Take Home Eksamen i $\LaTeX$ og git

Andreas Twisttmann Askholm,
Mikkel Lykke Bentsen,
Hanno Hagge

November 10, 2020

1 Reeksamen februar 2015

1.1 Opgave 1.

I det følgende lader vi $U = \{1, 2, 3, ..., 15\}$ være universet (universal set).
Betragt de to mængder

$$A = 2n \mid n \in S$$

$$B = 3n + 2 \mid n \in S$$

hvor S = $\{1, 2, 3, 4\}$.
Angiv samtlige elementer i hver af følgende mængder.

a) A Mængden A er alle værdier i S ganget med 2 (2n).

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

b) B Mængden B er alle værdier i S ganget med 3, og derefter adderet med 2 (3n + 2).

$$B = \{5, 8, 11, 14\}$$

c) $A \cap B$ Fællesmængden af A og B er den mængde bestående af de elementer de har tilfælles.

$$A \cap B = \{8\}$$

d) $A \cup B$ Foreningsmængden af A og B er mængden bestående af alle elementer fra A og B. Det samme element kan ikke optræde flere gange.

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 11, 14\}$$

e) $A - B$ Mængden A - B er den mængden A uden de elementer A har tilfælles med B.

$$A - B = \{2, 4, 6\}$$

f) $\bar{A}$ Komplimentet af A er bestående af alle de elementer i universet som *ikke* er i A.

$$\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

1.2 Opgave 2

a) Hvilke af følgende udsagn er sande ?

1 . $\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : x < y$

Udsagnet er sandt,
der altid kan findes et y der er større end x.

2 . $\forall x \in \mathbb{N} : \exists! y \in \mathbb{N} : x < y$

Udsagnet er ikke sandt,
da der kan findes mere end et y der er større end x.

3 . $\exists y \in \mathbb{N} : \forall x \in \mathbb{N} : x < y$

Udsagnet er ikke sandt,
da der ikke findes et y som er større end alle x.

b) Angiv negeringen af udsagn 1. fra spørgsmål a).
Negerings-operatoren($\neg$) må ikke indgå i dit udsagn.

$\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{N} : x \geq y$
ved negering af et udtryk, ændres operatorerne til de modsat betydende.

1.3 Opgave 3

Lad R, S og T være binære relationer på mængden $\{1, 2, 3, 4\}$

a) Lad$R = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$.
Er R en partiel ordning?

For at en relation er en partiel ordning, skal den være både refleksiv, transitiv og asymetrisk. R er refleksiv, da ethvert element er relateret til sig selv:$\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$. Den er asymetrisk, fordi ingen af relationerne har der har (a,b) også har (b,a), untagen hvis de er transitiv. Relationen er transitiv, da a er relatieret til b og b er relateret til c, er a også relateret til c.

b) Lad $S = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (4, 2)\}$. Angiv den transitive lukning af S.
For at lukke relationen transitiv, skal hvis man har (a,b) og (b,c) også have (a,c). I vores relation ville det være:
(1,3), (2,2), (1,4).

c) Lad $T = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 2), (4, 4)\}$.
Bemærk, at T er en ækvivalens-relation.
Angiv T's ækvivalens-klasser.

Ækvivalensklasser er relationer inden for en ækvivalensrelation, der ikke har direkt forbindelse til resten. I dette eksempel er ækvivalensklasserne:
1 og 3
2 og 4

1.3.1 opgave 3 matricer

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2 Opgaver fra reeksamen Januar 2012

2.1 Opgave 1

Betragt funktionerne $f : R \longrightarrow$ R og g : $R \longrightarrow R$ defineret ved

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x - 2$$

a) Er f en bijektion?

f er ikke en bijektion da den værken er sujektiv eller injektiv. Den dækker ikke alle værdier af y og der er flere x værdier tilknyttet en y værdi.

b) Har f en invers funktion?

Den inverse funktion for f er ikke defineret da en funktion ikke kan have flere værdier af y for en x værdi.

c) Angiv f + g.

$$(x^2 + x + 1) + (2x - 2)$$

d) Angiv g ∘ f.

$$2(x^2 + x + 1) - 2$$