

Routing Algorithm for Ocean Shipping and Urban Deliveries

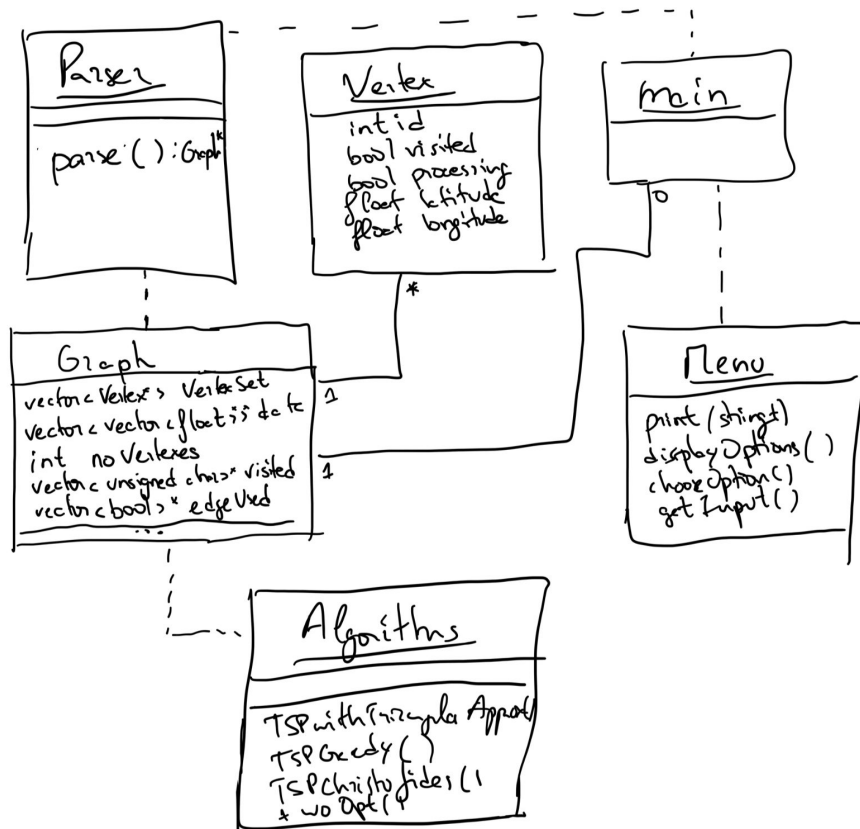
Filipe Correia
Gabriela Silva
Gonçalo Nunes
Grupo G12_2

O que implementámos?

- Parser
- Menu Intuitivo
- Documentação
- Algoritmo de *Backtracking*
- Triangular Approximation Algorithm
- Diversos algoritmos aplicáveis para os grafos completamente ligados
- Algoritmo Greedy Adaptado aplicável para o grafo “Real World”
- 2-opt Heuristic

Finalmente, as funções mais relevantes, contêm informação sobre complexidade temporal.

Visão Geral da Estrutura



class Graph

class Graph

```
class Graph{
    std::vector<Vertex*> vertexSet; // vertex set
    std::vector<std::vector<float>*>* data; // save
it as negative if not in graph - if 0, it has not
been calculated yet
    int noVertexes;
    std::vector<unsigned char>* visited;
    std::vector<bool>* edgeUsed;
}
```

```
class Vertex{
    int id;
    bool visited = false;
    bool processing = false;
    float latitude;
    float longitude;
    int nextVertex=-1;
}
```

Algoritmos

Backtracking - $O(V!)$

- Um algoritmo simples de backtracking recursivo para o problema de TSP.
- As chamadas recursivas são realizadas com o custo mínimo encontrado até ao momento como argumento. Se o valor atual já for superior ao do custo mínimo, sabendo que os pesos das edges correspondem a distâncias reais e, portanto, não existem pesos negativos, é realizado o pruning do ramo atual por ser impossível de nos levar a uma solução ótima.
- Apesar deste algoritmo conduzir sempre a uma solução ótima, é muito custoso em tempo e, por isso, infeasible para grafos maiores

