

单选题 本大题共9小题，每小题5分，共45分。在每小题给出的4个选项中，有且只有一项是符合题目要求。

1 题型： 单选题 | 分值: 5分

(1) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\overline{\{2, 3, 4\}}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{1\}$

正确答案

C

解析

$A \cap B = \{2, 4\}$, 显然，最大公共集。

2 题型： 单选题 | 分值: 5分

(2) “ $a^3 = b^3$ ” 是 “ $3^a = 3^b$ ” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分又不必要条件

正确答案

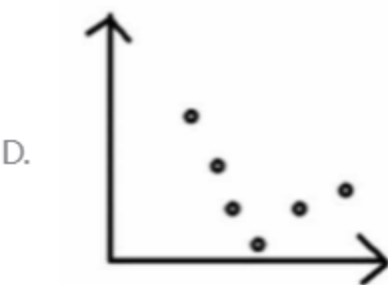
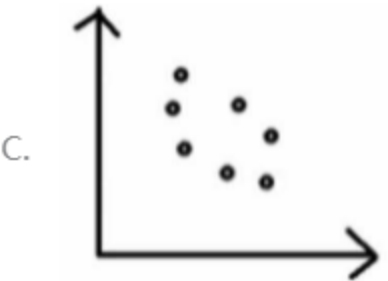
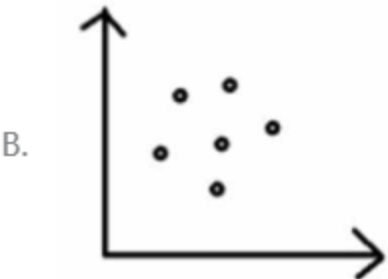
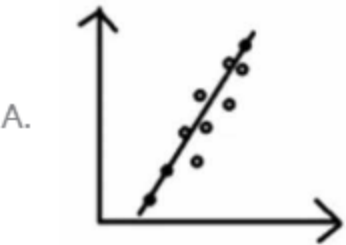
C

解析

由 $a^3 = b^3 \Leftrightarrow a = b$, $3^a = 3^b \Leftrightarrow a = b$, $a^2 = b^2 \Leftrightarrow 3^a = 3^b$

3 题型： 单选题 | 分值: 5分

以下相关系数最大的是



正确答案

A

解析

选 A. 线性相关系数越大，越接近直线，方差越小

4 题型： 单选题 | 分值: 5分

下列函数中，是偶函数的为

- A. $f(x) = \frac{e^x - x^2}{x^2 + 1}$ B. $\frac{\cos x - x^2}{x^2 + 1}$ C. $f(x) = \frac{e^x - x}{x + 1}$ D. $y = \frac{\sin x + 4x}{e^{|x|}}$

🏆 正确答案

B

🔍 解析

B. cosx, x²均为偶函

5 题型： 单选题 | 分值: 5分

(5) 若 $a = 4.2^{-0.2}$, $b = 4.2^{0.2}$, $c = \log_{4.2} 0.2$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $c > a > b$ B. $c > b > a$ C. $a > b > c$ D. $b > a > c$

🏆 正确答案

D

🔍 解析

显然 $b = 4.2^{0.2} > a = 4.2^{-0.2}$, $4.2^{-1} = 0.2, c < 0$, $b > a > 0 > c$ 选 D

6 题型： 单选题 | 分值: 5分

设m,n为两条直线a为一平面，下面说法正确的是()

- A. 若m平行a则m与n垂直
B. 若m平行a n平行a则m与n平行
C. 若m平行a n垂直a则m与n垂直
D. 若m平行a n垂直a则m与n相交

🏆 正确答案

C

🔍 解析

6, 此题考查线面关系。选 C。
A : $m // a$, m 与 a 的法向量 \perp , n 不 为向量 x
B: $m // a, n // a$, 说明 m, n 均与 a 的法向量 \perp , \neq 平行 x。
C: \checkmark . $m // a, n \perp a$ 明 n 是 a 法向量, $m \perp n$
D: 不知道在哪儿?

