UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - Campus Sorocaba
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA – DFQM

ELETROMAGNETISMO 1

Atividades 2 e 3 – Lei de Coulomb, Cargas elétricas e densidade de cargas

Prof. Dr. James Alves de Souza

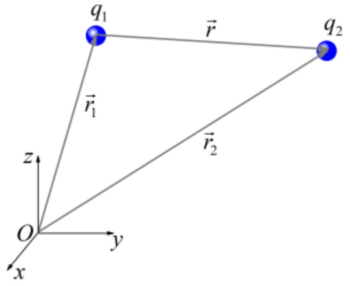
Gustavo da Silva Rodrigues **R.A.: 792327**

14/11/2023

1.a) Considere um sistema isolado composto por duas cargas pontuais em repouso q_1 e q_2, localizadas nas posições $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$, respectivamente, em relação à origem O de um sistema de coordenadas cartesiano (x, y, z), e utilize a lei de Coulomb para escrever a força elétrica $\vec{F}_1$ que a carga q_2 exerce na carga q_1 e a força $\vec{F}_2$ que a carga q_1 exerce na carga q_2.

Resposta:

Para melhor entendimento, vamos esquematizar a situação descrita:



Fonte: Material complementar do curso de Eletromagnetismo 1 – Prof. James

Considerando o cenário dado no enunciado, podemos relacionar o vetor $\vec{r}$ como a distância entre as duas cargas pontuais, logo temos que $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, de acordo com a Lei de Coulomb.

Logo, utilizando a mesma lei, podemos escrever a força elétrica $\vec{F}_1$ que a carga q_2 exerce em q_1, por:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\ (-\hat{r}), \tag{1}$$

sendo $\hat{r} = \vec{r}/r$.

Da mesma forma, podemos escrever a força elétrica $\vec{F}_2$ que a carga q_1 exerce em q_2, por:

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\ (\hat{r}). \tag{2}$$

---

b) Qual é o sentido das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ quando as cargas q_1 e q_2 possuem sinais iguais e sinais opostos? Mostre que a lei de Coulomb satisfaz a terceira lei de Newton.

Resposta:

Se as cargas q_1 e q_2 possuem sinais iguais, o produto entre as cargas, na equação das forças, não terá sinal alterado, então continuamos com as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ conforme expressas nas equações (1) e (2).

Caso as cargas possuam sinais contrários, os produtos terão seus sinais alterados, conforme abaixo:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\ (\hat{r}), \tag{3}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\ (-\hat{r}), \tag{4}$$

posto isso, em ambos os casos, temos que $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

A terceira lei de Newton afirma que "Para cada ação, há uma reação de igual magnitude, mas em direção oposta." A lei de Coulomb satisfaz essa lei, pois as forças têm magnitudes iguais (devido ao produto $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$) e direções opostas (devido aos versores).

---

c) A lei de Coulomb aplica-se à cargas pontuais. É possível utilizar essa aproximação para sistemas macroscópicos carregados eletricamente? Explique.

Resposta:

Sim, a lei de Coulomb torna-se uma boa aproximação quando as distâncias entre as cargas são significativamente maiores que as dimensões atômicas. Podemos dizer que, nestes casos, em que a distância é muito grande, podemos tratar os sistemas como “cargas pontuais”.

Esta afirmação vai de encontro com o conteúdo disponibilizado no material complementar, que diz “Macroscopicamente, podemos utilizar a terminologia “carga pontual” se as suas dimensões geométricas são muito pequenas, quando comparadas a qualquer outro comprimento pertinente ao problema em consideração.

É importante dizer que esta lei também possui limitações, por exemplo, em escalas atômicas e subatômicas, tendo em vista que os efeitos quânticos e a mecânica quântica também devem ser considerados, e a abordagem clássica da lei de Coulomb pode não ser suficiente.

2.a) Considere dois elétrons com massas $m_1 = m_2 = 9,1093837015(28) \times 10^{-31}\, kg$ e cargas $e_1 = e_2 = -1,602176634 \times 10^{-19}\, C$. Utilize a lei da gravitação de Newton e a lei de Coulomb e faça uma comparação entre as forças gravitacional e elétrica exercidas entre eles.

Resposta:

A Lei da Gravitação Universal descreve que:

$$\vec{F}_G = G\frac{m_1m_2}{r^2}(\hat{r}), \tag{5}$$

sendo $G \approx 6{,}7 \times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}$.

