# ANÁLISE DO ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL APLICADO AO DESIGN CONSTRUCTAL DE UMA CAVIDADE EM FORMA DE DUPLO-T

Gill V. Gonzales[1,2]
Liércio A. Isold[2]
Luiz A. Oliveira Rocha[3]
Elizaldo D. dos Santo[4]
Antônio J. Silva Neto[5]

**Resumo:** Neste trabalho é investigado o desempenho do algoritmo de Evolução Diferencial aplicado à otimização geométrica de um problema de transferência de calor. O problema consiste em uma cavidade em forma de Duplo-T inserida em um sólido com geração de calor constante e uniforme. As laterias do sólido estão em condições adiabáticas e o calor gerado só pode ser removido pela cavidade, a qual é mantida a uma temperatura prescrita. Portanto, a geometria da cavidade influência diretamente a performance térmica do problema. A definição dos graus de liberdade e restrições do problema é realizada através do método de Constructal Design. A otimização geométrica é realizada através do algoritmo de Evolução Diferencial. Neste estudo, são avaliados os parâmetros do algoritmo, tais como o operador de mutação, taxa de cruzamento, fator de amplificação do cálculo diferencial e número de iterações ou avaliação da função objetivo. O número de iteração está relacionado aos parâmetros que configuram o número de gerações e quantidade de indivíduos na população. O objetivo principal do trabalho é avaliar os parâmetros do algoritmo de Evolução Diferencial e qual a influência na correta reprodução dos efeitos dos graus de liberdade estudados sobre a geometria ótima e performance térmica do problema. Os resultados indicam como mais adequadas as configuração dos parâmetros de taxa de cruzamento e fator de amplificação respectivamente com os seguintes valores 0,7 e 1,5. Estes parâmetros, em conjunto com operador de mutação identificado como de/rand/1/bin, tornaram os resultados do algoritmo mais robustos e necessitando de um menor número de avaliações da função objetivo para a obtenção das geometrias ótimas. A principal contribuição do trabalho é a recomendação de um conjunto de parâmetros adequados que adaptem o algoritmo de Evolução Diferencial ao problema estudado, tornando o algoritmo mais efetivo e robusto.

**Palavras-chave:** Otimização Geométrica. Transferência de Calor. Constructal Design. Evolução Diferencial.

[1]Mestre, Instituto Federal Sul-Rio-Grandense - Campus Santana do Livramento, RS, Brazil, gillgonzales@ifsul.edu.br.

[2]Doutor, Universidade Federal do Rio Grande - PPG em Modelagem Computacional, Rio Grande, RS, Brazil, liercioisoldi@furg.br.

[3]Doutor, Universidade do Vale do Rio dos Sinos - PPG em Engenharia Mecânica – São Leopoldo, RS, Brasil luizor@unisinos.br.

[4]Doutor, Universidade Federal do Rio Grande - PPG em Modelagem Computacional, Rio Grande, RS, Brazil, elizaldosantos@furg.br.

[5]Doutor, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, Nova Friburgo, RJ, Brazil, ajsneto@iprj.uerj.br.

# 1 Introdução

A pesquisa em cavidades resfriadoras têm início no trabalho de Biserni, Rocha, and Bejan (2004), onde são propostas as formas elementares C e T. Neste trabalho (Biserni et al., 2004), o método de Constructal Design é aplicado para a definição do problema de otimização, assim como a avaliação da influência da geometria sobre a minimização da resistência térmica entre a cavidade e o sólido. O método Constructal Desing é baseado na Teoria Constructal (Bejan, 1997), a qual defende que um princípio físico, a Lei Constructal, determina as formas e estruturas presentes na natureza, sendo a geometria o resultado da otimização da passagem do fluxo em sistemas de escoamento. A Lei Constructal afirma que "Para um sistema de escoamento, animado ou inanimado, evoluir no tempo (sobreviver) é preciso que sua forma e estrutura também evoluam de forma a facilitar a passagem do fluxo"(Bejan, 1997). Portanto, a geometria é o resultado de um processo de otimização da passagem do escoamento. É importante salientar que o método de Constructal Design (CD) não é o método de otimização. O CD determina os graus de liberdade, restrições e espaço de busca do problema para a avaliação da geometria. Para a otimização geométrica são aplicados métodos de otimização como a Busca Exaustiva ou métodos heurísticas como o Algoritmos Genéticos (AG) e Recozimento Simulado (RS) (Lorenzini et al., 2014; Gonzales, Estrada, et al., 2015).

