1 主問題

1.1 所与の条件

特徴空間 (距離空間)	$(\mathcal{F}, d) \quad d : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \to [0, \infty))$
ラベル空間	$\mathcal{L}$
学習済み分類器	$f : \mathcal{F} \to \mathcal{L}$
目的データ	$x^* \in \mathcal{F}$
深さ制約	$D_{\max} \in \mathbb{N}$
精度制約	$A_{\min} \in [0, 1]$

1.2 決定木

仮説空間	$\mathcal{T}_\mathcal{F}$ — 特徴空間 $\mathcal{F}$ において, 可能な決定木の集合
決定木	$t \in \mathcal{T}_\mathcal{F}$
	$t : \mathcal{F} \to \mathcal{L}$
木の深さ	$D(t) : \mathcal{T}_\mathcal{F} \to \mathbb{N}$

1.3 変数

近傍半径	$r \in [0, \infty)$

1.4 関数など

近傍	$V_{x^*}(r) : [0, \infty) \to 2^\mathcal{F} \qquad V_{x^*}(r) = \{x \in \mathcal{F} \mid d(x, x^*) \leq r\}$
ノイズ集合	$\mathrm{noise}(V) : 2^\mathcal{F} \to 2^\mathcal{F} \qquad \forall V \in 2^\mathcal{F} \ ; \ \mathrm{noise}(V) \subseteq V \land \mathrm{noise}(V) \text{ is finite.}$
近似精度	$A_{f,x^*}(t, r) : \mathcal{T}_\mathcal{F} \times [0, \infty) \to [0, 1]$

$$A_{f,x^*}(t, r) = \frac{1}{|\mathrm{noise}(V_{x^*}(r))|} \sum_{x \in \mathrm{noise}(V_{x^*}(r))} \mathbb{I}(t(x) = f(x))$$

1.5 問題

$\exists t \in \mathcal{T}_\mathcal{F} \ ; \ D(t) \leq D_{\max} \land A_{f,x^*}(t, r) \geq A_{\min}$ を満足する最大の近傍半径 $r \in [0, \infty)$ を求める.

2 固定されたデータセットの場合

2.1 所与の条件

特徴空間 (距離空間)	$(\mathcal{F}, d) \quad d : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \to [0, \infty)$
ラベル空間	$\mathcal{L}$
<u>データセットのサイズ</u>	$N \in \mathbb{N}$
<u>データセット</u>	$X = \{x_i \in \mathcal{F}\}_{i=1}^N$
学習済み分類器	$f : \mathcal{F} \to \mathcal{L}$
目的データ	$x^* \in X$
深さ制約	$D_{\max} \in \mathbb{N}$
精度制約	$A_{\min} \in [0, 1]$

2.2 決定木

仮説空間	$\mathcal{T}_\mathcal{F}$ — 特徴空間 $\mathcal{F}$ において, 可能な決定木の集合
決定木	$t \in \mathcal{T}_\mathcal{F}$
	$t : \mathcal{F} \to \mathcal{L}$
木の深さ	$D(t) : \mathcal{T}_\mathcal{F} \to \mathbb{N}$

2.3 変数

近傍半径	$r \in [0, \infty)$

2.4 関数など

<u>ノイズ集合</u>	$\mathrm{noise}_{x^*}(r) : [0, \infty) \to 2^\mathcal{F} \qquad \mathrm{noise}_{x^*}(r) = \{x \in X \mid d(x - x^*) \le r\} \subseteq X$
<u>近似精度</u>	$A_{f,x^*}(t, r) : \mathcal{T}_\mathcal{F} \times [0, \infty) \to [0, 1]$

$$A_{f,x^*}(t, r) = \frac{1}{|\mathrm{noise}_{x^*}(r)|} \sum_{x \in \mathrm{noise}_{x^*}(r)} \mathbb{I}(t(x) = f(x))$$

2.5 問題

$\exists t \in \mathcal{T}_\mathcal{F}\ ;\ D(t) \le D_{\max} \land A_{f,x^*}(t, r) \ge A_{\min}$ を満足する最大の近傍半径 $r \in [0, \infty)$ を求める.