参考答案

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

【第 1 题】

【答案】（-4,3）

【第 2 题】

【答案】-1-i

【第 3 题】

【答案】$3\sqrt{2}$

【第 4 题】

【答案】6

【第 5 题】

【答案】必要不充分

【第 6 题】

【答案】2

【第 7 题】

【答案】若 $S>1$，则 $n_1>n_2$；若 $S<1$，则 $n_1<n_2$.

【第 8 题】

【答案】$\sqrt{3}$

【第 9 题】

【答案】A

【第 10 题】

【答案】C

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

【第 11 题】

【答案】（4,0）

【第 12 题】

【答案】$-\frac{1}{2}$

【第 13 题】

【答案】$\pm\frac{1}{2}$

【第 14 题】

【答案】57.5mm，23mm

【第 15 题】

【答案】①③④

三、解答题：共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

【第 16 题】

【答案】（1）$A=\frac{2\pi}{3}$；（2）$S=\frac{15\sqrt{3}}{4}$.

【解析】（1）$\because 2\sin B\cos B=\frac{\sqrt{3}}{7}b\cos B$，$\therefore \sqrt{3}b=14\sin B=2a\sin B$.

$\because \sqrt{3}\sin B=2\sin A\sin B$，$\therefore \sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\because A>\frac{\pi}{2}$，$\therefore A=\frac{2\pi}{3}$.

(2)①不可能.

②$\because \sin B=\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$，　$\cos A=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\sin B\cos A$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{13}{14}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$

$=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}>0$.

$\therefore$构成三角形.

$\because \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，　$b=\dfrac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{14}=3$.

$\therefore S=\dfrac{1}{2}ab\sin c=\dfrac{1}{2}\times 7\times 3\times\dfrac{5\sqrt{3}}{14}=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$.

③$\because c\sin A=\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$，$c=5$，$\therefore\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin c}$，$\therefore\sin c=\dfrac{c}{a}\sin A=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$.

$\therefore\cos C=\dfrac{11}{14}$，$\because A>\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore\sin B=\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$，

$\therefore S=\dfrac{1}{2}ac\sin\beta=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$.

【第 17 题】

【答案】（1）见详解；（2）$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{30}}{30}$

【解析】(1)证明：$\because AD=3, DE=2, \therefore AE=1, \therefore AE=BC$，$AE\parallel BC$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

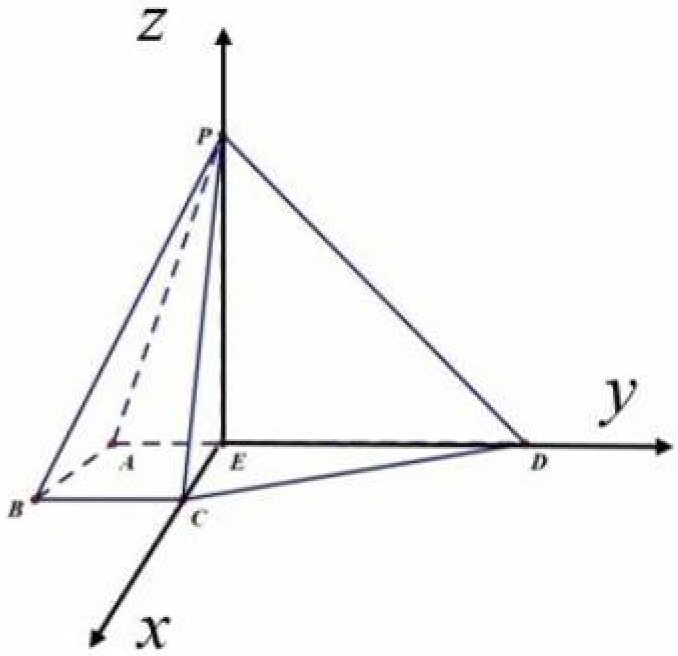
延长 EB, DC 交于点 G，则 $BC=\dfrac{1}{2}ED, BC\parallel ED$，

$\therefore BC$ 为 $\triangle GED$ 的中位线.

$\because B$ 为 GE 中点，$\therefore BF$ 为 $\triangle EPG$ 中位线，

$\therefore BF // PG$，G 在 CD 上，$PG \subset$ 平面 PCD，$\therefore BF //$ 平面 PCD.

(2) $\because AB \perp$ 平面 PED, EP, ED, EC 相互垂直，如图建系，



$\therefore P(0,0,2)$，$A(0,-1,0), C(1,0,0)$，$D(0,2,0)$，

$\overrightarrow{AB}=(1,0,0), \overrightarrow{AP}=(0,1,2), \overrightarrow{n_1}=(0,2,-1), \overrightarrow{n_2}=(2,1,1)$，

$\therefore \cos\theta = \dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{2-1}{\sqrt{5}\times\sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{30}} = \dfrac{\sqrt{30}}{30}$.

【第 18 题】

【答案】(1) $\dfrac{1}{70}$；(2)(i) 0.122 万元；(ii) 0.1252 万元

【解析】(1) $\dfrac{60+30+10}{800+100+60+30+10} = \dfrac{1}{70}$.

(2)(i) $E(X) = 0.4 - \left(0.8\times\dfrac{1}{10} + 1.6\times\dfrac{3}{50} + 2.4\times\dfrac{3}{100} + 3\times\dfrac{1}{100}\right)$

$=0.122$ 万元.

(ii) 保费 $=0.4\times\dfrac{4}{5}\times 96\% + 0.4\times\dfrac{1}{5}\times 1.2$ =0.4032；

$E(X) = 0.122 + 0.0032 = 0.1252$ 万元.

