

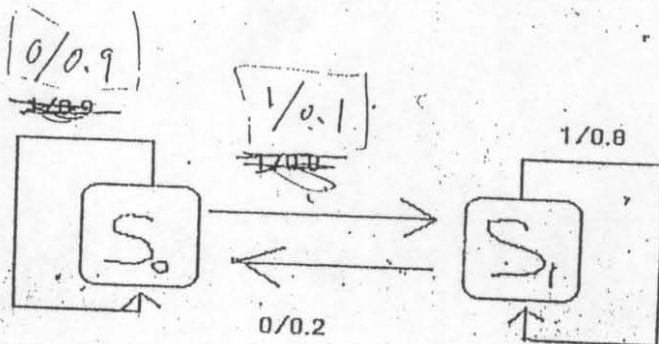
情報理論 実施日 2001年 1月30日 3校時目

1.

- (1) マルコフ情報源 S の状態の定常分布を求めよ
- (2) 情報源 S の 1 記号あたりの平均符号長の下限を求めよ
- (3) 1. 0 の発生確率が情報源 S と同じ記憶のない情報源に対して 1 記号あたりの平均符号長の下限を求めよ。ただし $\log_2 3 = 1.58$ $\log_2 0.1 = -3.32$ $\log_2 0.8 = -0.32$ $\log_2 0.9 = -0.152$ とする。

$\log_2 0.2 = -3.32$

2.32 の向き



jikeng
④

2.

ABCDE をそれぞれ 0.5 0.2 0.15 0.1 0.05 で発生する情報源に対して 4 元ハフマン符号を構成せよ

47-14-11-11-11-11

3.

1. 0 を確率 0.1 0.9 で発生する記憶のない情報源に対して長さが 3 までの 0 の連続 (ラン) をランレングスハフマン符号化する

- (1) ランレングスハフマン符号化する情報源系列に対してその平均系列長を求めよ
- (2) この情報源系列をハフマン符号化せよ
- (3) このハフマン符号の平均符号長をもとめ情報源記号あたりの平均符号長を求めよ

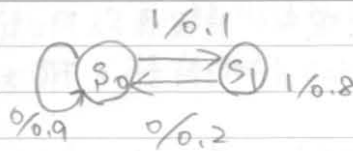
p48 (2) 7.11

1.6 7.11

7.11

(1) マルコフ情報源 S の状態の定常分布を求めよ。

$$P = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$



$$(W_0 \ W_1) = (W_0 \ W_1) \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix} \quad W_0 + W_1 = 1$$

$$W_0 = 0.9W_0 + 0.2W_1$$

$$W_1 = 0.1W_0 + 0.8W_1$$

$$W_0 - 0.9W_0 = 0.2W_1$$

$$0.1W_0 = 0.2W_1$$

$$W_0 = \frac{0.2}{0.1}W_1$$

$$= 2W_1$$

$$W_1 - 0.8W_1 = 0.1W_0$$

$$0.2W_1 = 0.1W_0$$

$$W_0 + W_1 = 1$$

$$W_0 + 0.333 = 1$$

$$2W_1 + W_1 = 1$$

$$W_0 = 0.667$$

$$3W_1 = 1$$

$$W_1 = \frac{1}{3}$$

$$W_1 = 0.333 \dots$$

$$\approx 0.333$$

$$\therefore \begin{pmatrix} W_1 = \frac{1}{3} \\ W_0 = \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} 0.9^{0.9} \log 0.9 & + & 0.301 \\ 0.301 & & = 2^{0.9} \end{matrix}$$

(2) 情報源 S の 1 記号あたりの平均符号長 L の上限を求めよ。

$$H_{S_0}(S) = H(0.1) = -0.1 \log_2 0.1 - 0.9 \log_2 0.9 = -0.1 \times (-3.32) - 0.9 \times (-0.152)$$

$$H_{S_1}(S) = H(0.2) = 0.332 + 0.1368 = 0.4688$$

$$\begin{aligned} & -0.2 \log_2 0.2 - 0.8 \log_2 0.8 = -0.2 \times (-3.32) - 0.8 \times (-0.32) \\ & = 0.664 + 0.256 \\ & = 0.92 \end{aligned}$$

$$H(S) = \frac{2}{3} \times 0.4688 + \frac{1}{3} \times 0.92$$

$$= \frac{0.9376 + 0.92}{3} = \frac{1.8576}{3} = 0.6192$$

(3) 1と0の発生確率が情報源Sと同じ記号のたしい情報源に対して

1記号あたり1の平均符号長の下を求めよ。

$$1 \text{ の発生確率 } \frac{2}{3} \times 0.1 + \frac{1}{3} \times 0.8 = \frac{0.2}{3} + \frac{0.8}{3} = \frac{1}{3}$$

$W_0 (s_0 \rightarrow s_1) \quad W_1 (s_1 \rightarrow s_1)$

$$0 \text{ の発生確率 } \frac{2}{3} \times 0.9 + \frac{1}{3} \times 0.2 = \frac{1.8}{3} + \frac{0.2}{3} = \frac{2}{3}$$

