|  |  |
| --- | --- |
| 学生番号  **オートマトンと言語（中間試験１）**  **（解答）** | 2015.6.4 |
| 氏　名 |  |

問題１　次の有限オートマトンが受理する言語の特徴を述べよ。

(1)　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(2)

q2

q0

q1

a

b

a

a

⇒

b　b

b　b

a

a

a

a

⇒

q3　　　　q2

q0　　　　q1

b

言語の特徴

　ａが現れるときには、2個以上続けて

現れる

言語の特徴

奇数個のａと奇数個のｂを含む

問題２　以下に示した２つの有限オートマトンM1とM2が等価であるか否かを判定せよ。判定の過程

a

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　並びに判定結果を下図に記述せよ

⇒

a

p0　　　　 p1

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　p0≡q0

b

a

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　a　　　　　b

M1

p3

b

b

b

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　p1≡q1　　　　p3≡q2

b

a

p2　　　　 p4

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　a　　　　　b　　　　a　　　　b

a

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　p3≡q2　　p4≡q3　　p3≡q2　　p3≡q2

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 a　　　　b

b

a

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　p2≡q1　　p3≡q2

a

q3

q1

q0

⇒

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 a　　　　 b

b

b

a

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　p3≡q2　　　p0≡q3

M2

q2

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 a　　　 b

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　p1≡q1　　　p3≡q2

a,b

判定結果：M1とM2は等価

と

問題３　部分集合構成法を用いて、非決定性有限オートマトンM3と等価な決定性有限オートマトンM4

　　　を作成せよ。

　　　　　　　　　　　　{p}・・t1

　　　　　　　　　　a　　　　b

　　　　　　t2・・{p,q} {p}・・t1

　　　　　　　a　　　　　b

　　t2・・ {p,q}φ　　　{p}{q,r}・・t3

　　　　a　　　　　b

t2・・{p,q}φ　　{p}{q,r}・・t3

　　　　　　　a　　　　　b

t2・・{p,q}φ{p,q} {p}{q,r}{q}・・t3

　　　　部分集合構成の過程

|  |  |
| --- | --- |
| 状態集合 | 新しい状態 |
| {p}  {p,q}  {p,q,r} | t1  t2  t3 |

（注）教科書の

　　図2.36参照

a,b

b

a

q

p

⇒

b

a

M3

a,b

r

t1 t2 t3

M4

b a b

⇒

b

a

a

1/6

問題４　次の決定性有限オートマトンM5から同じ言語を受理する最簡形の決定性有限オートマトンM6を

　　　　構成せよ。

1

0

（１）終端記号の集合：{　q3,q5　}

（２）非終端記号の集合：｛　q0,q1,q2,q4　｝

1

0

1

q3

q2

q1

q0

⇒

0

0

1

0

0

1

1

q5

q4

M5

　（３）最簡形を算出する計算過程図

**q0とq1**　　　　　　**q0とq2**　　　　　**q0とq4**　　　　　　**q1とq2**

q4≡q2　q1≡q4　　q4≡q1　q1≡q3　　q4≡q0　q1≡q1　　q2≡q1　q4≡q3

↓　　　　　　　　　↓　　　　　　　　q0とq4　　　　　　　　↓

③よりq4とq2　　①q0とq2　　　　　は等価　　　　　　 ②q1とq2

は非等価　　　　　は非等価　　　　　　　　　　　　　 非等価

↓　　　　　　　　　　**q1とq4**　　　　　　**q2とq4**　　　　　**q3とq5**

q0とq1は

非等価　　　　　　q2≡q0　q4≡q1　　q1≡q0　q3≡q1　　q5≡q3　q2≡q2

　　　　　　　　　　↓　　　　　　　　　↓　　　　　　　　q3とq5

　　　　　　　　　①よりq2とq0　　　③q2とq4　　　　　 は等価

　　　　　　　　　は非等価　　　　　　は非等価

　　　　　　　　　　↓

　　　　　　　　　q1とq4は

　　　　　　　　　非等価

（４）最簡形を算出する計算過程図から得られる、最簡形の決定性有限オートマトンM6を記述せよ。

0 0

1 0 1

{q0,q4} {q1} {q2} {q3,q5}

1 0 1

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　M6

2

問題５　ε動作を含む下記の非決定性有限オートマトンM7からε動作を削除した非決定性有限

オートマトンM8を作成せよ。　　　（１）M7のε動作を含む状態推移表（表M7）を記述せよ。

　　　　　　　　表M7

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | ε |
| ⇒q0 | q0 | φ | φ | q1 |
| q1 | φ | q1 | φ | q2 |
| q2 | φ | φ | {q0,q2}  q2} | φ |

