

Semester Ganjil - 2023/2024

Algoritma Pemrograman dan Struktur Data

Materi 5: RUNNING TIME dan BIG O NOTATION

Dosen pengampu:

Suamanda Ika Novichasari, M.Kom.

Imam Adi Nata, M.Kom



**Kampus
Merdeka**
INDONESIA JAYA

**PROGRAM STUDI S1 TEKNOLOGI INFORMASI
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS TIDAR**

**Jl. Kapten Suparman No.39, Tuguran,
Petrobangsan, Kec. Magelang Utara, Kota
Magelang, Jawa Tengah 56116**



Learning Objective

Mahasiswa mampu menjelaskan
Running Time & Big O Notation pada
algoritma tertentu



Mahasiswa mampu menghitung
Running Time & Big O Notation
pada algoritma tertentu

Course Material

Running
Time

Big O
Notation

Pre Test

10 Menit

- Hitunglah kompleksitas algoritma di samping ini !

```
//PROGRAM Soal nomor 6
// Mengimplementasikan kombinasi struktur dasar
algoritma

//DECLARATION
    DECLARE integer A, b, x

//IMPLEMENTATION / DEFINITION
    A ← 1
    b ← 0
    x ← 1
    Do {
        If (x mod 2)=0 then {
            A ← A + 2
        }else{
            b ← b + 1
        }
        x ← x + 1
    }while (x>5)
    Print (A,b)
```



Running Time

Subbab ini mempelajari tentang deskripsi dari running time

Apa itu *Running Time* ?

- **Running Time** = Waktu Komputasi
- Ketika menyusun algoritma sebaiknya menggunakan urutan langkah yang paling **efektif** dan **efisien**.
- Keefektifan algoritma dapat diukur dengan penggunaan **waktu (time)** dan ukuran memori **(space)**.
- Algoritma yang efisien adalah algoritma yang **meminimumkan** kebutuhan **waktu** dan **ukuran**.



Apa itu *Running Time* ?

- Kebutuhan waktu dan ukuran memori suatu algoritma **bergantung** pada **ukuran masukan (n)**, yang menyatakan jumlah data yang diproses.
- Waktu yang diperlukan oleh sebuah algoritma dapat diukur dengan menghitung banyaknya **operasi/instruksi** yang dieksekusi.
- Jika diketahui besaran waktu (dalam satuan detik) untuk melaksanakan sebuah operasi tertentu, maka dapat dihitung berapa waktu sesungguhnya untuk melaksanakan algoritma tersebut.



Apa itu ***Kompleksitas Algoritma?***

- Besaran yang digunakan untuk menerangkan model pengukuran waktu/ruang dari sebuah algoritma disebut **kompleksitas algoritma**.
- Dengan menggunakan besaran kompleksitas algoritma, dapat ditentukan **laju peningkatan waktu (ruang)** yang diperlukan algoritma dengan meningkatnya ukuran masukan n .



Jenis *Kompleksitas Algoritma*

Kompleksitas waktu ($T(n)$)

- mengukur jumlah tahapan komputasi yang dibutuhkan untuk menjalankan algoritma untuk ukuran sebanyak n masukan.

Kompleksitas ruang ($S(n)$)

- mengukur memori yang digunakan oleh struktur data yang terdapat di dalam algoritma untuk ukuran sebanyak n masukan.



Jenis *Kompleksitas waktu*

$T_{\max}(n)$:

- untuk kasus terburuk (worst case) atau kebutuhan waktu maksimum.

$T_{\min}(n)$:

- untuk kasus terbaik (best case) atau kebutuhan waktu minimum.

$T_{\text{avg}}(n)$:

- untuk kasus rata-rata (average case), atau kebutuhan waktu secara rata-rata

02

Simple Search

- Algoritma **simple search**
 - jika terdapat 100 data maka kemungkinan terburuk akan dilakukan pengecekan sebanyak 100 kali.
 - Jika ada 1000 data maka akan dilakukan pengecekan sebanyak 1000 kali.
 - Jadi algoritma simple search memiliki **kemungkinan terburuk** terjadi pengecekan sebanyak jumlah data, waktu komputasi tersebut sering disebut dengan **linier time**

02

Simple Search

- Kasus terbaik:

$$T_{\min}(n) = 1$$

- Kasus terburuk:

$$T_{\max}(n) = n$$

- Kasus rata-rata: Jika nilai yang dicari ditemukan pada posisi ke-j, maka operasi perbandingan nilai yang dicari akan dieksekusi sebanyak j kali.

$$T_{\text{avg}}(n) = \frac{(1 + 2 + 3 + \dots + n)}{n} = \frac{\frac{1}{2}n(1 + n)}{n} = \frac{(n + 1)}{2}$$

02

Binary Search

- Berbeda dengan *binary search*,
 - jika terdapat 100 data maka kemungkinan terburuk akan dilakukan pengecekan sebanyak 7 kali.
 - Jika terdapat 240.000 data maka kemungkinan terburuk terjadi pengecekan sebanyak 18 kali.
 - Waktu komputasi binary search tersebut disebut **logarithmic time** atau **log time**.