Biserni et al. (2004) concluiu que a cavidade em forma de T é mais eficiente que a primeira forma elementar em C, pois consegue adentrar melhor no domínio computacional investigado. A partir desta observação, formas mais complexas são investigadas na literatura recente (Biserni, Rocha, Stanescu, & Lorenzini, 2007; Lorenzini, Biserni, Isoldi, dos Santos, & Rocha, 2011; Lorenzini et al., 2014; Biserni, Dalpiaz, Fagundes, & Rocha, 2017; Xie, Chen, & Sun, 2010). Por exemplo, no trabalho de Lorenzini et al. (2011) a cavidade proposta em forma de Y, foi até 66% mais eficiente que a forma elementar T. Portanto, na literatura recente, é possível constatar que formas mais complexas possuem um maior desempenho na minimização da resistência térmica entre o sólido e a cavidade, para o mesmo tipo de problema e mantendo as mesmas restrições. Entretanto, quanto maior a complexidade da cavidade maior é esforço computacional necessário no processo de otimização geométrica, principalmente quando o método de otimização empregado é o método de Busca Exaustiva (BE), quando todas as possibilidades são simuladas. Neste sentido, com a proposta de minimização do esforço computacional e possibilidade de investigar outras características do problema, métodos heurísticos são utilizados no processo de otimização (Lorenzini et al., 2014; Gonzales, Estrada, et al., 2015; Gonzales et al., 2017;

Biserni et al., 2017).

O uso de métodos heurísticos requer a configuração de parâmetros que controlam o comportamento destes métodos durante o processo de busca pela solução ótima. No trabalho de Gonzales, Estrada, et al. (2015) foi empregado o algoritmo de Recozimento Simulado (RS) para a otimização geométrica da cavidade em forma de Y. Este estudo mostrou como um parâmetro de configuração do método pode influenciar os resultados. O parâmetro analisado foi a função que controla o decaimento da temperatura do RS durante as iterações do algoritmo. Diferentes parâmetros foram investigados e identificados aqueles que levaram ao melhor ou pior desempenho. O parâmetro identificado como $Fast$, por exemplo, apresentou os piores resultados e influenciaria negativamente a avaliação geométrica caso seus resultados fossem utilizados.

No trabalho de (Gonzales et al., 2017) foram comparadas duas diferentes meta-heurísticas, RS e Luus-Jakoola (LJ), e também diferentes versões destes métodos, variando seus parâmetros. Este estudo compara estatisticamente o desempenho dos algorítimos em encontrar a geometria ótima na otimização da cavidade em forma de Duplo-T. Neste estudo, o algoritmo RS, com a função de decaimento de temperatura híbrida identificada como $BoltzExp$, apresenta os melhores resultados entre os métodos investigados. No entanto, no trabalho de Gonzales, dos Santos, and Neto (2018), a mesma análise estatística em encontrar a geometria ótima para o mesmo problema investigado em (Gonzales et al., 2017), foi realizada entre os algortimos de Evolução Diferencial (ED) e RS. Neste estudo, os resultados do algoritmo ED foram superiores aos resultados do algoritmo RS.

Neste artigo, será investigada a aplicação do algoritmo de ED na otimização geométrica da cavidade em forma de Duplo-T. Serão comparados os resultados de diferentes versões do algoritmo ED, configurados com diferentes parâmetros, assim como com diferentes avaliações da função objetivo.

## 2 Modelagem Matemática e Numérica

A Figura 1 apresenta o sólido em um domínio bidimensional, com a terceira dimensão $W$, perpendicular ao plano da figura. O domínio sólido é representado pela região cinza na Fig. 1, a qual possui uma geração de calor interna constante e uniforme a uma taxa volumétrica dada por $q^{'''}(Wm^{-3})$. O sólido possui uma condutividade térmica constante $k$. As superfícies externas do sólido estão perfeitamente isoladas (adiabática). Neste caso, o calor só pode ser removido através da cavidade em forma de Duplo-T, que está mantida a uma temperatura mínima $(\theta_{min})$. A temperatura mínima da cavidade representa idealmente o escoamento de um fluido refrigerante em mudança de fase a baixa temperatura escoando pela região da cavidade. Nestes casos, o coeficiente de transferência de calor na parede da cavidade é assumido tão grande que a resistência convectiva pode ser negligenciada em comparação com a resistência condutiva do sólido.

