

# Travail de Bachelor

E-voting alternatif

Non confidentiel

v0.1.1-5-g6ba6e9e



Étudiante : Gaby Roch  
Enseignant responsable : Alexandre Duc  
Année académique : 2020–2021

Yverdon-les-Bains, le 17 juin 2022



Département TIC

Filière Télécommunications

Orientation Sécurité de l'information

Étudiante Gaby Roch

Enseignant responsable Alexandre Duc

## Travail de Bachelor 2020–2021

## E-voting alternatif

## Résumé publiable

**TODO**

Le contenu du résumé publiable

Étudiant :

Gaby Roch

Date et lieu :

Signature :

Enseignant responsable :

Alexandre Duc

Date et lieu :

Signature :



# Préambule

Ce travail de Bachelor (ci-après TB) est réalisé en fin de cursus d'études, en vue de l'obtention du titre de Bachelor of Science HES-SO en Ingénierie.

En tant que travail académique, son contenu, sans préjuger de sa valeur, n'engage ni la responsabilité de l'auteur, ni celles du jury du travail de Bachelor et de l'École.

Toute utilisation, même partielle, de ce TB doit être faite dans le respect du droit d'auteur.

HEIG-VD

Le Chef du Département

Yverdon-les-Bains, le 17 juin 2022



# Authentification

La soussignée, Gaby Roch, atteste par la présente avoir réalisé seulece travail et n'avoir utilisé aucune autre source que celles expressément mentionnées.

Gaby Roch

Yverdon-les-Bains, le 17 juin 2022





# Sommaire

1	Cahier des charges	1
2	Introduction	3
I	Analyse des différents types de scrutins	5
3	Critère de comparaison	7
4	Les scrutins	11
II	Annexes	25
	Table des matières	27
	Table des figures	29
	Liste des tableaux	31
	Bibliographie	33
	Index	35
	Listings	37



# 1 | Cahier des charges

## Sommaire

<b>1.1 Résumé du problème</b>	<b>1</b>
1.1.1 Descriptif	1
1.1.2 Contexte	1
<b>1.2 Cahier des charges</b>	<b>1</b>
1.2.1 Objectif principal	1
1.2.2 Livrables	2

## 1.1 Résumé du problème

### 1.1.1 Descriptif

Création d'un logiciel mettant en place un système de vote électronique alternatif (p.ex. basé sur la méthode Borda), en prenant en compte la cryptographie pour gérer la sécurité, la confidentialité et la non-répudiabilité du résultat.

### 1.1.2 Contexte

Actuellement la plupart des votes se font avec un système à la majorité (relative ou absolue) cependant d'autres systèmes existent pour essayer, soit de minimiser les mécontents (méthode Borda, vote par approbation, ...), soit de maximiser les contents (Jugement majoritaire, méthode de Condorcet, ...).

De par l'utilisation quasi exclusive du vote majoritaire, les quelques applications ou sites web permettant de faire un choix de manière anonyme utilisent ce système.

## 1.2 Cahier des charges

### 1.2.1 Objectif principal

1. Études des méthodes de vote alternatif, quel sont leurs avantages et leurs inconvénients.
2. Identifier les propriétés cryptographiques nécessaires aux différentes méthodes de vote pour permettre la sécurité et la confidentialité du vote :
  - Seules les personnes autorisées peuvent participer au vote (et qu'une seule fois)
  - Seul le votant connaît son vote (même le serveur ne peut pas faire le lien votant  $\longleftrightarrow$  vote)
  - Le votant n'a pas moyen de prouver ce qu'il a voté (évite la corruption)

- Chacun peut vérifier que son vote a bien été pris en compte
- 3. Implémenter une démo de une ou plusieurs des méthodes de votations alternatif, don au moins une cherchant à minimiser les mécontents. Cette démo a pour objectif de montrer que le système de vote implémenté, puisse de manière électronique satisfaire les propriétés ci-dessus.

### 1.2.2 Livrables

- Un système de vote (la partie cliente et la partie serveur) dont la partie crypto est implémenter en Rust
- Un rapport contenant :
  - L'analyse des différentes méthodes votes
  - Les choix effectués durant le projet
  - Les spécifications du logiciel de vote

## 2 | Introduction

### Sommaire

2.1	Type de méthode de scrutin analyser . . . . .	3
2.2	candidat vs options . . . . .	3
2.3	Vote blanc/nuls/abstentions dans les simulations	3
2.4	Exemple fictif . . . . .	3
2.5	referendum cas particulier d'une élection . . . .	3
2.6	Définition et abréviation . . . . .	3

### 2.1 Type de méthode de scrutin analyser

### 2.2 candidat vs options

### 2.3 Vote blanc/nuls/abstentions dans les simulations

### 2.4 Exemple fictif

### 2.5 referendum cas particulier d'une élection

### 2.6 Définition et abréviation

vote utile 3.4.1 page 8

quorum



# Première partie

## Analyse des différents types de scrutins





## 3 | Critère de comparaison

### Sommaire

<b>3.1 Avis des perdants</b>	<b>7</b>
<b>3.2 Indépendance à la présence de candidat perdant</b>	<b>7</b>
3.2.1 Théorème d'impossibilité d'Arrow	7
<b>3.3 Quasi-unanimité du vote</b>	<b>8</b>
<b>3.4 Manipulabilité et vote utile</b>	<b>8</b>
3.4.1 Vote utile	8
3.4.2 Manipulabilité du résultat et corruption	8
<b>3.5 Autre critère non pris en compte</b>	<b>8</b>
3.5.1 Votes blancs, nuls et abstentions	8
3.5.2 Corps électoral	9
3.5.3 Réflexion et débat	10

Le choix des critères de comparaison des différentes méthodes de vote est choix éminemment politique. C'est équivalent à répondre à la question quel candidat on souhaite élire en fonction des votes des électeurs, cependant on veillera à ne pas prendre en compte les positions politiques des différents candidats. On veut savoir quel candidat devrait être élu, pas comment faire pour que notre candidat favori l'emporte face aux autres candidats.

