

Sommutations

$$\begin{aligned} \sum_{i=a}^b c &= (b-a+1) \times c; & \sum_{i=1}^n i &= \frac{n(n+1)}{2}; & \sum_{i=0}^n i^2 &= \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1); \\ \sum_{i=0}^n a^i &= \frac{a^{n+1}-1}{a-1}; & \sum_{i=1}^n i2^i &= (n-1)2^{n+1}+2; & \sum_{i=0}^n f(n-i) &= \sum_{i=0}^n f(i); \end{aligned}$$

Théorème général

Si $T(n)$ est une récurrence donnée par $T(n) = rT(n/b) + f(n)$ pour les n de la forme b^k avec $f(n) \in \Theta(n^d)$, alors

$$\begin{aligned} r < b^d &\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^d) & \forall n \in \mathbb{N} \\ r = b^d &\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^d \log n) & \forall n \in \mathbb{N} \\ r > b^d &\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b r}) & \forall n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Le théorème général s'applique aussi pour les récurrences de la forme $T(n) = \sum_{i=1}^r T(\frac{n}{b} + c_i) + f(n)$ pour les n de la forme b^k avec $f(n) \in \Theta(n^d)$.