7 题型： 单选题 | 分值: 5分

7 题型： 单选题 | 分值: 5分

(7) 若 $f(x) = 3\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$)，周期 $T = \pi$ ，则 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上的最小值为

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. 0 D. $\frac{3}{2}$

🏆 正确答案

D

🔍 解析

$$\begin{aligned} T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi &\Rightarrow \omega = 2, f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \quad x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right] \Rightarrow \\ 2x + \frac{\pi}{3} &\in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{2}{3}\pi\right], \Rightarrow f(x) \in \left[\frac{3}{2}, 3\right] \\ \therefore \frac{3}{2} \end{aligned}$$

8 题型： 单选题 | 分值: 5分

(8) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，双曲线右支上一点 P 满足 $k_{PF_2} = 2$ ， $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形，且 $S_{\triangle PF_1F_2} = 8$ ，则双曲线的方程为

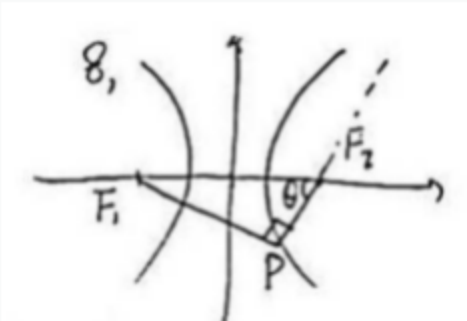
- A. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$ B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$

🏆 正确答案

A

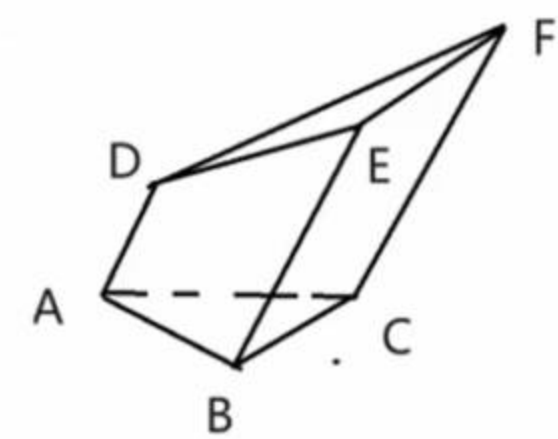
🔍 解析

设焦距为 $2c$ ，则 $c^2 = a^2 + b^2$ ， $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ ， PF_2 斜为 $2 \Rightarrow \tan\theta = 2 = \frac{PF_1}{PF_2}$ ，又根据双曲线定义 $PF_1 - PF_2 = 2a \Rightarrow PF_1 = 4a, PF_2 = 2a$ ，又 $S_{\triangle PF_1F_2} = 4a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 2, b^2 = 4a^2 = 8$



9 题型： 单选题 | 分值: 5分

(9) AE, BD, CF 两两平行， $AE = 1, BD = 2, CF = 3$ ，则不规则几何体的体积为



- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{4} + 1$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{4} - 1$

🏆 正确答案

C

🔍 解析

三者两两平行，间距为 1，相当于正三棱柱分别截取 1、2、3 的棱形式的多面体。
细分或 1 个三棱柱加一个不规则棱锥。

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

填空题 本大题共6小题，每小题5分，共30分。把答案填写在题中横线上。

10 题型：填空题 | 分值: 5分

(10) 已知 i 是虚数单位，化简 $(\sqrt{5}+i)(\sqrt{5}-2i)$ 的结果为_____.

正确答案

$7-\sqrt{5}i$.

解析

$$(\sqrt{5}+i)(\sqrt{5}-2i)=(\sqrt{5})^2-2i\sqrt{5}+i\sqrt{5}-2i^2=7-\sqrt{5}i.$$

11 题型：填空题 | 分值: 5分

(11) 在 $\left(\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}\right)^6$ 的展开式中，常数项为_____.

正确答案

-20

解析

$$\left(\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}\right)^6 \text{ 令 } a=\frac{x^2}{3}>0, \text{ 则 } \left(\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}\right)^6=\left(a-\frac{3}{a}\right)^6$$

根据二项式定理，展开式通项为 $T_k=(\frac{6}{k})a^{6-k}(-\frac{1}{a})^k \Rightarrow k=3$ 时为常数项

$$T_3=-\left(\frac{6}{3}\right)=-20$$

12 题型：填空题 | 分值: 5分

(12) 圆 $C:(x-1)^2+y^2=25$ 的圆心为抛物线 $y^2=2px$ 的焦点 F ，圆 C 和该抛物线交于点 A ，则原点到直线 AF 的距离为 _____.