Com os valores expressos no enunciado, de $m_1 = m_2$, temos:

$$\vec{F}_G \approx 6{,}7\,(10^{-11})\,\frac{[9{,}109\,(10^{-31})]^2}{r^2}(\hat{r}) \;\Rightarrow\; \vec{F}_G \approx \frac{555{,}925(10^{-73})}{r^2}\,(\hat{r}). \tag{6}$$

Já pela Lei de Coulomb, com $e_1 = e_2$, temos:

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{[-1{,}602\,(10^{-19})]^2}{r^2}(\hat{r}) \;\Rightarrow\; \vec{F}_e \approx \frac{23{,}07(10^{-29})}{r^2}(\hat{r}). \tag{7}$$

Comparando os resultados obtidos para $\vec{F}_G$ e $\vec{F}_e$, nas equações (6) e (7), temos:

$$\frac{|\vec{F}_e|}{|\vec{F}_G|} \approx \frac{23{,}07(10^{-29})}{555{,}925(10^{-73})} \approx 4(10^{42}), \tag{8}$$

o que evidencia uma diferença muito alta entre suas magnitudes, na escala de 10^{42}, ou seja, $\vec{F}_e$ é muito maior que $\vec{F}_G$

---

b) Faça uma discussão sobre a consideração dessas duas forças para o estudo de sistemas microscópicos e macroscópicos.

Resposta:

A força gravitacional é extremamente fraca quando comparada à força elétrica entre partículas carregadas. Logo, ao estudar partículas subatômicas, a influência da gravidade geralmente pode ser ignorada.

Todavia, em escalas macroscópicas, a gravidade torna-se uma força importante e pode dominar sobre as forças eletromagnéticas. Isso é evidente na interação entre objetos massivos, como planetas, estrelas e galáxias.

Em resumo, a consideração dessas duas forças depende da escala do sistema em estudo. Em sistemas microscópicos, as forças eletromagnéticas geralmente dominam, enquanto em sistemas macroscópicos, a gravidade majoritariamente desempenha um papel mais significativo.

3.a) Considere um sistema com N cargas pontuais em repouso no vácuo e explique o princípio de superposição da eletrostática.

Para um sistema de N cargas, a força aplicada $\vec{F}_i$ na i-ésima carga q_i, devido às outras cargas q_j é dada por:

$$\vec{F}_i = q_i \sum_{j \neq i=1}^{N} \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \Rightarrow \vec{F}_i = q_i \sum_{j \neq i=1}^{N} \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}^3}, \tag{9}$$

sendo $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$ o vetor que descreve a distância entre as cargas q_i e q_j e $\hat{r}_{ij}$ o versor correspondente. Este é conhecido como o princípio de superposição da eletrostática, que estabelece que a força elétrica total que atua em uma carga é a soma vetorial das forças elétricas individuais que atuam sobre ela. Podemos realizar esta soma, pois cada carga elétrica possui valores independentes entre si.

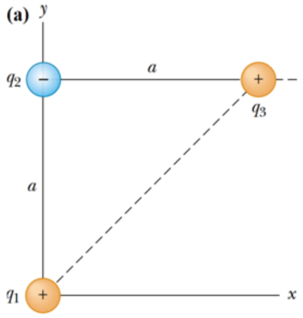
---

b) Considere três cargas pontuais no plano$-xy$ localizadas nos vértices de um triângulo retângulo isósceles, conforme mostrado na figura 1.a. A medida dos lados congruentes do triângulo é dada por a. Encontre a força elétrica resultante exercida na carga q_3.

Resposta:

A figura abaixo descreve esta situação:

Figura 1: (a) Cargas pontuais q_1, q_2 e q_3 dispostas nos vértices de um triângulo retângulo isósceles, com lados congruentes de tamanho a.



Fonte: Adaptada pelo Prof. James

Para encontrar a força elétrica resultante $\vec{F}_3$ exercida na carga q_3, devido às outras duas cargas, podemos calcular as forças elétricas $\vec{F}_{31}$ e $\vec{F}_{32}$ devidas a q_1 e q_2, respectivamente, e em seguida, somá-las vetorialmente.

