# Ottimizzazione multi-obiettivo per il Problema di Trasporto con Costi Fissi

Giuseppe Brandi
Politecnico di Bari
g.brandi@studenti.poliba.it

## Abstract

*Il trasporto rappresenta un problema cruciale di molte attività economiche e logistiche che spesso coinvolgono obiettivi o criteri multipli che devono essere soddisfatti; ad esempio, la minimizzazione dei costi, la massimizzazione dell'utilizzo delle risorse disponibili, la riduzione del tempo di consegna dei beni e la riduzione dell'impatto ambientale. In questo ambito si propone un modello di ottimizzazione multi-obiettivo per il Fixed Charge Transportation Problem e l'applicazione di un algoritmo genetico per caratterizzare la frontiera di Pareto delle funzioni obiettivo. I risultati ottenuti mostrano una buona efficacia nella determinazione delle soluzioni di compromesso, migliorando così la comprensione e la gestione dei problemi di trasporto complessi.*

## 1. Introduzione al problema

Il problema del trasporto è un classico problema di flusso su rete particolarmente utilizzato nell'ambito della logistica distributiva. Siano date $n$ "origini" presso le quali è disponibile un certo prodotto in quantità pari ad $a_i$, con $i = 1, \dots, n$, e siano date $m$ "destinazioni", ciascuna delle quali caratterizzata da un valore di domanda di prodotto $b_j$, con $j = 1, \dots, m$. Sia inoltre $c_{ij}$ il costo unitario di trasporto dall'origine $i$ alla destinazione $j$ del prodotto [1].

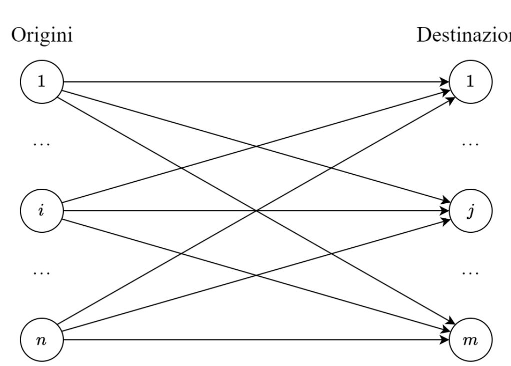


Figura 1. Rappresentazione su rete di un problema di trasporto.

### 1.1. Problema del trasporto

Nella sua formulazione più semplice, il problema del trasporto consiste nel determinare il quantitativo di prodotto da inviare da ciascuna origine verso ciascuna destinazione in modo tale da minimizzare il costo complessivo di trasporto, rispettando i vincoli sulla quantità di prodotto disponibile presso ciascuna origine e garantendo il soddisfacimento delle domande da parte di ogni destinazione.

Le variabili decisionali possono essere indicate con $x_{ij}$, ciascuna delle quali rappresentante la quantità di prodotto che occorre inviare dall'origine $i$ alla destinazione $j$. Nell'ipotesi in cui sia possibile rifornire ogni destinazione da ogni origine, il problema può essere formulato [2] come:

$$
\begin{aligned}
&\min z(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij} && \\
&\text{s. v.} \quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i, && i = 1, ..., n \\
&\qquad\quad \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j, && j = 1, ..., m \\
&\qquad\quad x_{ij} \geq 0, && i = 1, ..., n \\
& && j = 1, ..., m
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Affinché il problema del trasporto ammetta soluzione, è necessario imporre che la quantità di prodotto disponibile presso le varie origini sia sufficiente a soddisfare la domanda complessiva delle destinazioni. Senza perdita di generalità, si assume che il problema sia bilanciato, ovvero che la quantità di prodotto disponibile presso le origini sia pari alla quantità richiesta dalle destinazioni:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j \tag{2}$$

### 1.2. Problema del trasporto con costi fissi

Il Fixed Charge Transportation Problem (FTCP) è una variante del classico problema di trasporto che può essere espresso in termini del tutto equivalenti ad un problema di distribuzione che coinvolge $n$ "fornitori" (magazzini, fabbriche) ed $m$ "clienti" (destinazioni). Ciascun fornitore può spedire ad un qualsiasi cliente facendo fronte ad un costo di spedizione per unità di prodotto pari a $c_{ij}$ e ad un costo fisso $f_{ij}$ legato all'attivazione della rotta tra il fornitore $i$ ed il cliente $j$. Se tale rotta non esiste, o si desidera escluderla, è possibile impostare il costo $f_{ij}$ ad un valore molto alto.