### 3.1 Avis des perdants

Avec certaines méthodes, un candidat peut être élu alors que 49% du corps électoral est absolument contre, et ce même lorsqu'un autre candidat avec un score plus faible n'a aucun électeur contre. Un système de choix performant devrait prendre en compte les votes qui ne sont pas pour le candidat élu, afin de trouver le candidat qui serait satisfaisant pour le plus de monde possible.

### 3.2 Indépendance à la présence de candidat perdant

On peut souhaiter que si une option non élue est retirée du scrutin, l'option vainqueur reste la même. Cependant même si ce critère n'est pas totalement respecté pour des candidats avec de très bons scores, le retrait d'un petit candidat (avec un score faible) ne doit pas faire changer le vainqueur.

#### 3.2.1 Théorème d'impossibilité d'Arrow

Ce théorème nous dit que dans un scrutin où les électeurs indiquent leurs préférences en classant les options les unes par rapport aux autres. Dans ce cadre, il n'existe pas de processus de choix indiscutable

permettant un choix cohérent dans le sens où le retrait d'un candidat non élu ne change pas le nom de l'élu.

Dans les types de scrutins étudiés dans ce document, seuls la méthode Borda et le jugement majoritaire échappent à ce théorème, car ils n'utilisent pas de classement des options par les électeurs.

### 3.3 Quasi-unanimité du vote

La quasi-unanimité du vote, c'est lorsque presque l'ensemble des électeurs préfèrent une option (A) à une autre option (B), alors cette deuxième option (B) n'est jamais élue. Il y a différentes méthodes de vote qui ne respectent pas la quasi-unanimité du vote.

### 3.4 Manipulabilité et vote utile

#### 3.4.1 Vote utile

Le vote utile est le fait de changer son ordre de préférence entre ses candidats favoris pour permettre à l'un de ses candidats favoris de remporter l'élection. Je choisis de ne pas considérer comme vote utile le fait de voter pour un candidat que l'on ne souhaite pas voir élu, afin que son candidat favori soit élu, j'ai classé cette pratique dans la manipulabilité du résultat (voir 3.4.2 de la présente page).

Dans le cadre de cette définition, le vote utile n'est en soi pas mauvais. Il permet d'aider à la recherche d'un consensus en impliquant les citoyens dans la réflexion et donc sans se baser exclusivement sur des maths que toutes la population n'est pas forcément en mesure de comprendre.

#### 3.4.2 Manipulabilité du résultat et corruption

La manipulation du vote est le fait de ne pas voter pour ses candidats/options favoris, mais pour un candidat que l'on ne veut pas voir au pouvoir dans l'objectif de faire en sorte que notre candidat favori soit finalement élu.

La corruption du scrutin correspond à l'achat<sup>1</sup> auprès des électeurs de leur vote. La corruption est légèrement différente de la manipulation, dans le sens où le candidat que l'on cherche à élire à la fin n'est pas forcément celui qui est préféré par le votant. Tous les systèmes de vote sont vulnérables à ce genre de manipulation, mais un bon système de vote devrait nécessiter une très forte corruption pour que le résultat final soit impacté. Certaines techniques peuvent être mises en place pour limiter la corruption des votants (secret du vote, impossibilité de prouver pour qui on a voté, liberté de la presse ...), mais ces techniques ne peuvent pas garantir l'absence de corruption.

### 3.5 Autre critère non pris en compte

#### 3.5.1 Votes blancs, nuls et abstentions

Les votes blancs et nuls devraient toujours être comptés, ne serait-ce que pour des raisons de statistique. Savoir qu'il y a eu 90% de vote blanc permet au politique de voir qu'il y a un problème, même s'il n'y a aucun moyen de savoir ce qui s'est passé, au simple regard de cette statistique.

Dans le cas où l'on veut prendre en compte les votes blancs, nuls ou abstentions, il est primordial de faire attention que cela ne privilégie pas une option par rapport à une autre.

---

1. Par achat on prend en compte tout échange visant à limiter le choix libre du vote allant d'un petit avantage à la menace de mort sur le/la votant·e ou ses proches.



### Décompte de vote blancs non-neutre



Lors d'un référendum contre une décision du gouvernement, il faut qu'il y ait plus de 50% de vote contre pour que la décision soit révoquée.

Dans le cas où les votes blancs, nuls ou les abstentions sont prisent en compte dans le nombre de personnes ayant validement voter, cela augmente le nombre de votes « contre » qu'il y a besoin pour refusé le choix du gouvernement.

De ce fait, ces «votes» vont donc dans le sens du gouvernement et ne sont donc pas neutres.

Si les votes blancs/nuls font juste baisser le quorum, et que si le quorum n'est pas atteint une seconde votation a lieu, alors, c'est un usage plus correct de ces voix.

## 3.5.2 Corps électoral

Pour avoir une bonne représentation de ce que veut la population, avoir un faible taux de votes blancs, nuls et d'abstentions n'est pas suffisant. En effet dans la majorité des pays, une grande partie de la population n'a pas le droit de vote.



### Droit de vote en Suisse



En 2015, 37%<sup>a</sup> de la population Suisse n'avait simplement pas le droit de vote.

1. Les étrangers comme dans beaucoup de pays.
2. Les jeunes jusqu'à 18 ans, cet âge peut varier en fonction du pays
3. Dans certains pays (mais pas la Suisse), les personnes incarcérées, n'ont pas le droit de vote.
4. Et enfin toutes les personnes sous curatelle de portée générale ne peuvent également pas voter.
5. Jusqu'à récemment certains pays<sup>b</sup> ne donnait pas le droit de vote aux femmes.

