2015.7.16

|  |  |
| --- | --- |
| 班番号 | 班 |
| 学生番号 |  |
| 氏　名 |  |

**オートマトンと言語および演習**

**第２回中間試験（解答）**

2015.12.18

**問題１**

　図１の有限オートマトンM1と等価な正則文法G（Q,、**Σ**、P、S）を記述せよ。

（１）有限オートマトンM1の状態推移関数**δ**を表１に記入せよ。

（２）状態推移関数**δ**に基づき、正則文法の生成規則Pを表1に記入せよ。

　　　　　表１　状態推移関数と生成規則

⇒　q0　　　　　 qf

0　　　　　　0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 状態推移関数**δ** | 生成規則P | 備考  1  1 |
| δ(q0,0)=q0 | q0→0q0 | ただし、  q0∈最終状態  なので、空文を  生成する生成規則は含まれない。 |
| δ(q0,1)=qf | q0→1qf |  |
|  | q0→1 |  |
| δ(q0,0)=qf | qf→0qf |  |
|  | qf→0 | 図１　有限オートマトンM1 |
| δ(qf,1)=q0 | qf→1q0 |  |

**問題２**

　文法G＝（N、Σ、P、S）が以下のように定義された生成規則Pをチョムスキーの標準形への

変換結果を以下に記述せよ。

　N＝｛S、A、B　｝　　Σ＝｛a,　b　｝

　P＝｛①S→AB　　②A→aAa　　③A→aA　　④A→aB　　⑤B→bB　　⑥B→b　｝

　生成規則Pのチョムスキー標準形=｛

（標準形）　①S→AB　　⑥B→ｂ

（ａＡ形）　③A→<a>A　　④A→<a>B　　⑤B→<b>B

（ＡＢＣ形）②A→<a><Aa>　　②’<Aa>→A<a>

（<a>形）　⑦<a>→a　　⑧<b>→b

　　　｝

**問題３**

　文法G＝（N、Σ、P、S）が以下のように定義された文脈自由文法がある。文E＝id＋id＊id が文法Gに受理されることを示す導出木を作成せよ。また、導出に使用した生成規則の番号を明記して、導出操作によってスタックの内容がどのように変わるかを示せ。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 操作  N＝{E,T,F}　**Σ**＝{ +,－,＊, ／, ( , ), id }　 S={E}  P =｛①E→E+T　　②E→E－T　 ③E→T  ④T→T＊F　 ⑤T→T／F　 ⑥T→F  ⑦F→－F　　⑧F→（ E ） ⑨F→id　｝  　導出木　　　　　 E  　　　　　　　　　①  　　　　　　　　　E　　　 ＋　　　T  　　　　　　　　③　　　　　　④  　　　　　　　　　T　　　　　T　　＊　　F  　　　　　　　　⑥　　　　　⑥　　　　 ⑨  　　　　　　　　　F　　　　　F 　　　id  ⑨　　　　　⑨  　　　　　　　　　id　　　　 id  　　　　　　　　 id + id \* id  注）使用した生成規則の番号を付与すること  順番 | 入力記号列 | 生成規則番号 | スタックの内容 |
| 初期 | － | － | EZ0 |
| 1 | id + id \* id | ① | E + T Z0 |
| 2 | id + id \* id | ③ | T + T Z0 |
| 3 | id + id \* id | ⑥ | F + T Z0 |
| 4 | id + id \* id | ⑨ | id + T Z0 |
| 5 | + id \* id |  | + T Z0 |
| 6 | id \* id | ④ | T \* F Z0 |
| 7 | id \* id | ⑥ | F \* F Z0 |
|  | id \* id | ⑨ | id \* F Z0 |
| 9 | \* id |  | \* F Z0 |
| 10 | id | ⑨ | id Z0 |
| 11 |  |  |  |
| 12  1/5 |  |  |  |

