

MBA⁺

Artificial Intelligence &
Machine Learning



Human-Centered Data & AI

“

Regressão Linear

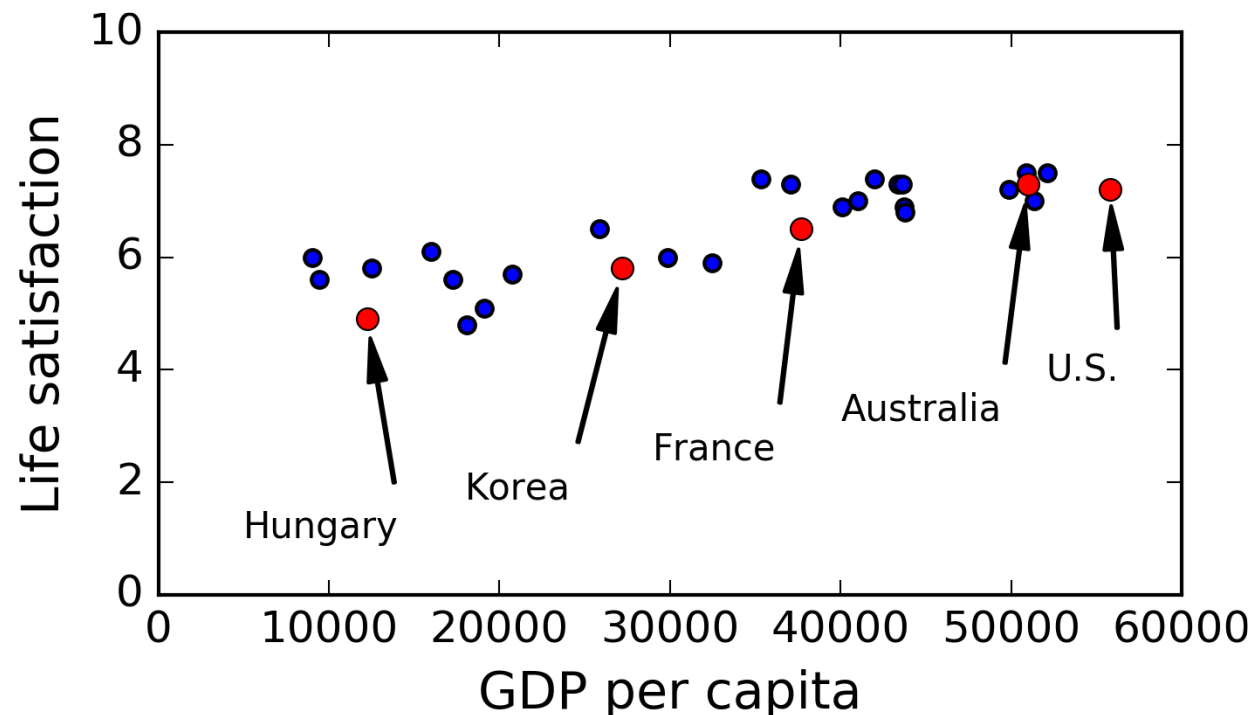
Regressão Linear

Dinheiro traz felicidade?

Country	GDP per capita (\$US)	Life satisfaction
Hungary	12240,0	4,9
Korea	27195,0	5,8
France	37675,0	6,5
Australia	50962,0	7,3
United States	55805,0	7,2



O que acham?
Podemos usar uma função?



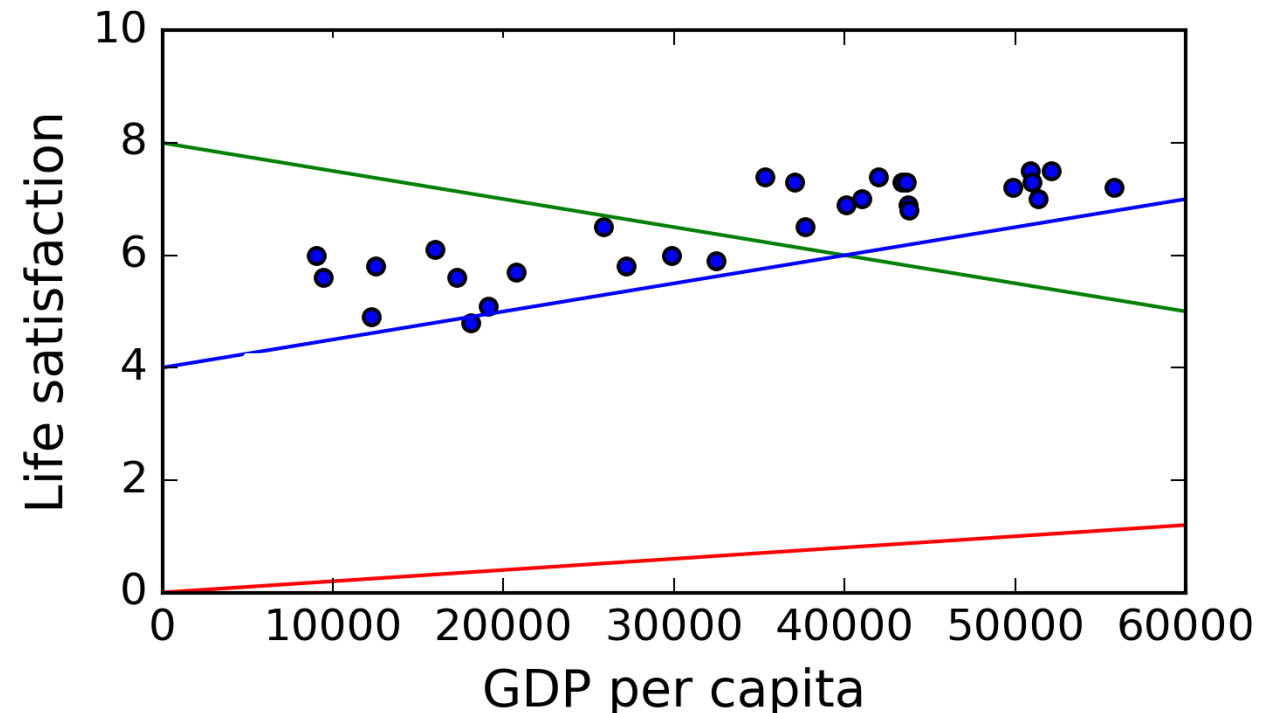
Regressão Linear

Dinheiro traz felicidade?

Country	GDP per capita (\$US)	Life satisfaction
Hungary	12240,0	4,9
Korea	27195,0	5,8
France	37675,0	6,5
Australia	50962,0	7,3
United States	55805,0	7,2



Diversas possibilidades
Qual é a melhor e porque?



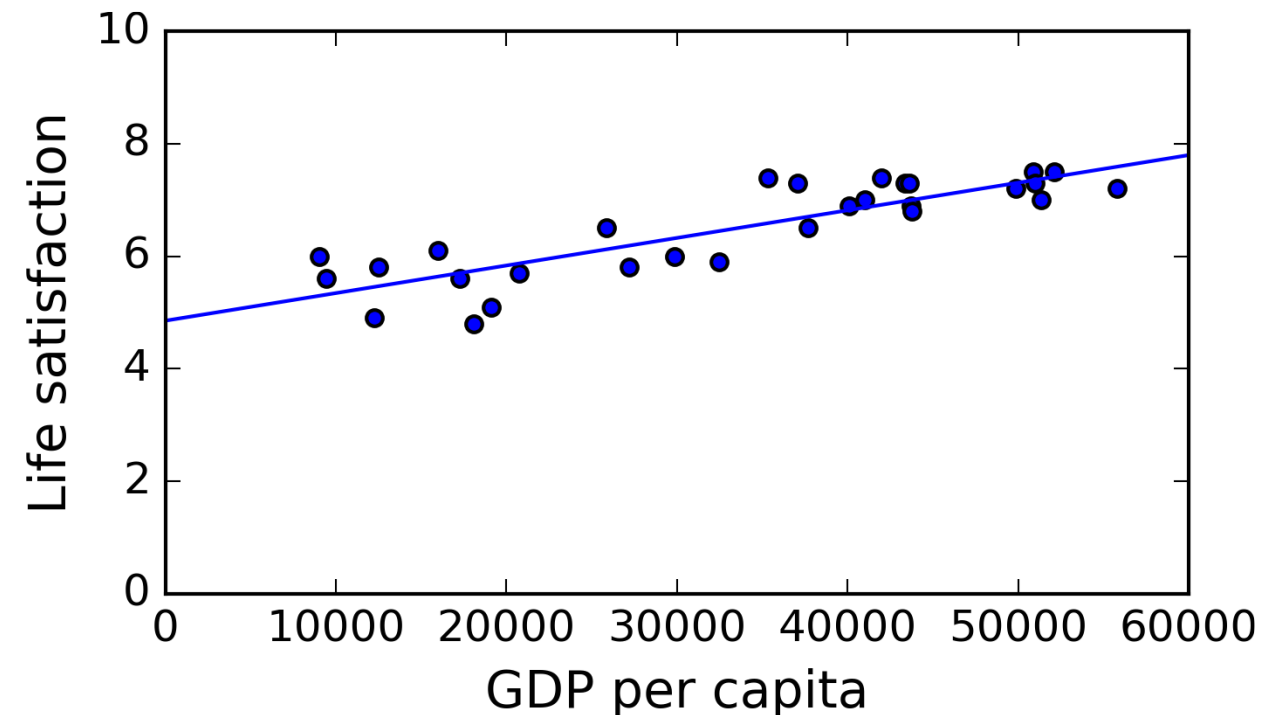
Regressão Linear

Dinheiro traz felicidade?

Country	GDP per capita (\$US)	Life satisfaction
Hungary	12240,0	4,9
Korea	27195,0	5,8
France	37675,0	6,5
Australia	50962,0	7,3
United States	55805,0	7,2



Melhor ajuste



Regressão Linear

Objetivo: “prever” o valor de y (qualidade de vida) usando dados observados de x (renda per capita).

Abordagem: podemos usar uma reta (ou hiperplano, para mais dimensões). Assim:

$$y = f(x)$$

Qual é a cara dessa função?

Regressão Linear

Abordagem supervisionada simples

Assume uma dependência linear entre a variável resposta Y e os valores X_1, X_2, \dots, X_p

Assume-se o modelo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p$$

Sendo $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ coeficientes aprendidos pelo modelo

Regressão Linear

A fim de encontrar o hiperplano de que melhor se ajusta aos dados, devemos minimizar o erro quadrático médio obtido por ele

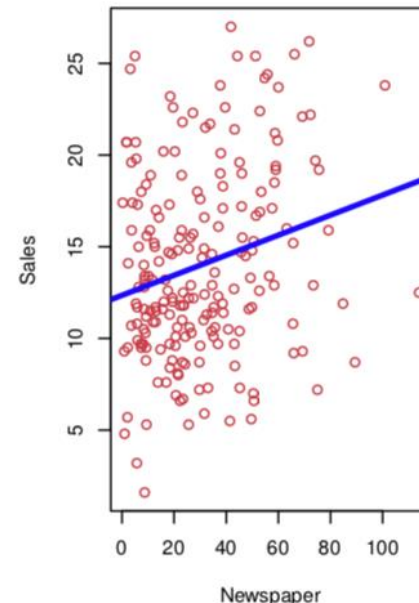
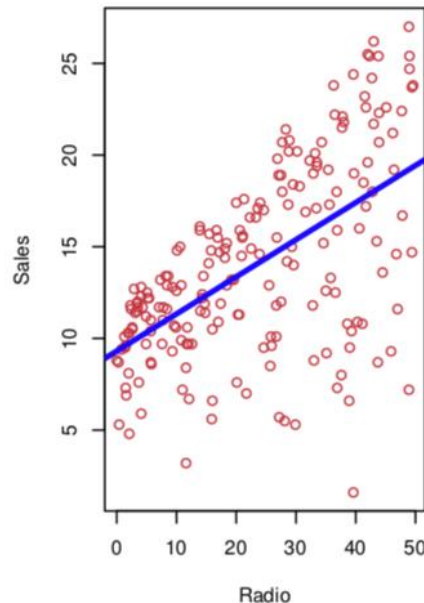
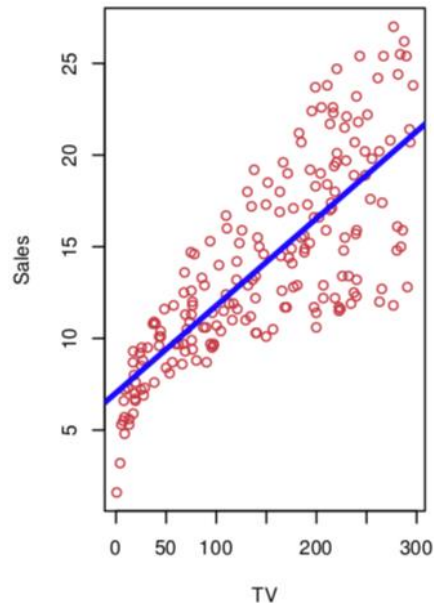
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y} - y)^2}{n}}$$

onde \hat{y} é o valor predito, y é o valor real e n o número de exemplos

É muito importante utilizar $(\hat{y} - y)^2$, caso contrário um erro negativo (valor predito menor que o real) cancelaria um positivo (valor predito maior que o real)

Regressão Linear

- Há alguma relação entre aumento de vendas e propaganda?
- Qual mídia contribui mais para as vendas?