Presso ciascun fornitore è disponibile un certo prodotto in quantità pari ad $a_i$ mentre ciascun cliente richiede una quantità dello stesso prodotto pari a $b_j$. L'obiettivo del FCTP consiste nel determinare sia il quantitativo di prodotto che il fornitore $i$ deve inviare al cliente $j$, sia quali rotte devono essere attivate in modo che il costo complessivamente sostenuto dai fornitori al fine di soddisfare la domanda dei clienti sia minimo. Le variabili decisionali sono di due tipi: le quantità $x_{ij}$ rappresentanti ancora la quantità di prodotto che occorre trasportare dall'origine $i$ alla destinazione $j$, e le quantità binarie $y_{ij}$ che assumono valore 1 se la rotta tra il fornitore $i$ ed il cliente $j$ è attiva, 0 altrimenti. All'atto pratico, la rotta tra il fornitore $i$ ed il cliente $j$ esiste se la quantità di prodotto trasportato $x_{ij}$ non è nulla:

$$y_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } x_{ij} = 0 \\ 1, & \text{se } x_{ij} > 0 \end{cases} \tag{3}$$

Sotto tali premesse, il problema di trasporto con costi fissi di attivazione [3] può essere formulato come:

$$\begin{aligned} &\min z(x,y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} f_{ij}y_{ij} \\ &\text{s. v.} \quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i, \qquad i = 1,...,n \\ &\qquad \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j, \qquad j = 1,...,m \\ &\qquad x_{ij} \le M_{ij}y_{ij}, \qquad \begin{matrix} i = 1,...,n \\ j = 1,...,m \end{matrix} \\ &\qquad x_{ij} \ge 0, \qquad \begin{matrix} i = 1,...,n \\ j = 1,...,m \end{matrix} \\ &\qquad y_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \begin{matrix} i = 1,...,n \\ j = 1,...,m \end{matrix} \end{aligned} \tag{4}$$

avendo definito con $M_{ij}$ il minimo [4] tra la disponibilità del fornitore $i$ e la domanda del cliente $j$:

$$M_{ij} = \min\{a_i, b_j\}, \qquad \begin{matrix} i = 1,...,n \\ j = 1,...,m \end{matrix} \tag{5}$$

## 1.3. Estensione al caso multi-obiettivo

Entrambi i modelli di ottimizzazione del trasporto sono caratterizzati dalla presenza di un'unica funzione obiettivo. In molte situazioni pratiche, è necessario tener conto di più obiettivi che occorre soddisfare simultaneamente, come:

- i costi complessivi, che nel caso più generale sono espressi dalla somma tra i costi variabili di spedizione ed i costi fissi legati all'attivazione delle rotte;
- i tempi di consegna, che dipendono non soltanto dalla lunghezza della rotta che collega origine e destinazione ma anche dalle sue condizioni di percorrenza;
- il profitto, espresso dalla differenza tra i ricavi che derivano dalla vendita e i costi di trasporto sostenuti.

L'approccio multi-obiettivo permette il conseguimento di processi decisionali più informati e si rivela particolarmente utile in contesti in cui gli obiettivi sono in conflitto fra loro, permettendo l'individuazione di soluzioni di compromesso.