Triangular Approximation Algorithm

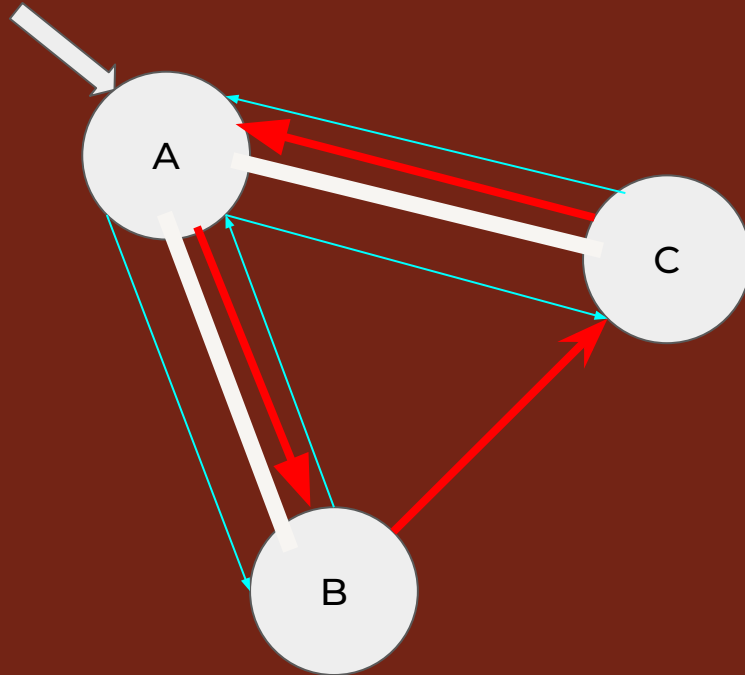
Princípio base: Ir diretamente de A a B é sempre pelo menos tão rápido como ir de A a B passando por C.

Procedimento:

- Gerar Minimum Spanning Tree (MST)
- Percorrer a MST em depth-first search, armazenando a sequência de vértices.

Desafio: gerar a MST não é trivial devido à maneira como o grafo está estruturado. Experimentaram-se os algoritmos de Kruskal e Prim, tendo-se decidido que o segundo seria mais prático.

Exemplo:



Complexidade: $O(E * \log(V))$
Depende do algoritmo para gerar a
MST, pois a DFS é $O(V + E)$

Legenda:

A branco: arestas da
MST

A vermelho: arestas do
ciclo final

A azul: “percurso” da
DFS

Algoritmos Grafos Completamente Ligados

Algoritmos para grafos completamente ligados

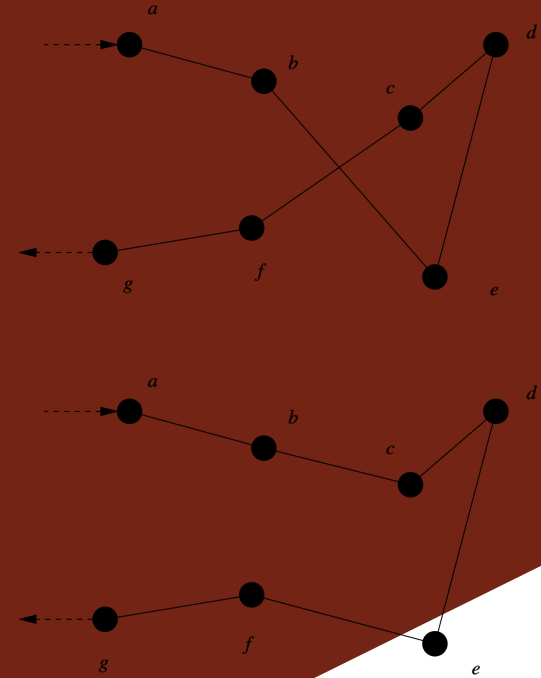
- **“HUB”:**
 - A qualquer momento, ter um ciclo, e ir acrescentando vértices na posição que a um dado momento minimize o seu comprimento.
- **“Dijkstra”:**
 - Determinar o caminho mais curto para cada vértice. Ligar um vértice final da árvore ao inicial, e inserir em sequência cada ramo de forma a formar um ciclo.
- **“DFS”:**
 - Começando num dado vértice, continuar uma pesquisa em profundidade tal que a cada momento seja escolhida a edge menos comprida para um vértice não visitado.