Regressão Linear

- Abordagem supervisionada simples
- Assume uma dependência linear entre a variável resposta Y e os valores X_1, X_2, \dots, X_p
- Assume-se o modelo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p$$

Sendo $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ coeficientes aprendidos pelo modelo

Regressão Linear

- Para o exemplo do slide 5, foi obtida a seguinte equação do hiperplano:

$$Vendas = 2,939 + 0,046 \times TV + 0,189 \times radio + 0.01 \times Jornal$$

Regressão Linear

- Para o exemplo do slide 5, foi obtida a seguinte equação do hiperplano:

$$Vendas = 2,939 + 0,046 \times TV + 0,189 \times radio + 0.01 \times Jornal$$

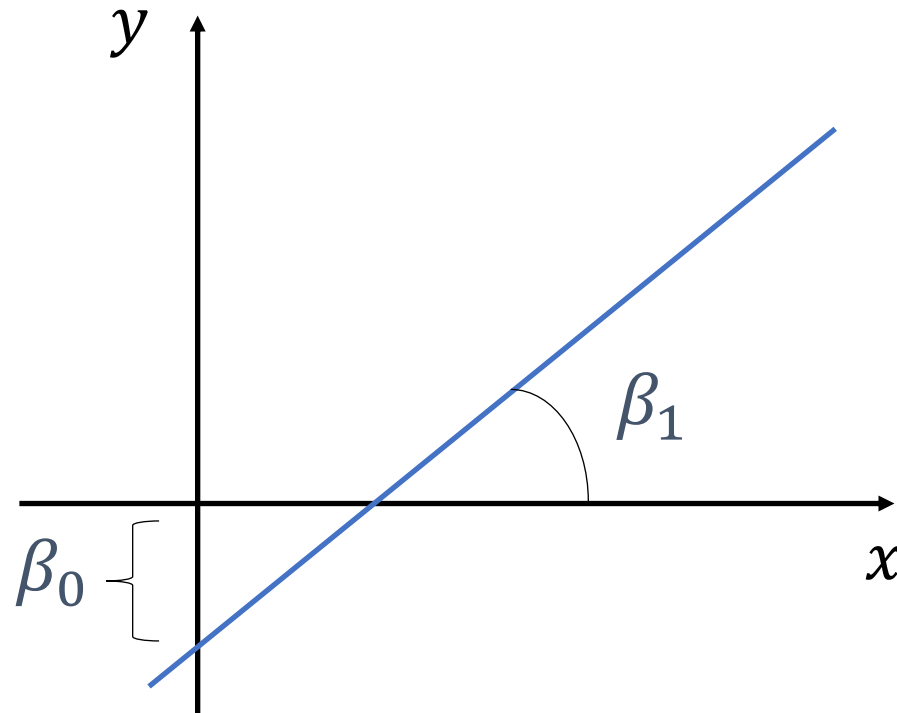
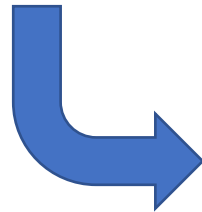
- caso nenhuma ação de propaganda seja feita as vendas serão de 2,939
- Mantendo todos os outros valores constantes, a cada uma unidade aumentada nas ações por TV, as vendas aumentam 0,046
- A influência da utilização de jornal é quase nula

Regressão Linear

Reta

- β_0 : deslocamento
- β_1 : inclinação

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

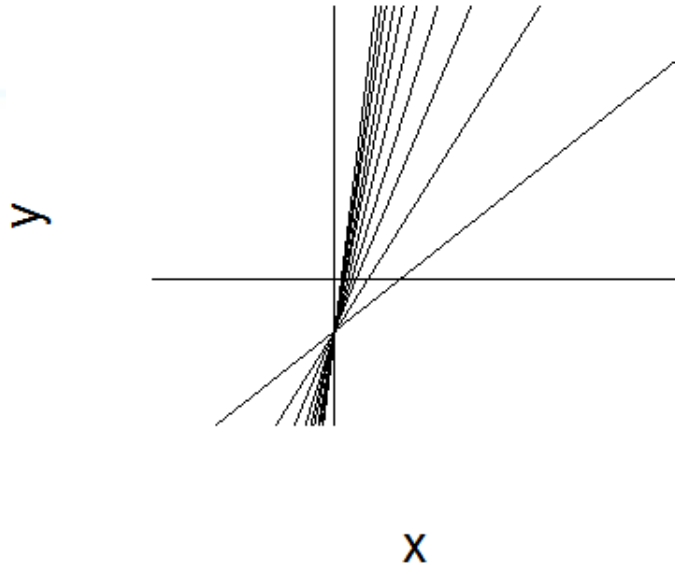


Regressão Linear

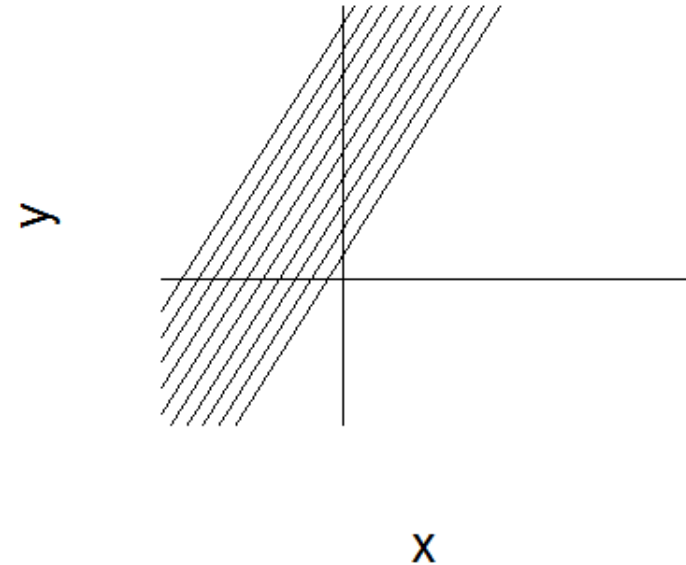
Reta

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

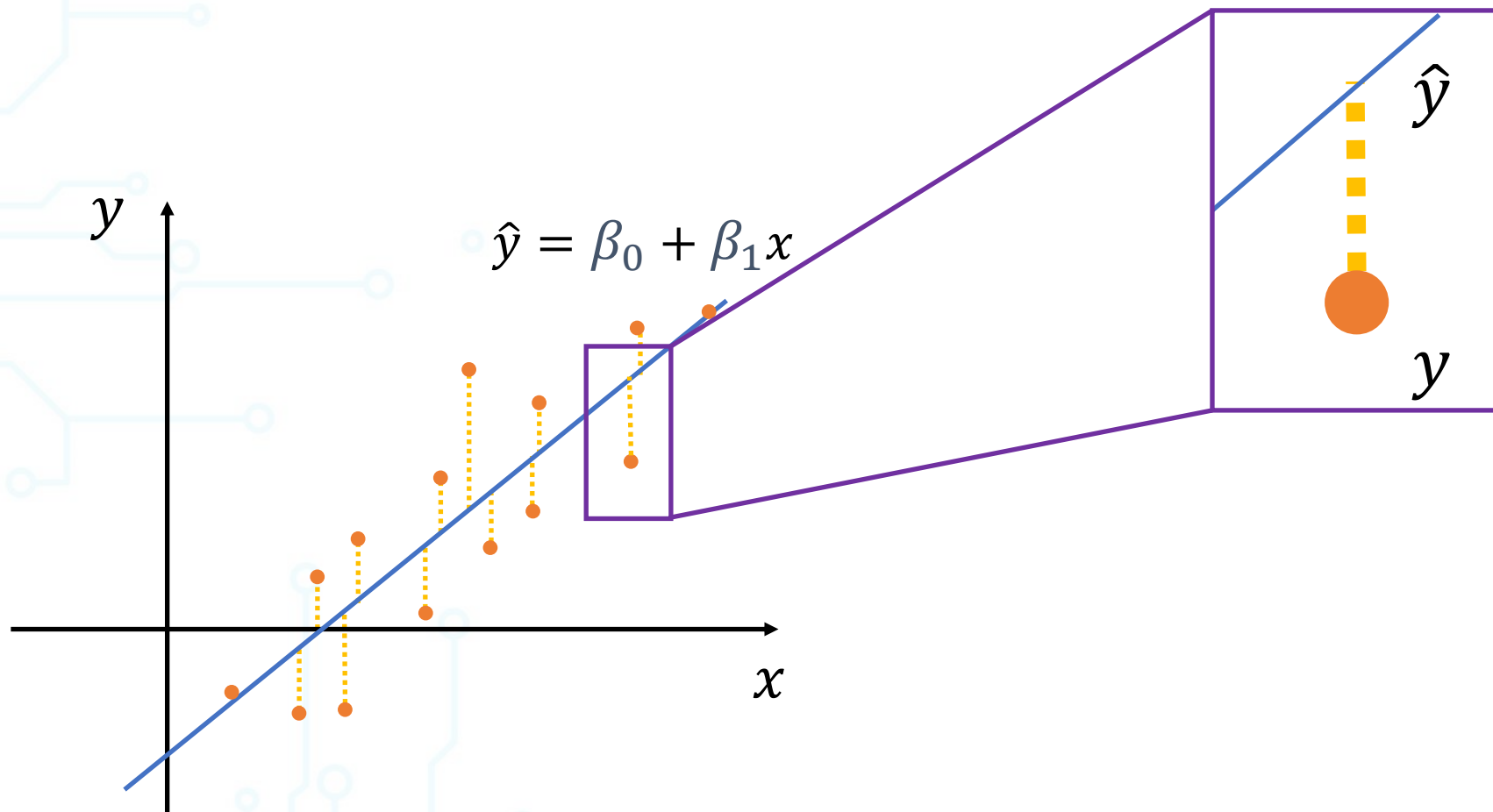
β_0 fixo; β_1 variável



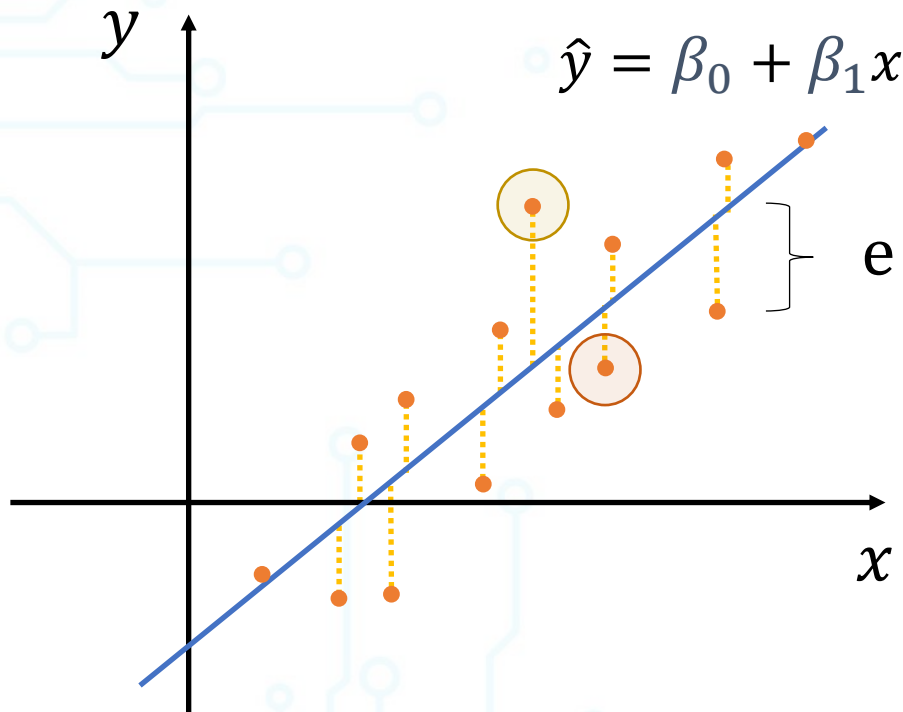
β_0 variável; β_1 fixo



Regressão Linear



Regressão Linear



$$e = y - \hat{y}$$

$$e = y - (\beta_0 + \beta_1 x)$$

Positivo

$$y - \hat{y} > 0$$

Negativo

$$y - \hat{y} < 0$$

Solução?