<sup>a</sup>. au niveau fédéral, source : <https://www.swissinfo.ch/fre/democratiedirecte/élections-2019-qui-peut-voter-en-suisse--et-qui-ne-peut-pas-/45264666>

<sup>b</sup>. L'Arabie Saoudite a donné le droit de vote aux femmes en 2011, source : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Droit\\_de\\_vote\\_des\\_femmes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Droit_de_vote_des_femmes)

Ces diverses restrictions font qu'une partie de la population vit dans un pays, mais n'a pas la possibilité de participer aux décisions collective. Lorsqu'on essaye d'interpréter un scrutin réel, il faut donc prendre en compte cela. Un candidat élu à 70% n'est pas élu à 70% de la population, ni même à 70% des personnes ayant le droit de vote, ni même à 70% des personnes inscrites sur les listes électorales, même pas à 70% des votants, mais à 70% des votants n'ayant pas voter blanc et dont leur bulletin n'a pas

été considéré comme nul. En fonction du pays et de la votation, cela peut avoir une grande importance pour savoir ce que veut la population générale.

Ne pas oublier que certains pays donnent le droit vote aux personnes ayant la nationalité, mais résidant à l'étranger. Le résultat ne correspond donc pas à ce que veulent les résidents, mais est influencé par ce que veulent des personnes vivantes à l'étranger.

TABLE 3.1 – Suisse : Initiative populaire « 99 % »

		Électeur	Pour [%]	Contre [%]
Résultat officiel		2 810 307	35,12	64,88
Avec vote blanc	+58 499	2 868 806	34,41 – 36,45	63,55 – 65,59
Avec vote nuls	+14 073	2 882 879	34,24 – 36,76	63,24 – 65,76
Sans abstentions	+2 636 289	5 519 198	17,88 – 66,96	33,04 – 82,12
Populaton tot. (2020)	+3 151 132	8 670 300	11,38 – 78,97	21,03 – 88,62

La Suisse a voté le 26 septembre 2021 sur l'initiative « 99 % ». Cette initiative a été largement refusée à plus de 64%. Le 3.1 de la présente page montre les pourcentages de la population possible dans le cas où personne n'aurait voté blanc, aucun bulletin nul décompter, sans abstention et finalement si l'ensemble de la population avait le droit de vote et votait. Par exemple on sait avec certitude que 21,03% de la population était contre (l'initiative a été rejetée), mais la proportion de personnes contre peut varier entre 21,03% et 88,62% si l'on ne regarde que le résultat du scrutin. La population prise en compte et celle de 2020 (une année avant le scrutin).

### 3.5.3 Réflexion et débat

Certains scrutins se déroulent en plusieurs tours, il peut être intéressant de demander à la population de classer tous les candidats/options et de simuler tous les tours. Cette technique permet aux électeurs de ne se déplacer qu'une seule fois aux urnes. Malheureusement, en simulant les tours, on supprime également la possibilité d'avoir un débat et donc que les électeurs puissent changer d'avis. Les compromis entre candidats sont également impossibles.

Un scrutin à plusieurs tours réel permet d'améliorer le débat politique, même si un scrutin à 10 tours lassait certainement plus que le bénéfice possible.

## 4 | Les scrutins

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Scrutin proportionnel plurinominal . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>4.2</b>	<b>Scrutin uninominal majoritaire . . . . .</b>	<b>12</b>
4.2.1	Majorité relative ou absolue . . . . .	13
4.2.2	Nombre de tour . . . . .	13
4.2.3	Élection étrange . . . . .	14
4.2.4	Évaluation . . . . .	15
<b>4.3</b>	<b>Méthode Borda . . . . .</b>	<b>15</b>
4.3.1	Distribution des points . . . . .	15
4.3.2	Manipulabilité de l'élection . . . . .	16
4.3.3	Évaluation . . . . .	17
<b>4.4</b>	<b>Méthode de Condorcet . . . . .</b>	<b>18</b>
4.4.1	Paradoxe de Condorcet . . . . .	18
4.4.2	Élection étrange . . . . .	18
4.4.3	Évaluation . . . . .	19
<b>4.5</b>	<b>Vote par approbation . . . . .</b>	<b>19</b>
4.5.1	Élection étrange . . . . .	19
4.5.2	Évaluation . . . . .	19
<b>4.6</b>	<b>Jugement majoritaire . . . . .</b>	<b>20</b>
4.6.1	Vote utile . . . . .	22
4.6.2	Évaluation . . . . .	22
<b>4.7</b>	<b>Méthode de Coombs et vote alternatif . . . . .</b>	<b>22</b>
4.7.1	Vote alternatif . . . . .	22
4.7.2	Méthode de Coombs . . . . .	22
4.7.3	Exemple . . . . .	22
4.7.4	Évaluation . . . . .	23

---



### Définition de la majorité 50% + 1 *versus* > 50%

On trouve fréquemment l'expression 50% + 1 pour désigner le nombre de votes requis pour obtenir la majorité, alors qu'il faut juste plus de 50% des voix pour la majorité. Même si cette distinction paraît minime, pour des scrutins avec un nombre d'électeurs impair c'est un point important.

Si A a 4 voix, B a 1 voix et C a 2 voix, on a un total de 7 électeurs. Dans un cas pour avoir la majorité nous devons obtenir le nombre de voix suivant

$$\text{plus que } 50\% \text{ de } 7 = \frac{7}{2} = 3.5$$

alors que dans l'autre cas

$$\text{au moins } (50\% \text{ de } 7) + 1 = \frac{7}{2} + 1 = 4.5$$

Nous avons donc un cas où il faut un score > 3.5 et un autre cas où il faut un score ≥ 4.5. Le candidat A se retrouve donc élu avec une définition et non élu avec l'autre.