Características e problemas encontrados:

- **“HUB”:**
 - Não obtém os comprimentos mais curtos possíveis, sendo estes contudo melhores que os obtidos pelo método que utiliza o algoritmo de Dijkstra.
 - Em grafos não completamente ligados, quanto menos arestas o grafo tem, mais provável é este falhar, produzindo o comprimento de um ciclo incompleto..
- **“Dijkstra”:**
 - Quantas mais arestas tem um grafo, mais provável é de resultar num resultado não ótimo - não é bom para grafos completamente ligados.
- **“DFS”:**
 - Rápido em termos de performance, mas é apenas confiável em grafos completamente ligados, pois não é capaz de gerar um resultado, mesmo aproximado, para outros tipos de grafos.

2-opt - $O(V^2)$

- Um algoritmo de otimização para o problema de TSP.
- Consiste em percorrer os vértices de uma possível solução para o problema e, para cada um, analisar todos os outros vértices para verificar se caso estes 2 vértices fossem trocados de ordem na solução se é possível chegar a um resultado melhor.
- No exemplo $\rightarrow ((b-c) + (f-e)) < ((b-e) + (f-c))$, logo trocando a ordem desde e até c no path da solução obtém-se uma solução melhor.



Grafos

“Real World”

Algoritmo Greedy adaptado $O(V^2)$

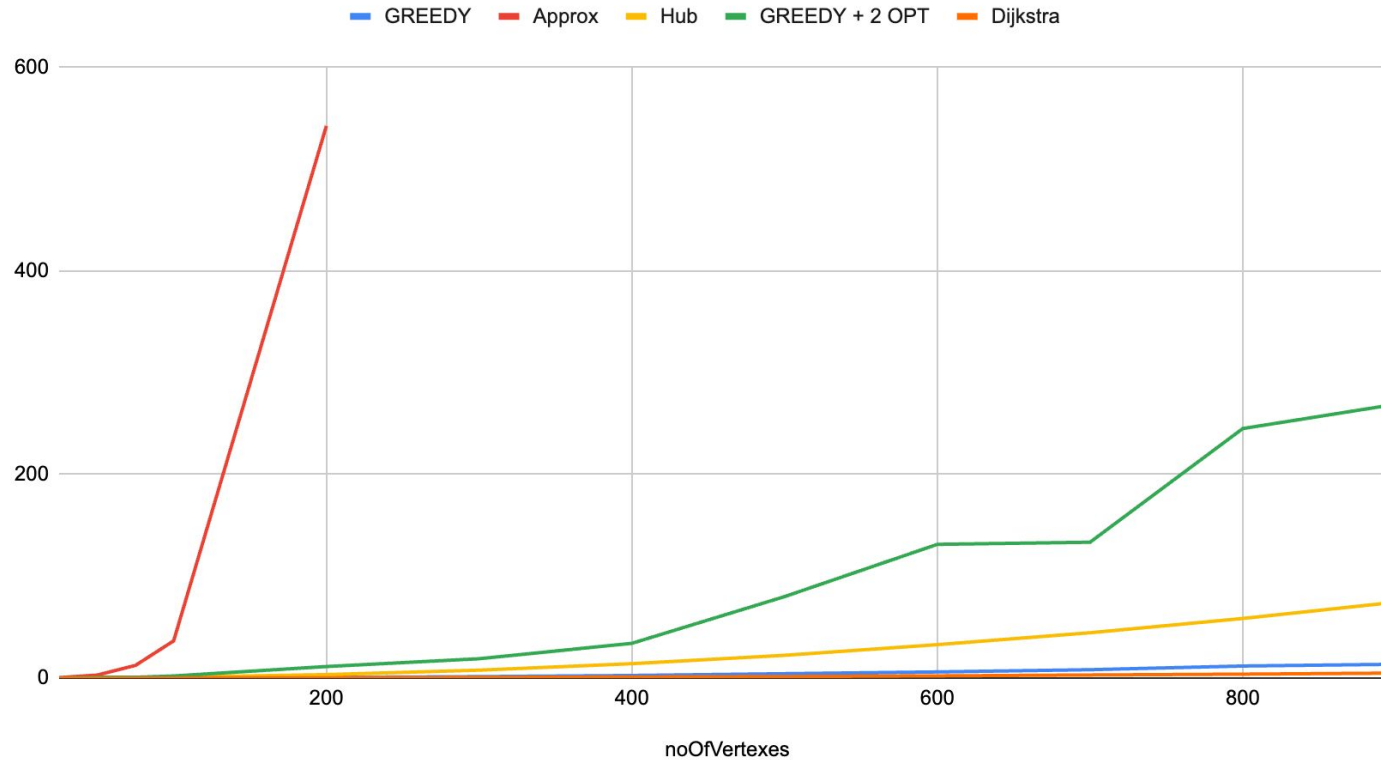
Neste algoritmo, em cada Vertex, encontra-se o Vertex mais próximo que ainda não tenha sido visitado.