Vamos determinar as coordenadas das cargas da seguinte forma:

$$q_1 = (0,0), \tag{10}$$
$$q_2 = (0,a),$$
$$q_3 = (a,a).$$

Vamos calcular a força $\vec{F}_{31}$, com os valores para as componentes x e y:

$$\vec{F}_{ij} = \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \Rightarrow \vec{F}_{31} = \frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}_{31}}{r_{31}^2} \Rightarrow \vec{F}_{31} = \frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{\imath}}{a^2} + \frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{\jmath}}{a^2}. \tag{11}$$

Agora, vamos calcular a força $\vec{F}_{32}$, com os valores apenas para a componente x:

$$\vec{F}_{ij} = \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \Rightarrow \vec{F}_{32} = \frac{q_3 q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}_{32}}{r_{32}^2} \Rightarrow \vec{F}_{32} = \frac{q_3 q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{\imath}}{a^2}. \tag{12}$$

Posto estes valores, vamos somar vetorialmente $\vec{F}_{13}$ e $\vec{F}_{23}$ para obtermos o valor de $\vec{F}_3$, portanto temos:

$$\vec{F}_3 = \frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{\imath}}{a^2} + \frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{\jmath}}{a^2} + \frac{q_3 q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{\imath}}{a^2} \Rightarrow \vec{F}_3 = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a^2}\left[(q_1 + q_2)\,\hat{\imath} + q_1\,\hat{\jmath}\right]. \tag{13}$$

---

c) Escreva literalmente o módulo da força resultante na carga q_3 e considere os valores $q_1 = q_3 = 5,0\ \mu C,\ q2 = -2,0\ \mu C\ e\ a = 0,10\ m$ para obter a magnitude da força. Em seguida expresse o resultado vetorialmente.

Resposta:

Vamos expressar este resultado vetorialmente, chamando a equação (13) para $\vec{F}_3$, substituindo os valores dados no enunciado:

$$\vec{F}_3 = \frac{5(10^{-6})}{4\pi\epsilon_0 10^{-2}}\left[\left(5(10^{-6}) - 2(10^{-6})\right)\hat{\imath} + 5(10^{-6})\,\hat{\jmath}\,\right] \Rightarrow \tag{14}$$

$$\vec{F}_3 = 1{,}349(10^1)\hat{\imath} + 2{,}248(10^1)\,\hat{\jmath}.$$

Agora, vamos calcular a magnitude do vetor, com base nos valores encontrados para as componentes x e y:

$$\left|\vec{F}_3\right| = \sqrt{\left|\vec{F}_{3x}\right|^2 + \left|\vec{F}_{3y}\right|^2} \Rightarrow \left|\vec{F}_3\right| = \sqrt{[1{,}349(10^1)]^2 + [2{,}248(10^1)]^2} \Rightarrow \tag{15}$$

$$\left|\vec{F}_3\right| = 2{,}622(10^1)\,N.$$

---

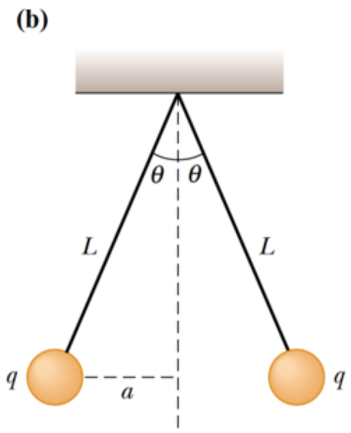
4) Duas esferas idênticas carregadas eletricamente, cada uma com massa m, repousam em equilíbrio como mostrado na figura 1.b. As esferas estão suspensas por fios de comprimentos iguais a L e separadas por uma distância $2a$. O ângulo formado entre os dois fios é 2θ. A aceleração local da gravidade é dada por $\vec{g}$, um vetor constante.

a) Apresente o diagrama de forças em cada esfera e explique.

Resposta:

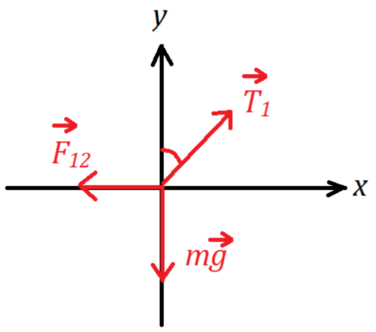
Para melhor entendimento, vamos esquematizar o cenário:

Figura 1: (b) Duas esferas idênticas em equilíbrio, carregadas eletricamente com a mesma carga q, suspensas por fios de comprimentos iguais a L e separadas por uma distância $2a$.



Fonte: Adaptada pelo Prof. James.