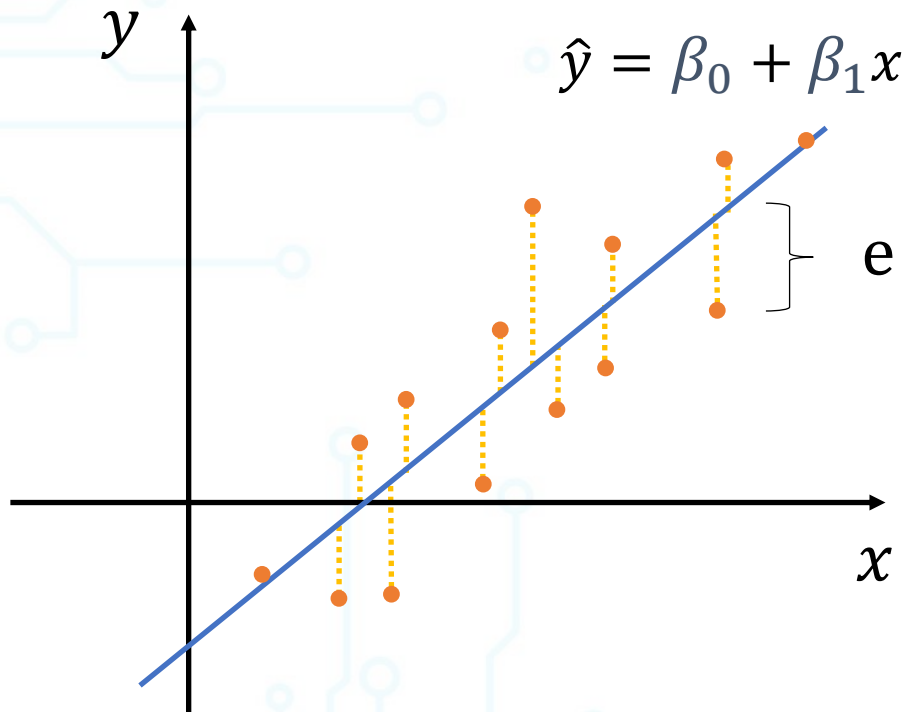
$$(y - \hat{y})^2$$

$$|y - \hat{y}|$$



Regressão Linear

Como avaliar o erro total?



Erro quadrático
médio
(MSE)

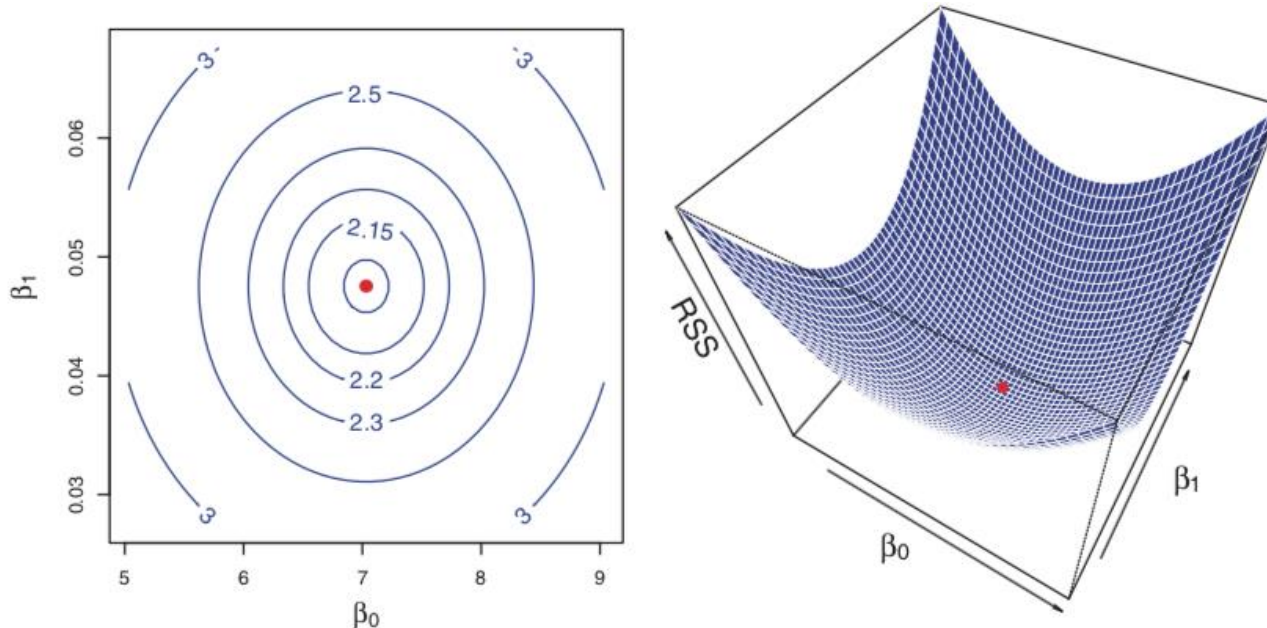
$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

Erro absoluto
médio
(MAE)

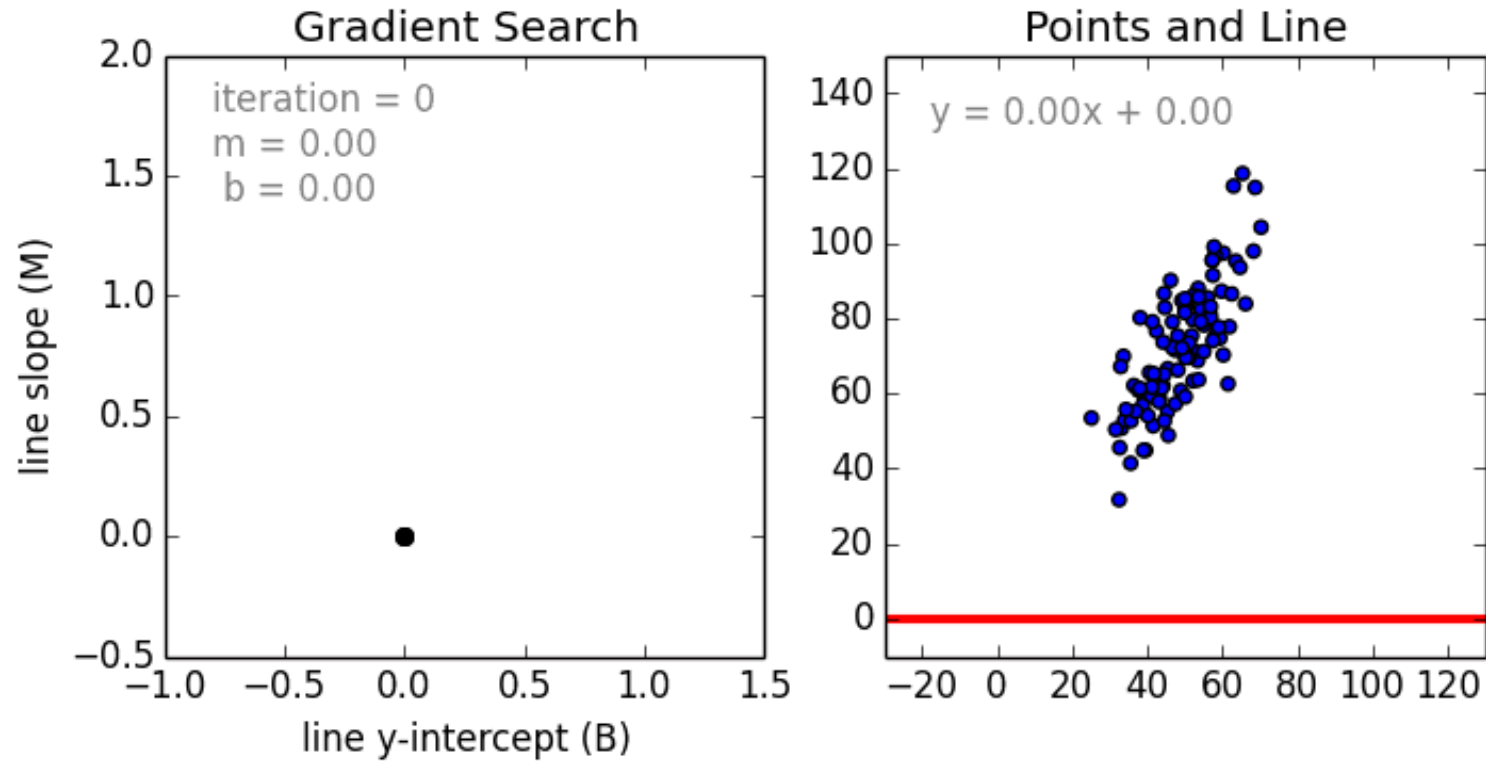
$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

Regressão Linear

- Como a função RMSE é convexa, é possível encontrar o valor mínimo por meio de algoritmos de otimização



Regressão Linear



Regressão Linear

Peso Altura



Pessoa 1

80 kg

163



Pessoa 2

85 kg

168



Pessoa 3

90 kg

175



Pessoa 4

95 kg

188

Regressão Linear

Peso Altura



Pessoa 1

80 kg

163



Pessoa 2

85 kg

168



Pessoa 3

90 kg

175



Pessoa 4

95 kg

188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

Regressão Linear

Peso Altura



Pessoa 1

80 kg

163



Pessoa 2

85 kg

168



Pessoa 3

90 kg

175



Pessoa 4

95 kg

188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$\hat{y} = 310,4$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$\hat{y} = 310,4$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$\text{MSE} = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$


$$MSE = (80 - 310,4)^2$$


$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

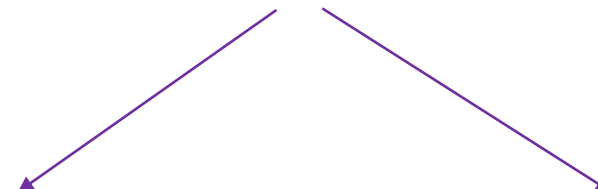
$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$



Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$\text{MSE} = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$


$$\text{MSE} = 53.084,16$$


$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$


$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$


$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$


$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$


$$\hat{y} = 362,3$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$MSE = (80 - 362,3)^2$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$


$$\hat{y} = 362,3$$


$$MSE = (80 - 362,3)^2$$


$$MSE = 79.693,29$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$\hat{y} = 258,5$$


$$MSE = (80 - 362,3)^2$$


$$MSE = 79.693,29$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = (80 - 362,3)^2$$


$$MSE = (80 - 258,5)^2$$


$$MSE = 79.693,29$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = (80 - 362,3)^2$$


$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

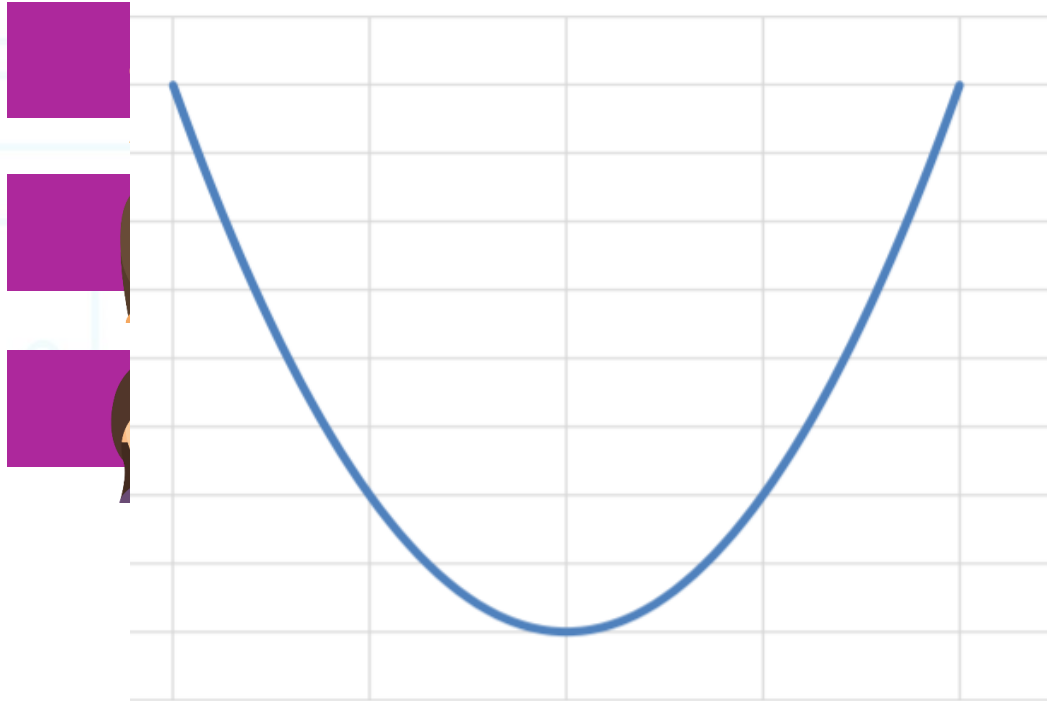
$$MSE = 79.693,29$$

$$MSE = 31.862,25$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = (80 - 362,3)^2$$