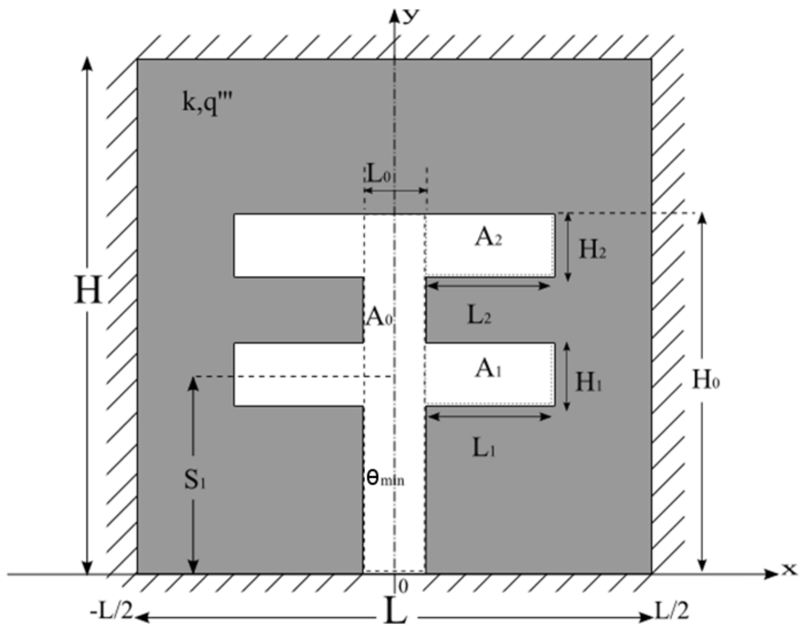


Figura 1: Domínio Computacional da Cavidade em Forma de Duplo-T.

O objetivo da análise é determinar a geometria ótima ($H/L$, $H_0/L_0$, $H_1/L_1$, $H_2/L_2$ e $S_1/H_0$) que minimiza a máxima temperatura em excesso adimensional. $(\theta_{max} - \theta_{min})/(q^{'''}A)$. De acordo com o CD esta otimização deve ser submetida as restrições de área total e cavidade, representadas, respectivamente, pelas seguintes equações:

$$A = HL \tag{1}$$

$$A_c = A_0 + 2A_1 + 2A_2 \tag{2}$$

A fração da área da cavidade em relação a área total é dada por:

$$\phi_c = A_c/A \tag{3}$$

Para a determinação do campo de temperaturas no domínio sólido, é necessário resolver a equação da condução do calor dada por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0 \tag{4}$$

onde as variáveis adimensionais são dadas por:

$$\tilde{\theta} = \frac{\theta - \theta_{min}}{q''' \cdot \frac{A}{k}} \tag{5}$$

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}_0, \tilde{H}_1, \tilde{H}_2, \tilde{L}_0, \tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{S}_1 = \frac{x, y, H_0, H_1, H_2, L_0, L_1, L_2, H, L, S_1}{A^{1/2}} \tag{6}$$

Por razões de brevidade, as equações das condições de contorno de fluxo nulo nas superfícies externas ao sólido, bem como, as equações de condições de contorno de temperatura mínima nas paredes da cavidade não são apresentadas, podendo ser vistas no trabalho de (Gonzales, dos Santos, Isoldi, Estrada, & Rocha, 2015).

A forma adimensional das Eqs. 1-2 são representadas pelas seguintes equações:

$$1 = \tilde{H}\tilde{L} \tag{7}$$

$$\phi_c = \tilde{H}_0\tilde{L}_0 + 2\phi_1 + 2\phi_2 \tag{8}$$

$$\phi_1 = \tilde{H}_1\tilde{L}_1 \tag{9}$$

$$\phi_2 = \tilde{H}_2\tilde{L}_2 \tag{10}$$

O objetivo é minimizar o máximo excesso de temperatura representado pela seguinte equação:

$$\tilde{\theta}_{max} = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{q''' \cdot \frac{A}{k}} \tag{11}$$

Para a determinação da $\tilde{\theta}_{max}$ é necessário a otimização de cinco graus de liberdade ($H/L$, $H_0/L_0$, $H_1/L_1$, $H_2/L_2$ e $S_1/H_0$) submetidos as restrições de área da cavidade ($\phi_c$,$\phi_1$ and $\phi_2$) e de área total do sólido. Neste artigo, serão otimizados apenas quatro graus de liberdade ($H/L$, $H_0/L_0$, $H_1/L_1$, $H_2/L_2$ e $S_1/H_0$). Em todos os casos a razão $H/L$ será mantida constante ( $H/L$ = 1,0).