正确答案

$\frac{4}{5}$

解析

圆心为 $c(1,0)$ 故 $y^2=2px$ 焦点 $F(1,0)$,

又其焦点为 $(\frac{p}{2},0) \Rightarrow \frac{p}{2}=1 \Rightarrow p=2$, 联立 $\begin{cases} y^2=2px=4x \\ (x-1)^2+y^2=25 \end{cases}$,

$x>0, \Rightarrow x=4, y^2=16$, 故 A 为 $(4,4)$ 或 $(4,-4)$ 又 $|OF|=1, \tan\theta=\frac{4}{3} \Rightarrow \sin\theta=\frac{4}{5}$, 故 O 到 AF 距离为 $|OF|\cdot\sin\theta=1\cdot\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$

13 题型：填空题 | 分值: 5分

(13) 甲乙二人要从 A, B, C, D, E 五个小球中任选三个，且他们的选择相互独立，则甲选择 A 的概率为 _____；已知乙选了 A ，则他选 B 的概率为 _____.

🔑 正确答案

0.6 0.5

🔍 解析

甲乙相互独立，故先算甲选 A ，从 $A、B、C、D、E$ 任选三个共有一一种组合，包含 A 的组合仅有 $ABC、ABD、ABE、ACD、ACE、ADE$ 六种，故 $\binom{5}{3} P(\text{甲选择 } A) = \frac{6}{\binom{5}{3}} = \frac{3}{5}$

若已知乙选 A ，相当于从 $BCDE$ 选两个，总组合数 $\binom{4}{2}$ ，乙同时选中 $A、B$ 则又能 $C、D、E$ 中选一个，共 3 种。所以 $P(\text{乙选 } B | \text{乙选 } A) = \frac{6}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

14 题型：填空题 | 分值: 5分

(14) 在正方形 $ABCD$ 中， $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{EC}$ ， $\overrightarrow{BE} = \lambda\overrightarrow{BA} + \mu\overrightarrow{BC}$ ，点 D 为 AB 的中点，则 $\lambda + \mu =$ _____；若 F 为 BE 上的动点， G 为 AF 的中点，则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{DG}$ 的最小值为 _____.

🔑 正确答案

$\frac{4}{3}$ $-\frac{5}{18}$

🔍 解析

如图建立坐标系

$\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{EC} \Rightarrow E(\frac{2}{3}, 0), B(1,1)$

$\therefore \overrightarrow{BE} = (-\frac{1}{3}, -1), \overrightarrow{BA} = (-1, 0), \overrightarrow{BC} = (0, -1)$

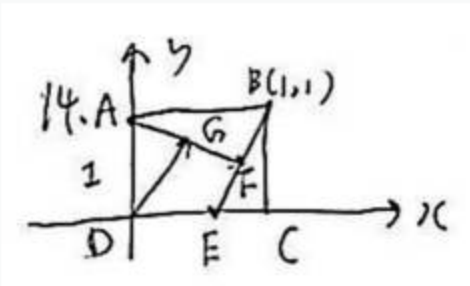
$\overrightarrow{BE} = \lambda\overrightarrow{BA} + \mu\overrightarrow{BC} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3}, \mu = 1, \therefore \lambda + \mu = \frac{4}{3}$

BE 方程: $y = 3x - 2, x \in [\frac{2}{3}, 1], \Rightarrow \overrightarrow{AF} = (x, 3x - 3)$

G 为 $(\frac{x}{2}, \frac{3x-1}{2}), \therefore \overrightarrow{OG} = (\frac{x}{2}, \frac{3x-1}{2}), \Rightarrow$

$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{OG} = \frac{2x}{2} \cdot x + \frac{3x-1}{2} \cdot (3x-3) = \frac{10x^2 - 12x + 3}{2}, x \in [\frac{2}{3}, 1]$

$x = \frac{2}{3}$ 时 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{OG}$ 最小，代入得 $(\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{OG})_{\min} = -\frac{5}{18}$



15 题型：填空题 | 分值: 5分

(15) 若函数 $f(x) = 2\sqrt{x^2 - ax} - |ax - 2| + 1$ 恰有一个零点，则 a 的取值范围为_____.

🏆 正确答案

$(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty).$

🔍 解析

15. $f(x) = 2\sqrt{x^2 - ax} - |ax - 2| + 1$ ，分段考察，并画图。
 $a = 0$ 时， $f(x) = 2/x - 1$ ，有 2 个 0 点不满足条件，同理 $a = 1$ 时，
 $f(x) = 2\sqrt{x^2 - x} - |x - 2| + 1$ 有一个以上零点，不满足。
当 $a < 0$ 时，画图，恰好一个 0 点。
同理 $0 < a < 1$ 或 $a > 1$ 时也之有一个 0 点
 $\therefore a$ 取值范围 $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty).$

简答题（综合题） 本大题共75分。简答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16 题型：简答题 | 分值: 14分

(16) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c . 已知 $a : c = 2 : 3$ ， $\cos B = \frac{9}{16}$ ， $b = 5$.
(I) 求 a 的值；
(II) 求 $\sin A$ ；
(III) 求 $\cos(2A - B)$.

