei $\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right)$ die Zweiteilchenwellenfunktion eines Exzitons mit der Elektronen- bzw. Lochkoordinate $\vec{r}_e$ bzw. $\vec{r}_h$. Diese Wellenfunktion wird in Elektron- und Lochwellenfunktion separiert:

$$\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) = \psi_{L,\vec{k}}(\vec{r}_e)\psi_{V,\vec{k}}(\vec{r}_h) \tag{2.3.1}$$

wobei der Index L bzw. V für Leitungs- bzw. Valenband stehen. Mit einem zusätzlichen Potential $V(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$ ist der Zweiteilchen-Hamiltonian im Halbleiter gegeben durch

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_h + V(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \tag{2.3.2}$$

und es gilt

$$\mathcal{H}_e\psi_{L,\vec{k}}(\vec{r}_e) = E_{L,\vec{k}}\psi_{L,\vec{k}}(\vec{r}_e) \tag{2.3.3}$$

$$\mathcal{H}_h\psi_{V,\vec{k}}(\vec{r}_h) = E_{V,\vec{k}}\psi_{V,\vec{k}}(\vec{r}_h) \tag{2.3.4}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) &= \left[\mathcal{H}_e + \mathcal{H}_h + V(\vec{r}_e, \vec{r}_h)\right]\psi_{L,\vec{k}}(\vec{r}_e)\psi_{V,\vec{k}}(\vec{r}_h) && (2.3.5)\\
&= \left[E_{L,\vec{k}} + E_{V,\vec{k}} + V(\vec{r}_e, \vec{r}_h)\right]\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) && (2.3.6)\\
&= \left[E_L(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m_{e,eff}} + E_V(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m_{h,eff}}\right]\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) && (2.3.7)\\
&= \left[E_L(\vec{k}_0) - \frac{\hbar^2\Delta_{\vec{r}_e}}{2m_{e,eff}} + E_V(\vec{k}_0) - \frac{\hbar^2\Delta_{\vec{r}_h}}{2m_{h,eff}}\right]\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) && (2.3.8)\\
& && (2.3.9)
\end{aligned}$$

Betrachtet man einen direkten Halbleiter mit $E_\lambda(\vec{k}_0) = E_\lambda(0)$ und setzt den Energienullpunkt auf $E_V(0)$ so erhält man die stationöre Schrödingergleichung für das Exziton im Potential $V(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$

$$\mathcal{H}\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) = \left[E_G - \frac{\hbar^2\Delta_{\vec{r}_e}}{2m_{e,eff}} - \frac{\hbar^2\Delta_{\vec{r}_h}}{2m_{h,eff}} + V(\vec{r}_e, \vec{r}_h)\right]\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) = E\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) \quad (2.3.10)$$

$$(2.3.11)$$

mit der Bandlückenenergie E_G.
Es ist zweckmäßig, eine Transformation in das Schwerpunktsystem $\vec{R}$ (Schwerpunktkoordinate) und $\vec{r}$ (Relativkoordinate) durchzuführen

$$\begin{aligned}
&\psi\left(\vec{r}_e, \vec{r}_h\right) \rightarrow \psi\left(\vec{R}, \vec{r}\right)\\
&\mathcal{H}_0 \qquad := -\frac{\hbar^2}{2M}\vec{\Delta}_{\vec{R}} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{\Delta}_{\vec{r}} + V\left(\vec{R}, \vec{r}\right),
\end{aligned}$$

mit den Transformaitonen

$$\begin{aligned}
M &= m_e + m_h & \mu &= \frac{m_e m_h}{M}\\
\vec{r} &= \vec{r}_e - \vec{r}_h & \vec{R} &= \frac{m_e\vec{r}_e + m_h\vec{r}_h}{M}.
\end{aligned}$$

Im Schwerpunktsystem erhält man damit die Eigenwertgleichung

$$\mathcal{H}_0\psi\left(\vec{R}, \vec{r}\right) = \left[\frac{-\hbar^2\Delta_{\vec{r}}}{2M} - \frac{\hbar^2\Delta_{\vec{R}}}{2\mu} + V(\vec{R}, \vec{r})\right]\psi\left(\vec{R}, \vec{r}\right) = (E - E_G)\psi\left(\vec{R}, \vec{r}\right) \quad (2.3.12)$$

2.4 Optische Anregung

Regt man das exzitonische System mit einem äußerem Lichtfeld an, so erhält man in Rotating Wave Approximation (RWA) und Dipolnäherung eine modifizierte Schrödingergleichung:

$$i\hbar\partial_t\psi(\vec{r},\vec{R},t) = \mathcal{H}_0\psi(\vec{r},\vec{R},t) + \mathcal{Q}$$

2.5 Zeitliche Entwicklung

2.6 Wellenpaketdynamik

3 Numerische Ergebnisse

3.1 Lösung der Eigenwertgleichugn

3.2 Dynamik bei Gaußförmiger Anregung

4 Ausblick

5 Fazit

Literaturverzeichnis

Anhang