0　　　　 1 2

ε　　　　 ε

q2

q1

q0

⇒

2

M7

(3)ε動作を含まない非決定性有限オートマトンM8の状態推移図を以下に記述せよ

(2)ε動作を含まない状態推移表（表M8）を記述せよ。

（最終状態を追加する必要があるときは　　　を追記せよ）

0,2　　　　1,2　　　　　　　2

　　　　　　　　表M8

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
| ⇒q0 | {q0,q1,q2} | {q1,q2} | {q0,q1,q2} |
| q1 | φ | {q1,q2} | {q0,q1,q2} |
| q2 | φ | φ | {q0,q1,q2} |

0,1,2　　　　　1,2

⇒

q0　　　　　q1　　　　　 q2

0,1,2

　2

2　　　　　　2

ε-cl(q0)∩F＝{q0,q1,q2}∩{q2}＝{q2}≠φ

よって、F ’＝F∪{q0}＝{q0,q2}

＜5ページ参照＞

問題６　R,S,εを正則表現とする。以下の正則表現の等式が成り立つことを説明せよ。

(1) (RS)\*R=R(SR)\*

　左辺=(RS)\*R=(ε+RS+RSRS+RSRSRS+・・・)R=R+RSR+RSRSR+RSRSRSR+・・・

　　　=R(ε+SR+SRSR+SRSRSR+・・・）＝R(SR)\*＝右辺

(2) (R\*S)\*=(R+S)\*S+ε

　右辺は以下の通り。

R

　　　　　　　　R

S

S

R

　　　　　　　　S

S

　　　　　　　　　　　　　S

ε

ε

(R\*S)\*　=左辺

3

問題７　下記の有限オートマトンM9により受理される言語Lの正則表現R133を算出せよ（MY法を用いる）。

R110 =ε+a　　 R120 =b 　　　　R130 = φ

R210 =φ 　 R220 =ε+a 　　　R230 = b

R310 =φ 　　R320 = b 　　　　 R330 =ε+a

a　　　　 a a

b

b

q3

q2

⇒

q1

b

M9

R133=R132∪R132(R332)\*R332

　　 R132=R131∪R121(R221)\*R231 R332=R331∪R321(R221)\*R231

R221=R220∪R210(R110)\*R120

=(ε+a)∪φ・・・

　　　　　　　　　　　　　　　　=ε+a

　　　　　　　　　　　　　 R231=R230∪R210(R110)\*R130

　　　　　　　　　　　　　　　　=b∪φ・・・

　　　　　　　　　　　　　　　　=b

R131=R130∪R110(R110)\*R130R331=R330∪R310(R110)\*R130

　　　=φ∪(ε+a)(ε+a)\*φ　　 =(ε+a)∪φ・・・

　　　=φ　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　=ε+a

　　　R121=R120∪R110(R110)\*R120 　　　　　　　　R321=R320∪R310(R110)\*R120

=b∪(ε+a)(ε+a)\*b　　　　　　　　　　　　　　=b∪φ・・・

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 =b

M9の正則表現（R133）

4

問題８　正則表現　(a\*+b\*)\*　に対応するε推移を使用する有限オートマトンM10を作成し、その後、

ε

作成した有限オートマトンを最簡な決定性有限オートマトンM11変換せよ。

（１）正則表現(a\*+b\*)\*に対応するε推移を使用する有限オートマトンM10を記述せよ。

