休講と期末試験のお知らせ

■ 来週7月22日(水)は休講です

■期末試験

- 7月29日(水), 4講時目, @7044
- 試験時間:60分
- 出題範囲:この講義の全て、OpenGLは除く
- 持ち込み可:
 - ・講義資料の印刷物 (PCやスマホでの閲覧は不可)
 - ・教科書・参考書、ノート

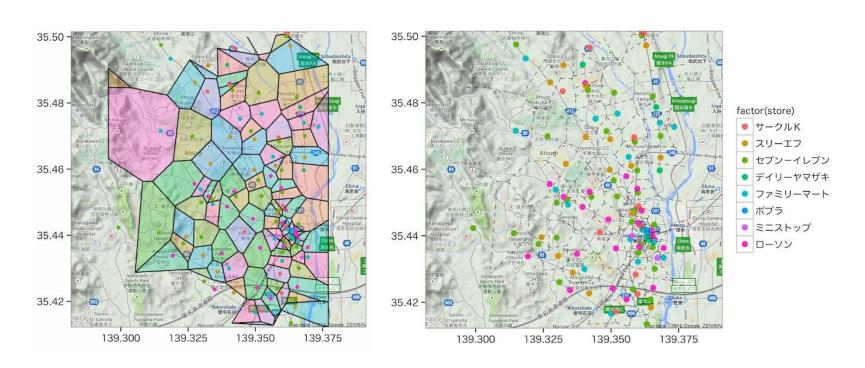
生産情報システム工学 #13 ボロノイ図(2)

2015/07/15(水) **溝口 知広 准教授(居室:**61-408室) mizo@cs.ce.nihon-u.ac.jp



4.0 はじめに

- ボロノイ図(Voronoi diagram)
 - 最近点問題を解くために提案されたデータ構造
 - 例:最寄りのコンビニはどこ?勢力圏は?



4.0 はじめに

■ ボロノイ図の応用例

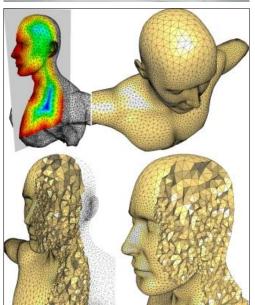
- 最寄りの携帯基地局の探索
- 有限要素法(FEM)の領域分割
- 画像データの圧縮
- 離散データの集約

-

■ ボロノイ図の応用分野

- 社会学,数学,生物学, 物理学,考古学,...