A função representada pela Eq. 11 é resolvida numericamente através da resolução da Eq. 4 para a determinação dos os campos de temperatura em todo o domínio computacional para diferentes configurações de ($H/L$, $H_0/L_0$, $H_1/L_1$, $H_2/L_2$ e $S_1/H_0$) e calculando o $\tilde{\theta}_{max}$ para minimizar o seu valor através da variação da configuração geométrica. A solução numérica é dada pela aplicação do método de Elementos Finitos (FEM), baseado em elementos triangulares, desenvolvido no ambiente MATLAB, com o pacote PDE (partial-differential-equations) toolbox Reddy and Gartling (1994). A malha é não-uniforme em ambos eixos $x$ e $y$, e varia de uma geometria para outra. O tamanho apropriado da malha é determinado por sucessivos refinamentos de malha (h-adaptativo), aumentando o número de elementos quatro vezes a cada refinamento. Por questões de simplicidade, o teste de malha independente pode ser verificado no trabalho de (Gonzales, dos Santos, et al., 2015).

# 3 Otimização Geométrica

A otimização geométrica da cavidade em forma de Duplo-T é realizada através da variação das variáveis que definem a geometria da cavidade e, de acordo com o método CD, este processo é sujeito ás restrições. Entretanto, a cavidade estudada neste trabalho possui nove variáveis ($H$, $L$, $H_0$, $L_0$, $H_1$, $L_1$, $H_2$, $L_2$ e $S1$) e quatro restrições ($A$, $\phi_c$, $\phi_1$ e $\phi_2$), então são necessários cinco graus de liberdade (GL) para completar as equações e determinar a geometria ($H/L$, $H_0/L_0$, $H_1/L_1$, $H_2/L_2$ e $S_1/H_0$). O processo de otimização está concentrado em quatro GLs ( $H_0/L_0$, $H_1/L_1$, $H_2/L_2$ and $S_1/H_0$), sendo $H/L$ variado em diferentes valores entre $0.03 < H/L > 30$ e as demais restrições mantidas em $A$ = 1, $\phi_c$ = 0,1; $\phi_1$ = 0,015; $\phi_2$ = 0,015. Em razão da brevidade, as equações que demonstram a definição das variáveis em função dos graus de liberdade podem ser verificados no trabalho de Gonzales, dos Santos, et al. (2015).

## 3.1 Evolução Diferencial

O algoritmo de Evolução Diferencial (ED) é uma meta-heurística baseada em populações e computação evolutiva. Foi proposto originalmente no trabalho de Storn and Price (1997), principalmente para espaços contínuos. O algoritmo ED foi projetado para ter habilidade com funções de custo não lineares, não diferenciáveis e multimodal (Storn & Price, 1997). A vantagem deste método está em possuir poucos parâmetros de controle, pode ser adaptado a computação paralela e possui boas propriedades de convergência (Storn & Price, 1997). O algorítimo é baseado em dois laços aninhados. O primeiro laço determina as gerações. O secundo laço, interno ao primeiro, é responsável pela aplicação de operadores diferenciais na população de soluções, com o objetivo de gerar uma nova população melhorada. Cada membro da população de soluções representa uma solução factível do problema. Esta solução deve ser um vetor com tamanho igual a dimensão do problema. O tamanho da população ($NP$), é definida a priori e não muda durante o processo de otimização, segundo a definição clássica. Para a geração da primeira população, é necessário uma distribuição uniforme cobrindo todo o espaço de busca. Logo, em cada geração e para cada vetor solução, um novo vetor é criado através da perturbação de um vetor escolhido aleatoriamente com a diferença entre dois outros vetores também escolhidos de forma aleatória. O novo vetor gerado é chamado de vetor mutante. Este processo representa o operador de mutação do algorítimo ED, o qual é aplicado para todos os indivíduos da população $x_{i,G}$, $i = 1, 2, 3...NP$. A seguinte equação representa o operador de mutação:

$$v_{i,G+1} = x_{r_1,G} + F.(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) \tag{12}$$

onde os índices $r_1$, $r_2$, $r_3$ $\in$ {1,2,3 ...NP}, são aleatórios, inteiros e mutuamente diferentes. Os valores de $r_1$, $r_2$ e $r_3$ devem ser diferentes do índice do indivíduo da iteração atual. O parâmetro $F$ é um fator constate de valor real $in[0, 2]$ que controla a amplitude da variação diferencial $(x_{r_2,G} - x_{r_3,G})$.