Dans ce document seule la définition > 50% a été utilisée

## 4.1 Scrutin proportionnel plurinominal

Les électeurs votent pour une liste (de candidats) de leur choix. Chaque liste remporte un nombre de sièges proportionnel au nombre de voix reçues. Les sièges sont finalement distribués dans chaque liste soit par ordre de présence dans la liste, ou bien en fonction du nombre de voix de chaque candidat dans la liste.

**Scrutin avec seuil** Lors de certaines élections, il peut y avoir un seuil à atteindre pour qu'une liste puisse prétendre à un siège. C'est-à-dire qu'il faut avoir par exemple les voix nécessaires pour 3 sièges pour permettre à la liste de rentrer dans le groupe de liste recevant des sièges. S'il n'y a pas de seuil, chaque liste avec un nombre de voix suffisant pour 1 siège participe à la répartition.

**Préférentiel ou listes bloquées** En listes bloquées, les sièges sont répartis au sein des listes par ordre d'apparition des candidats. En préférentiel, les sièges sont répartis en fonction des préférences des électeurs. Ces derniers peuvent changer l'ordre des candidats, biffant/rajoutant certain ou même en cumulant certain candidat de plusieurs fois.

**Répartition des sièges** Les candidats ne pouvant pas être élus à moitié, diverses méthodes existent pour répartir les sièges entre les diverses listes. Chaque méthode peut donner des résultats différents.

## 4.2 Scrutin uninominal majoritaire

Chaque votant vote pour son option préférée. Pour chaque option on compte le nombre d'électeurs l'ayant choisi, l'option avec le plus d'électeurs l'emporte.

## 4.2.1 Majorité relative ou absolue

### Majorité absolue

Dans le cas d'un scrutin à majorité absolue, l'option avec plus de 50% de vote est déclarée vainqueur. Dans le cas où aucune option n'atteint les 50%, une tour supplémentaire est généralement organisée. Ce tour supplémentaire peut être à la majorité relative dans une volonté de limiter le nombre de tour.



#### Pourquoi 50% ?



Pour certain scrutin plus important, le seuil est plus élevé que 50%, par exemple 60% ou 70%. En quoi est-ce que 50% est un bon choix, est-ce que ça veut dire que le choix de la moitié des votants n'a pas importance ?

### Majorité relative

Dans le cas d'un scrutin à majorité relative, l'option avec le plus de voix est choisie, quel que soit son pourcentage de voix. Il n'y a donc pas besoin d'un second tour s'il n'y a pas d'ex aequo. Ce scrutin est décrit dans l'algorithme 1 de la présente page.

---

#### Algorithme 1 Scrutin majoritaire uninominal à 1 tour

---

**Input:**  $votes[n^\circ \text{ du votant}] = n^\circ \text{ du choix favori}$

**Output:** Liste des  $n^\circ$  des choix vainqueurs

1. **for all**  $vote \leftarrow votes$  **do**
  2.      $total[vote]++$
  3. **end for**
  4. **return** Les indexes de  $\max(total)$
- 

## 4.2.2 Nombre de tour

Lors d'un scrutin à la majorité relative, un seul tour est nécessaire. Pour la variante à la majorité absolue, un candidat n'est pas forcément élu lors du premier tour. Dans ce dernier cas, un tour supplémentaire doit être organisé, les options les plus connues sont :

- Garder les 2 meilleurs candidats. C'est le dernier tour, il y en a forcément un qui aura plus de 50%<sup>1</sup>. C'est ce qui est utilisé pour l'élection présidentielle française. Ce scrutin est décrit dans l'algorithme 2 page suivante.
- Éliminer le pire des candidats, s'il y a encore plus que 2 candidats, il peut avoir encore d'autre tour. C'est ce qui est utilisé pour l'élection de chaque membre du conseil fédéral à partir du 3<sup>e</sup> tours.

Entre chaque tour les candidats ont habituellement la possibilité de se retirer du scrutin.

---

1. S'il n'y a pas ex aequo et que les votes blancs/nuls et abstentions n'influencent pas le résultat



### Qui éliminer ?



Habituellement, les candidats/options avec le moins de voix sont éliminés, mais est-ce vraiment ces électeurs qui sont le plus susceptibles de changer d'avis ? Est-ce qu'un électeur d'un des 2 candidats proche mutuellement n'aurait pas plus de facilité à changer son vote ?

---

## Algorithme 2 Scrutin majoritaire uninominal à 2 tour

---

**Input:**  $votes[n^\circ \text{ du votant}]$  = Liste des choix par ordre de préférence décroissante

**Output:** Liste des  $n^\circ$  des choix vainqueurs

```

1.  $majorité \leftarrow \frac{\text{len}(votes)}{2}$ 
2. for all  $vote \leftarrow votes$  do
3.    $choix \leftarrow vote[0]$  /* Premier choix du votant */
4.    $total[choix]++$ 
5. end for
6. if  $\max(total) > majorité$  then
7.   return Index de  $\max(total)$ 
8. end if
9.
10.  $restant \leftarrow$  index des 2 valeurs maximal de  $total$ 
11. vider  $total$ 
12. for all  $vote \leftarrow votes$  do
13.    $choix \leftarrow$  première valeur de  $vote$  se trouvant dans  $restant$ 
14.    $total[choix]++$ 
15. end for
16. if  $\max(total) > majorité$  then
17.   return Index de  $\max(total)$ 
18. else
19.   /* Les 2 choix restants sont ex-aequo */
20.   return  $restant$ 
21. end if
```

---

### 4.2.3 Élection étrange

Les tableaux 4.1 page suivante montrent les préférences d'un corps électoral et le résultat d'une votation avec un scrutin majoritaire à 1 tour.

On peut constater plus de 60% des électeurs (ii et iii) préfèrent B à A ou C à A. Cependant comme A a fait plus de voix que B ou C, c'est donc cette option qui est élue. Si B ou C s'était retiré avant le scrutin ou s'il y avait eu une candidature commune, A aurait été largement battu.