## 1.4. Soluzioni e frontiera di Pareto

In questo contesto, non si può più dunque parlare di soluzione ottima in senso assoluto: risolvere un modello di ottimizzazione multi-obiettivo comporta la determinazione delle cosiddette "soluzioni di Pareto ottime", per le quali qualsiasi miglioramento in un obiettivo comporta il peggioramento di almeno un altro obiettivo. Le soluzioni di Pareto tracciate nel sistema di riferimento degli obiettivi segnano una curva o una superficie che prende il nome di "frontiera di Pareto". Essa rappresenta un insieme di soluzioni ottime, ovvero è costituita da tutti i punti non dominati, cioè da quei punti per i quali non esiste alcun altro punto che sia migliore contemporaneamente per tutti gli obiettivi considerati nel problema. In altre parole le soluzioni di Pareto ottime non sono dominate da altre soluzioni ammissibili, quindi non esistono soluzioni ammissibili migliori di una soluzione di Pareto ottima rispetto ad almeno un obiettivo [5].

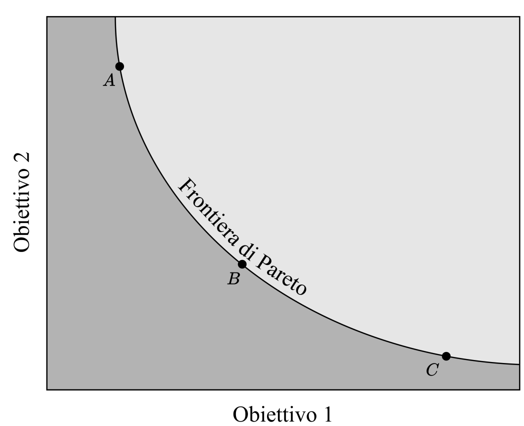


Figura 2. Esempio di frontiera di Pareto.

La Figura 2 mostra una frontiera di Pareto nel caso di due obiettivi [6]. Lo spazio delle soluzioni è rappresentato in grigio chiaro, mentre quello delle soluzioni non realizzabili in grigio scuro. A, B, C sono tre punti non dominati.

## 2. Formulazione del problema

Il modello di ottimizzazione multi-obiettivo proposto sorge dall'incompatibilità tra la formulazione classica del problema di trasporto e le esigenze della logistica odierna, il cui soddisfacimento richiede inevitabilmente di individuare delle soluzioni di compromesso fra gli obiettivi di progetto.

### 2.1. Funzioni obiettivo

In modo del tutto analogo alla classica formulazione del Fixed Charge Transportation Problem (FCTP), la prima funzione obiettivo proposta esprime i costi complessivi:

$$\min z_1(x,y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} f_{ij}y_{ij} \tag{6}$$

L'introduzione della distanza come ulteriore obiettivo del problema di trasporto risponde poi ad una serie di considerazioni fondamentali. In primo luogo, la distanza percorsa dalle unità di trasporto influenza gli "Operating Expenses" (OpEx), ovvero i costi operativi associati al funzionamento quotidiano delle attività di trasporto. Gli OpEx includono i costi del carburante, l'usura dei veicoli ed eventuali altri costi legati alla gestione delle operazioni di trasporto.

In secondo luogo, la distanza consente di tenere conto delle implicazioni ambientali delle attività di trasporto, poiché una minore distanza percorsa si traduce spesso in una riduzione delle emissioni di gas serra e dell'impatto ambientale, promuovendo una gestione più sostenibile e responsabile delle attività di trasporto. Se $d_{ij}$ indica la distanza del percorso tra il fornitore $i$ ed il cliente $j$, la seconda funzione obiettivo proposta può essere espressa come:

$$\min z_2(y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d_{ij}y_{ij} \tag{7}$$

Nell'affrontare il problema del trasporto, è essenziale considerare non solo le distanze fisiche tra i fornitori ed i clienti, ma anche i tempi di consegna effettivi. Questo perché il tempo necessario per trasportare la merce a destinazione può essere influenzato da una serie di fattori che non sono necessariamente rappresentati dalla sola distanza.