O operador de mutação apresentado é chamado pelos autores de rand/1/bin. Um segundo tipo de operador de mutação é utilizado e identificado pelos autores como best/2/bin (Storn & Price, 1997). Neste operador são usados dois vetores a mais e a melhor solução. O uso de mais dois vetores aumenta a diversidade da solução mutada de acordo com (Storn & Price, 1997). A equação abaixo representa o operador de mutação best/2/bin:

$$v_{i,G+1} = x_{r_{best},G} + F.(x_{r_1,G} + x_{r_2,G} - x_{r_3,G} - x_{r_4,G}) \tag{13}$$

Além dos operadores apresentados, o algoritmo ED possui o operador de cruzamento. Este operador aumenta a diversidade da solução mutante e cria o vetor candidato a ser integrado na nova população, o vetor $trial$. O vetor $trial$ é aceito como um novo membro da população substituindo o indivíduo atual na iteração $i$, apenas se a solução é melhor. Outros dois parâmetros configuram o comportamento do ED, sendo eles o tamanho da população (TP) e a quantidade de gerações (NG). O critério de parada do algorítimo é determinado a priori pelo número total de gerações. Esses dois parâmetros configuram a quantidade de vezes em que a função objetivo precisa ser executada, estando portanto, diretamente relacionados ao esforço computacional requisitado pelo algoritmo. Por razões de simplificação, maiores detalhes sobre o algorítimo ED podem ser verificados em (Storn & Price, 1997).

Neste trabalho, quatro diferentes versões do algorítimo ED foram executados com diferentes parâmetros de mutação, cruzamento (CR) e fator de amplificação $F$. Além destes parâmetros, para cada versão do algoritmo, foram configurados diferentes combinações de tamanho da população e número de gerações a serem processadas. A versão nomeada como DE1 possui a taxa de cruzamento configurada igual a 0,7 e fator $F$ igual a 1,5. A segunda versão, chamada DE2, possui $CR$ igual a 0,9 e $F$ igual a 2. As versões DE3 and D4, possuem respectivamente as mesmas configurações das versões DE1 e DE2. Contudo, DE3 e DE4, possuem o operador de mutação best/2/bin. Abaixo, a tabela apresenta todas as variações do algoritmo ED estudadas neste trabalho.

Tabela 1: Configurações das Diferentes Versões do Algorimo ED Analisadas

| Algoritmo | Mutação | $CR$ | $F$ |
|---|---|---|---|
| DE1 | $rand/1/bin$ | $0,7$ | $1,5$ |
| DE2 | $rand/1/bin$ | $0,9$ | $2$ |
| DE3 | $best/2/bin$ | $0,9$ | $2$ |
| DE4 | $best/2/bin$ | $0,7$ | $1,5$ |

A tabela a seguir apresenta as diferentes combinações de tamanho da população e gerações configuradas para cada versão do algoritmo ED.

Tabela 2: Combinações dos Parâmetros de Tamanho da População $(TP)$ e Número de Gerações $(NG)$

| $(TP)$ | $(NG)$ | Total de Iterações |
|---|---|---|
| 5 | 10 | 50 |
| 10 | 10 | 100 |
| 10 | 15 | 150 |
| 15 | 20 | 300 |

# 4 Resultados

Os resultados da otimização geométrica de 4 Graus de Liberdade (GL) ($H_0/L_0$, $H_1/L_1$, $H_2/L_2$ e $S_1/H_0$) para diferentes valores de $H/L$, são apresentados na Figura 2. Foram executadas 30 rodadas de cada versão do algoritmo de ED para diferentes combinações de $TP$ e $NG$, sendo registrados os valores de $(\theta_{max})_{4\times m}$ encontrados durante cada processo de otimização.

A Fig. 2 apresenta a média e o desvio padrão em relação ao efeito de $H/L$ sobre $(\theta_{max})_{4\times m}$. Na Fig. 2, é possível observar que para as razãoes de $H/L > 0.5$, todos os algoritmos apresentam um desvio padrão muito pequeno, independente inclusive do número de iterações ($TP \times NG$). Este comportamento é devido ao espaço de busca do problema, que nesta região ($H/L > 0.5$) possui poucos mínimos locais, facilitando a convergência do algoritmo, independente de sua configuração. Este resultado é importante, pois indica que, a configuração do algoritmo e o esforço computacional pode