TABLE 4.1 – Cas limites d'un scrutin à la majorité relative (à 1 tour)

(a) Préférences des électeurs

36×			A	B	C	Classement
36%	13×	i	Ex	In	In	$A \succ B \succ C$
30%	11×	ii	In	Ex	Bi	$B \succ C \succ A$
33%	12×	iii	In	Bi	Ex	$C \succ B \succ A$

(b) Résultats du scrutin

Tour 1	
Opt.	Resultats
A	13 votes
C	12 votes
B	11 votes
$\Sigma$	36 votes

## 4.2.4 Évaluation

### À 2 tours

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	très mauvais	Une grande part de la population (>50%) peut être contre l'élu
Indépendance aux petits candidats	mauvais	Les petits candidats « vols » des voix aux autres
Quasi unanimité du vote	mauvais	Si les voix sont suffisamment divisé dans un des camps
Manipulabilité	mauvais	En empêchant un candidat d'accéder au second tour

### À 1 tour

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	très mauvais	Une grande part de la population (>50%) peut être contre l'élu
Indépendance aux petits candidats	mauvais	Les petits candidats « vols » des voix aux autres
Quasi unanimité du vote	mauvais	Si les voix sont suffisamment divisées dans un des camps
Manipulabilité	moyen	Si les candidats sont relativement proche dans leurs scores

## 4.3 Méthode Borda

Chaque votant classe tous ou parties des options dans l'ordre de leur préférence. Les candidats reçoivent des points en fonction de leur position dans l'ordre de chaque bulletin. Le/la vainqueur·e est celui qui a obtenu le plus de points.

### 4.3.1 Distribution des points

Dans la description de cette méthode de vote faite par J.-C. Borda donnait 1 point au candidat classé en dernier, puis un point supplémentaire pour l'avant-dernier et ainsi de suite jusqu'au premier

TABLE 4.2 – Méthode Borda différence entre les méthodes de distribution des points

(a) Préférences des électeurs				(b) Points classique		(c) Points moderne	
12×			Classement	Tour 1		Tour 1	
50%	6×	i	$A \succ B \succ C$	Opt.	Resultats	Opt.	Resultats
50%	6×	ii	$C$	A	18 points	C	24 points
				C	12 points	A	18 points
				B	12 points	B	12 points

candidat. Dans la pratique actuelle [1] les points sont distribués du premier au dernier  $(n, n-1, \dots, 1)$ . Si tous les électeurs classent l'ensemble des candidats, alors ces deux méthodes donnent le même résultat. Cependant lorsqu'on autorise le classement partiel, il y a des différences.

Pour éviter toute ambiguïté, je désignerais la méthode initialement décrite par Borda, la méthode Borda avec distribution des points **classiques** et la méthode distribuant les points à partir du premier candidat, distribution des points **moderne**.

Comme le montrent les tableaux 4.2 de la présente page, la méthode classique pousse les votants à classer un maximum de candidat et donc aide à la recherche d'un compromis convenant à tout le monde. Alors que la méthode moderne pousse plus à ne classer que le candidat favori, si on grande partie des votants choisissent de faire cela, on se retrouve dans une situation proche d'un scrutin majoritaire à majorité relative.

Les deux méthodes de distribution des points sont décrites dans les algorithmes 3 de la présente page et 4 page ci-contre.

---

**Algorithme 3** Méthode Borda (avec distribution des points classique)

---

**Input:**  $votes[n^\circ \text{ du votant}] =$  Liste des choix par ordre de préférence décroissante

**Output:** Liste des  $n^\circ$  des choix vainqueurs

```

1. for all  $vote \leftarrow votes$  do
2.    $point \leftarrow \text{len}(vote)$ 
3.   for all  $option \leftarrow vote$  do
4.      $total[option] \leftarrow total[option] + point$ 
5.      $point --$ 
6.   end for
7. end for
8. return Les indexes de  $\max(total)$ 
```

---

### 4.3.2 Manipulabilité de l'élection

Les tableaux 4.3a à 4.3c page suivante indique les préférences des électeurs, les tableaux 4.3d à 4.3f montrent la même élection avec une tentative de manipulation du vote.

Nous pouvons y constater que lorsqu'on utilise le décompte de points moderne, une petite proportion des électeurs (16%) arrivent à faire basculer le résultat à leur avantage.

---

[1]. Peter EMERSON. "The original Borda count and partial voting". In : *Soc. Choice Welf.* 40.2 (2013), p. 353-358. DOI : 10.1007/s00355-011-0603-9

**Algorithme 4** Méthode Borda (avec distribution des points moderne)**Input:**  $votes[n^\circ \text{ du votant}] =$  Liste des choix par ordre de préférence décroissante**Output:** Liste des  $n^\circ$  des choix vainqueurs

```

1. for all  $vote \leftarrow votes$  do
2.    $point \leftarrow$  Nombre d'option disponible
3.   for all  $option \leftarrow vote$  do
4.      $total[option] \leftarrow total[option] + point$ 
5.    $point \leftarrow -$ 
6.   end for
7. end for
8. return Les indexes de  $\max(total)$ 

```

TABLE 4.3 – Cas limites d'un scrutin utilisant la méthode Borda

(a) Préférences des électeurs				(b) Points classique		(c) Points moderne	
18×			Classement	Tour 1		Tour 1	
44%	8×	i	$A \succ C \succ B \succ D$	Opt.	Resultats	Opt.	Resultats
55%	10×	ii	$B \succ D \succ A \succ C$	B	56 points	B	56 points
				A	52 points	A	52 points
				D	38 points	D	38 points
				C	34 points	C	34 points

(d) Préférences des électeurs				(e) Points classique		(f) Points moderne	
18×			Classement	Tour 1		Tour 1	
27%	5×	i	$A \succ C \succ B \succ D$	Opt.	Resultats	Opt.	Resultats
16%	3×	ii	$A \succ C \succ D$	B	50 points	A	52 points
55%	10×	iii	$B \succ D \succ A \succ C$	A	49 points	B	50 points
				D	38 points	D	41 points
				C	31 points	C	34 points