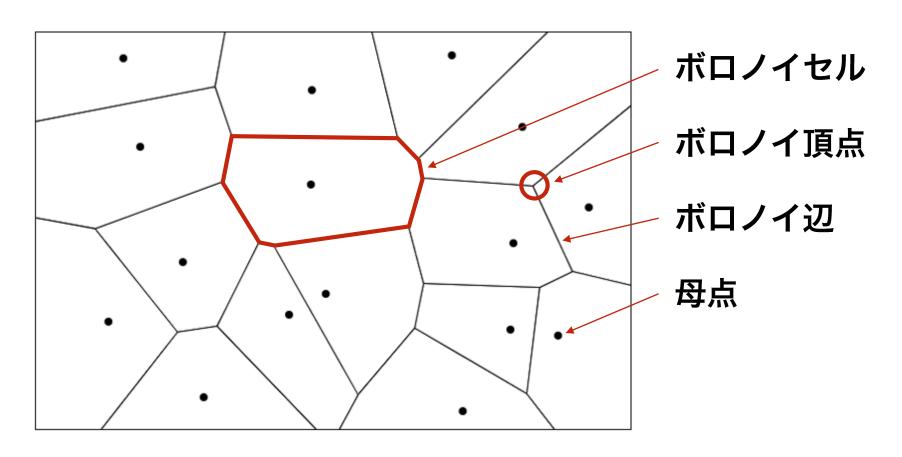




有限要素法(FEM)への応用

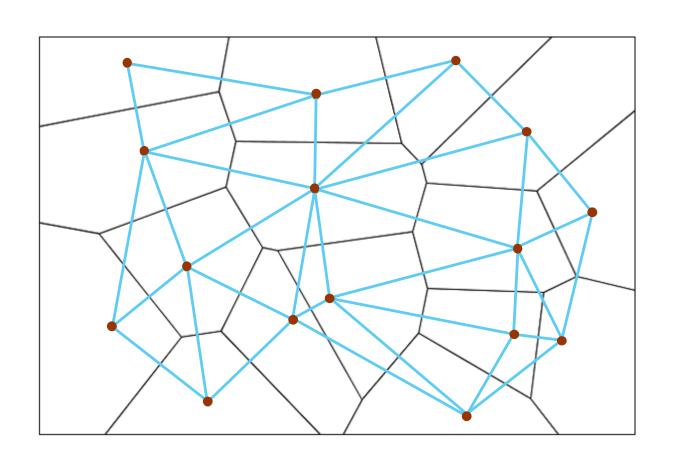
4.1 ボロノイ図の定義と性質

■ボロノイ図



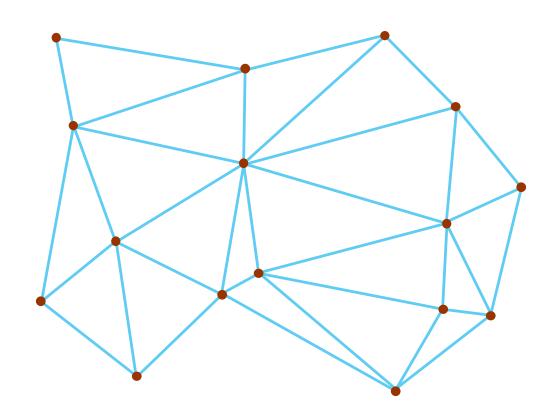
4.1 ボロノイ図の定義と性質

■ドロネー三角形分割



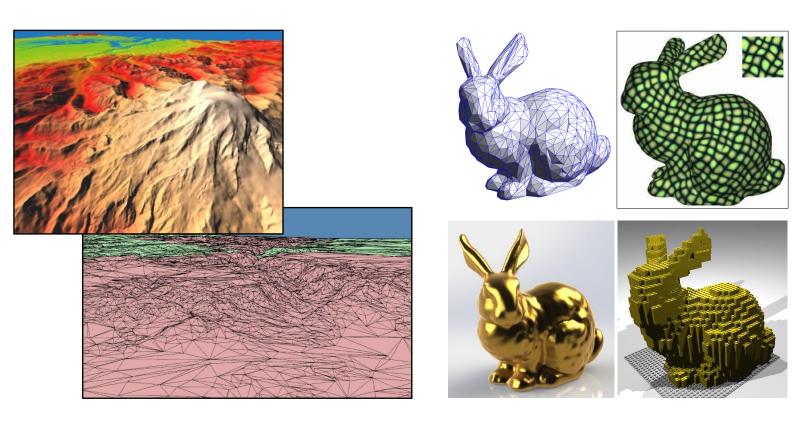
4.1 ボロノイ図の定義と性質

■ドロネー三角形分割



4.3 ドローネ三角形分割

■ 応用例



地形図, 災害シミュレーション コンピュータ・グラフィクス

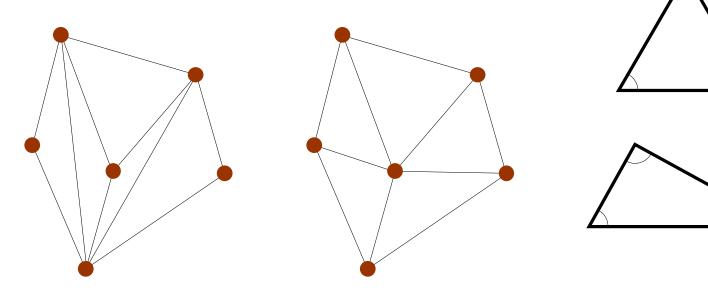