$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

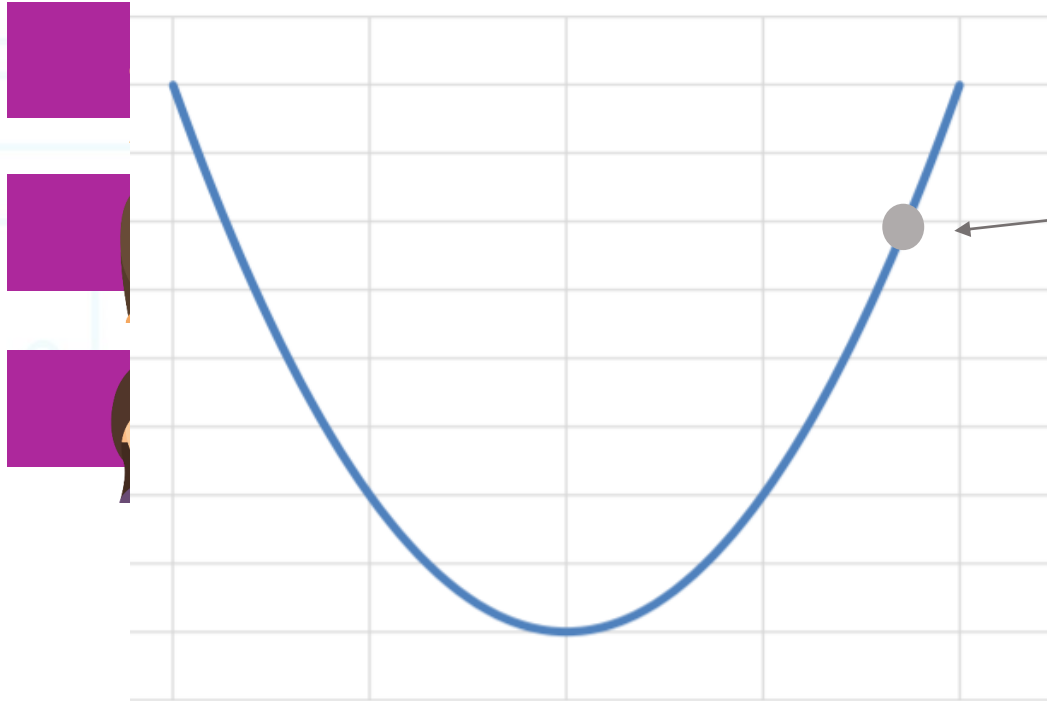
$$MSE = 79.693,29$$

$$MSE = 31.862,25$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = (80 - 362,3)^2$$


$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

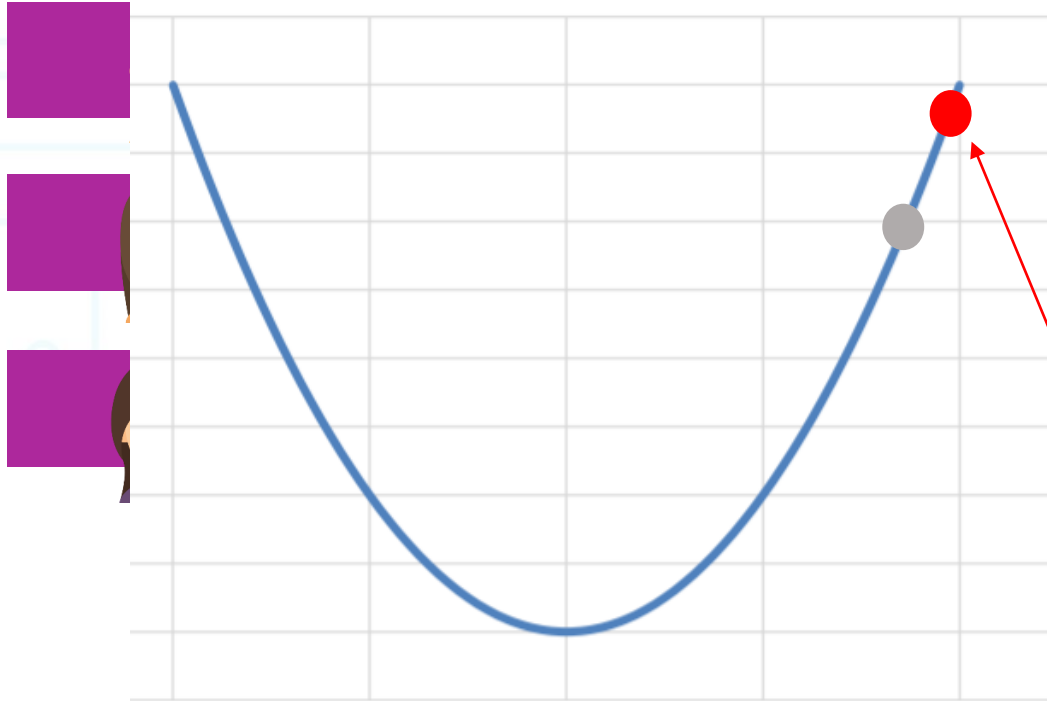
$$MSE = 79.693,29$$

$$MSE = 31.862,25$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = (80 - 362,3)^2$$


$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

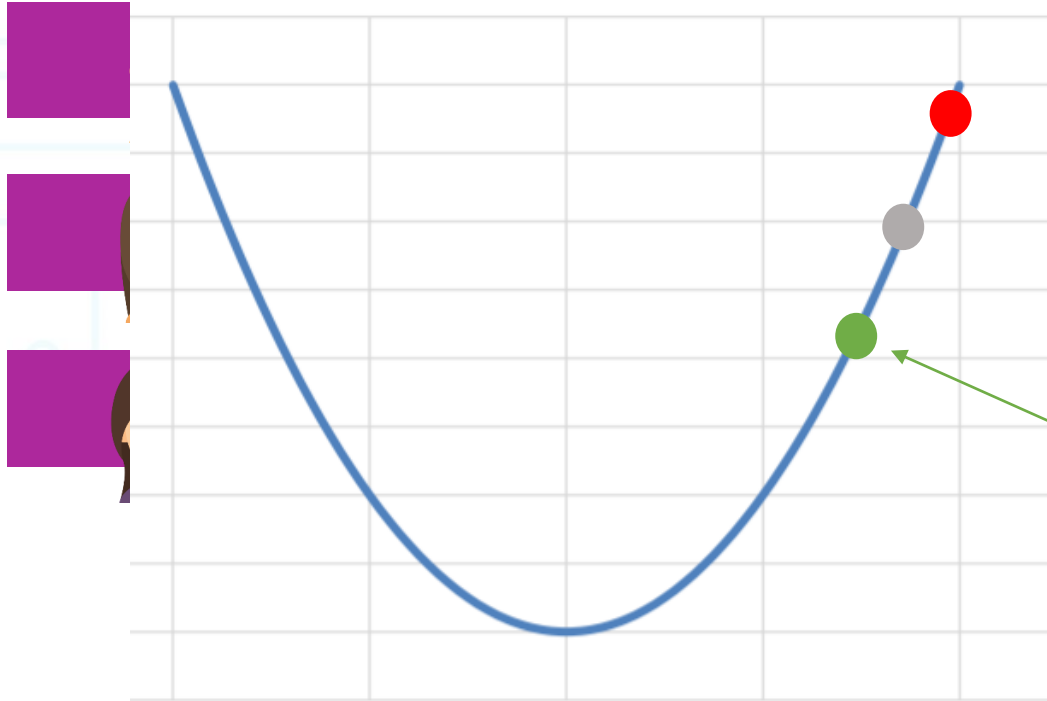
$$MSE = 79.693,29$$

$$MSE = 31.862,25$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 \times 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 20 + 2,1 \times 163$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 \times 163$$

$$\hat{y} = 362,3$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = (80 - 362,3)^2$$

$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

$$MSE = 79.693,29$$

$$MSE = 31.862,25$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 x 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 x 163$$

$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = 31.862,25$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 x 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 x 163$$

$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = 31.862,25$$

$$\hat{y} = 10 + 1,1 x 168$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 x 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 x 163$$

$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = 31.862,25$$

$$\hat{y} = 10 + 1,1 x 168$$

$$\hat{y} = 194,8$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 x 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 x 163$$

$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = 31.862,25$$

$$\hat{y} = 10 + 1,1 x 168$$

$$MSE = (85 - 194,8)^2$$

$$\hat{y} = 194,8$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 17 + 1,8 x 163$$

$$MSE = (80 - 310,4)^2$$

$$\hat{y} = 310,4$$

$$MSE = 53.084,16$$

$$\hat{y} = 14 + 1,5 x 163$$

$$MSE = (80 - 258,5)^2$$

$$\hat{y} = 258,5$$

$$MSE = 31.862,25$$

$$\hat{y} = 10 + 1,1 x 168$$

$$MSE = (85 - 194,8)^2$$

$$\hat{y} = 194,8$$

$$MSE = 12.056,04$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$\hat{y} = 147$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$\text{MSE} = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$\hat{y} = 147$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{MSE} = (90 - 147)^2$$

$$\text{MSE} = 3.249$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$\text{MSE} = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$\text{MSE} = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$



Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$\hat{y} = 97$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$\text{MSE} = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$\text{MSE} = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$\text{MSE} = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$\text{MSE} = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$

$$\hat{y} = 38,6$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$\text{MSE} = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$\text{MSE} = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$\text{MSE} = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$\text{MSE} = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$

$$\text{MSE} = (95 - 38,6)^2$$

$$\hat{y} = 38,6$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$

$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

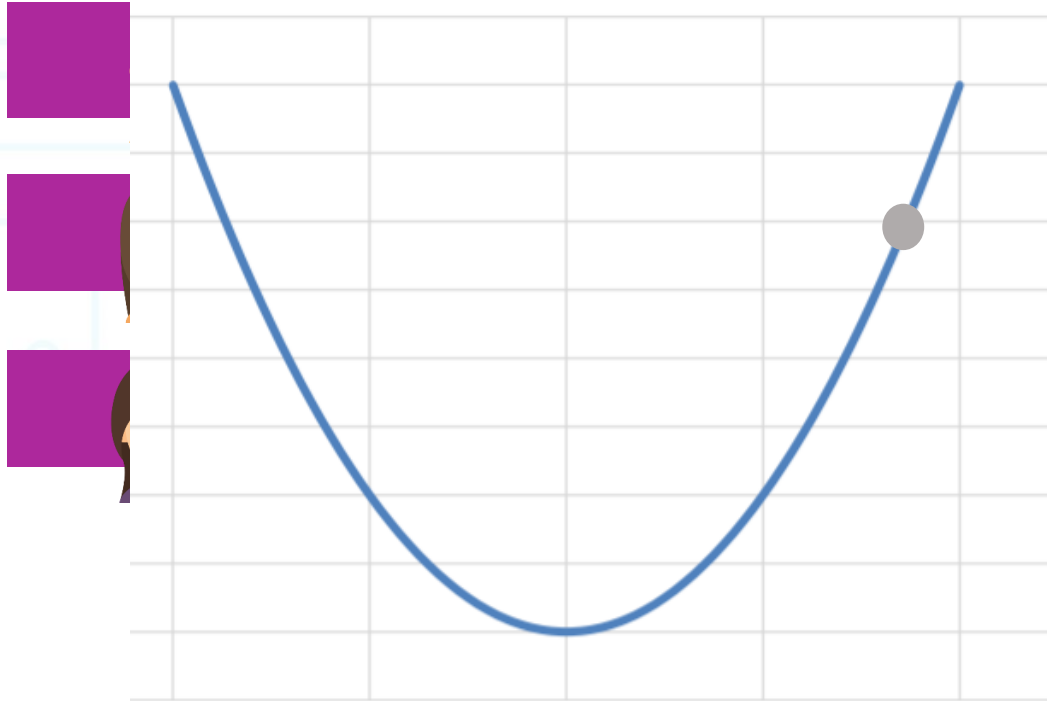
$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$