Si pensi ad una situazione in cui sia possibile seguire più percorsi per la consegna di un carico: se la decisione è basata unicamente sulla distanza, potrebbe sembrare logico optare per il percorso più corto. Tuttavia, questo approccio non tiene conto di fattori cruciali come il traffico, i limiti di velocità, i lavori stradali o le condizioni ambientali e meteorologiche che influenzano significativamente il tempo effettivo di consegna. Detto in altri termini, il percorso più breve in termini di distanze potrebbe non esserlo in termini di tempo: eventi come il traffico intenso durante le ore centrali della giornata potrebbero allungare notevolmente il tempo di percorrenza. Considerare come ulteriore obiettivo la minimizzazione dei tempi di consegna fornisce una visione più completa e realistica del problema di trasposto, permettendo una migliore gestione dei possibili ritardi attraverso la preferenza di percorsi leggermente più lunghi in termini di distanze ma soggetti a minore congestionamento.

Denotato con $t_{ij}$ il tempo medio di percorrenza del percorso tra il fornitore $i$ ed il cliente $j$, la terza funzione obiettivo proposta può essere espressa come:

$$z_3(y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} t_{ij}y_{ij} \tag{8}$$

### 2.2. Modello proposto

Il modello proposto è basato sulla stessa struttura della formulazione del FCTP illustrata nell'Equazione 4 e la arricchisce di obiettivi ulteriori, generalmente in conflitto fra loro, al fine di riflettere meglio la complessità dei processi decisionali nell'ambito della logistica e del trasporto.

$$\begin{aligned}
&\min z_1(x,y) &&= \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} f_{ij}y_{ij} && \\
&\min z_2(y) &&= \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} d_{ij}y_{ij} && \\
&\min z_3(y) &&= \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} t_{ij}y_{ij} && \\
&\text{s. v.} && \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i, && i = 1,...,n \\
& && \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j, && j = 1,...,m \\
& && x_{ij} \le M_{ij}y_{ij}, && \begin{matrix} i = 1,...,n \\ j = 1,...,m \end{matrix} \\
& && x_{ij} \ge 0, && \begin{matrix} i = 1,...,n \\ j = 1,...,m \end{matrix} \\
& && y_{ij} \in \{0,1\}, && \begin{matrix} i = 1,...,n \\ j = 1,...,m \end{matrix}
\end{aligned} \tag{9}$$

Si noti come le variabili decisionali siano ancora:

- $x_{ij}$ la quantità di prodotto che occorre trasportare dall'origine $i$ alla destinazione $j$;
- $y_{ij}$ lo stato (binario) del percorso tra l'origine $i$ e la destinazione $j$, come indicato nell'Equazione 3.

## 3. Caso di studio

Per constatare la validità del modello proposto si è immaginato di essere i responsabili della gestione della catena di distribuzione per un'azienda che opera nel settore del commercio al dettaglio, con lo scopo di minimizzare:

- i costi sostenuti dall'azienda;
- la distanza percorsa dalle unità mobili;
- i tempi impiegati per la consegna.

Si è inoltre ipotizzato il coinvolgimento di $n = 4$ fornitori e di $m = 3$ clienti. Il problema del trasporto che ne consegue richiede la determinazione di un equilibrio fra i tre obiettivi.

### 3.1. Dati di esempio

In primo luogo è stata assegnata la disponibilità $a_i$ del prodotto presso il magazzino di ciascun fornitore e la domanda $b_j$ di prodotto da parte di ciascuno dei clienti.

| Fornitore | Disponibilità |
|---|---|
| F1 | 10 |
| F2 | 30 |
| F3 | 40 |
| F4 | 20 |

Tabella 1. Disponibilità dei fornitori.

| Cliente | Domanda |
|---|---|
| C1 | 20 |
| C2 | 50 |
| C3 | 30 |

Tabella 2. Domanda dei clienti.

Sono poi stati considerati i costi di trasporto $c_{ij}$ per unità di prodotto, dipendenti cioè dalla quantità $x_{ij}$ trasportata, ed i costi fissi $f_{ij}$ di attivazione dipendenti invece da $y_{ij}$. Nello specifico, per ciascun fornitore sono stati ipotizzati dei costi fissi costanti, cioè indipendenti dal cliente.

| | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 2, 10 | 3, 30 | 4, 20 |
| F2 | 3, 10 | 2, 30 | 1, 20 |
| F3 | 1, 10 | 4, 30 | 3, 20 |
| F4 | 4, 10 | 5, 30 | 2, 20 |

Tabella 3. Costi unitari e costi fissi di trasporto.