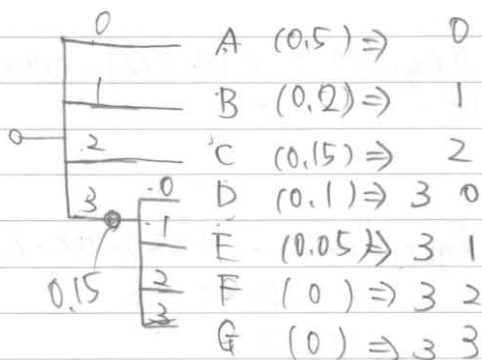
$W_0 (s_0 \rightarrow s_0) \quad W_1 (s_1 \rightarrow s_0)$

$$\begin{aligned} H(S) &= H\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= -\frac{1}{3} \log_2 \frac{1}{3} - \left(1 - \frac{1}{3}\right) \log_2 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \\ &= -\frac{1}{3} \log_2 \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \log_2 \frac{2}{3} \\ &= -\frac{1}{3} \log_2 \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \log_2 2 \times 3^{-1} \\ &= \frac{1}{3} \log_2 3 - \frac{2}{3} (\log_2 2 - \log_2 3) \\ &= \frac{1}{3} \times 1.58 - \frac{2}{3} (1 - 1.58) \\ &= \frac{1}{3} \times 1.58 + \frac{2}{3} \times 0.58 \\ &= \frac{1.58 + 1.16}{3} = \frac{2.74}{3} = 0.9133 \dots \\ &\approx 0.9133 \end{aligned}$$

例5

2. ABCDEはそれぞれ 0.5 0.2 0.15 0.1 0.05 で発生する

情報源に対して4元1722符号を構成せよ。



3. 1, 0を確率 0.1 0.9で発生する記憶のない情報源に対して長さH

3までの0の連続(ラン)をランレングス17マン符号する

(1)ランレングス17マン符号化する情報源系列に対してその平均系列長を求めよ。

{0 1}

発生確率 0.9 0.1

1 0.1

0 1 0.9 × 0.1 = 0.09

0 0 1 (0.9)² × 0.1 = 0.081

0 0 0 (0.9)³ = 0.729

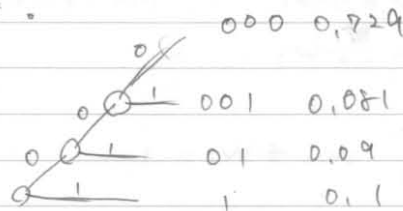
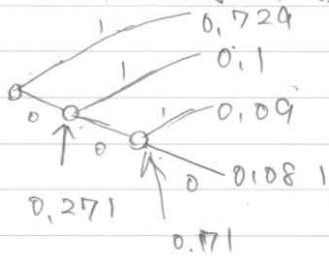
平均

$$\bar{n} = 1 \times 0.1 + 2 \times 0.09 + 3 \times 0.081 + 3 \times 0.729$$

$$= 0.1 + 0.18 + 0.243 + 2.187$$

$$= 2.71$$

(2) 上の情報源系列を17マン符号化する。



符号	確率	高さ
000	0.729	0
1	0.1	1
01	0.09	1
001	0.081	1

(3) 上の17マン符号の平均符号長をもとに情報源記号あたりの平均符号長を求めよ。

$$L_p = 1 \times 0.729 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.09 + 3 \times 0.081$$

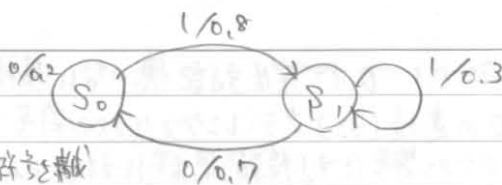
$$= 0.729 + 0.2 + 0.27 + 0.243$$

$$= 1.442$$

$$L = \frac{L_p}{\bar{n}} = \frac{1.442}{2.71} = 0.53210 \dots$$

$$\approx 0.532$$

1. 1172=符号の性質を述べよ。また、
情報源文字A B C D Eをとり確率0.25, 0.3, 0.2, 0.2, 0.05を発生する情報源に対し2元1172=符号を構成



2. 9a マルコフ情報源 S について
(1) マルコフ情報源 S の状態の定常分布を求めよ。

$$\pi = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.7 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$(w_0, w_1) = (w_0, w_1) \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.7 & 0.3 \end{pmatrix} \quad w_0 + w_1 = 1$$

$$w_0 = 0.2w_0 + 0.7w_1$$

$$w_1 = 0.8w_0 + 0.3w_1$$

$$0.8w_0 = 0.7w_1$$

$$0.7w_1 = 0.8w_0$$

$$w_0 = \frac{0.7}{0.8} w_1$$

$$0.8$$

$$\frac{0.7}{0.8} w_1 + w_1 = 1$$

$$10.875 = 10$$

$$w_1 = 0.91954$$

$$\log_2 0.3 = -1.74, \log_2 0.7 = -0.51, \log_2 0.8 = -1.32$$

$$\log_2 0.2 = -2.32, \log_2 0.25 = -2.0, \log_2 0.05 = -4.32$$

(2) この情報源 S の1-次エントロピー $H_1(S)$ を求めよ。(3) この情報源 S の1情報源記号当りの平均符号長の下限を求めよ。

3. $\{1, 0\}$ を確率0.3, 0.7を発生する記号の2元情報源に対し2元1172=符号を構成せよ。

ランレグス 1172=符号を構成せよ。

(1) ランレグス ~ 1172=符号を構成し、その平均符号長を求めよ。

(2) この情報源を2元1172=符号化せよ。

(3) この1172=符号の1情報源記号当りの平均符号長を求めよ。

(2)