$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

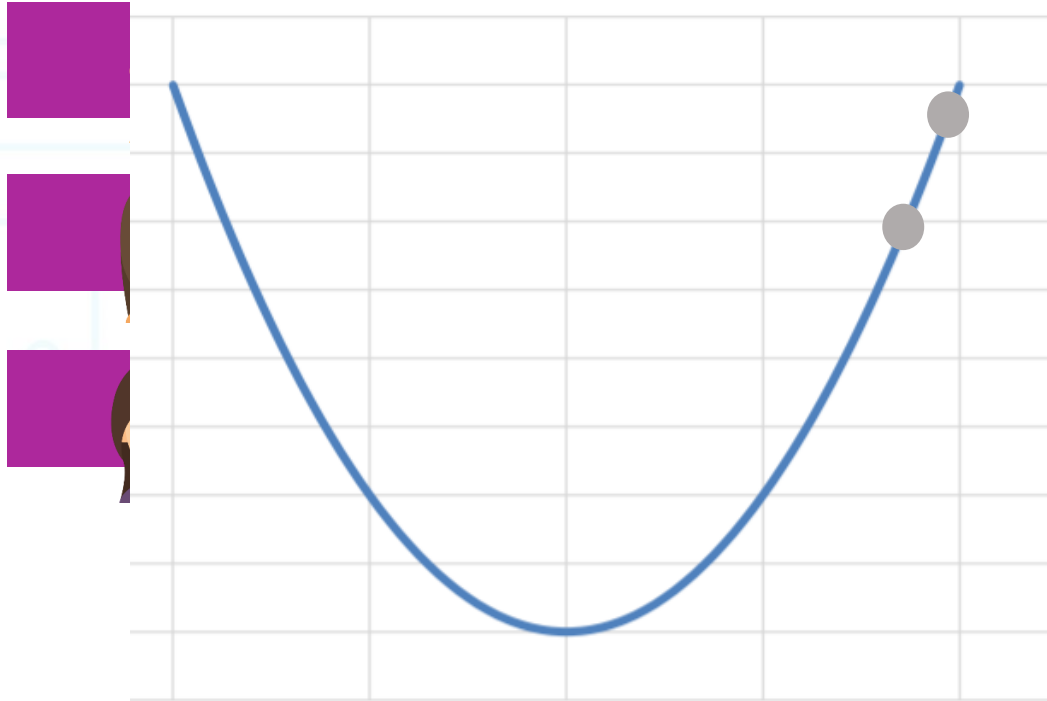
$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$


$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

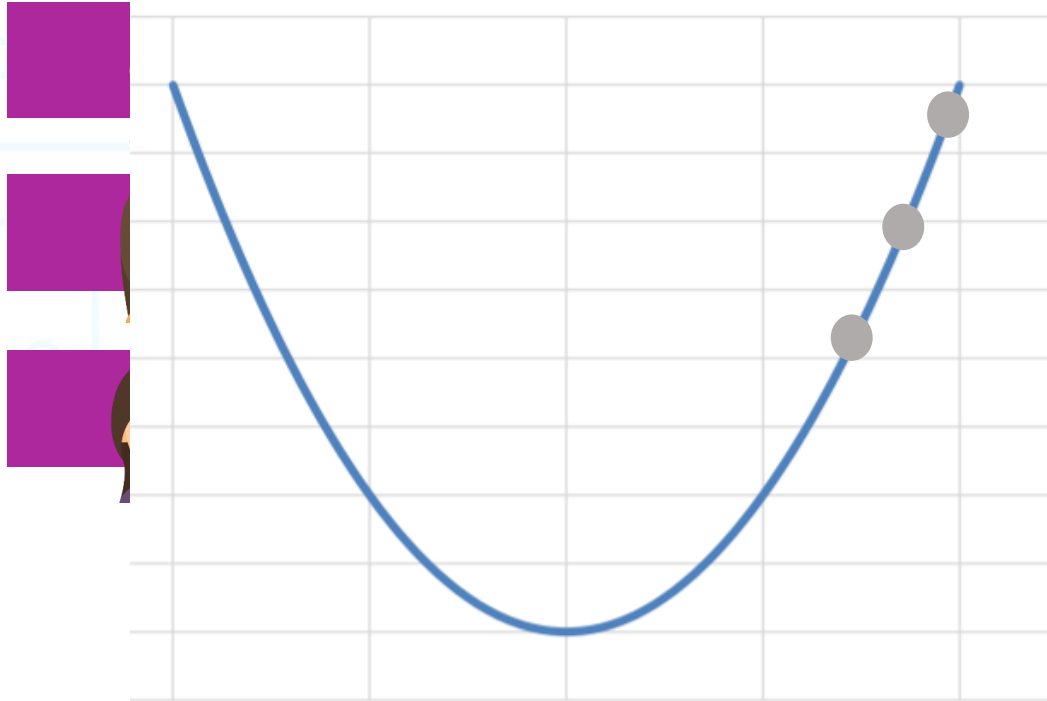
$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$


$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

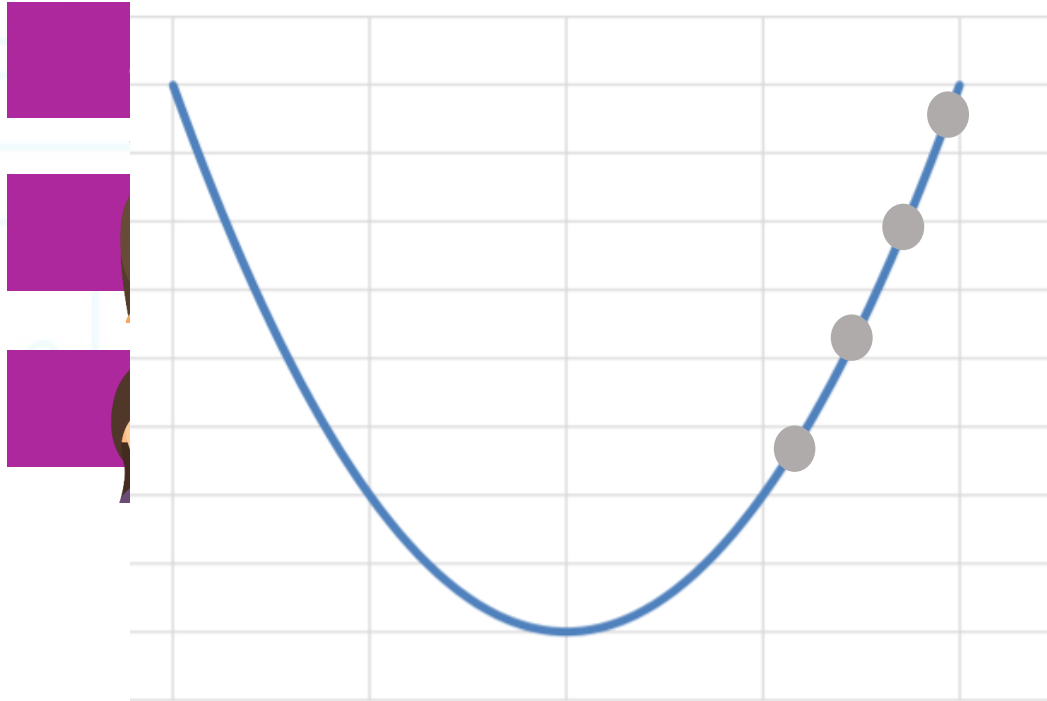
$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$


$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

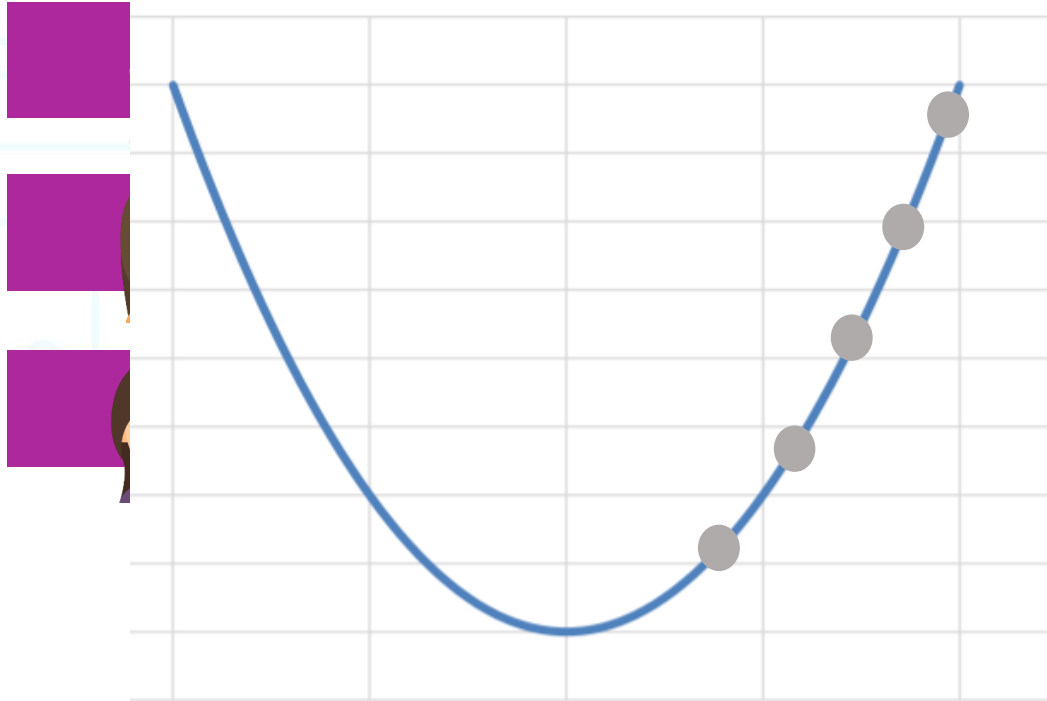
$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$


$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

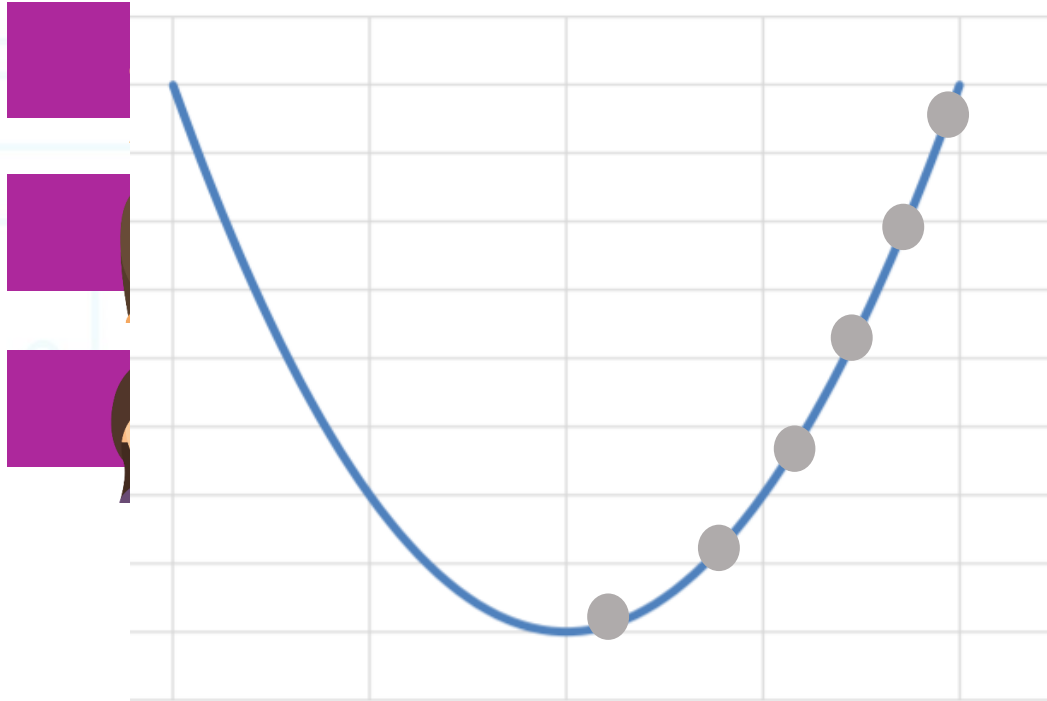
$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$