4.3 ドローネ三角形分割

■ 応用例:郡山市3次元浸水ハザードマップ



4.3.1 ドローネ三角形分割の最適性

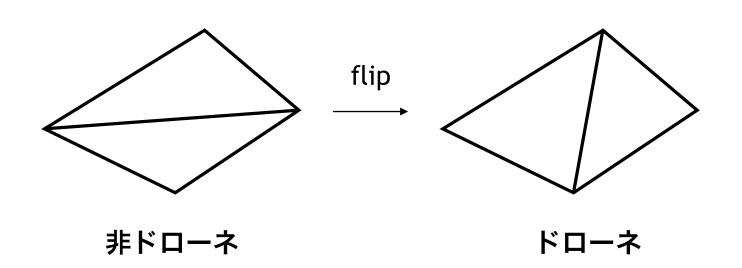
- 全ての可能な三角形分割の中で、最小の内角 が最大となる分割
 - 各三角形を正三角形に近づける
 - 歪の大きな三角形を少なくする



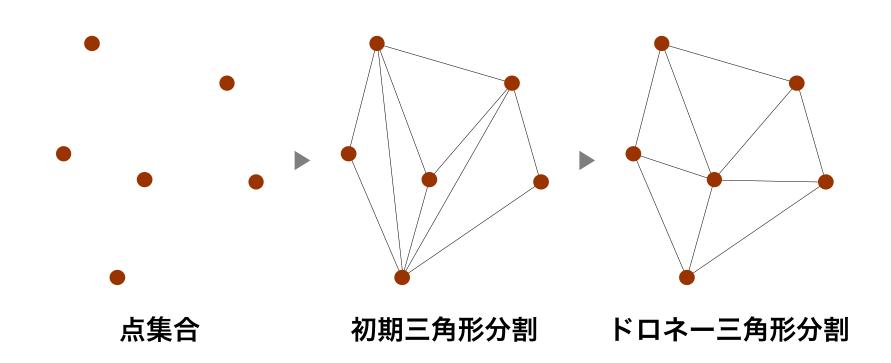
非ドロネー三角形分割 ドロネー三角形分割

4.3.1 ドローネ三角形分割の最適性

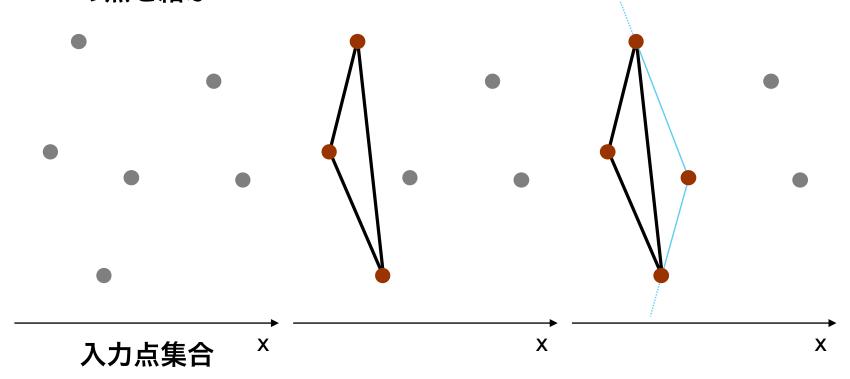
- 任意の三角形分割からドローネ三角形分割への変換方法
 - 凸四角形内の対角辺を交換する(flip)