02

Binary Search

- Kasus terbaik:

$$T_{\min}(n) = 1$$

- Kasus terburuk:

$$T_{\max}(n) = \log_2 n$$

- Kasus rata-rata: Jika nilai yang dicari ditemukan pada posisi ke-j, maka operasi perbandingan nilai yang dicari akan dieksekusi sebanyak j kali.



Big O Notation

Subbab ini mempelajari konsep big O notation

Apa itu notasi *Big O*?

- **Notation Big O** adalah notasi khusus yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan kecepatan sebuah algoritma.
- Notasi Big O **mencerminkan** kompleksitas algoritma.
- Sebagai contoh jika terdapat n buah data, algoritma simple search harus melakukan pengecekan pada setiap elemen sehingga akan terjadi operasi sebanyak n kali.
- Waktu komputasi algoritma simple search jika dinotasikan menjadi $O(n)$.



Apa itu notasi *Big O*?

- Notasi Big O **tidak mencerminkan** kecepatan algoritma dalam hitungan detik, namun melalui notasi Big O dapat **diketahui** seberapa cepat algoritma tersebut **berkembang**.
- Notasi Big O merepresentasikan **kemungkinan terburuk (worst case)**.
- Jika kompleksitas algoritma = $O(n)$ waktu, maka dapat dipastikan bahwa algoritma tersebut tidak akan pernah lebih lambat dari $O(n)$ waktu.

Urutan notasi *Big O*?

- Berikut merupakan 5 notasi Big O yang sering ditemui, diurutkan dari yang paling cepat ke yang paling lambat :
 - $O(\log n)$, juga dikenal dengan log time. Contoh: Binary search.
 - $O(n)$, juga dikenal dengan linear time. Contoh: Simple search.
 - $O(n * \log n)$. Contoh : algoritma pengurutan yang cepat seperti quicksort
 - $O(n^2)$. Contoh : algoritma pengurutan yang lambat seperti selection sort
 - $O(n!)$. Merupakan algoritma yang sangat lambat seperti traveling sales person



Cara menghitung *Big O*?

Berikut cara untuk menghitung notasi Big O untuk setiap instruksi di dalam algoritma :

- a. **Pengisian nilai (assignment), perbandingan, operasi aritmetik, read, print** membutuhkan waktu $O(1)$.
- b. **Pengaksesan elemen larik atau memilih field tertentu dari sebuah record** membutuhkan waktu $O(1)$.

Cara menghitung *Big O*?

Contoh:

```
read(x);           O(1)
x ← x + a[k];      O(1) + O(1) + O(1) = O(1)
print(x);          O(1)
```

Kompleksitas waktu = $O(1) + O(1) + O(1) = O(1)$

Penjelasan: $O(1) + O(1) + O(1) = O(\max(1,1)) + O(1)$
 $= O(1) + O(1) = O(\max(1,1)) = O(1)$

Cara menghitung *Big O*?

c. **if C then S1 else S2**; membutuhkan waktu $TC + \max(TS1, TS2)$

Contoh:

```
read(x);           O(1)
if (x mod 2 = 0) {  O(1)
    x ← x + 1;      O(1)
    print(x);       O(1)
}
```

Kompleksitas waktu :

$$= O(1) + O(1) + \max(O(1)+O(1), O(1))$$

$$= O(1) + \max(O(1), O(1))$$

$$= O(1) + O(1)$$

$$= O(1)$$

Cara menghitung *Big O*?

d. **Kompleksitas waktu perulangan for** adalah jumlah pengulangan dikali dengan kompleksitas waktu badan (body looping).

Contoh :

```
for (i=1;i>n;i++){  
    jumlah ← jumlah + a[i];    O(1)  
}
```

Kompleksitas waktu :

$$\begin{aligned} &= n \cdot O(1) \\ &= O(n \cdot 1) \\ &= O(n) \end{aligned}$$

Cara menghitung *Big O*?

Contoh:

perulangan bersarang

```
for (i=1;i>n;i++){  
    for (j=1;j>n;j++){  
        a[i,j] ← 0;    O(1)  
    }  
}
```

Kompleksitas waktu :

$$nO(n) = O(n.n) = O(n^2)$$

Cara menghitung *Big O*?