Infine, sono stati assegnati dei tempi di percorrenza $t_{ij}$ e delle distanze $d_{ij}$ che riflettono la natura contraddittoria dei tre obiettivi, con lo scopo di mettere alla prova il modello. Ad esempio, la rotta tra il fornitore F3 ed il cliente C1 è la più economica in termini di costi ma richiede il maggior tempo di percorrenza pur coprendo una distanza contenuta.

| | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 40 | 70 | 100 |
| F2 | 80 | 120 | 20 |
| F3 | 50 | 40 | 90 |
| F4 | 60 | 50 | 30 |

Tabella 4. Lunghezza delle rotte (in chilometri).

| | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 70 | 30 | 25 |
| F2 | 50 | 35 | 40 |
| F3 | 120 | 25 | 10 |
| F4 | 40 | 20 | 30 |

Tabella 5. Tempi di percorrenza medi (in minuti).

### 3.2. Soluzione ottima del problema

Data la necessità di una soluzione di riferimento rispetto al quale valutare l'impatto dei diversi obiettivi, si è prima risolto il Fixed Charge Transportation Problem nella sua formulazione classica con il comando `intlinprog`.

```
% Coefficient vector
f = objectivecost();

% Integer constraints
intcon = 13:24;

% Inequality constraints
[A,b] = ineqconstraints();

% Equality constraints
[Aeq,beq] = eqconstraints();

% Lower bounds for decision variables
lb = [zeros(12,1),zeros(12,1)];

% Upper bounds for decision variables
ub = [inf(12,1),ones(12,1)];

% Optimal solution
[x,fval,exitflag,output] = ...
    intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub);
```

Codice 1. Snippet di codice dal file `mono_objective.m`.

Di seguito vengono illustrati i risultati dell'ottimizzazione in ambiente MATLAB, in particolare la quantità di prodotto che ciascun fornitore deve inviare a ciascun cliente, e quali rotte devono essere attivate, affinché il costo sia minimo.

| | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 0 | 0 | 10 |
| F2 | 0 | 30 | 0 |
| F3 | 20 | 20 | 0 |
| F4 | 0 | 0 | 20 |

Tabella 6. Quantità di prodotto inviate dai fornitori ai clienti.

| | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 0 | 0 | 1 |
| F2 | 0 | 1 | 0 |
| F3 | 1 | 1 | 0 |
| F4 | 0 | 0 | 1 |

Tabella 7. Rotte attivate tra fornitori e clienti.

Le variabili binarie rappresentanti l'attivazione delle rotte tra i fornitori ed i clienti permettono inoltre di visualizzare la soluzione ottima da un punto di vista grafico.

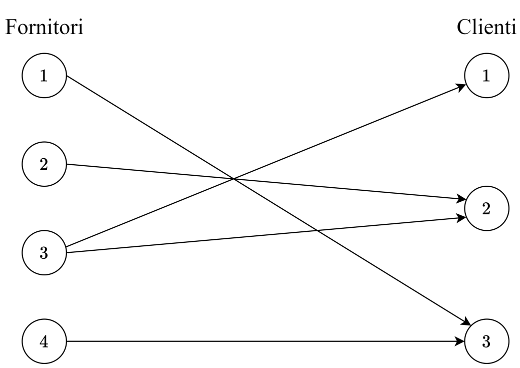


Figura 3. Rappresentazione su rete della soluzione ottima.

Il valore ottimo della funzione obiettivo che esprime i costi complessivamente sostenuti dall'azienda è $z^* = 350$.