🏆 正确答案

(1) 4 (2) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (3) $\frac{57}{64}$

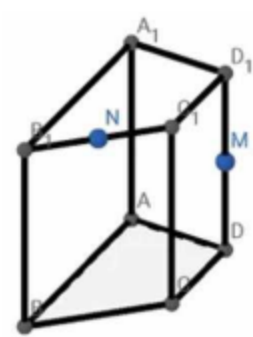
🔍 解析

16. (1)
$$\begin{cases} a : c = 2 : 3 \Rightarrow a = \frac{2}{3}c \\ \text{余弦定理 } b^2 = 25 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \frac{9}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 6 \end{cases} \therefore 4$$

(2) 余弦定理 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5^2 + 6^2 - 4^2}{2 \times 5 \times 6} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$
(3) 和差化积 $\Rightarrow \cos(2A - B) = \cos 2A \cos B + \sin 2A \sin B$ ， $\cos B = \frac{9}{16} \Rightarrow \sin B = \frac{5\sqrt{7}}{16}$
 $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = \frac{1}{8}$, $\sin 2A = 2 \sin A \cos A = \frac{3\sqrt{7}}{8}$ ，代入则 $\cos(2A - B) = \frac{57}{64}$

17 题型：简答题 | 分值: 15分

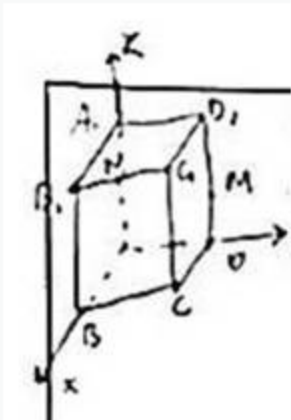
- (17) 如图，已知 $A_1A \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB = AA_1 = 2$ ， $AC = 1$ ， F 、 E 分别为 B_1C_1 和 CC_1 的中点.
- (I) 求证： $BE \parallel$ 平面 DC_1F ；
- (II) 求平面 BB_1D_1D 与平面 C_1FD 所成角的余弦值；
- (III) 求点 B 到平面 DFC_1 的距离.



🏆 正确答案

- (1) 略 (2) $\frac{2\sqrt{22}}{11}$ (3) $\frac{2}{\sqrt{11}}$

🔍 解析



- (1) 以 A 为原点，建立空间直角坐标系。
- 已知 $A(0, 0, 0)$ $B(2, 0, 0)$ $C(1, 1, 0)$ $D(0, 1, 0)$
- $A_1(0, 0, 2)$ $B_1(2, 0, 2)$ $C_1(1, 1, 2)$ $D_1(0, 1, 2)$ $N(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2)$ $M(0, 1, 1)$.
- 因为 $\overrightarrow{D_1N} = (\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ $\overrightarrow{CB_1} = (1, -1, 2)$
- $\overrightarrow{CM} = (-1, 0, 1)$ ，设 \vec{m} 为 CB_1M 的法向量， $\begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{CB_1} = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \end{cases}$
- 可得法向量其中一个解为 $\vec{m} = (1, 3, 1)$ ，于是 $\vec{m} \cdot \overrightarrow{D_1N} = 0$
- 又易证 $\overrightarrow{D_1N}$ 不在 CB_1M 内，故 $\overrightarrow{D_1N} \parallel CB_1M$
- (2) $\overrightarrow{BD_1} = (0, 0, 2)$ $\overrightarrow{BC} = (-1, 1, 0)$ ，设 \vec{n} 为 BB_1C_1C 的法向量，
- 由 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{BB_1} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases}$ ，可得其中一个解为 $\vec{n} = (1, 1, 0)$
- 故 $\cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{22}}{11}$ ，所以余弦值为 $\frac{2\sqrt{22}}{11}$
- (3) $\overrightarrow{BB_1} = (0, 0, 2)$
- $\vec{m} = (1, 3, 1) \Rightarrow \sin \theta = |\cos \langle \overrightarrow{BB_1}, \vec{m} \rangle| = \left| \frac{\overrightarrow{BB_1} \cdot \vec{m}}{|\overrightarrow{BB_1}| |\vec{m}|} \right| = \frac{1}{\sqrt{11}} \Rightarrow h = |\overrightarrow{BB_1}| \cdot \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{11}}$

(18) 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左顶点为 A , 下顶点为 B , C 为 OB 中点, $e = \frac{1}{2}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$.