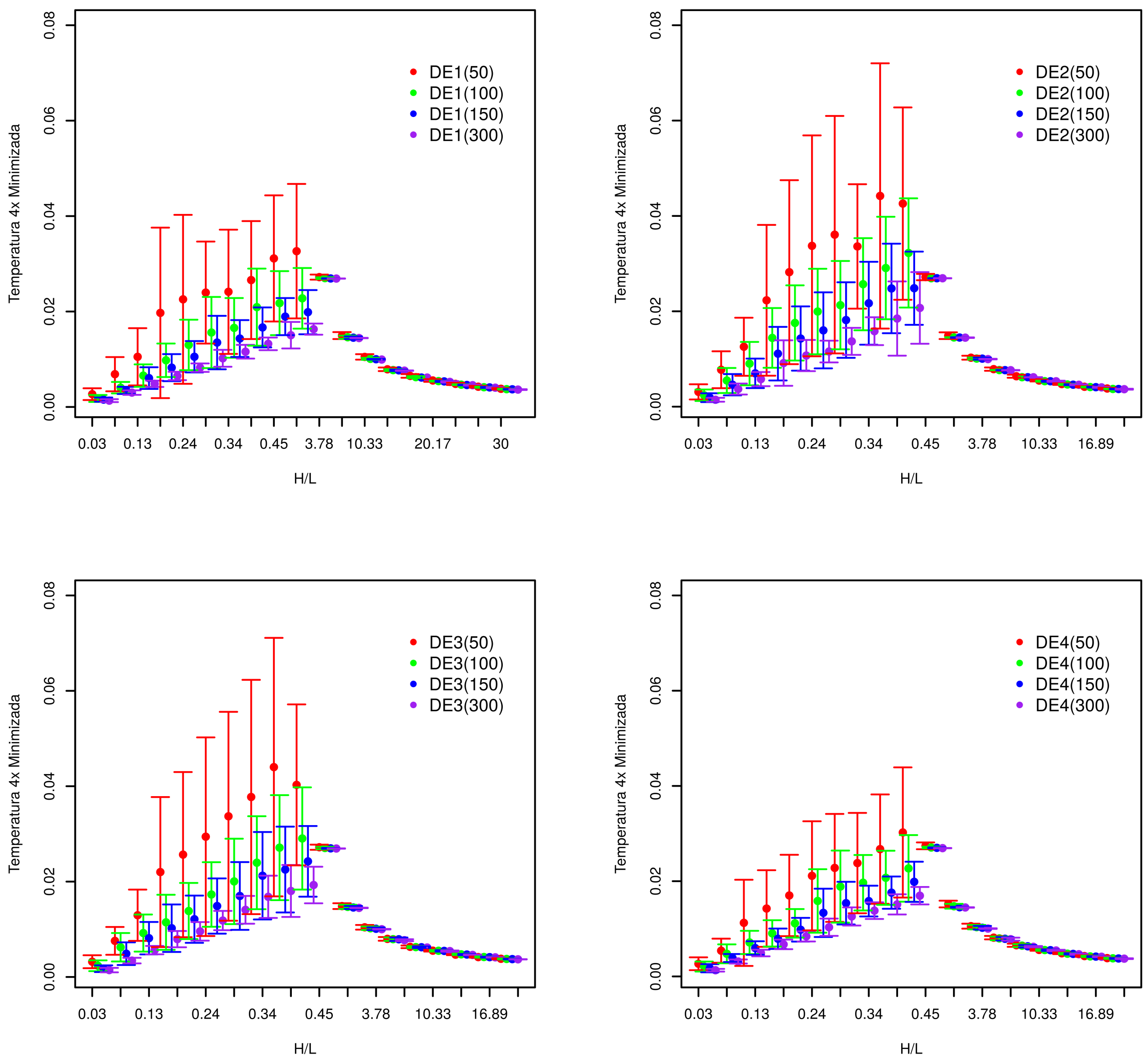


Figura 2: Média e Desvio Padrão do Efeito de $H/L$ sobre $(\theta_{max})_{4\times m}$ registrados por diferentes verões do algoritmo ED com diferentes combinações de população e gerações:a)ED1 b)ED2 c) ED3 d)ED4.

ser adaptado de acordo com o espaço de busca. Para razões de $H/L \leqslant 0.5$, todas as versões do algoritmo ED analisadas neste estudo obtiveram alguma dificuldade em convergir para o ótimo, apresentando erros identificados pelo desvio padrão. Nestes casos, a influência dos parâmetros de configuração do algoritmo ED se torna mais evidente. A Fig. 2 apresenta, em cada gráfico, uma comparação dentro de cada versão do algoritmo ED, variando apenas o número de iterações ($TP \times NG$). Portanto, é possível notar a influência dos parâmetros de $TP$ e $NG$ na redução do desvio padrão. Porém, obviamente, as melhores configurações destes dois parâmetros são aquelas que demandam um maior poder computacional. Entretando, é preciso destacar que para as versões ED1 e ED4, possuem uma menor diferença entre o desvio padrão dos algoritmos com 50 iterações para os demais. O aumento no tamanho da população e número de gerações para 300 iterações, reduz significativamente o desvio padrão nestas versões do algorimo ED, como pode ser observado nas Figs. 2a) e 2b). Por outro lado, nas Figs. 2c) e 2d) a diferenção no desvio padrão é maior e o aumento do número de iterações também não representa diminuição significativa do desvio padrão.