【第 19 题】

【答案】（1） $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1.e=\frac{\sqrt{3}}{2}$；（2） $t=2$

【解析】(1) $b=c=\sqrt{2},a=2,\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1.e=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2)联立$\begin{cases} y=k_0+b, \\ x^2+2y^2=4, \end{cases}$

得$\left(2k^2+1\right)x^2+4ktx+2t^2-4=0$

设$A\left(y_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$.

$\therefore\ x_1+x_2=\frac{-4ht}{2k^2+1}$，　$x_1x_2=\frac{2t^2-4}{2k^2+1}$，

$D(-x_2,y_2)$.

$\therefore\ AD:y=\frac{y_1-y_2}{x_1+x_2}\left(x_0-x_1\right)+y_1$，

$y_c=\frac{x_1y_2+x_2y_1}{x_1+x_2}$，

$y_c=\frac{2kx_1x_2+t\left(x_1+x_2\right)}{x_1+x_2}=\frac{4k\left(t^2-2\right)}{-4kt}+t=\frac{2}{t}=1$，

$\therefore t=2$.

【第 20 题】

【答案】见详解

【解析】（1） $f(x)=x-\ln(1+x)$， $f^{'}(x)=1-\frac{1}{1+x}=\frac{x}{1+x}$ （x>-1），

$\therefore\ f(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递减，在（$0,+\infty$）单调递增.

（2） $f^{'}(x)=1+\frac{k}{1+x}$， $Y-f(t)=\left[1+\frac{k}{1+t}\right](x-t)\quad(t>0)$.

将$(0,0)$ 代入则 $-f(t)|=-t\left[1+\frac{k}{1+t}\right)$，$f(t)=t\left(1+\frac{k}{1+t}\right)$，

$t+k\ln(1+t)=t+t\dfrac{k}{1+t},\ln(1+t)=\dfrac{t}{1+t},\ln(1+t)-\dfrac{t}{1+t}=0.$

令 $F(t)=\ln(1+t)-\dfrac{t}{1+t}$.反证法：假过 l 过 $(0,0)$，则 $F(t)$ 在 t∈（$0,+\infty$）存在零点.

$F'(t)=\dfrac{1}{|1+t}-\dfrac{1+t-t}{(1+t)^2}=\dfrac{t}{(1+t)^2}>0$.∴ $F(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$F(t)>F(0)=0$

∴ $F(t)$ 在（$0,+\infty$）无零点，∴ 与假设予盾，故 l 不过 $(0,0)$.

（3）（3）$k=1$ 时，$f(x)=x+\ln(1+x),f'(x)=1+\dfrac{1}{1+x}=\dfrac{x+2}{1+x}>0$.

$S_{\triangle ACO}=\dfrac{1}{2}tf(t)$，设 l 与 y 轴交点 B 为 $(0,q)$.,

则 $S_{\triangle ABO}=\dfrac{1}{2}qt$.

$t>0$ 时，若 $q<0$，则此时 l 与 $f(x)$ 必有交点，与切线定义矛盾.

由（2）知 $q\neq 0$，所以 $q>0$，且 $q=\ln(1+t)-\dfrac{t}{t+1}$.

∴ $2S_{\triangle ACO}=15S_{\triangle ABO}$，$2tf(t)=15\left[\ln(1+t)-\dfrac{t}{t+1}\right]t$，

∴ $13\ln(1+t)-2t-15\dfrac{t}{1+t}=0$，记 $h(x)=13\ln(1+t)-2t-15\dfrac{t}{1+t}(t>0)$.

∴满足条件的 A 有 几个即 $h(x)$ 有几个零点.

$$h'(x)=\frac{13}{1+t}-2-15\left[\frac{1}{(t+1)^2}\right]=\frac{13t+13-2\left(t^2+2t+1\right)-15}{(t+1)^2}=\frac{2t^2+9t-4}{(t+1)^2}=\frac{(-2t+1)(t-4)}{(t+t)^2}$$

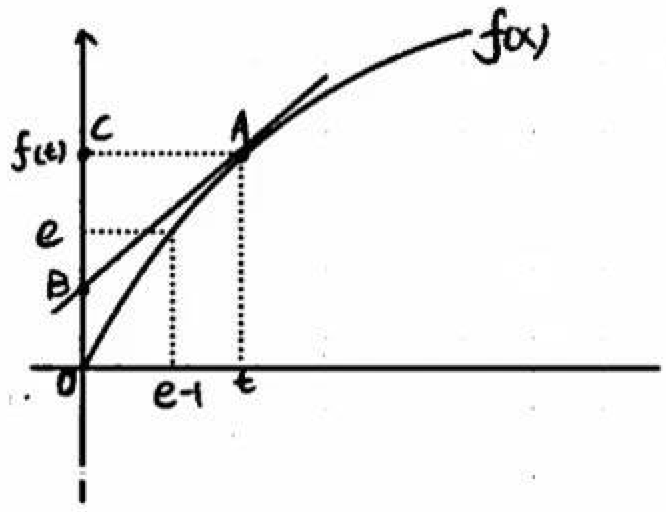
∴ $h(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 单调递减，$\left(\dfrac{1}{2},4\right)$ 上单调递调，在 $(4+\infty)$ 上单调递减.

$h(0)=0,\quad h\left(\dfrac{1}{2}\right)<0,\quad h(4)=13\ln 5-20>13\times 1.6-20=0.8>0,$

$h(999)<0$,所以由零点定理及$h(x)$的单调性，$h(x)$在$\left(\dfrac{1}{2},4\right)$上必有一个零点，$(4,999)$

上必有一个零点.

综上所述，$h(x)$有两个零点，即满足$2S_{\triangle ACO}=15S_{\triangle ABO}$的$A$有两个.



【第 21 题】

【答案】略