### 4.3.3 Évaluation

#### Borda avec distribution des points classique

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	bien	L'avis des personnes n'ayant pas voté pour le gagnant influence le résultat.
Indépendance aux petits candidats	moyen	Les petits candidats offrent un avantage aux candidats proches. Dans le cas d'une élection équilibrée, ce n'est pas un problème.
Quasi unanimité du vote	moyen	Ne respecte pas ce critère, mais essaye de minimiser les personnes très mécontentes du résultat.
Manipulabilité	bien	Les électeurs ont tout intérêt à donner leurs vraies préférences en général

## Borda avec distribution des points moderne

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	bien	L'avis des personnes n'ayant pas voté pour le gagnant influence le résultat.
Indépendance aux petits candidats	bien	Les candidats non classés en premier n'influencent pas les points donnés au premier.
Quasi unanimité du vote	moyen	Ne respecte pas ce critère, mais essaye de minimiser les personnes très mécontentes du résultat.
Manipulabilité	mauvais	Les électeurs ont intérêt à classer moins bien leurs seconds choix pour avantager leur candidat favori.

## 4.4 Méthode de Condorcet

Les électeurs classent les candidats par ordre de préférence. Puis, sont simulés des duels entre chaque candidat au scrutin majoritaire. Le candidat ayant battu l'ensemble des autres candidats est élu.

### 4.4.1 Paradoxe de Condorcet

Le paradoxe de Condorcet, lors d'un vote par classement de 3 options (A, B, C). C'est qu'il peut avoir une majorité de votants préférant C à A, une autre majorité préférant B à C, et qu'une dernière majorité préfère A à B. Dans un tel cas, quelque soit l'option retenue, il y a toujours plus de 50% des votants qui seraient pour changer d'option.

Dans le cas où il y a un paradoxe de Condorcet, d'autres méthodes doivent être utilisées pour désigner le gagnant. Cela peut être une autre méthode de vote ou un algorithme spécifique.

### 4.4.2 Élection étrange

TABLE 4.4 – Scrutin à la Condorcet ne prenant pas en compte les perdants

(a) Préférences des électeurs				(b) Résultats du scrutin				
39×			Classement		A	B	C	D
33%	13×	i	$A \succ C \succ B \succ D$	A	–	26	26	26
33%	13×	ii	$A \succ C \succ D \succ B$	B	13	–	0	26
33%	13×	iii	$C \succ B \succ D$	C	13	39	–	39
				D	13	13	0	–

Les tableaux 4.4 de la présente page montrent un scrutin effectué avec la méthode de Condorcet, donnant vainqueur A. L'option C a été classée en première ou deuxième position par l'ensemble des électeurs, alors que l'option vainqueure (A) a été refusée sèchement par un tiers des électeurs. Dans ce scrutin l'avis d'un tiers de la population a purement été ignoré.

### 4.4.3 Évaluation

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	mauvais	Seul l'avis de la majorité est prise en compte, l'avis des 49% restant est ignoré
Indépendance aux petits candidats	bien	Lorsqu'il y a un unique vainqueur, la méthode est mathématiquement résistant au petit candidat
Quasi unanimité du vote	bien	Lorsqu'il y a un unique vainqueur, ce critère est forcément respecté
Manipulabilité	bien	Le système de vote pousse les électeurs à donner leur vraie préférence

## 4.5 Vote par approbation

Chaque électeur indique le ou les candidats qu'il trouve acceptable d'être élu. Le candidat ayant reçu le plus d'approbation est élu. Ce système est facile à mettre en place pour les élections actuelles, car il suffirait d'autoriser les électeurs à glisser plusieurs bulletins différents dans l'urne.

### 4.5.1 Élection étrange

TABLE 4.5 – Vote par approbation : cas étrange

(a) Préférences des électeurs

20×	A	B	C	D	Classement
25% 5× i	Bi	Ex	In	–	$B \succ A \succ C$
25% 5× ii	–	Ex	Pa	Bi	$B \succ D \succ C$
25% 5× iii	Ex	Co	Pa	–	$A \succ B \succ C$
25% 5× iv	Bi	–	In	Co	$A \succ D \succ C$

(b) Résultats

Tour 1	
Opt.	Resultats
C	20 approbations
B	15 approbations
A	15 approbations
D	10 approbations

Dans l'élection représentée dans les tableaux 4.5 de la présente page, l'option C gagne alors que 75% de l'électorat lui préfère largement A et 75% lui préfère B.

### 4.5.2 Évaluation

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	correct	L'avis des perdants est pris en compte, cependant on ne peut indiquer que l'on ne veut pas de 2 candidats, mais que malgré tous, l'un des deux nous est moins défavorable.
Indépendance aux petits candidats	bien	Chaque candidat as un score propre, ne dépendant pas des autres candidats.
Quasi unanimité du vote	mauvais	Ne respecte pas ce critère
Manipulabilité	bien	Cette méthode est faiblement manipulable.

## 4.6 Jugement majoritaire

Chaque électeur donne une évaluation à chaque candidat. Chaque candidat reçoit une évaluation finale qui correspond à l'évaluation médiane qu'il a reçue (donc il y a au moins 50% des électeurs qui ont donné cette évaluation ou plus). Le candidat élu est celui avec l'évaluation la plus élevée. Ce scrutin est décrit dans l'algorithme 5 de la présente page.

L'évaluation peut être numérique, par exemple une note sur 20. Mais il n'est absolument pas sûr qu'une note de 12/20 ait la même signification pour tous les électeurs, ce qui pose problème pour interpréter les résultats. Une autre technique consiste à donner des appréciations à chaque candidat (excellent, bien, passable ...), l'avantage est que si les termes en français sont bien choisis, ils ont à peu près la même signification pour tous.