$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

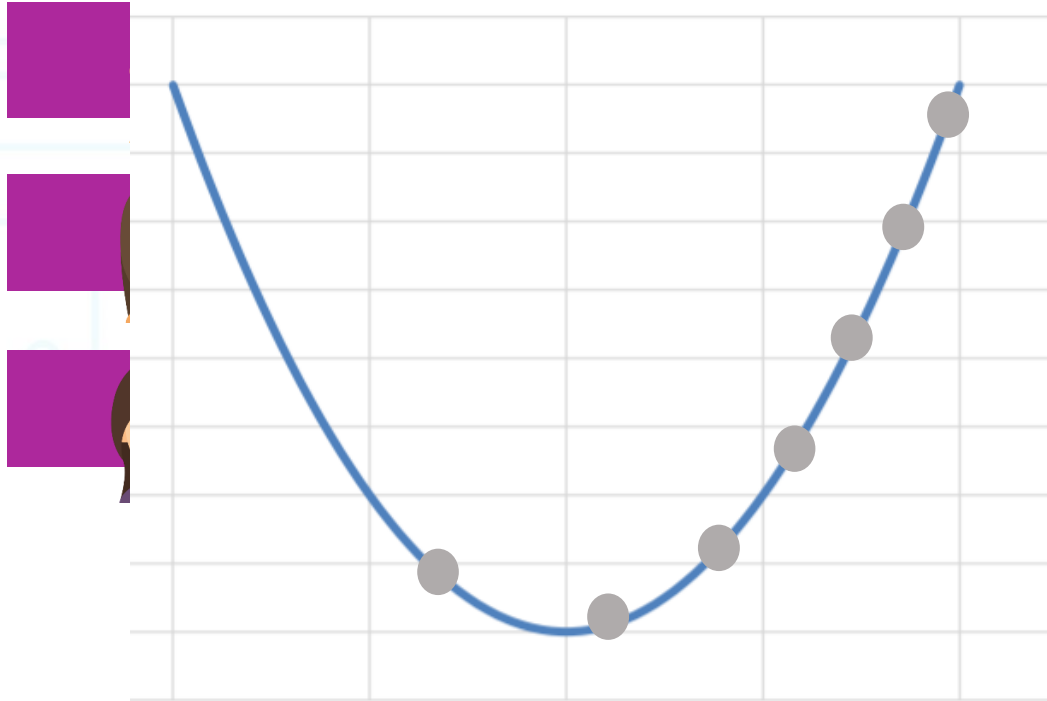
$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$


$$MSE = (95 - 38,6)^2$$


$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 7 + 0,8 \times 175$$

$$MSE = (90 - 147)^2$$

$$\hat{y} = 147$$

$$MSE = 3.249$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 1 + 0,2 \times 188$$

$$MSE = (95 - 38,6)^2$$

$$\hat{y} = 38,6$$

$$MSE = 3.180,97$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$\text{MSE} = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$\text{MSE} = 4$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

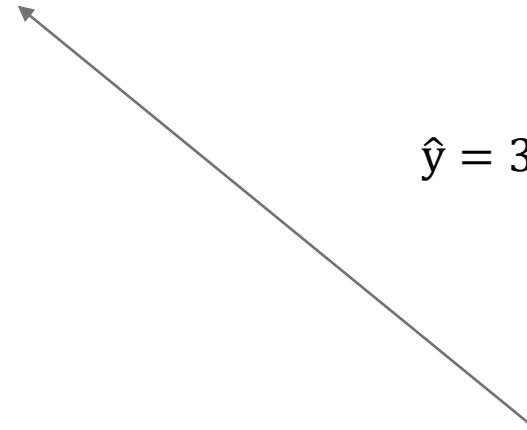
$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$


$$\hat{y} = 84,5$$

$$MSE = 20,25$$




Regressão Linear


Peso Altura




Pessoa 1 80 kg 163



Pessoa 2 85 kg 168



Pessoa 3 90 kg 175



Pessoa 4 95 kg 188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

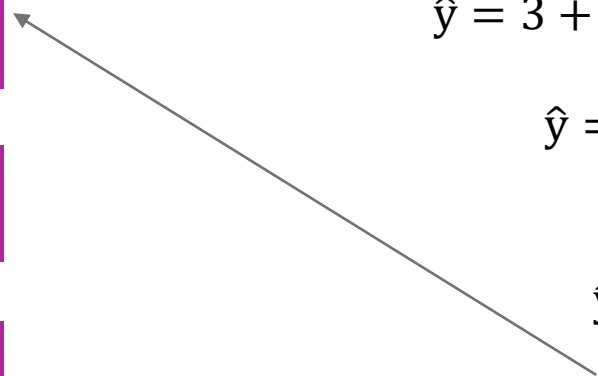
$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 84,5$$

$$MSE = 20,25$$

$$\hat{y} = 87$$

$$MSE = 4$$



Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 84,5$$

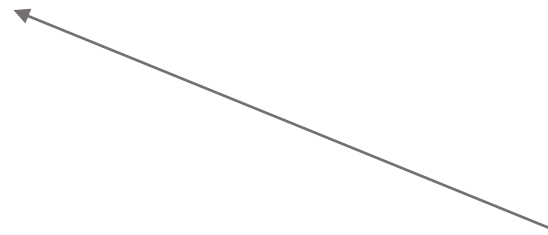
$$MSE = 20,25$$

$$\hat{y} = 87$$

$$MSE = 4$$


$$\hat{y} = 90,5$$

$$MSE = 0,25$$




Regressão Linear


Peso Altura




Pessoa 1 80 kg 163



Pessoa 2 85 kg 168



Pessoa 3 90 kg 175



Pessoa 4 95 kg 188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 84,5$$

$$MSE = 20,25$$

$$\hat{y} = 87$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 90,5$$

$$MSE = 0,25$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$



Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$

$$\hat{y} = 84,5 \quad MSE = 20,25$$

$$\hat{y} = 87 \quad MSE = 4$$

$$\hat{y} = 90,5 \quad MSE = 0,25$$

$$\hat{y} = 97 \quad MSE = 4$$


$$MSE = 7,125$$

Regressão Linear

Peso Altura




Pessoa 1 80 kg 163



Pessoa 2 85 kg 168



Pessoa 3 90 kg 175



Pessoa 4 95 kg 188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

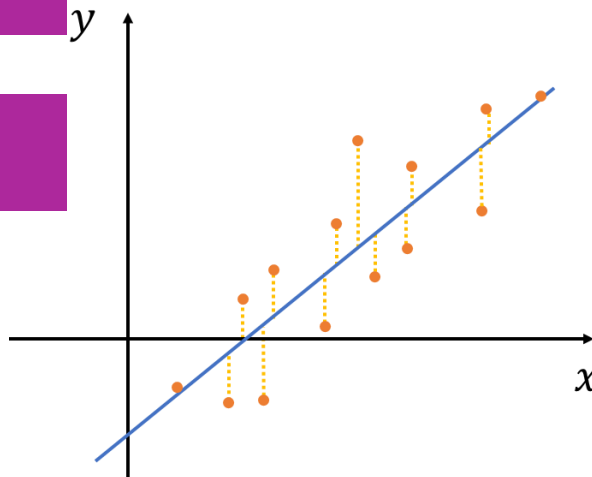
$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 188$$

$$MSE = (95 - 97)^2$$

$$\hat{y} = 97$$

$$MSE = 4$$



$$\hat{y} = 84,5 \quad MSE = 20,25$$

$$\hat{y} = 87 \quad MSE = 4$$

$$\hat{y} = 90,5 \quad MSE = 0,25$$

$$\hat{y} = 97 \quad MSE = 4$$

$$MSE = 7,125$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\beta_0 = 3$$

$$\beta_1 = 0,5$$

$$\text{MSE} = 7,125$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 X_1$$


Regressão Linear

Peso Altura

	Pessoa 1	80 kg	163
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 2	85 kg	168
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 3	90 kg	175
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 4	95 kg	188
-----------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

	Pessoa 5	?? kg	158
-------------------------------------------------------------------------------------	----------	-------	-----

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$






$$\beta_0 = 3$$

$$\beta_1 = 0,5$$

$$\text{MSE} = 7,125$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 X_1$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188
	Pessoa 5	?? kg	158

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

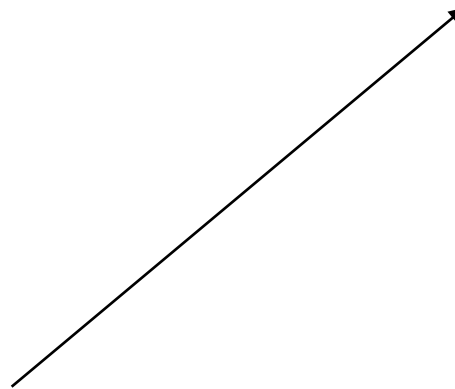
$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\beta_0 = 3$$






$$\beta_1 = 0,5$$

$$\text{MSE} = 7,125$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 X_1$$



Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188
	Pessoa 5	?? kg	158

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\beta_0 = 3$$






$$\beta_1 = 0,5$$

$$MSE = 7,125$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 X_1$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 158$$

Regressão Linear

		Peso	Altura
	Pessoa 1	80 kg	163
	Pessoa 2	85 kg	168
	Pessoa 3	90 kg	175
	Pessoa 4	95 kg	188
	Pessoa 5	82 kg	158

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\beta_0 = 3$$

$$\beta_1 = 0,5$$

$$MSE = 7,125$$

$$\hat{y} = 3 + 0,5 X_1$$

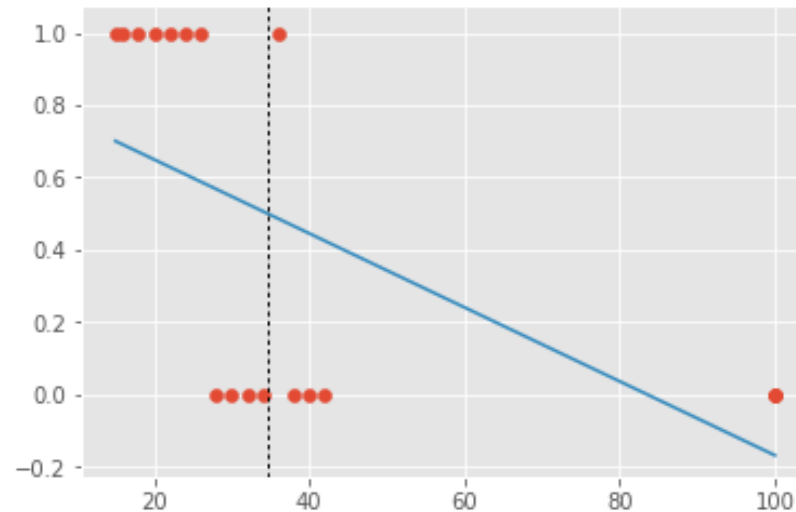
$$\hat{y} = 3 + 0,5 \times 158$$

“

Regressão Logística

Regressão Logística

- Queremos algum modelo capaz de classificar se a pessoa sofre um acidente com base no tempo que durou a auto-escola dela

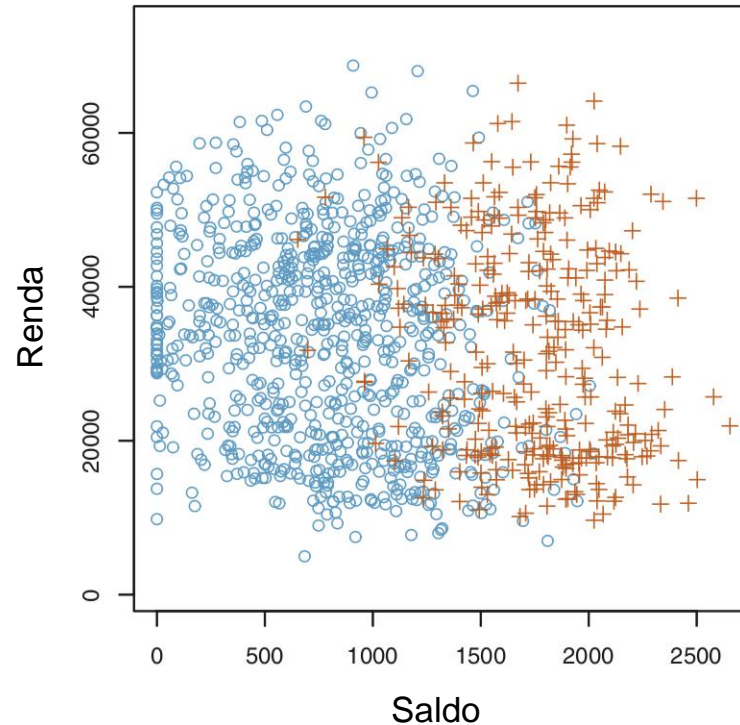


Classificação

- Como prever dados qualitativos/discretos?
- Dados qualitativos pertencem a um conjunto de valores
 - Cor dos olhos {Castanho, Preto, Azul, Verde}
 - E-mail {spam, não spam}
- Muitas vezes estimamos a probabilidade de um exemplo pertencer à categoria C

Classificação

- Como classificar em arriscado ou não arriscado?