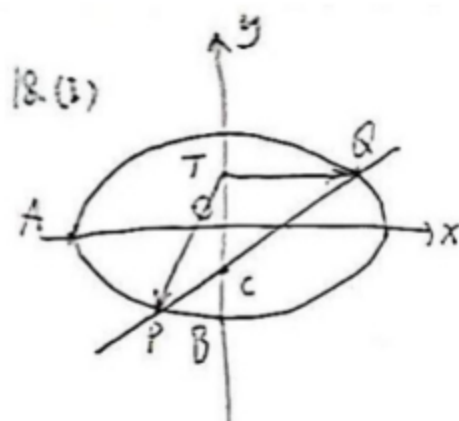
(I) 求椭圆方程;

(II) 若过 C 点的直线与椭圆交于 P, Q 两点, T 为 y 轴上一点满足 $\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TQ} \leq 0$, 求 T 纵坐标的取值范围.

正确答案

略

解析



易知 $A(-a, 0)$, $B(0, -b)$, (为 OB 中点 $\Rightarrow C(0, -\frac{b}{2})$)

离心率 $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

又 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot |BC| \cdot |OA| = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot a = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 代入 $b = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a^2 = 12, b^2 = 9$, 椭圆为 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$

(2) 设 PQ 的斜率 k ,

由 (C) 知 $C(0, -\frac{b}{2})$ 为 $(0, -\frac{3}{2}) \therefore PQ: y = kx - \frac{3}{2}$

由 $\begin{cases} y = kx - \frac{3}{2} \\ \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases}$ 设 $P(x_1, y_1)$ $Q(x_2, y_2)$ 则 x_1, x_2 为 $(\frac{1}{12} + \frac{k^2}{9})x^2 - \frac{kx}{3} - \frac{3}{4} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{12k}{3+4k^2} \\ x_1 x_2 = \frac{-27}{3+4k^2} \end{cases}, \quad \overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TQ} = x_1 x_2 + (y_1 - t)(y_2 - t)$

代入 $y_1 = kx_1 - \frac{3}{2}, y_2 = kx_2 - \frac{3}{2}$

$\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TQ} = (k^2 + 1)x_1 x_2 - \frac{3}{2}k(x_1 + x_2) + \frac{9}{4} + t^2 - (k(x_1 + x_2) - 3)t$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{12k}{3+4k^2} \\ x_1 x_2 = \frac{-27}{3+4k^2} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TQ} = \frac{1}{3+4k^2}(-27 - 27k^2 + (\frac{9}{4} + t)(3 + 4^2) + 3\pi(3 + 4^2) - k^2 t \cdot 12)$

$\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TQ} \leq 0$ 对任意 K 恒成立 \Rightarrow 以 K 配方恒 ≤ 0

已知数列{ a_n }是大于 0 的等比数列其前 n 项和为 S_n 若 $a_1 = 1$ $S_2 = a_3 - 1$

(1) 求数列{ a_n }前 n 项和为 S_n

(2) 设 $b_n = \begin{cases} k & n = a_k \\ b_{n-1} + 2k & a_k < n < a_{k+1} \end{cases}$ 其中 k 是大于 1 的正整数

(i) 当 $n=a_{k+1}$ 时求证: $b_{n-1} \geq a_k \cdot b_n$

(ii) 求 $\sum_{i=1}^{S_n} b_i$

🔑 正确答案

- (1) $\therefore a_n = 2^{n-1}, \quad S_n = 2^n - 1.$
- (2) 略

🔑 解析

(1) 设公比为 q, 则 $C_n = a_1 q^{n-1} = q^{n-1}, S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{1-q^n}{1-q}, S_2 = \frac{1-q^2}{1-q} = 1+q,$

(1) $a_3=1 \cdot q^2 \quad S_2=a_3-1 \Rightarrow 1+q=q^2-1 \Rightarrow q=-1$ 或 $q=2$, 又 $|q| \neq 1$, 故最 $q=2$

$\therefore a_n = 2^{n-1}, \quad S_n = 2^n - 1.$

(2) 写出 b 的前几项, 总结规律 $b_1=1, \quad b_2=2, \quad b_3=b_2+2 \times 2=6, \quad b_4=3,$