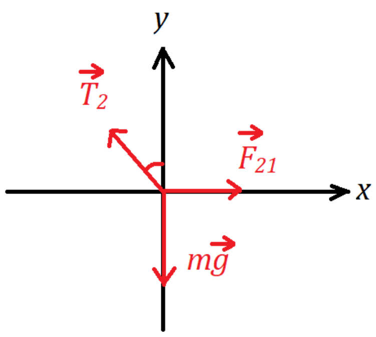
O diagrama de forças na carga q_1 considerando que ela é idêntica a q_2 é:



Fonte: elaborado pelo autor.

Sendo que o ângulo representado é θ, $\vec{F}_{12}$ é a força exercida por q_2 em q_1, $\vec{T}_1$ é a tração e $m\vec{g}$ a força peso de q_1.

Já o diagrama de forças na carga q_2 é:



Fonte: elaborado pelo autor.

Sendo que o ângulo representado é θ, $\vec{F}_{21}$ é a força exercida por q_1 em q_2, $\vec{T}_1$ é a tração e $m\vec{g}$ a força peso de q_2.

---

b) Obtenha a força elétrica exercida em cada esfera em função da massa m das esferas, da aceleração local da gravidade g e do ângulo θ e explique.

Resposta:

De acordo com o enunciado, as esferas estão em repouso, portanto q_1 está em repouso, logo sabemos que:

$$\sum \vec{F}_x = \sum \vec{F}_y = 0. \tag{16}$$

Vamos definir as componentes x e y da tração $\vec{T}_1$:

$$\vec{T}_1 = \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{1y}. \tag{17}$$

Pelo diagrama de forças, podemos indicar quais as forças estão atuando nas componentes x e y da carga q_1, conforme abaixo:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \;\Rightarrow\; \vec{T}_{1x} + \vec{F}_{12} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{T}_{1x} = -\vec{F}_{12}, \tag{18}$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \;\Rightarrow\; \vec{T}_{1y} + m\vec{g} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{T}_{1y} = -m\vec{g}. \tag{19}$$

Podemos definir os módulos de $\vec{T}_{1x}$ e $\vec{T}_{1y}$ em função do módulo de $\vec{T}_1$, utilizando trigonometria, logo temos:

$$T_{1x} = T_1 sen(\theta), \tag{20}$$

$$T_{1y} = T_1 cos(\theta). \tag{21}$$

Como $\vec{T}_{1x} = -\vec{F}_{12}$, logo:

$$\vec{F}_{12} = -T_1 sen(\theta)(\hat{\imath}). \tag{22}$$

De maneira análoga, como $\vec{T}_{1y} = -m\vec{g}$, temos:

$$mg\,(-\hat{\jmath}) = -T_1 cos(\theta)(\hat{\jmath}) \;\Rightarrow\; T_1 cos(\theta)(\hat{\jmath}) = mg(\hat{\jmath}). \tag{23}$$

Posto isso, conseguimos chegar em:

$$T_1 = \frac{mg}{cos(\theta)}. \tag{24}$$

Substituindo o valor encontrado para T_1 na equação (24) para e equação (24) que descreve $\vec{F}_{12}$, encontramos o valor que descreve a força exercida por q_2 em q_1:

$$\vec{F}_{12} = -mg\;tan(\theta)(\hat{\imath}). \tag{25}$$

Sabendo que $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$, com isso, vamos encontrar $\vec{F}_{12}$, que descreve a força exercida por q_1 em q_2:

$$\vec{F}_{12} = mg\ tan(\theta)(\hat{\imath}). \tag{26}$$

---

c) A partir do módulo da força elétrica e considerando $m = 3,0 \times 10^{-2}\ kg$, $L = 0,15\ m$ e $\theta = 5,0°$, obtenha a magnitude da carga elétrica $|q|$ em cada esfera.

Resposta:

Como $q_1 = q_2$, vamos denotar apenas como q.

De acordo com a Lei de coulomb, levando em consideração que $r = 2a,$ temos que a força $\vec{F}_{12}$ é:

$$\vec{F}_{12} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}(\hat{\imath}) \Rightarrow mg\ tan(\theta)(\hat{\imath}) = k_0 \frac{q^2}{(2a)^2}\ (\hat{\imath}), \tag{27}$$

isolando q, chegamos em:

$$q^2 = mg\ tan(\theta) 4a^2 \frac{1}{k_0}. \tag{28}$$

Vamos escrever a em função de L, portanto:

$$a = L\ tan(\theta). \tag{29}$$

Agora, vamos substituir o valor de a encontrado na equação (29) para a equação (28), que descreve q:

$$q^2 = mg\ tan(\theta) 4[L\ tan(\theta)]^2 \frac{1}{k_0} \Rightarrow q^2 = \frac{4}{k_0} mg\ tan^3(\theta)\ L^2 \Rightarrow \tag{30}$$

$$q = \pm \sqrt{\frac{4}{k_0} mg\ tan^3(\theta)\ L^2}$$

Chegamos em uma função que descreve q, agora vamos considerar os valores do enunciado e calcular o que foi solicitado, portanto considerando:

$$m = 3,0\ (10^{-2})\ kg, \tag{31}$$
$$g = 9,8\ m/s^2,$$
$$L = 0,15\ m,$$
$$\theta = 5,0°,$$
$$k_0 = 8,99\ (10^9)\ Nm^2/C^2,$$

vamos substituir estes valores na equação (30), que descreve q:

$$q = \pm\sqrt{\frac{4}{8,99\ (10^9)} 3,0\ (10^{-2})(9,8)[tan^3(5°)]\ (0,15)^2}. \tag{32}$$

Resolvendo esta expressão, chegamos nos valores para $|q|$:

$$|q| = 4,43959(10^{-8}). \tag{33}$$

---

d) Quantos elétrons precisam ser transferidos para cada esfera, para que as mesmas fiquem carregadas negativamente com carga líquida de $-4,4\ \times\ 10^{-8}\ C$?

Resposta:

A carga elementar do próton e é aproximadamente $-1,602(10^{-19})$. Sendo q a carga total em uma esfera, o número de elétrons n necessários para produzir esta carga é dado por:

$$n = \frac{q}{e}, \tag{34}$$

como foi solicitado uma carga de $-4,4(10^{-8})$, vamos substituir estes valores, na equação (34) para encontrar o número de elétrons necessários para produzir esta carga, logo:

$$n = \frac{-4,4(10^{-8})}{-1,602(10^{-19})} \ \Rightarrow\ n = 2,74657(10^{11}). \tag{35}$$

5.a) Qual é a justificativa para trabalharmos com distribuições contínuas de cargas para descrever a carga total de um sistema macroscópico carregado eletricamente, uma vez que a carga elétrica é quantizada?

Resposta:

A escolha de trabalhar com distribuições contínuas de cargas em sistemas macroscópicos carregados eletricamente é uma abordagem conveniente que surge de uma média estatística em grande escala de partículas carregadas individuais, como elétrons e prótons. Embora a carga elétrica seja quantizada em níveis microscópicos, envolvendo partículas individuais, em escalas macroscópicas, que abrangem grandes números de partículas, as flutuações quânticas se tornam negligenciáveis.

A justificativa principal para essa abordagem é que, em sistemas macroscópicos, as variações individuais nas cargas das partículas (quantização) tendem a se cancelar ou se equilibrar, resultando em um comportamento médio que pode ser modelado de forma eficaz como uma distribuição contínua de carga.

Ao tratar com sistemas macroscópicos, a quantização da carga elétrica é muitas vezes suprimida devido ao grande número de partículas envolvidas. Essa abordagem simplificada é consistentemente eficaz para descrever fenômenos eletrostáticos em muitos contextos práticos, como a análise de campos elétricos e potenciais em condutores, capacitores e distribuições de carga em geral.

---

b) Defina as densidades de cargas para distribuições volumétricas, superficiais (em uma área) e lineares e mostre como a carga total de um objeto macroscópico pode ser calculada nessas três situações. Utilize figuras geométricas como exemplos.

Resposta:

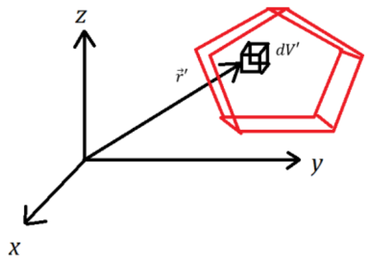
Trabalhando com uma distribuição contínua de cargas, a densidade de cargas pode ser calculada a partir de uma função. Definimos a densidade de cargas volumétricas ρ a partir da quantidade de ΔQ em um determinado intervalo de volume ΔV que vai tender a zero. Representando matematicamente, temos:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} \Rightarrow \rho = \frac{dQ}{dV}, \tag{36}$$

tomando a forma diferencial de Q, temos:

$$Q = \int_V \rho(\hat{r}')dV'. \tag{37}$$

Segue abaixo uma representação geométrica:

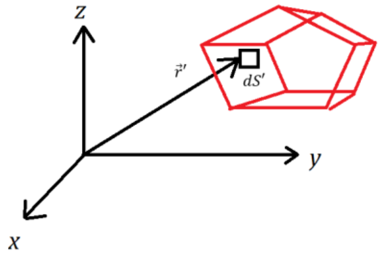


Fonte: elaborado pelo autor.

