2024年上海市高考数学试卷解析(回忆版)

2024.6.7

一、填空题(本大题共12题,满分54分,第1－6题每题4分,第7－12题每题5分)

1. 设全集$U=\{1,2,3,4,5\}$,集合$A=\{2,4\}$,则$\overline{A}=$ ________

2. 已知$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x},x>0\\1,x\leqslant 0\end{cases}$,$f(3)=$ ________

3. 已知$x\in R$,$x^2-2x-3<0$的解集为 ________.

4. 已知$f(x)=x^3+a$,若$f(x)$是奇函数,$x\in R$,$a=$ ________

5. 已知$k\in R$,$\vec{a}=(2,5)$,$\vec{b}=(6,k)$,$\vec{a}\parallel\vec{b}$,则k的值为 ________.

6. 在$(x+1)^n$的二项展开式中,若各项系数和为32,则x^2项的系数为 ________.

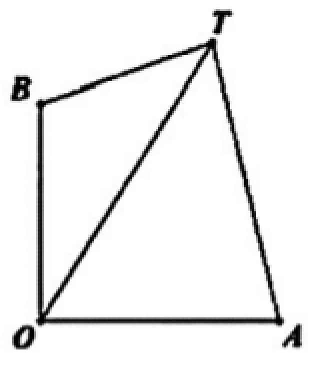
7. 已知抛物线$y^2=4x$上有一点P到准线的距离为9,那么P到x轴的距离为 ________.

8. 某校举办科学竞技比赛,有A、B、C3种题库,A题库有5000道题,B题库有4000道题,C题库有3000道题. 小申已完成所有题,他A题库的正确率是0.92,B题库的正确率是0.86,C题库的正确率是0.72. 现他从所有的题中随机选一题,正确率是 ________.

9. 已知虚数z,其实部为1,且$z+\dfrac{2}{z}=m(m\in R)$,则实数m为 ________.

10. 设集合A中的元素皆为无重复数字的三位正整数,且元素中任意两者之积皆为偶数,求集合中元素个数的最大值 ________.

11. 已知A在O正东方向,B在O的正北方向,O到A、B距离相等,$\angle BTO=16.5°$,$\angle ATO=37°$,则$\angle BOT=$ ________. (精确到0.1度)



12. 等比数列$\{a_n\}$首项$a_1>0$,$q>1$,记$\ln=\{x-y\mid x,y\in[a_1,a_2]\cup[a_n,a_{n+1}]\}$,若对任意正整数$n$,$\ln$是闭区间,则$q$的范围是 ________.

二、选择题(本大题共4题,满分18分,第13－14题每题4分,第15－16题每题5分)

13. 已知气候温度和海水表层温度相关,且相关系数为正数,对此描述正确的是 (　　)

A. 气候温度高,海水表层温度就高

B. 气候温度高,海水表层温度就低

C. 随着气候温度由低到高,海水表层温度呈上升趋势

D. 随着气候温度由低到高,海水表层温度呈下降趋势

14. 下列函数 $f(x)$ 的最小正周期是 2π 的是 (　　)

A. $\sin x+\cos x$　　B. $\sin x\cos x$　　C. $\sin^2 x+\cos^2 x$　　D. $\sin^2 x-\cos^2 x$

15. 定义一个集合 Ω,集合中的元素是空间内的点集,任取 $P_1, P_2, P_3\in\Omega$,存在不全为0的实数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$,使得 $\lambda_1\overrightarrow{OP_1}+\lambda_2\overrightarrow{OP_2}+\lambda_3\overrightarrow{OP_3}=\vec{0}$. 已知 $(1,0,0)\in\Omega$,则 $(0,0,1)\notin\Omega$ 的充分条件是 (　　)

A. $(0,0,0)$　　B. $(-1,0,0)$　　C. $(0,1,0)$　　D. $(0,0,-1)$

16. 定义集合 $M=\{x_0 \mid x_0\in R, x\in(-\infty,x_0), f(x)<f(x_0)\}$,在使得 $M=[-1,1]$ 的所有 $f(x)$ 中,下列成立的是 (　　)

