

# Take Home Eksamen i L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X og git

Andreas Twisttmann Askholm (aaskh20),  
Mikkel Lykke Bentsen (MIBEN20),  
Hanno Hagge (hhagg20)

November 13, 2020

## 1 Reeksamen februar 2015

### 1.1 Opgave 1.

I det følgende lader vi  $U = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$  være universet (universal set).  
Betragt de to mængder

$$A = 2n \mid n \in S$$

$$B = 3n + 2 \mid n \in S$$

hvor  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ .

Angiv samtlige elementer i hver af følgende mængder.

a ) A Mængden A er alle værdier i S ganget med 2 ( $2n$ ).

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

b ) B Mængden B er alle værdier i S ganget med 3, og derefter adderet med 2 ( $3n + 2$ ).

$$B = \{5, 8, 11, 14\}$$

c )  $A \cap B$  Fællesmængden af A og B er den mængde bestående af de elementer de har tilfælles.

$$A \cap B = \{8\}$$

- d )  $A \cup B$  Foreningsmængden af A og B er mængden bestående af alle elementer fra A og B. Det samme element kan ikke optræde flere gange.

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 11, 14\}$$

- e )  $A - B$  Mængden A - B er den mængden A uden de elementer A har tilfælles med B.

$$A - B = \{2, 4, 6\}$$

- f )  $\bar{A}$  Komplementet af A er bestående af alle de elementer i universet som *ikke* er i A.

$$\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

## 1.2 Opgave 2

- a ) Hvilke af følgende udsagn er sande ?

1 .  $\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : x < y$

Udsagnet er sandt,  
der altid kan findes et y der er større end x.

2 .  $\forall x \in \mathbb{N} : \exists! y \in \mathbb{N} : x < y$

Udsagnet er ikke sandt,  
da der kan findes mere end et y der er større end x.

3 .  $\exists y \in \mathbb{N} : \forall x \in \mathbb{N} : x < y$

Udsagnet er ikke sandt,  
da der ikke findes et y som er større end alle x.

- b ) Angiv negeringen af udsagn 1. fra spørgsmål a).  
Negerings-operatoren ( $\neg$ ) må ikke indgå i dit udsagn.

$$\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{N} : x \geq y$$

ved negering af et udtryk, ændres operatorerne til de modsat betydende.

### 1.3 Opgave 3

Lad  $R$ ,  $S$  og  $T$  være binære relationer på mængden  $\{1, 2, 3, 4\}$

- a ) Lad  $R = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$ .  
Er  $R$  en partiel ordning?

For at en relation er en partiel ordning, skal den være både refleksiv, transitiv og asymmetrisk.  $R$  er refleksiv, da ethvert element er relateret til sig selv:  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ . Den er asymmetrisk, fordi ingen af relationerne har der har  $(a, b)$  også har  $(b, a)$ , undtagen hvis de er transitiv. Relationen er transitiv, da  $a$  er relateret til  $b$  og  $b$  er relateret til  $c$ , er  $a$  også relateret til  $c$ .

- b ) Lad  $S = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (4, 2)\}$ . Angiv den transitive lukning af  $S$ .

For at lukke relationen transitiv, skal hvis man har  $(a, b)$  og  $(b, c)$  også have  $(a, c)$ . I vores relation ville det være:  
 $(1, 3)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(1, 4)$ .

- c ) Lad  $T = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 2), (4, 4)\}$ .  
Bemærk, at  $T$  er en ækvivalens-relation.  
Angiv  $T$ 's ækvivalens-klasser.

Ækvivalensklasser er relationer inden for en ækvivalensrelation, der ikke har direkte forbindelse til resten. I dette eksempel er ækvivalensklasserne:

1 og 3

2 og 4

#### 1.3.1 opgave 3 matricer

a ) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 2 Opgaver fra reeksamen Januar 2012

### 2.1 Opgave 1

Betragt funktionerne  $f : R \longrightarrow R$  og  $g : R \longrightarrow R$  defineret ved

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x - 2$$

a) Er  $f$  en bijektion?

$f$  er ikke en bijektion da den værken er surjektiv eller injektiv. Den dækker ikke alle værdier af  $y$  og der er flere  $x$  værdier tilknyttet en  $y$  værdi.

b) Har  $f$  en invers funktion?

Den inverse funktion for  $f$  er ikke defineret da en funktion ikke kan have flere værdier af  $y$  for en  $x$  værdi.

c) Angiv  $f + g$ .

$$(x^2 + x + 1) + (2x - 2)$$

d) Angiv  $g \circ f$ .

$$2(x^2 + x + 1) - 2$$