A Figura 3 apresenta a comparação entre as diferentes versões do algortmo ED para cada combinação dos parâmetros de ($TP \times NG$). Em quatro gráficos com a mesma escala para $(\theta_{max})_{4\times m}$, os resultados de diferentes algoritmos com os limites de iterações (50,100,150 e 300) são representados pelas figuras Fig.3 a) a Fig.3 d), respectivamente. Na Fig. 3 é possível observar que os algoritmos ED2 e ED3 possuem os maiores valores de desvio padrão para $(\theta_{max})_{4\times m}$, sendo que os resultados destes algoritmos para 100 iterações são próximos aos valores de desvio padrão dos algoritmos de ED1 e ED4 com 50 iterações. O mesmo caso pode ser observado comparando os gráficos da Fig. 3 c) em relação a Fig. 3 b), assim como, entre as Fig. 3 d) e Fig. 3 c), ou seja, os algoritmos ED1 e ED4 possuem maior eficiência que os algoritmos ED2 e ED3 com um menor número de iterações. Em alguns casos, como para os resultados do algoritmo ED2 com 300 iterações para $H/L = 0.5$, o desvio padrão é maior que os algoritmos ED1 e ED4 limitados as 150 iterações ($TP = 10$ e $NG = 15$).

# 5 Conclusão

A otimização geométrica...