**問題４**

　文法G＝（N、Σ、P、S）が以下のように定義された文脈自由文法を以下の順に簡単化せよ。

計算の結果だけでなく計算の途中も記述せよ。注）記述スペースが不足の場合は裏面に記述してください。

　N＝{S,A,B,D} 　Σ＝{a,b,d}

　Ｐ＝｛①S→ａＳb　　②S→ASB 　 ③S→AAS ④S→A　　⑤S→S　　⑥A→AA　　⑦A→BD

　　　　⑧A→ａ　 ⑨Ａ→ε 　 ⑩B→BB 　⑪D→ｄ　 ｝

**（１）無効記号を削除せよ**

**ⅰ）生記号を抽出せよ**　　　　　　　　　　　 **ⅱ）生記号からなる生成規則を記述せよ**

・ａは終端記号→ａは生記号　 ⑧④よりa,A,Sは生記号　　①S→aSb　　③S→AAS　　④S→A

・ｂは終端記号→ｂは生記号　　⇒a,b,A,Sは生記号　　　　⑤S→S　　　⑥A→AA　　⑧A→a

　　　　　　a,A,Sは生記号　　　　　　　　　　　　　　　⑨A→ε　　⑪D→d

・dは終端記号→dは生記号　　⑪よりDは生記号

　　　　a,b,A,Sは生記号 ⇒a,b,A,S,Dは生記号

・N={S,A,B,D}のうち、S,A,Dは生記号⇒Bは死記号

　Bは死記号より、②⑦⑩はBを含むので削除する

**ⅲ）到達可能記号を抽出せよ**　　　　　　　　　**ⅳ）到達可能記号からなる生成規則を記述せよ**

（ア）開始記号Sから到達できる記号を　　　　　　　　　　　　①S→aSb　　③S→AAS　　④S→A

　　①より、a,b,Sに到達　　　　　　　　Sから到達で　　　　 ⑤S→S　　　⑥A→AA　　⑧A→a

　　③より、A,Sに到達　　　　　　　　　きるのは、 ⑨A→ε

　　④より、Aに到達、⑤よりSに到達　　a,b, A ,Sに到達

（イ）Aから到達できる記号を調べる

　　⑥より、Aに到達　　　　Aから到達できるのは、A,a,ε

　　⑧より、aに到達　　　　したがって、Sから到達できる

　　⑨より、εに到達　　　　のは、a,b,A,S,ε

（ウ）DおよびdはSからは到達できない。

（エ）④を調べる。Aがεになる可能性がある。

　　すなわち、S→ε、　S→A

　　これらの生成規則をεを削除してP’に加える。

　　S→AはすでにP’に入っているのでP’はそのまま

　　P’={①S→ab、⑧A→a、 S→S、　S→A、

　　　 　S→AA、　S→AS、　S→AAS　}

（オ）⑤を調べる。Sがεになる可能性がある。

　　同様にして、

　　P’={①S→ab、⑧A→a、 S→S、　S→A、

　　　 　S→AA、　S→AS、　S→AAS　}

（カ）⑥を調べる。Aがεになる可能性がある。

　　同様にして、

　　A→Aε、　A→εA、　A→AAより、

　　A→A、　A→AA　をP’に追加する。

以上より

　P’={①S→ab、②S→aSb、③S→A、④S→S、

⑤S→AS、⑥S→AA、⑦S→AAS、⑧A→A、

⑨A→AA、⑩A→a　}

となる。

　　DおよびdはSからは到達できない。

**（２）ε生成規則を削除せよ**

　・ε生成規則が考えられるのは、⑨A→ε、④S→A

であり、εになる可能性があるのは、SとA。

　・ε生成規則を除いた生成規則の集合P’を求める。

　（ア）⑧は右辺に非終端記号を含まない。

　　　　∴P’={⑧A→a}

　（イ）①を調べる。Sがεになることがある、

　　　　すなわち、①S→aεb　すなわち、

①S→abをP’に追加する。

P’={①S→ab、⑧A→a}

　（ウ）③を調べる。右辺のSとAがεになる可能性

　　　 がある。すなわち、

　　　 S→εεS、　S→εAε、　S→Aεε、

　　　 S→AAε、　S→AεS、　S→εAS、S→AAS

　　　 これらの生成規則をεを削除して、P’

に追加する。

　　　P’={①S→ab、⑧A→a、 S→S、　S→A、

　　　 　　　S→AA、　S→AS、　S→AAS　}

2/5/

**（３）単位生成規則を削除せよ**

　P’に含まれる単位生成規則は、③S→A、④S→S、⑧A→A　である。

（ア）矢印（→）の両辺が異なるものの削除（③の削除）

　　S→Aがあるとき、A→xxなる生成規則はA→XX　と　S→XX　の２つの生成規則に置換え、

　　③S→Aなる単位生成規則を削除する。

　　A→XX形式の生成規則は、

　　⑧A→A　　について、⑧A→Aと ⑧’S→A （③と同一）の２つの生成規則に置換える。

　　⑨A→AA　 について、⑨A→AAと⑨’S→AA（⑥と同一）の２つの生成規則に置換える。

　　⑩A→a　　について、⑩A→aと ⑩’S→a（③と同一）の２つの生成規則に置換える。

　　すなわち、⑩’を追加し（⑧’と⑨’は既存）、S→Aを削除する。

（イ）矢印（→）の両辺が同一のものの削除（④、⑧の削除）

　　④S→S　と　⑧A→A　がある。

　　④S→S　があるとき、S→S　なる単位生成規則は削除する。

　　同様に、⑧A→A　があるとき、A→A　なる単位生成規則は削除する。

以上（ア）（イ）より、

P’={ ①S→ab、　②S→aSb、　⑤S→AS、　⑥S→SS、　⑦S→AAS、　⑨A→AA、　⑩A→a

　　　⑩’S→a　}

　　すなわち、　③S→A、④S→S、⑧A→Aを削除、⑩’S→a　を追加

**問題5**

　文法G＝（N、Σ、P、S）が以下のように定義されたif文を表す文Sの生成規則がある。文Sが受理されるかどうかについて導出木を作成して検討し、文法Gにあいまい性があること（2つの導出木があること）を示せ。