Caso a certa altura não seja possível visitar mais nenhum Vertex, sem ter de re-visitar um Vertex já visitado, possibilitamos que o utilizador escolha duas opções:

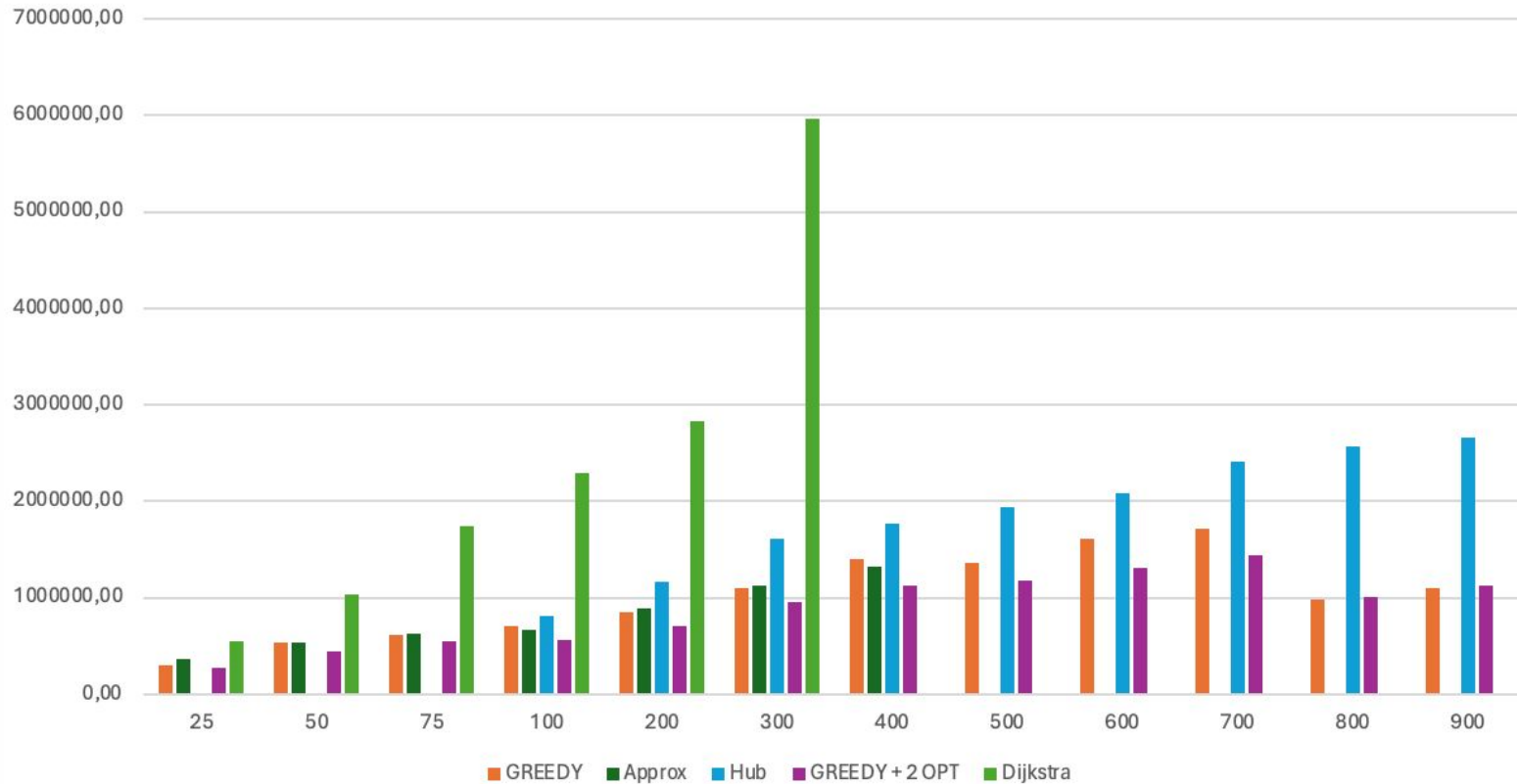
- Retornar para a origem
- Visitar o seguinte Vertex através da ida para outro Vertex auxiliar.