Ao falarmos de densidades superficiais, é de forma análoga à volumétrica. Definimos a densidade de cargas superficiais σ a partir da quantidade de ΔQ em um determinado intervalo de área ΔS que vai tender a zero. Representando matematicamente, temos:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} \Rightarrow \sigma = \frac{dQ}{dS} \Rightarrow Q = \int_S \sigma(\hat{r}')dS'. \tag{38}$$

Segue abaixo uma representação geométrica:

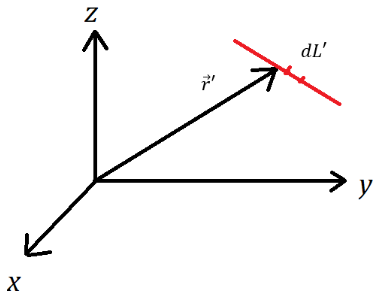


Fonte: elaborado pelo autor.

Por fim, ao tratarmos de densidades lineares, o raciocínio é o mesmo. Definimos a densidade de cargas lineares λ a partir da quantidade de ΔQ em um determinado intervalo de linha ΔL que vai tender a zero. Representando matematicamente, temos:

$$\lambda = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \lambda = \frac{dQ}{dL} \Rightarrow Q = \int_L \lambda(\hat{r}')dL'. \tag{39}$$

Segue abaixo uma representação geométrica:



Fonte: elaborado pelo autor.

---

c) É possível definir uma densidade de carga para uma carga pontual localizada em uma posição arbitrária? Explique.

Resposta:

É viável estabelecer uma densidade para uma carga pontual somente quando a posição dessa densidade, em relação ao ponto que estamos analisando na situação, ultrapassa, em medida significativa, as magnitudes do objeto carregado eletricamente. Em outras palavras, a definição dessa densidade depende do referencial que estamos adotando.

---

6) Utilize a lei de Coulomb para descrever a influência que 3 objetos macroscópicos carregados eletricamente e duas cargas pontuais q_1 e q_2 exercem em uma carga de prova pontual q, localizada em uma posição arbitrária $\vec{r}$ de um sistema de coordenadas cartesiano em três dimensões. Os objetos macroscópios são: um dielétrico com carga total distribuída em um volume V e com uma densidade de carga ρ, um condutor com carga total distribuída em sua superfície S e densidade superficial de carga σ e um bastão eletrizado, de comprimento L, com densidade linear de cargas dada por λ.

Resposta:

Podemos definir a partir da Lei de Coulomb e Princípio da Superposição, temos a força exercida em q como:

$$\vec{F}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1\vec{r}_{q1}}{|\vec{r}-\vec{r}_1^3|} + \frac{q_2\vec{r}_{q2}}{|\vec{r}-\vec{r}_2^3|} + \frac{Q_V\vec{r}_{qV}}{|\vec{r}-\vec{r}_{V\prime}^3|} + \frac{Q_S\vec{r}_{qS}}{|\vec{r}-\vec{r}_{S\prime}^3|} + \frac{Q_L\vec{r}_{qL}}{|\vec{r}-\vec{r}_{L\prime}^3|}\right], \tag{40}$$

onde Q_V, Q_S e Q_L representam as distribuições contínuas de cargas volumétricas, superficiais e lineares, respectivamente.

Definimos estes valores nas equações (37), (38) e (39), portanto, vamos substituir na equação (40), que define $\vec{F}_q$:

$$\vec{F}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\begin{array}{c} \frac{q_1\vec{r}_{q1}}{|\vec{r}-\vec{r}_1^3|} + \frac{q_2\vec{r}_{q2}}{|\vec{r}-\vec{r}_2^3|} + \int_V \rho(\hat{r}')dV'\frac{\vec{r}_{qV}}{|\vec{r}-\vec{r}_{V'}^3|} \\ + \int_S \sigma(\hat{r}')dS'\frac{\vec{r}_{qS}}{|\vec{r}-\vec{r}_{S\prime}^3|} + \int_L \lambda(\hat{r}')dL'\frac{\vec{r}_{qL}}{|\vec{r}-\vec{r}_{L\prime}^3|} \end{array}\right]. \tag{41}$$