Pour les exemples de ce document, ce sont des appréciations qui ont été choisies :

Excellent > Bien > Correct > Passable > Insuffisant > À rejeter

---

### Algorithme 5 Scrutin au jugement majoritaire

---

**Input:**  $votes[n^{\circ} \text{ du votant}][n^{\circ} \text{ de l'option}]$  = Le jugement de l'option (5 = parfait ; 0 = À rejeter)

**Output:** Liste des n° des choix vainqueurs

1.  $majorité \leftarrow \frac{\text{len}(votes)}{2}$
  2. **for all**  $vote \leftarrow votes$  **do**
  3.     **for all**  $option \leftarrow vote$  **do**
  4.          $jugement \leftarrow vote[option]$
  5.          $total[option][jugement] ++$
  6.     **end for**
  7. **end for**
- 



#### TODO



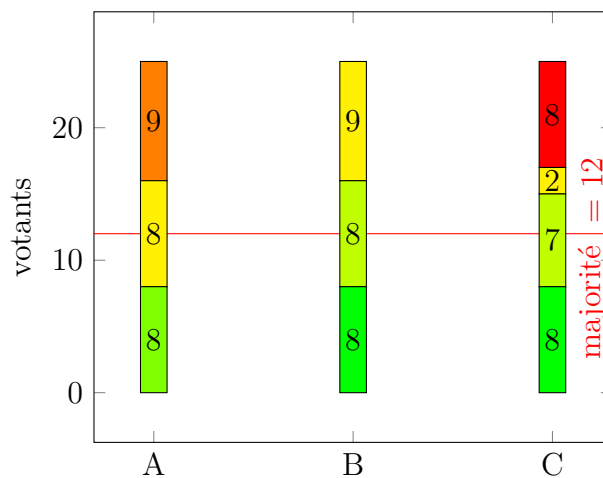
Écrire la fin de l'algorithme

TABLE 4.6 – Jugement majoritaire: manipulabilité du vote

(a) Préférences des électeurs

25×			A	B	C
32%	8×	i	Bi	Ex	—
8%	2×	ii	In	Pa	Pa
28%	7×	iii	In	Pa	Co
32%	8×	iv	Pa	Co	Ex

(b) Résultats

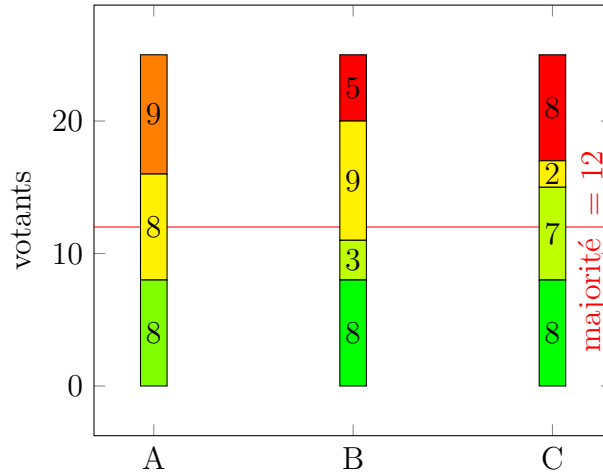


Opt.	Mention	avec
B	Correct	16 votes
C	Correct	15 votes
A	Passable	16 votes

(c) Tentative de manipulation

25×			A	B	C
32%	8×	i	Bi	Ex	—
8%	2×	ii	In	Pa	Pa
28%	7×	iii	In	Pa	Co
12%	3×	iv	Pa	Co	Ex
20%	5×	v	Pa	—	Ex

(d) Résultats



Opt.	Mention	avec
C	Correct	15 votes
B	Passable	20 votes
A	Passable	16 votes

### 4.6.1 Vote utile

Les tableaux 4.6 page précédente montrent une élection normale, puis la même élection avec une tentative de manipulation de la part de 20% des électeurs. Ces électeurs ont choisi de modifier leur vote en donnant une mauvaise jugement au candidat B qu'ils trouvaient initialement correct.

### 4.6.2 Évaluation

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	mauvais	L'avis des 49% de la population est ignorée.
Indépendance aux petits candidats	bien	Chaque candidat a une évaluation propre ne dépendant pas des autres candidats.
Quasi unanimité du vote	mauvais	Seul l'avis médian est pris en compte
Manipulabilité	correct	La manipulation n'est pas évidente, car il faut modifier la médian

## 4.7 Méthode de Coombs et vote alternatif

Chaque votant classe tous ou parties des options dans l'ordre de leur préférence. Puis on simule un scrutin à la majorité absolue sans limites de nombre de tours, en retirant le pire candidat entre chaque tour.

### 4.7.1 Vote alternatif

Aussi appelé vote préférentiel, transférable ou Méthode de R, le vote alternatif retire à chaque tour le candidat ayant été classé le moins souvent en première position. C'est donc une simulation exacte d'un scrutin à la majorité absolue sans limites de nombre de tours, mais en retirant la possibilité de réflexion entre chaque tour. Il a donc les mêmes désavantages que ce dernier (voir [section 4.2](#) page 12).