A. $f(x)$ 是偶函数　　B. $f(x)$ 在 $x=2$ 处取最大值

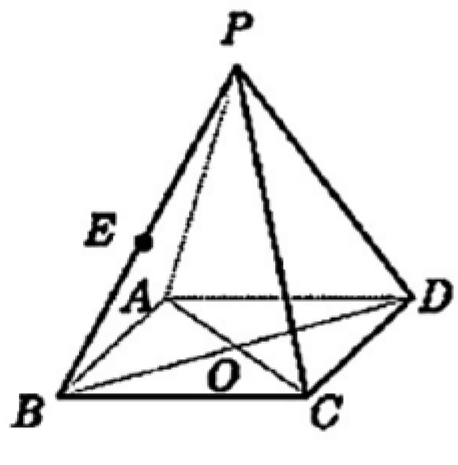
C. $f(x)$ 严格增　　D. $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取到极小值

三、解答题(本大题共5题,共 $14+14+14+18+18=78$ 分)

17. 如图为正四棱锥 $P-ABCD$, O 为底面 $ABCD$ 的中心.

(1) 若 $AP=5$, $AD=3\sqrt{2}$,求 $\triangle POA$ 绕 PO 旋转一周形成的几何体的体积;

(2) 若 $AP=AD$, E 为 PB 的中点,求直线 BD 与平面 AEC 所成角的大小.



18. 若$f(x)=\log_a x(a>0,a\neq1)$.

(1)$y=f(x)$过$(4,2)$,求$f(2x-2)<f(x)$的解集;

(2)存在x使得$f(x+1)$、$f(ax)$、$f(x+2)$成等差数列,求a的取值范围.

19. 为了解某地初中学生体育锻炼时长与学业成绩的关系,从该地区29000名学生中抽取580人,得到日均体育锻炼时长与学业成绩的数据如下表所示:

学业成绩 \ 时间范围	[0,0.5)	[0.5,1)	[1,1.5)	[1.5,2)	[2,2.5)
优秀	5	44	42	3	1
不优秀	134	147	137	40	27

(1) 该地区29000名学生中体育锻炼时长大于1小时人数约为多少?

(2) 估计该地区初中学生日均体育锻炼的时长(精确到0.1)

(3) 是否有95%的把握认为学业成绩优秀与日均体育锻炼时长不小于1小时且小于2小时有关?

附:$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,$P(\chi^2\geqslant3.841)\approx0.05$.

20. 双曲线Γ:$x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(b>0)$, A_1, A_2为左右顶点，过点$M(-2,0)$的直线l交双曲线Γ于两点P、Q，且点P在第一象限，

(1) 若$e=2$时，求b.

(2) 若$b=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，$\triangle MA_2P$为等腰三角形时，求点P的坐标.

(3) 过点Q作OQ延长线交Γ于点R，若$\overrightarrow{A_1R}\cdot\overrightarrow{A_2P}=1$，求$b$取值范围.

21. 对于一个函数$f(x)$和一个点$M(a,b)$，令$s(x)=(x-a)^2+(f(x)-b)^2$，若$P(x_0,f(x_0))$是$s(x)$取到最小值的点，则称P是M在$f(x)$的“最近点”.

(1) 对于$f(x)=\dfrac{1}{x}$, $D=(0,+\infty)$，求证：对于点$M(1,0)$，存在点P，使得P是M在$f(x)$的“最近点”；

(2) 对于$f(x)=e^x$, $D=R$, $M(1,0)$，请判断是否存在一个点P，它是M在$f(x)$最近点，且直线MP与$f(x)$在点P处的切线垂直；

(3) 设$f(x)$存在导函数，且$g(x)$在定义域R上恒正，设点$M_1(t-1,f(t)-g(t))$, $M_2(t+1,f(t)+g(t))$. 若对任意的$t\in R$，都存在点P，满足P是M_1的最近点，也是M_2的最近点，试求$f(x)$的单调性.