### 3.3. Soluzione di compromesso tra gli obiettivi

Per risolvere il problema multi-obiettivo proposto si è fatto ricorso al comando gamultiobj che implementa un algoritmo genetico per la ricerca di soluzioni nel dominio degli obiettivi, consentendo di identificare un insieme di soluzioni di compromesso costituenti la frontiera di Pareto.

```
% Number of decision variables
nv = 24;

% Lower bounds for decision variables
lb = [zeros(12,1),zeros(12,1)];

% Upper bounds for decision variables
ub = [inf(12,1),ones(12,1)];

% Inequality constraints
[A,b] = ineqconstraints();

% Equality constraints
[Aeq,beq] = eqconstraints();

% Integer constraints
intcon = 13:24;

% Objective function
f = @(x)objectivefcn(x);

% Set of points on the Pareto front
[x,fval] = ...
gamultiobj(f,nv,A,b,Aeq,beq,lb,ub,[],intcon);
```

Codice 2. Snippet di codice dal file multi_objective.m.

Di seguito vengono illustrati i risultati dell'ottimizzazione in ambiente MATLAB che ha restituito sei soluzioni non dominate, cioè sei possibili trade-off tra gli obiettivi.

| (1) | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 10, 1 | 0, 0 | 0, 0 |
| F2 | 0, 0 | 0, 0 | 30, 1 |
| F3 | 10, 1 | 30, 1 | 0, 0 |
| F4 | 0, 0 | 20, 1 | 0, 0 |

| (2) | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 0, 0 | 10, 1 | 0, 0 |
| F2 | 0, 0 | 20, 1 | 10, 1 |
| F3 | 20, 1 | 20, 1 | 0, 0 |
| F4 | 0, 0 | 0, 0 | 20, 1 |

| (3) | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 0, 0 | 10, 1 | 0, 0 |
| F2 | 0, 0 | 0, 0 | 30, 1 |
| F3 | 0, 0 | 40, 1 | 0, 0 |
| F4 | 20, 1 | 0, 0 | 0, 0 |

| (4) | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 0, 0 | 0, 0 | 10, 1 |
| F2 | 0, 0 | 30, 1 | 0, 0 |
| F3 | 20, 1 | 20, 1 | 0, 0 |
| F4 | 0, 0 | 0, 0 | 20, 1 |

| (5) | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 0, 0 | 10, 1 | 0, 0 |
| F2 | 0, 0 | 0, 0 | 30, 1 |
| F3 | 20, 1 | 20, 1 | 0, 0 |
| F4 | 0, 0 | 20, 1 | 0, 0 |

| (6) | Cliente | | |
|---|---|---|---|
| Fornitore | C1 | C2 | C3 |
| F1 | 10, 1 | 0, 0 | 0, 0 |
| F2 | 0, 0 | 20, 1 | 10, 1 |
| F3 | 10, 1 | 30, 1 | 0, 0 |
| F4 | 0, 0 | 0, 0 | 20, 1 |

Tabella 8. Soluzioni di compromesso fra gli obiettivi.

Per una migliore comprensione della loro correlazione, le quantità di prodotto inviate dai fornitori ai clienti e le quantità binarie rappresentanti l'attivazione delle rotte sono state riportate in Tabella 8 come coppie del tipo $(x^*_{ij}, y^*_{ij})$.

La Tabella 9 mostra invece i valori ottimi delle funzioni obiettivo (costi sostenuti, distanze percorse, tempi di consegna) per ciascuna delle sei soluzioni di compromesso.

| | Obiettivo | | |
|---|---|---|---|
| Soluzione | $z^*_1$ | $z^*_2$ | $z^*_3$ |
| (1) | 380 | 200 | 275 |
| (2) | 360 | 330 | 280 |
| (3) | 390 | 190 | 135 |
| (4) | 350 | 340 | 235 |
| (5) | 380 | 230 | 235 |
| (6) | 360 | 300 | 320 |

Tabella 9. Valori ottimi delle funzioni obiettivo.

La Figura 4 mostra le sei soluzioni determinate nello spazio degli obiettivi e la corrispondente frontiera di Pareto.