### 4.7.2 Méthode de Coombs

La méthode de Coombs retire à chaque tour le candidat ayant été classé le plus souvent en dernière position. Cette méthode à l'avantage

### 4.7.3 Exemple

Les tableaux 4.7 page suivante montrent qu'il y a une réelle différence entre les 2 méthodes



TABLE 4.7 – Exemple de scrutin méthode de Coombs et vote alternatif

(a) Préférences des électeurs

36×			A	B	C	Classement
36%	13×	i	Ex	In	In	$A \succ B \succ C$
30%	11×	ii	In	Ex	Bi	$B \succ C \succ A$
33%	12×	iii	In	Bi	Ex	$C \succ B \succ A$

(b) Coombs

Tour 1		Tour 2	
Opt.	Resultats	Opt.	Resultats
A	13 votes	B	24 votes
C	12 votes	C	12 votes
B	11 votes	Σ	36 votes
Σ	36 votes		

(c) Vote alternatif

Tour 1		Tour 2	
Opt.	Resultats	Opt.	Resultats
A	13 votes	C	23 votes
C	12 votes	A	13 votes
B	11 votes	Σ	36 votes
Σ	36 votes		

## 4.7.4 Évaluation

### Méthode de Coombs

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	correct	En retirant le candidat le plus souvent en dernière position, on prend en compte l'avis des perdants. Cela ne suffit pas pour s'assurer qu'il n'y a pas de meilleurs candidats dans le cas où un candidat est élu à 51%
Indépendance aux petits candidats	mauvais	Les petits candidats « vols » des voix aux autres
Quasi unanimité du vote	mauvais	Si les voix sont suffisamment divisées dans un des camps
Manipulabilité	À évaluer	

### Vote alternatif

Critère	Évaluation	Raison
Avis des perdants	mauvais	L'avis de ceux n'ayant pas choisi le vainqueur n'est pas pris en compte.
Indépendance aux petits candidats	mauvais	Les petits candidats « vols » des voix aux autres
Quasi unanimité du vote	mauvais	Si les voix sont suffisamment divisées dans un des camps
Manipulabilité	À évaluer	



# Deuxième partie

## Annexes



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Cahier des charges</b>	<b>1</b>
1.1	Résumé du problème	1
1.1.1	Descriptif	1
1.1.2	Contexte	1
1.2	Cahier des charges	1
1.2.1	Objectif principal	1
1.2.2	Livrables	2
<b>2</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
2.1	Type de méthode de scrutin analyser	3
2.2	candidat vs options	3
2.3	Vote blanc/nuls/abstentions dans les simulations	3
2.4	Exemple fictif	3
2.5	referendum cas particulier d'une élection	3
2.6	Définition et abréviation	3
<b>I</b>	<b>Analyse des différents types de scrutins</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Critère de comparaison</b>	<b>7</b>
3.1	Avis des perdants	7
3.2	Indépendance à la présence de candidat perdant	7
3.2.1	Théorème d'impossibilité d'Arrow	7
3.3	Quasi-unanimité du vote	8
3.4	Manipulabilité et vote utile	8
3.4.1	Vote utile	8
3.4.2	Manipulabilité du résultat et corruption	8
3.5	Autre critère non pris en compte	8
3.5.1	Votes blancs, nuls et abstentions	8
3.5.2	Corps électoral	9
3.5.3	Réflexion et débat	10
<b>4</b>	<b>Les scrutins</b>	<b>11</b>
4.1	Scrutin proportionnel plurinominal	12
4.2	Scrutin uninominal majoritaire	12
4.2.1	Majorité relative ou absolue	13
4.2.2	Nombre de tour	13
4.2.3	Élection étrange	14
4.2.4	Évaluation	15

4.3	Méthode Borda . . . . .	15
4.3.1	Distribution des points . . . . .	15
4.3.2	Manipulabilité de l'élection . . . . .	16
4.3.3	Évaluation . . . . .	17
4.4	Méthode de Condorcet . . . . .	18
4.4.1	Paradoxe de Condorcet . . . . .	18
4.4.2	Élection étrange . . . . .	18
4.4.3	Évaluation . . . . .	19
4.5	Vote par approbation . . . . .	19
4.5.1	Élection étrange . . . . .	19
4.5.2	Évaluation . . . . .	19
4.6	Jugement majoritaire . . . . .	20
4.6.1	Vote utile . . . . .	22
4.6.2	Évaluation . . . . .	22
4.7	Méthode de Coombs et vote alternatif . . . . .	22
4.7.1	Vote alternatif . . . . .	22
4.7.2	Méthode de Coombs . . . . .	22
4.7.3	Exemple . . . . .	22
4.7.4	Évaluation . . . . .	23

## II Annexes 25

### Table des matières 27

### Table des figures 29

### Liste des tableaux 31

### Bibliographie 33

### Index 35

### Listings 37

## Table des figures





# Liste des tableaux

3.1	Suisse : Initiative populaire « 99 % » . . . . .	10
4.1	Cas limites d'un scrutin à la majorité relative (à 1 tour) . . . . .	15
4.2	Méthode Borda différence entre les méthodes de distribution des points . . . . .	16
4.3	Cas limites d'un scrutin utilisant la méthode Borda . . . . .	17
4.4	Scrutin à la Condorcet ne prenant pas en compte les perdants . . . . .	18
4.5	Vote par approbation : cas étrange . . . . .	19
4.6	Jugement majoritaire : manipulabilité du vote . . . . .	21
4.7	Exemple de scrutin méthode de Coombs et vote alternatif . . . . .	23



# Bibliographie

- [1] Peter EMERSON. “The original Borda count and partial voting”. In : *Soc. Choice Welf.* 40.2 (2013), p. 353-358. DOI : [10.1007/s00355-011-0603-9](https://doi.org/10.1007/s00355-011-0603-9) (cf. p. 16).



# Index

TODO, [iii](#), [20](#)



# Listings





# Listes des algorithmes

1	Scrutin majoritaire uninominal à 1 tour . . . . .	13
2	Scrutin majoritaire uninominal à 2 tour . . . . .	14
3	Méthode Borda (avec distribution des points classique) . . . . .	16
4	Méthode Borda (avec distribution des points moderne) . . . . .	17
5	Scrutin au jugement majoritaire . . . . .	20

## Liste des bclogo

TODO, *page iii*

Décompte de vote blancs non-neutre, *page 9*

Droit de vote en Suisse, *page 9*

Définition de la majorité, *page 12*

Pourquoi 50% ?, *page 13*

Qui éliminer ?, *page 14*

TODO, *page 20*