　N＝｛S、E｝　　Σ＝｛if、（、 ）、else、文１、文2、式１、式２　｝

　P＝{①S→if （ E ）S　 　　②S→if （ E ）S else　S　　　③S→文1　 ④S→文2

⑤E→式１ ⑥E→式２　}

if文の構成（文S）　は　　if （ 式１）if（式2）文１　else　文２　とする。

導出木１　　　　　　　　　　　　文S

①

　　　　if　　　(　　　E　　　) 　　　　　　S

⑤

②

式１　　　　　if　　(　　E　　)　　S　　else　　S

④

③

⑥

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　式２　　　文１　　　　文２

文S　　　　if ( 式１ )

{

if (　式２ )

{ 文１　}

else

{　文２　}

}

3/5

導出木2　　　　　　　　　　　　文S

②

　if　　　(　　E　　) 　　S 　　　　　　　else S

④

①

⑤

式１　　if　　(　　E　　)　　S　　　　　　　文２

③

⑥

　　　　　　　　　　　　　　　　式２　　　文１

文S　　　　if ( 式１ )

　　　　　　{

if (　式２ )

２つの文を生成でき、生成規則には「あいまい性」がある。

{

文１

　}

　　　　　　　　}

else

{

文２

　}

**問題6**

　次の決定性プッシュダウンオートマトンMの推移図を作成し以下の文が受理されるかどうかを検討せよ。また、計算状況が推移する様子をスタックの内容を示して明らかにせよ。さらに、受理されるとき、空スタック受理か、または最終状態受理であったかを明記せよ。

M＝（Q、Σ、Γ、δ、q0、Z0、F） Q＝｛q0、q1、q2｝

Σ＝｛0、1、c｝ Γ＝｛A、Z0｝　　　F＝｛q2 ｝

0 1 0 　 1

**δ**＝{ ①(q0,Z0) →(q0,AZ0) ②(q0,Z0) →(q0,AZ0)　③(q0,A) →(q0,AA) 　④(q0,A) →(q0,AA)

c 0 1 ε

　 ⑤(q0,A) →(q1,A) ⑥(q1,A) →(q1,ε)　 ⑦(q1,A) →(q1,ε)　 ⑧(q1,Z0) →(q2,Z0) }

**（１）**Mの図計算状況の推移を記述せよ（計算状況の推移の番号も記入すること）。

　　　(q0,Z0)

　　①②↓0,1

　　　　↓　　　c　　　　　0,1　　　　ε

　　　(q0,AZ0)→→(q1,Az0)→→(q1,Z0)→→(q2,Z0)

　　③④↓0,1　⑤　　　　 ⑥⑦ ⑧

　　　　↓　　　c　　　　　　0,1　　　　 0,1　　　　ε

　　　(q0,AAZ0)→→(q1,AAz0)→→(q1,Az0)→→(q1,Z0)→→(q2,Z0)

　　③④↓0,1 　⑤　　　　 ⑥⑦ ⑥⑦ ⑧

　　　　↓　　　　c　　　　　　 0,1　　　　 0,1　　　　 0,1 ε

　　　(q0,AAAZ0)→→(q1,AAAz0)→→(q1,AAz0)→→(q1,Az0)→→(q1,Z0)→→(q2,Z0)

　 ③④↓0,1 ⑤　　　　　 ⑥⑦ ⑥⑦ ⑥⑦ ⑧

　　　　↓

4/5

（２）文の受理・不受理の検討

　　ⅰ）　０１ｃ０１

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 操作順番 | 入力記号列 | 遷移関数の番号 | スタックの内容  初期値Z0 | 状態  空きスタック受理か最終状態受理か  初期状態q0 |
| 初期 | － | － | z0 | q0 |
| １ | ０１ｃ０１ | ② | AZ0 | q0  受理の形式：  最終状態受理 |
| ２ | １ｃ０１ | ④ | AAZ0 | q0 |
| ３ | ｃ０１ | ⑤ | AAZ0 | q0 |
| ４ | ０１ | ⑥ | AZ0 | q1 |
| ５ | １ | ⑥ | Z0 | a1 |
| ６ | ε | ⑧ | Z0 | q1 |
| ７ |  |  |  |  |

　　ⅱ）文　１０ｃ１

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 操作順番 | 入力記号列 | 推移関数の番号 | スタックの内容  初期値Z0 | 状態  空きスタック受理か最終状態受理か  初期状態q0 |
| 初期 | － | － | Z0 | q0 |
| １ | １０ｃ１ | ② | AZ0 | q0  受理の形式：  受理されない |
| ２ | ０ｃ１ | ③ | AAZ0 | q0 |
| ３ | ｃ１ | ⑤ | AAZ0 | q0 |
| ４ | １ | ⑦ | AZ0 | q1 |
| ５ |  |  |  |  |
| ６ |  |  |  |  |
| ７ |  |  |  |  |

5/5