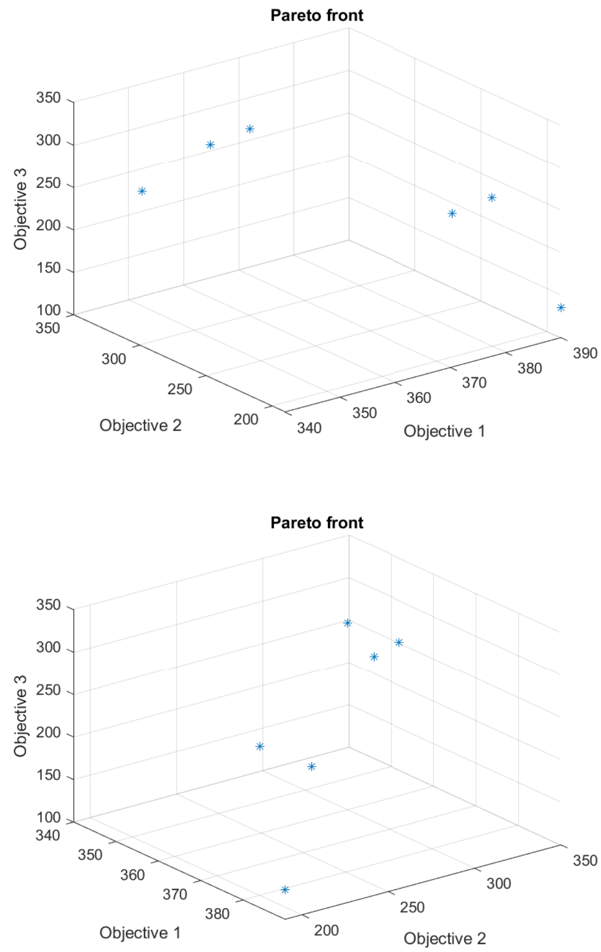


Figura 4. Frontiera di Pareto per il problema multi-obiettivo.

### 3.4. Considerazioni sui risultati ottenuti

I risultati dell'ottimizzazione restituiscono una visione più dettagliata dello scenario in analisi, permettendo di valutare in maniera più approfondita le opzioni disponibili e di prendere decisioni informate in base a esigenze specifiche.

Con riferimento alla soluzione ottima per la formulazione mono-obiettivo del FCTP riportata in Tabella 6, che implica un costo minimo di $z^* = 350$, si è visto che:

- la soluzione (3) richiede un costo maggiore rispetto al riferimento ma offre delle distanze percorse e dei tempi di consegna minimi;
- la soluzione (4) mantiene invariato il costo rispetto al riferimento ed offre dei tempi di consegna soddisfacenti, a discapito della distanza percorsa che risulta essere la più elevata fra i compromessi;
- altre soluzioni come la (2) e la (6) implicano un costo maggiore pur non introducendo alcun vantaggio in termini di distanze percorse o di tempi di consegna.