Classificação

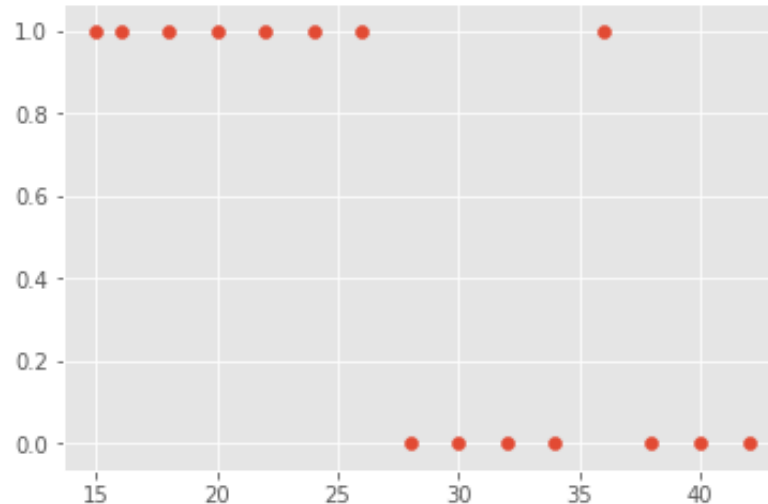
- No caso da classificação de risco, podemos utilizar regressão linear?

$$Y = \begin{cases} 0, não \\ 1, sim \end{cases}$$

- Classificar como "Sim" se $\hat{Y} > 0.5$?

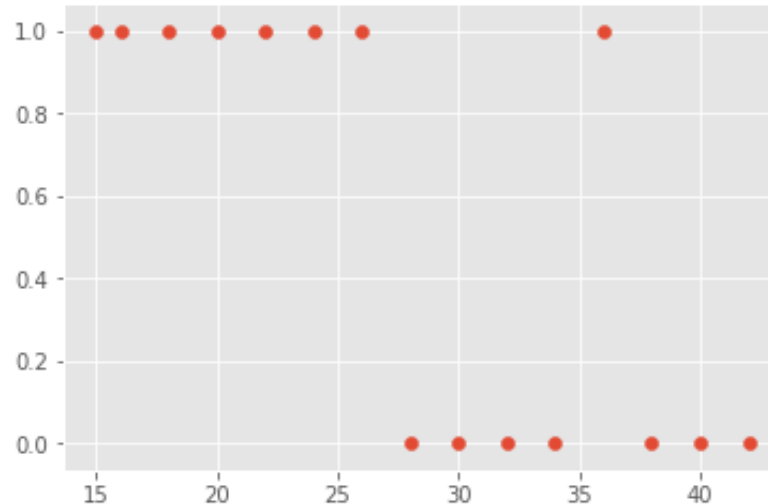
Regressão Logística

- Podemos entender regressão logística como o análogo de regressão linear para problemas de classificação.
- Considere o problema: no eixo y: 1 se a pessoa sofreu um acidente e 0 caso contrário. No eixo x, temos o tempo que ela passou na auto-escola.



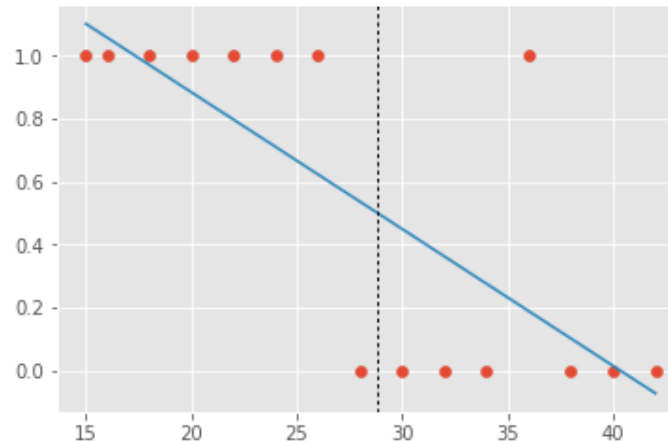
Regressão Logística

- Podemos ver então que a maioria das pessoas que sofreram um acidente de carro passou pouco tempo na auto-escola.
- Queremos algum modelo capaz de prever a probabilidade da pessoa sofrer um acidente com base no tempo que durou a auto-escola dela?



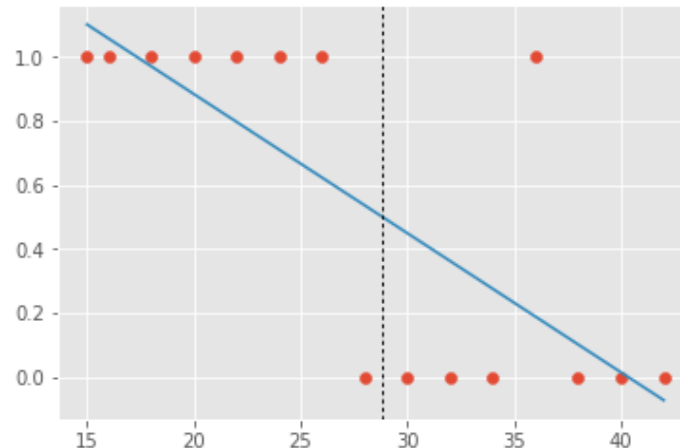
Regressão Logística

- Uma forma ingênua de resolver esse problema é utilizar regressão linear. Como regressão linear produz como previsão um valor contínuo, nós podemos estabelecer algum limiar para as previsões.
- Vamos supor que fixemos esse limiar em 0,5: pessoas cuja previsão de acidente for maior do que isso serão consideradas de alto risco.



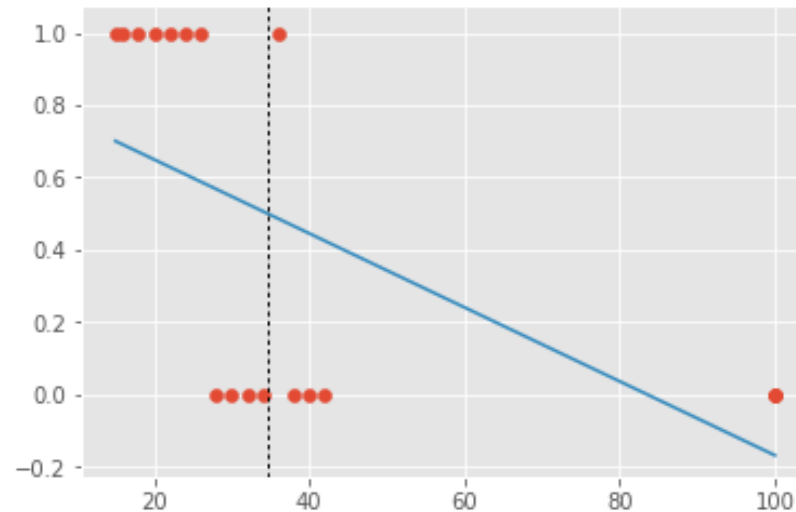
Regressão Logística

- Nesse caso, utilizar regressão linear e estabelecer um limiar funcionaria muito bem!
- Se colocássemos o nosso limiar em 0.5, preveríamos que todos à direita da curva pontilhada não sofreriam um acidente e erraríamos em apenas dois casos!



Regressão Logística

- Mas, nesse caso não! Ao ter uma pessoa com 100h de aulas.
 - Erraríamos 5 exemplos.

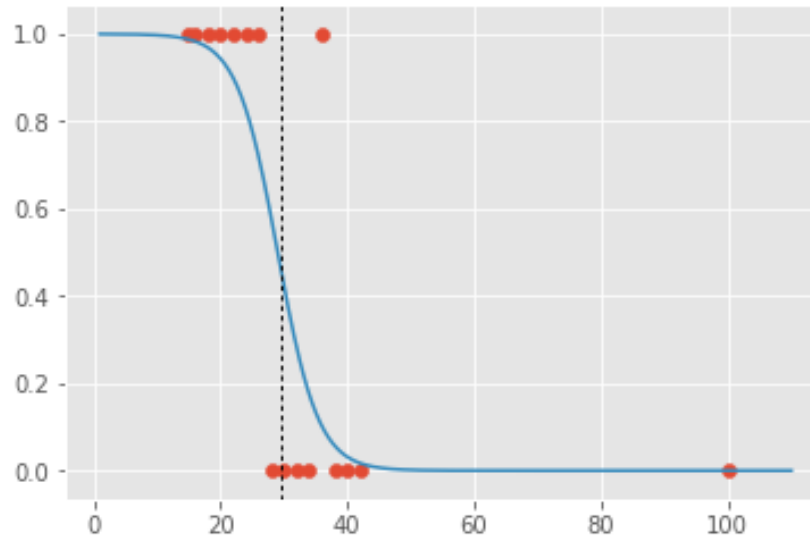


Regressão Logística

- Para resolver esses problemas, em vez de utilizar regressão linear, vamos utilizar a regressão logística sempre que nos depararmos com problemas de classificação.
- Regressão logística nos fornecerá uma previsão sempre entre 0 e 1, de forma que possamos interpretar seus resultados como uma probabilidade válida.
- Além disso, regressão logística não será influenciada por *outliers* que não fornecem muita informação nova, pois a atenção do algoritmo será concentrada na região de fronteira.

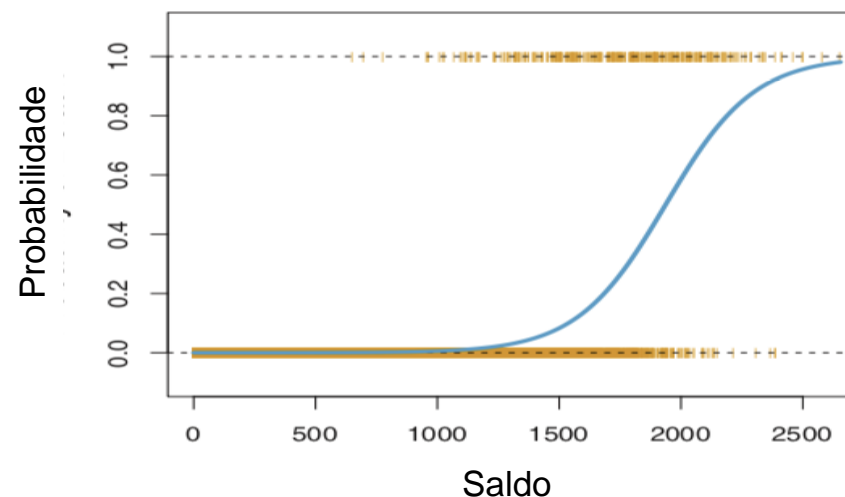
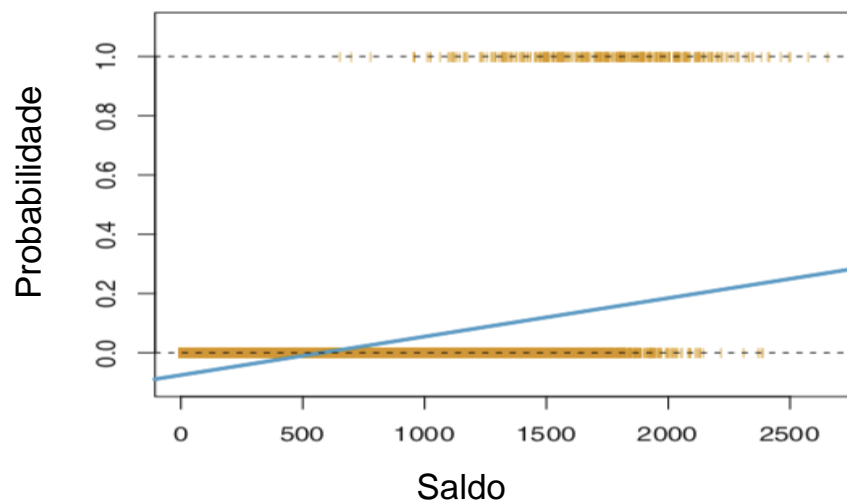
Regressão Logística

- A intuição por trás de regressão logística é bastante simples: em vez de acharmos a reta que melhor se ajusta aos dados, vamos achar uma curva em formato de 'S' que melhor se ajusta aos dados:



Regressão Logística

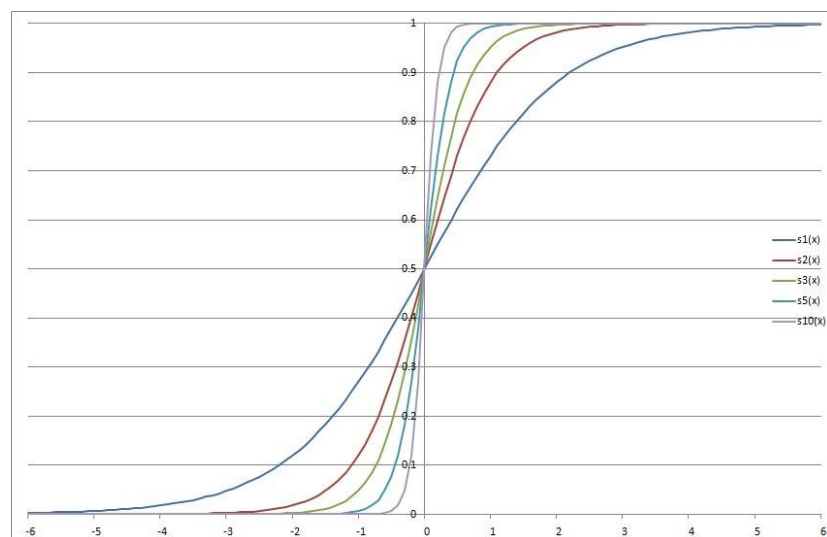
- Regressão linear pode produzir valores **menores que 0.0** e **maiores que 1.0**



- Regressão Logística limita a saída entre 0.0 e 1.0

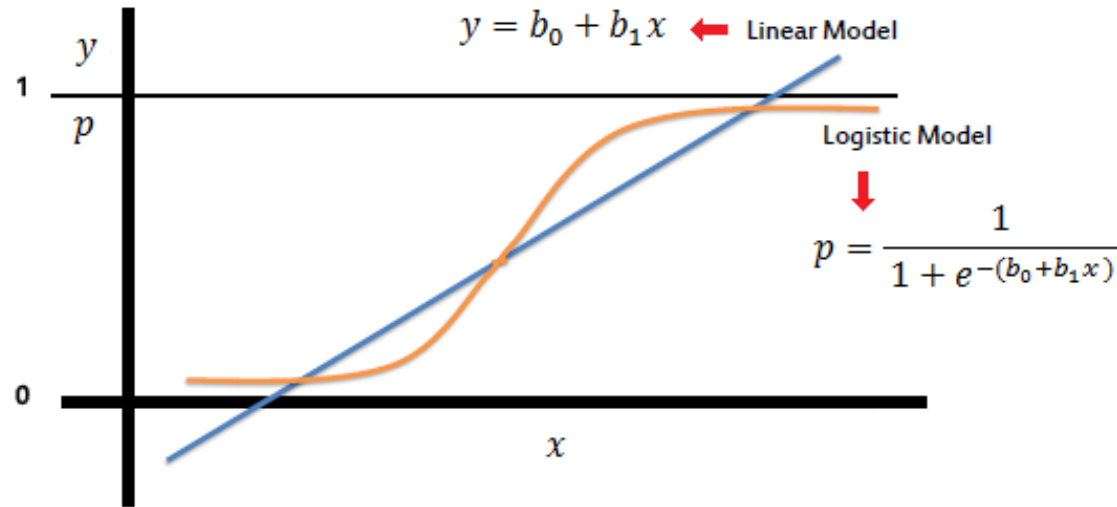
Regressão Logística

- Para evitar valores fora do intervalo $[0.0; 1.0]$, utilizamos uma função *sigmoide* ou logística



- A função sigmoide pode assumir diferentes inclinações

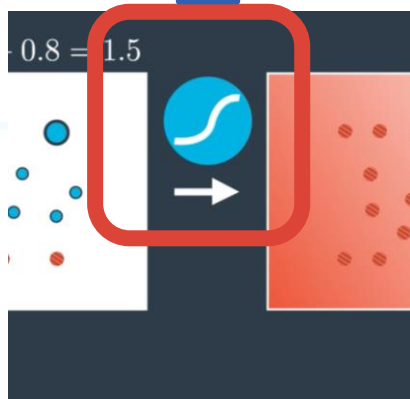
Regressão Logística



A regressão logística é semelhante a uma regressão linear, mas a curva é construída usando o logaritmo natural das “probabilidades” da variável-alvo, em vez da probabilidade.

Regressão Logística

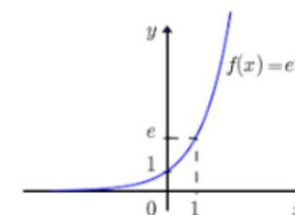
Redes Neurais



$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \text{ para todo } x \text{ real.}$$



A função **exponencial** natural, denotada e^x ou $\exp(x)$ é a função **exponencial** cuja base é o número de Euler (um número irracional que **vale** aproximadamente 2,718281828).



Regressão Logística

- Existem várias analogias entre regressão linear e regressão logística.
- Porém, os métodos divergem também na função custo utilizada para relacionar os valores preditos ao valor alvo.
- Em vez de tentarmos minimizar a distância quadrada entre o valor previsto e o observado, nós vamos minimizar a entropia cruzada:

$$L = \begin{cases} -\log(\hat{y}) & \text{se } y = 1 \\ -\log(1 - \hat{y}) & \text{se } y = 0 \end{cases}$$

Dicotomia: dividir em duas partes.

Regressão Logística

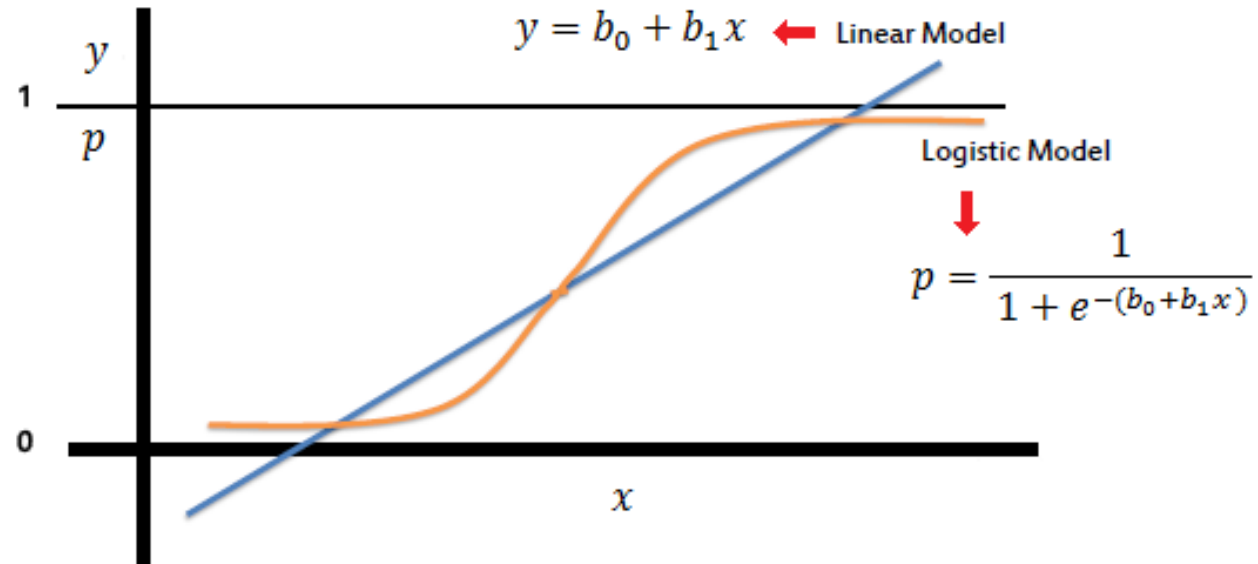
- Vamos entender a função custo:

$$L = \begin{cases} -\log(\hat{y}) & \text{se } y = 1 \\ -\log(1 - \hat{y}) & \text{se } y = 0 \end{cases}$$

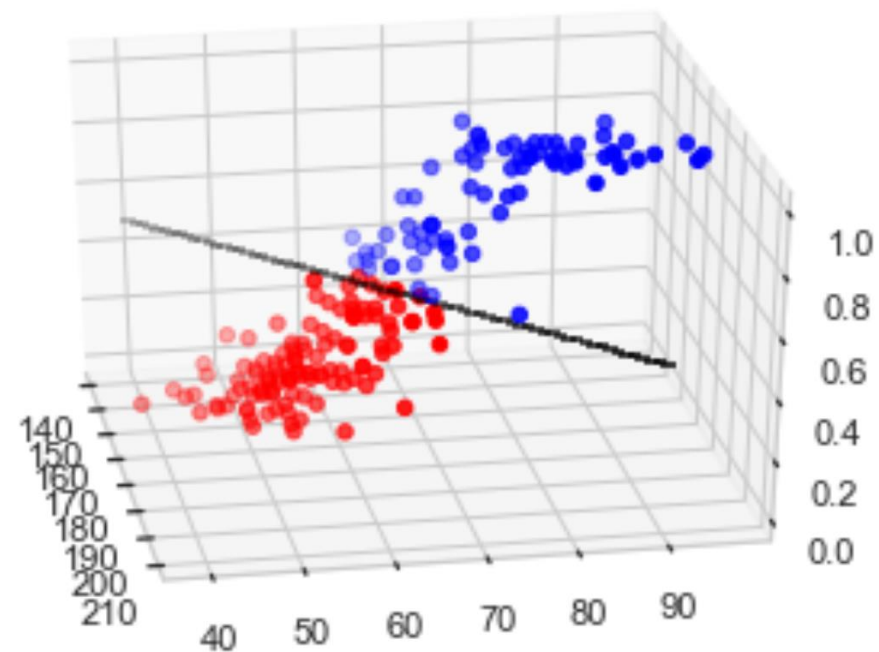
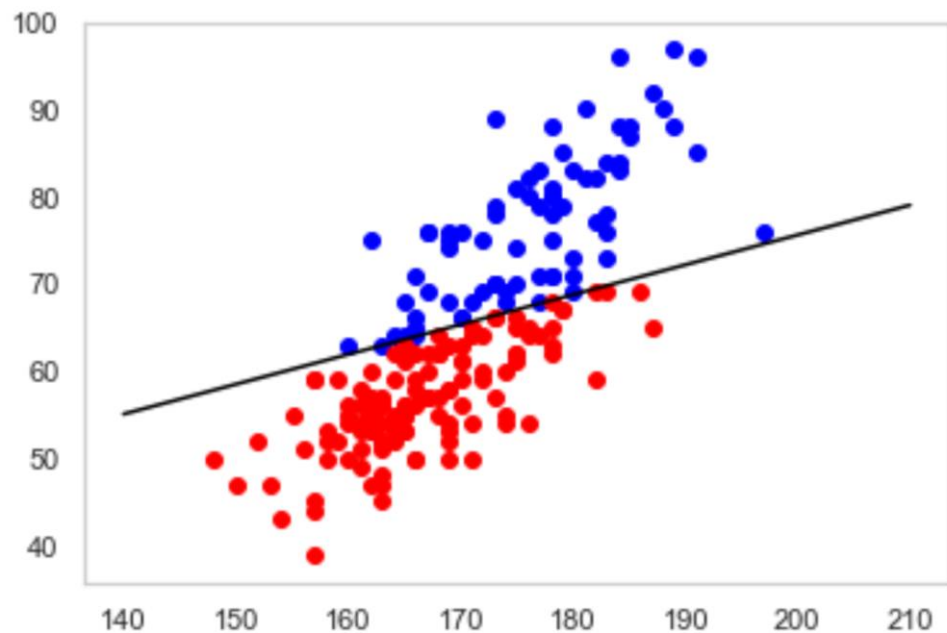
- Se $y=1$ e $\hat{y}=1$, $-\log(\hat{y})=0$. No entanto, quanto mais \hat{y} se aproxima de 0, $-\log(\hat{y})$ cresce exponencialmente para o infinito.
- se $y=0$ e $\hat{y}=0$, podemos ver que $-\log(1-\hat{y})=0$. Mas $-\log(1-\hat{y})=0$ vai para o infinito conforme \hat{y} se distancia de 0.

Dicotomia: dividir em duas partes.

Regressão Logística



Regressão Logística



Thanks !



Vinicius Fernandes Caridá

vfcarida@gmail.com



@vinicius caridá



@vfcarida



@vinicius caridá



@vfcarida



@vinicius caridá



@vfcarida