Estatísticas

Comparison of time performance (in thousands of micro-seconds)



Comparison of algorithms' results (lower is better)



O que ainda tentámos?

Christofides Algorithm

- Tentámos implementar ainda o algoritmo da heurística de Christofides por acreditarmos que poderia dar um bom resultado neste tipo de grafos baseado em distâncias reais.
- No entanto, um dos passos finais deste algoritmo passa por calcular um ciclo euleriano, o que se revelou um problema difícil para encontrar uma boa solução em feasible time e, por isso, resolvemos optar por algoritmos alternativos já apresentados.

Documentação

Doxygen

```
* @return The length of the path found
*/
static float TSPwithTriangleApproximation(Graph* g, int startVertexId);

/**
 * An approximation algorithm for the TSP problem, using a DFS algorithm. There
 * Complexity:  $O(V + E)$  =>  $O(V^2)$ 
 * @param g The graph on which to perform the algorithm
 * @param startVertex The vertex on which the path starts
 * @param resultLength The length of the tour found. This result will not yield
 * @return True if a tour containing all vertices found, false otherwise
 */
static bool TSPrealWorldDFS(Graph* g, int startVertex, double &resultLength);

/**
 * An approximation algorithm for the TSP problem, using Dijkstra's algorithm.
 * Complexity:  $O(V^3)$ 
 * @param g The graph on which to perform the algorithm
 * @param startVertex The vertex on which the path starts
 * @param resultLength The length of the tour found. If no path is found, this y
 * @return True if a tour containing all vertices found, false otherwise
 */
static bool TSPrealWorldDijkstra(Graph* g, int startVertex, double &resultLength);

/**
 * Gives an approximated result to TSP problem using greedy approach
 * Basically, goes to each vertex and finds the edge with lower weight
 * Time Complexity  $O(V^2)$ 
 * @param g Graph assumed to be complete
 * @return
 */
static float TSPGreedy(Graph* g);
```

Reflexões:

- Em grafos não completamente ligados, encontrar ciclos contendo todos os vértices provou-se complicado, tendo sido feitas aproximações com tendência a resultar em “falsos fracassos”.
- O tamanho dos grafos mais complexos obrigou a uma pesquisa sobre diferentes heurísticas e algoritmos visando reduzir a complexidade, e forneceu uma melhor compreensão da dificuldade de encontrar soluções para problemas em escala real.

Participação

Acreditamos que todos os membros trabalharam de uma forma equilibrada.

Fontes:

[Solving Traveling Salesman Problem With a Non-complete Graph](#), Mahsa Sadat Emami Taba, University of Waterloo

[Travelling salesman problem](#), Wikipedia