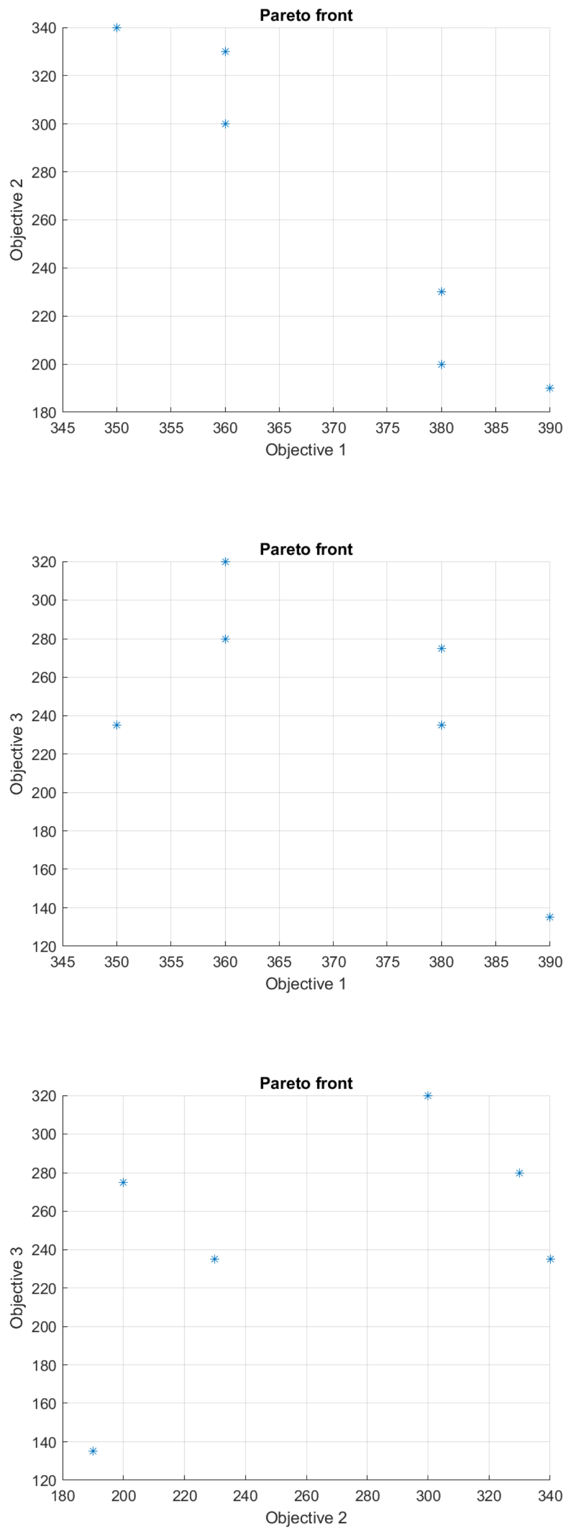


Figura 5. Confronto tra coppie di obiettivi.

## 4. Conclusioni

L'estensione multi-obiettivo proposta del Fixed Charge Transportation Problem ha permesso di riflettere in modo più accurato le dinamiche e le sfide affrontate nel settore della logistica. L'analisi dei risultati del caso di studio ha evidenziato che, sebbene piccoli incrementi nel costo sostenuto non abbiano comportato miglioramenti significativi nelle distanze percorse e nei tempi di consegna, incrementi più consistenti hanno portato a soluzioni interessanti.

In particolare, le soluzioni a costo più elevato hanno dimostrato di bilanciare meglio le distanze percorse e i tempi di consegna, perseguendo un compromesso ottimale tra gli obiettivi concorrenti. È questo il caso della soluzione (3) che, al costo più elevato, ha minimizzato le distanze percorse ed i tempi di consegna; inoltre, implicitamente, ha massimizzato il grado di soddisfazione non solo dei clienti, che hanno ricevuto il prodotto tempestivamente, ma anche dei fornitori, che hanno percorso una tratta a minor impatto ambientale. Questo esempio evidenzia l'importanza dell'accostamento di ulteriori obiettivi a quello di natura prettamente economica nel processo decisionale relativo al trasporto, nonché la chiave di comprensione delle motivazioni alla base del passaggio ad una formulazione multi-obiettivo.

Per concludere, l'applicazione del modello di ottimizzazione proposto ha dimostrato di offrire soluzioni di compromesso efficaci e di migliorare la comprensione e la gestione dei complessi problemi di trasporto, consentendo alle aziende di prendere decisioni più informate e sostenibili.

## Riferimenti bibliografici

[1] M. Caramia, S. Giordani, F. Guerriero, R. Musumanno, and D. Pacciarelli. *Ricerca Operativa*. Isedi, 2014. 1

[2] N. Kartlı, E. Bostancı, and M. S. Güzel. *A New Algorithm For The Initial Feasible Solutions Of Fixed Charge Transportation Problem*. In *2022 7th International Conference on Computer Science and Engineering (UBMK)*, 2022. 1

[3] J. L. Kennington. *Fixed-Charge Transportation Problem: A Group Theoretic Approach*. *Operations Research*, 1973. 2

[4] Y. Agarwal and Y. Aneja. *Fixed-Charge Transportation Problem: Facets of the Projection Polyhedron*. *Operations Research*, 2012. 2

[5] A. M. Mangini. *Materiale didattico del corso di Optimization and Control*. Politecnico di Bari, 2023. 2

[6] C. Klemm and F. Wiese. *Indicators for the optimization of sustainable urban energy systems based on energy system modeling*. *Energy, Sustainability and Society*, 2022. 3