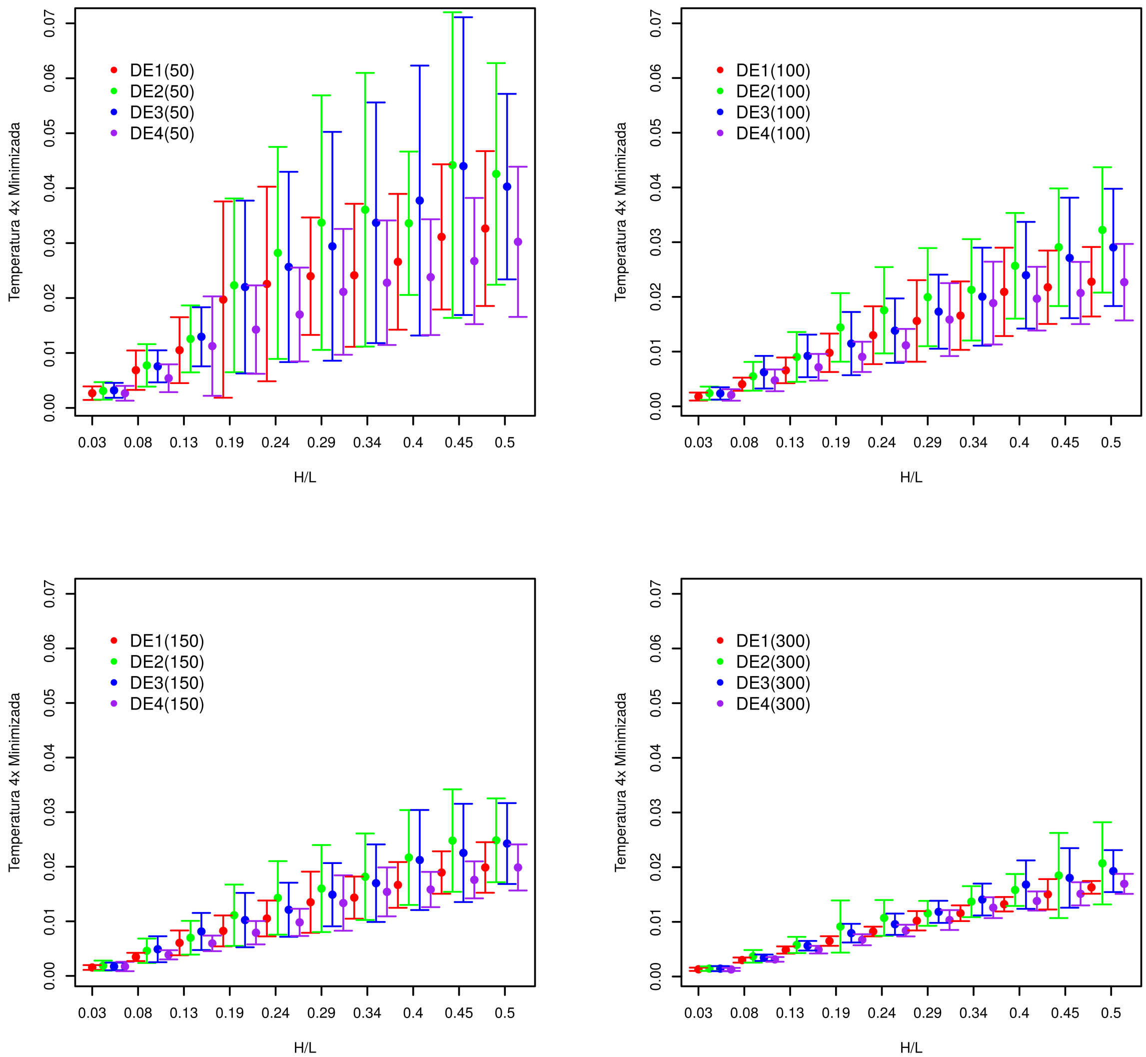


Figura 3: Média e Desvio Padrão do Efeito de $H/L$ sobre $(\theta_{max})_{4\times m}$ para $H/L \leqslant 0.5$, registrados por diferentes verões do algoritmo ED com diferentes combinações de população e gerações: a)$TP = 5$, $NG = 10$ b)$TP = 10$, $NG = 10$ c) $TP = 10$, $NG = 15$ d) $TP = 15$, $NG = 20$.

## Agradecimentos

G. V. Gonzales agradece o IF-SUL e o PPGMC-FURG pelo apoio. E. D. dos Santos agradece o suporte financeiro do CNPq. Antônio J. Silva Neto agradece o suporte financeiro da FAPERJ, CNPq e CAPES.


## Referências


Bejan, A. (1997). Constructal-theory network of conducting path for cooling a heat generating volume. *Int. J. Heat Mass Transfer*, *40*, 799-816.

Biserni, C., Dalpiaz, F. L., Fagundes, T. M., & Rocha, L. A. (2017). Constructal design of T-shaped morphing fins coupled with a trapezoidal basement: A numerical investigation by means of Exhaustive Search and Genetic Algorithm. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, *109*, 73–81.

Biserni, C., Rocha, L. A., & Bejan, A. (2004). Inverted fins: Geometric optimization of the intrusion into a conducting wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, *47*(12-13), 2577–2586.

Biserni, C., Rocha, L. A., Stanescu, G., & Lorenzini, E. (2007). Constructal H-shaped cavities according to Bejan's theory. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, *50*(11-12), 2132–2138.

Gonzales, G. V., dos Santos, E. D., Isoldi, L. A., Estrada, E. d. S. D., & Rocha, L. A. O. (2015). Constructal design of isothermal double-T shaped cavity by means of Simulated Annealing. In *Proceedings of the xxxvi iberian latin-american congress on computational methods in engineering - cilamce2015.* Rio de Janeiro, Brazil.

Gonzales, G. V., dos Santos, E. D., Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O., Silva Neto, A. J., & Telles, W. R. (2017). Constructal design of double-T shaped cavity with stochastic methods Luus-Jaakola and Simulated Annealing. *Defect and Diffusion Forum*, *370*.

Gonzales, G. V., dos Santos, E. D., & Neto, A. J. S. (2018). Uma Comparação Entre Os Algoritmos De Evolução Diferencial E Recozimento Simulado Associados Ao Design Construtal Para A Otimização GeoméTrica De Uma Cavidade Em Forma De Duplo-T. *Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão*, *3*(2), 85–104.

Gonzales, G. V., Estrada, E. d. S., Emmendorfer, L., Isoldi, L., Xie, G., Rocha, L., & dos Santos, E. (2015). A comparison of simulated annealing schedules for constructal design of complex cavities intruded into conductive walls with internal heat generation. *Energy*, *93*, 372–382.

Lorenzini, G., Biserni, C., Estrada, E. D., Isoldi, L. A., dos Santos, E. D., & Rocha, L. A. O. (2014). Constructal design of convective Y-shaped cavities by means of Genetic Algorithm. *Journal of Heat Transfer*, *136*(7), 071702.

Lorenzini, G., Biserni, C., Isoldi, L. A., dos Santos, E. D., & Rocha, L. A. O. (2011). Constructal Design Applied to the Geometric Optimization of Y-shaped Cavities Embedded in a Conducting Medium. *Journal of Electronic Packaging*, *133*(4), 041008.

Reddy, J. N., & Gartling, D. K. (1994). *The finite element method in heat transfer and fluid dynamics*. New York: McGrawHill.

Storn, R., & Price, K. (1997). Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, *11*(4), 341–359.

Xie, Z., Chen, L., & Sun, F. (2010). Geometry optimization of T-shaped cavities according to constructal theory. *Mathematical and Computer Modelling*, *52*(9-10), 1538–1546.