Contoh: **perulangan bersarang dengan 2 buah instruksi**

Total waktu untuk badan perulangan

$$= O(1) + O(1) = O(1)$$

Perulangan terluar dieksekusi sebanyak
n kali

Perulangan terdalam dieksekusi sebanyak
i kali, $i = 1, 2, \dots, n$

Jumlah pengulangan seluruhnya
 $= 1 + 2 + \dots + n = n(n + 1)/2$

Kompleksitas waktu :

$$= n(n + 1)/2 \cdot O(1)$$

$$= O(n(n + 1)/2) = O(n^2)$$

```
for (i=1; i>n; i++) {  
    for (j=1; j>i; j++) {  
        a ← a + 1;           O(1)  
        b ← b - 2;           O(1)  
    }  
}
```


Cara menghitung *Big O*?

Contoh: **perulangan tunggal sebanyak n-1 putaran**

```
i:=2;                                O(1)
while (i <= n){                       O(1)
    jumlah:=jumlah + a[i];           O(1)
    i:=i+1;                          O(1)
}
```

Kompleksitas waktu :

$$\begin{aligned} &= O(1) + (n-1) \{ O(1) + O(1) + O(1) \} \\ &= O(1) + (n-1) O(1) \\ &= O(1) + O(n-1) \\ &= O(1) + O(n) \\ &= O(n) \end{aligned}$$

Cara menghitung *Big O*?

Contoh: **perulangan yang tidak dapat ditentukan panjangnya**

- Pengulangan akan **berhenti bila x yang dicari ditemukan** di dalam senarai.
- Jika jumlah elemen senarai adalah n , maka kompleksitas waktu terburuknya adalah **$O(-n)$ yaitu kasus x tidak ditemukan.**

```
Ketemu ← false;  
while (p <> Nil) and (not ketemu){  
    if (p^.kunci = x){  
        ketemu:=true  
    }else{  
        P ← p^.lalu  
    }  
    { p = Nil or ketemu }
```

Jawaban Pre test

Waktu untuk assignment =

$$O(1) + O(1) + O(1) = O(1)$$

Waktu untuk struktur if :

$$\max(O(1), O(1)) = O(1)$$

Total waktu pada tubuh perulangan :

$$O(1) + O(1) = O(1)$$

Perulangan dieksekusi sebanyak 4 kali (5-1) :

$$4(O(1)) = O(4)$$

Kompleksitas waktu keseluruhan :

$$= O(1) + O(4) + O(1)$$

$$= \max\{O(1), O(4), O(1)\}$$

$$= O(4)$$

/ IMPLEMENTATION / DEFINITION

```

A ← 1                                O(1)
b ← 0                                O(1)
x ← 1                                O(1)
Do {
    If (x mod 2)=0 then {
        A ← A + 2                    O(1)
    }else{
        b ← b + 1                    O(1)
    }
    x ← x + 1                        O(1)
}while (x<5)
Print (A,b)                          O(1)
    
```

Rangkuman

Notation Big O

- adalah notasi khusus yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan kecepatan sebuah algoritma.
- Notasi Big O mencerminkan kompleksitas algoritma.

Kompleksitas algoritma

- Besaran yang digunakan untuk menerangkan model pengukuran waktu/ruang dari sebuah algoritma
- binary search $O(\log n)$ lebih cepat dari simple search $O(n)$, akan menjadi jauh lebih cepat setelah daftar item berkembang atau jumlah n berkembang.

Kecepatan algoritma tidak diukur dalam hitungan detik.

3 jenis Kompleksitas waktu

- $T_{\max}(n)$: kasus terburuk (worst case) atau kebutuhan waktu maksimum.
- $T_{\min}(n)$: kasus terbaik (best case) atau kebutuhan waktu minimum.
- $T_{\text{avg}}(n)$: kasus rata-rata (average case), atau kebutuhan waktu secara rata-rata

5 notasi Big O yang sering ditemui :

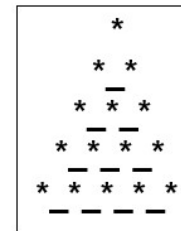
- $O(\log n)$, juga dikenal dengan log time. Contoh: Binary search.
- $O(n)$, juga dikenal dengan linear time. Contoh: Simple search.
- $O(n * \log n)$. Contoh : algoritma pengurutan yang cepat seperti quicksort
- $O(n^2)$. Contoh : algoritma pengurutan yang lambat seperti selection sort
- $O(n!)$. Merupakan algoritma yang sangat lambat seperti traveling sales person

Tugas !

Hitunglah kompleksitas waktu dari jawaban tugas 2 yang sudah dikerjakan pada pertemuan 2 !

Tugas Pertemuan 2!

Buatlah pseudocode untuk menampilkan segitiga bintang sama sisi seperti berikut :





TERIMA KASIH

#NEXT... Array & Linked List