a

ε

ε

ε

ε

b

ε

ε

ε

ε

ε

ε

⇒

ε

ε

（２）ε推移を使用する有限オートマトンM10を最簡な決定性有限オートマトンM11変換せよ。

a

⇒

q0

b

問題９　正則集合の族（集まり）には、和集合（∪）、連接、スター閉包（\*）、補集合（￣）、共通集合（∩）

に関して閉包性があることが知られている。差集合に関しても閉包性があることを説明せよ。

ただし、正則集合をL,Mについて、差集合（L-M）は下図の斜線部である。

M

L

正則集合は、差集合に関しても閉包性があることの説明

（１）Mは正則集合。よって、Mの補集合Mは正則集合。

（２）２つの正則集合LとMの共通集合L∩Mは正則集合。

（３）一方、L－Mなる差集合は、L∩Mである。

（４）L∩Mは正則集合なので、差集合L－Mも正則集合であり、

　　　正則集合は差集合に関しても閉包性がある。

5

＜問題５の補足説明＞

＾

＾

δ(q0,ε)＝ε-cl(q0）={q0,q1,q2}

δ(q0,0)＝ε-cl(δ(δ(q0,ε),0))

　　＝ε-cl(δ({q0,q1,q2},0))

　　＝ε-cl(δ(q0,0)∪δ(q1,0)∪δ(q2,0))

　　＝ε-cl({q0},φ,φ)

　　＝ε-cl(q0)＝{q0,q1,q2}

δ(q0,1) ＝ε-cl(δ(δ(q0,ε),1))

　　＝ε-cl(δ({q0,q1,q2},1))

　　＝ε-cl(δ(q0,1)∪δ(q1,1)∪δ(q2,1))

　　＝ε-cl(φ,{q1},φ)

　　＝ε-cl(q1)＝{q1,q2}

δ(q0,2) ＝ε-cl(δ(δ(q0,ε),2))

　　＝ε-cl(δ({q0,q1,q2},2))

　　＝ε-cl(δ(q0,2)∪δ(q1,2)∪δ(q2,2))

　　＝ε-cl(φ,φ,{q0,q2})

　　＝ε-cl(q0,q2)＝{q0,q1,q2}

δ(q1,ε)＝ε-cl(q1）={q1,q2}

δ(q1,0)＝ε-cl(δ(δ(q1,ε),0))

　　＝ε-cl(δ({q1,q2},0))

　　＝ε-cl(δ(q1,0)∪δ(q2,0))

　　＝ε-cl(φ,φ)

　　＝φ

δ(q1,1) ＝ε-cl(δ(δ(q1,ε),1))

　　＝ε-cl(δ({q1,q2},1))

　　＝ε-cl(δ(q1,1)∪δ(q2,1))

　　＝ε-cl({q1},φ)

　　＝ε-cl(q1)＝{q1,q2}

δ(q1,2) ＝ε-cl(δ(δ(q0,ε),2))

　　＝ε-cl(δ({q1,q2},2))

　　＝ε-cl(δ(q1,2)∪δ(q2,2))

　　＝ε-cl(φ,{q0,q2})

　　＝ε-cl(q0,q2)＝{q0,q1,q2}

＾

＾

＾

＾

＾

＾

＾

＾

＾

＾

＾

＾

＾

最終状態の確認

ε-cl(q0)∩F＝{q0,q1,q2}∩{q2}＝{q2}≠φ

よって、F’＝F∪{q0}＝{q0,q2}

（補）

ε-cl(q0)∩F=φ　のとき、F’＝F

＾

＾

δ(q2,ε)＝ε-cl(q2）={q2}

δ(q2,0)＝ε-cl(δ(δ(q2,ε),0))

　　＝ε-cl(δ({q2},0))

　　＝ε-cl(φ)

　　＝φ

δ(q2,1) ＝ε-cl(δ(δ(q2,ε),1))

　　＝ε-cl(δ({q2},1))

　　＝ε-cl(δ(q2,1))

　　＝ε-cl(φ)

　　＝φ

δ(q2,2) ＝ε-cl(δ(δ(q2,ε),2))

　　＝ε-cl(δ({q2},2))

　　＝ε-cl(δ(q2,2))

＝ε-cl(q0,q2))

　　＝{q0,q1,q2}

＾

＾

＾

＾

＾

6/6