$b_5=b_4+2 \times 3=9, \quad b_6=b_5+2 \times 3=15, \quad b_7=b_6+2 \times 3=21, \quad b_8=4,$

$b_9=b_8+2 \times 4=12 \dots$

归纳法: (1) $n=a_2=4$ 时 $b_{n-1}=b_3=6, b_n=6$, 满足。

(2) 假设 $n=a_{k+1}$ 时 $b_{n-1} \geq a_k \cdot b_n$, 则考虑 $m=a_{k+2}$ 时, 由 (1) $a_{k+1}=2^k, a_{k+2}=2^{k+1}$, 中间隔了 2^k-1 个

$\therefore b_{m-1}=b_n+(2^k-1) \cdot 2(k+1)=(k+1)+(2^k-1) \cdot 2(k+1)=(k+1) \cdot (2^{k+1}-1)$

(2) 而 $a_{k+1} \cdot b_m=2^k \cdot (k+2)$, 易证 $(k+1)(2^{k+1}-1) \geq 2^k(k+2)$ 亦成立, 由此证毕。

因为 $S_n=2^n-1, \therefore b_{S_n+1}=n+1$, 由 (1) 总结的规律有

$$\sum_{i=1}^{S_n} b_i = 1+2+\dots+n+(n+2)n+(n+2n+2n)+\dots+(n+2n \cdot (2^n-1)).$$

故 $\sum_{i=1}^{S_n} b_i = \sum_{i=1}^n \frac{n+(n+2n(2^n-1))}{2} \cdot 2^n = \sum_{i=1}^n i \cdot 2^n$,

特殊的和, $\sum_{i=1}^n (n(2^n)^n) \Rightarrow \frac{1}{3}(4^{n+1}-1) - \frac{n}{3} \cdot 4^{n+1}$

设函数 $f(x) = x \ln x$

- (1) 求 $f(x)$ 图像上点 (1, $f(1)$) 处的切线方程
- (2) 若 $f(x) \geq a(x - \sqrt{x})$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 时恒成立, 求 a 的值
- (3) 若 $x_1, x_2 \in (0, 1)$ 证明 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq |x_1 - x_2|^{\frac{1}{2}}$

🔑 正确答案

略

🔑 解析

(1) $f(x) = x \ln x \Rightarrow f'(x) = x \cdot \frac{1}{x} + 1 \cdot \ln x = 1 + \ln x, x > 0$

故 $f'(1) = 1, f(1) = 0, \therefore y = f(x)$ 在 $(1, 0)$ 的切线为:

$y - f(1) = f'(1)(x - 1) \Rightarrow y = x - 1$

(2) $f(x) \geq a(x - \sqrt{x}), \forall x > 0, \Rightarrow$ 令 $g(x) = f(x) - a(x - \sqrt{x}) = x \ln x - ax + a\sqrt{x}$

而 $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 0$, 若 $\forall x > 0 \quad g(x) \geq 0$ 又须 $g'(x) \geq 0$,

又 $g'(x) = 1 + \ln x - a + \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0$, 所以 $a = \inf(1 + \ln x + \frac{1}{2\sqrt{x}})$,

令 $h(x) = 1 + \ln x + \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$, 则 $h'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{4\sqrt{x}}$ $h'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{16}$

当 $x \in (0, \frac{1}{16})$ 时, $h'(x) < 0$, $x \in (\frac{1}{16}, +\infty)$, $h'(x) > 0, \therefore h_{\min} = h(\frac{1}{16}) = 3 - \ln 16 > 0, \therefore a = 3 - \ln 16$,

(3) 由 (1) 知 $f'(x) > 0, \forall x \in (0, 1), \therefore$ 不妨假设 $0 < x_1 < x_2 < 1$,

$f'(x) = \frac{1}{x} > 0, \quad 0 < f'(x_1) < f'(x_2) < f'(1) = 1$, 由中值定理,

$\exists ita \in (x_1, x_2)$

$$f'(ita)(x_2 - x_1) \leq f'(1)(x_2 - x_1) \leq x_2 - x_1$$

使 $f(x_2) - f(x_1) =$

等号在 $x_1 = x_2$ 时得又 $0 < x_1 < x_2 < 1 \Leftrightarrow 0 < x_2 - x_1 < 1 \Rightarrow x_2 - x_1 \leq \sqrt{|x_2 - x_1|}$

$\Rightarrow f(x_2) - f(x_1) \leq \sqrt{|x_1 - x_2|}, 0 < x_2 < x_1 < 1$ 同理, 故 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq \sqrt{|x_1 - x_2|}$