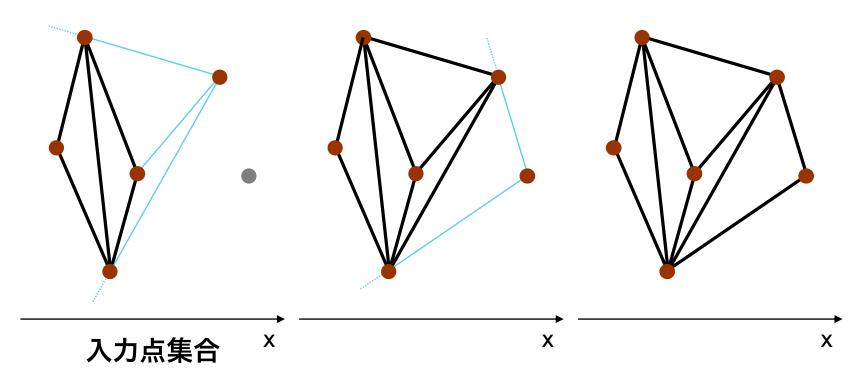
■ n点の集合Sのドローネ三角形分割を構成する



- 逐次添加法による初期三角形分割(1/2)
 - 凸包と同様、x座標順に点をソートし、1点ずつ順に追加し、その点から凸包への2接線を求め、接線に挟まれる凸包の境界上の点を結ぶ



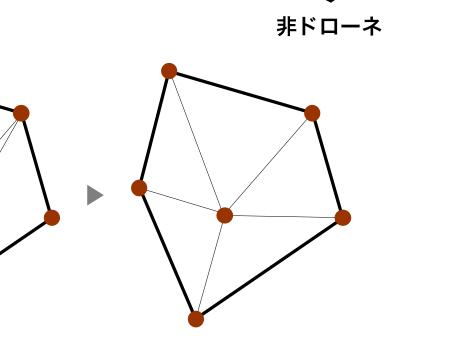
- 逐次添加法による初期三角形分割(2/2)
 - 凸包と同様、x座標順に点をソートし、1点ずつ順に追加し、その点から凸包への2接線を求め、接線に挟まれる凸包の境界上の点を結ぶ



■ 任意三角形からのドローネ三角形分割への変換

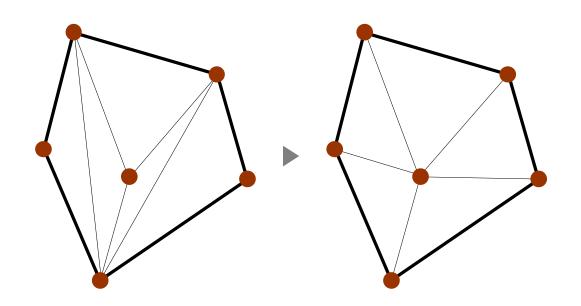
flip

→ Flip操作を繰り返す

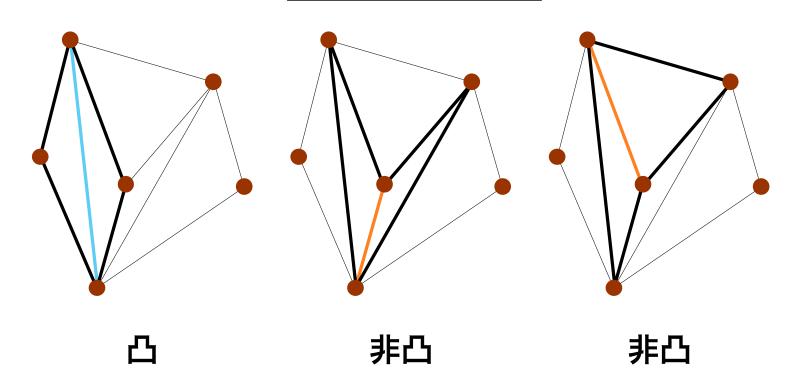


ドローネ

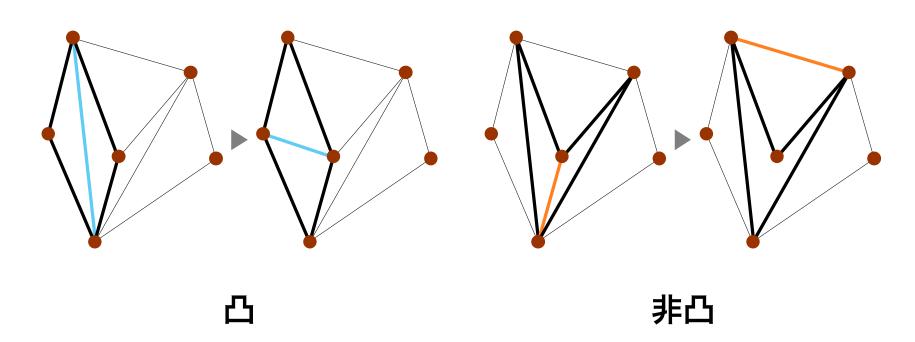
- 任意三角形からのドローネ三角形分割への変換
 - 1. Flip操作の対象は、<u>内部の辺のみ</u>、境界は対象外



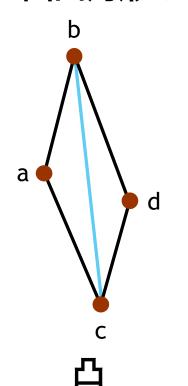
- 任意三角形からのドローネ三角形分割への変換
 - 2. Flip操作の対象は、内部の辺のうち、隣接する2つ の三角形の和が凸四角形になる辺



- 任意三角形からのドローネ三角形分割への変換
 - 2. Flip操作の対象は、内部の辺のうち、隣接する2つ の三角形の和が凸四角形になる辺



- 任意三角形からのドローネ三角形分割への変換
 - 凸四角形の判定方法:三角形の符号付き面積を利用

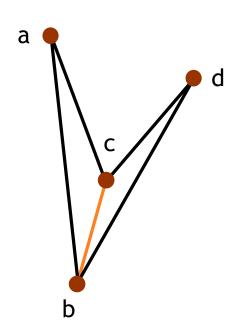


隣接している三角形が \triangle abcと \triangle bcdの場合,

a,b,dは時計回り、△abdの面積は負a,c,dは反時計回り、△acdの面積は正

隣接する2つの三角形の面積の符号が異なるので、四角形abdcは凸

- 任意三角形からのドローネ三角形分割への変換
 - 凸四角形の判定方法:三角形の符号付き面積を利用



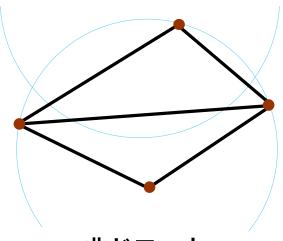
非凸

隣接している三角形が△abcと△bcdの場合,

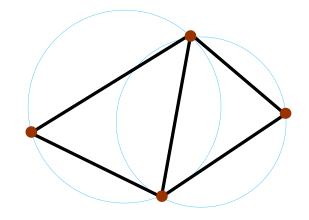
a,b,dは反時計回り、△abdの面積は正a,c,dは反時計回り、△acdの面積は正

隣接する2つの三角形の面積の符号が同じなので、四角形abdcは非凸

- 任意三角形からのドローネ三角形分割への変換
 - Flip操作を行うかどうかの判定
 - ・ 凸四角形とその対角線がドロネー三角形であるかどうかを 判定する
 - ・三角形の外接円が点を内部に含むかどうかを判定する



非ドローネ (内部に点を含む) → flipする



ドローネ (内部に点を含まない) → 何もしない

■ アルゴリズム

- 1. <u>初期分割:</u>Sの初期三角形分割を求める(逐次添加法など)
- 2. <u>キューの初期化:</u>Sの凸包上の辺を除き三角形分割のすべての辺をキューQに入れる
- 3. Flip操作:Qが空になるまで以下を繰り返す
 - a. Qから最初の辺eを削除する
 - b. もし、(1)辺eに隣接する2つの三角形の和が凸四角形で、かつ (2)対角線eが非ドローネ三角形分割であれば
 - I. 凸四角形の対角線を交換する(flip)
 - II. 新しい対角線をQに入れる
 - III. 凸四角形の4辺をQに入れる

- a→a'とflipした場合,三角形の形状が変わる
- 新たに作られた三角形の辺は今後flipの可能性があるので、キューに追加する
- 下図の場合、bとcが該当する

