

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПЕРВОГО СЕМЕСТРА

Тема 2. Задачи на обработку целочисленного массива.

В следующих задачах требуется написать функцию, получающую в качестве параметров имя массива и его длину (n). Заполнение массива числами из файла и определение его фактической длины должно выполняться отдельной подпрограммой. Функция `main` открывает файл, вызывает функцию, заполняющую массив числами из файла, обращается к функции печати массива на экран, вызывает функцию, преобразующую массив (или вычисляющую его характеристику) и выводит результат (или преобразованный массив) на экран. Реализация функции должна находиться в отдельном от `main` файле.

В задачах 1-22 можно предполагать, что количество чисел в массиве (как в исходном, так и в преобразованном) не превосходит некоторой фиксированной величины (например, 1000). В остальных задачах память под хранения массива должна выделяться динамически, количество чисел в файле заранее неизвестно. Файл нельзя открывать более одного раза, нельзя возвращаться к началу файла. Использовать дополнительные массивы нельзя (если в условии об этом ничего не говорится). За исключением задач 60-65 время работы должно иметь асимптотику $O(n)$. Ошибки обработать. Некоторые определения (участок, локальный минимум и т.д.) содержатся в списке задач 1 на обработку последовательности. **k -максимальным** (минимальным) значением массива назовем число x , определенное индуктивно по k : если $k = 1$, то x – максимальный элемент массива, если $k > 1$ и x равно $(k - 1)$ -максимальному значению массива, то число, максимальное из тех элементов массива, которые меньше, чем x , будем называть k -максимальным.

1. Функция должна возвращать 1, если массив симметричный и 0 в противном случае.
2. Функция должна так преобразовать массив, чтобы его элементы шли в обратном порядке. Использовать не более чем $n/2$ перемещений элементов.
3. Функция должна так преобразовать массив, чтобы каждый его элемент, кроме первого и последнего, заменился на полусумму соседей.
4. Функция должна циклически сдвинуть элементы массива на одну позицию вправо используя не более чем n перемещений элементов (n – длина массива).
5. Функция должна циклически сдвинуть элементы массива на одну позицию влево используя не более чем n перемещений элементов (n – длина массива).
6. Функция должна циклически сдвинуть элементы массива на k позиций вправо, используя не более чем n обменов элементов (n – длина массива).
7. Даны два массива (оба массива нужно считывать из файлов). Функция должна так преобразовать первый массив, чтобы каждый его элемент, равный некоторому элементу второго массива, заменился на 0.
8. Функция должна удалить из массива все отрицательные элементы, а оставшиеся сдвинуть к началу массива (уплотнить с сохранением порядка). Возвращать функция должна размер преобразованного массива. Использовать не более чем n перемещений элементов.
9. Функция должна удалить из массива все положительные элементы, а оставшиеся сдвинуть к концу массива (уплотнить с сохранением порядка). Освободившиеся места заполнить элементами, обратными к удаленным. Использовать не более чем n обменов элементов (n – длина массива).
10. Функция должна продублировать (рядом) каждый отрицательный элемент массива. Использовать не более чем $2n$ перемещений элементов.
11. Циклически сдвинуть на одну позицию влево максимальные по включению постоянные участки длины больше 1. Так, массив (1 1 1 4 1 0 0 0 6 2 2 2 0 0) должен быть преобразован в (0 0 0 0 4 1 2 2 2 6 0 0 1 1 1). Количество операций присваивания порядка $O(n)$.
12. Для заданного числа $k < n$ поменять местами начальный участок массива (элементы с индексами, меньшими k) с его конечным участком (остальные). Взаимный порядок элементов внутри участков измениться не должен. Так, массив (1 1 4 1 0 0 6 1 1 2 0 0) для $k = 4$ должен быть преобразован в (0 0 6 1 2 0 0 0 1 1 4 1).
Использовать не более чем n обменов элементов.
13. Сравнить два неупорядоченных целочисленных массива A и B как числовые множества: $A = B$ и $A \subset B$. Повторы элементов в массиве не учитывать (сравнение множеств). Так, если массив $A = (1 0 2 2 0 0 3 3 3 0 0 0)$ а $B = (3 3 3 0 1 0 0 2 4 0 0 0)$, то $A \neq B$ и $A \subset B$.
14. Назовем x -отрезком группу подряд идущих элементов массива, каждый из которых равен x . Для заданного числа x заменить элементы каждого x -отрезка на полусумму элементов, прилегающих к этому отрезку справа и слева. Если x -отрезок расположен в начале или конце массива, считать недостающий крайний элемент равным нулю. Так, массив (1 1 4 1 0 0 6 1 1 0 0 0) для $x = 1$ должен быть преобразован в (2 2 4 2 0 0 6 3 3 0 0 0). Использовать не более чем n перемещений элементов.

15. Пусть в массиве последовательно записаны цифры некоторого длинного неотрицательного десятичного числа. Реализовать функции "прибавление единицы" и "вычитание единицы" из такого числа. Вычитание свести к сложению (с числом (0-1)). Размер массива может измениться. Так, массив (9 9 9 9) при сложении с 1 должен быть преобразован в (1 0 0 0 0), а массив (0 0 0) при вычитании 1 станет равным (9 9 9).

16. Заменить все локальные минимумы в массиве одним элементом, значение которого равно 0. Функция должна возвращать количество элементов в преобразованном массиве. Так, массив (2 1 2 2 0 0 3 3 3 0 0 0) должен быть преобразован в (2 0 2 2 0 3 3 3 0). Использовать не более чем n перемещений элементов.

17. Заменить каждый элемент массива количеством элементов массива с меньшими индексами, имеющими значение, меньше данного элемента, т.е. каждый элемент массива a_i заменить количеством элементов a_j , таких что $j < i$ и $a_j < a_i$. Так, массив (1 10 2 2 0 0 3 3 3 0 1 2) должен быть преобразован в (0 1 1 1 0 0 5 5 5 0 3 5).

18. Сравнить два неупорядоченных целочисленных массива A и B как числовые мультимножества: $A = B$ и $A \subset B$. Учитывать повторы элементов в массиве. Так, если массив $A = (1\ 0\ 2\ 2\ 0\ 0\ 3\ 3\ 3\ 0\ 0\ 0)$ а $B = (3\ 3\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0\ 2\ 4\ 0\ 0\ 0)$, то $A \neq B$ и $A \not\subset B$.

19. Удалить из массива чаще всего встречающееся значение. Если таких значений несколько, то выбрать последнее из них. Функция должна возвращать количество элементов в получившемся массиве. Использовать не более чем n перемещений элементов.

20. Удалить из массива реже всего встречающееся значение. Если таких значений несколько, то удалить все эти значения. Функция должна возвращать количество элементов в полученном массиве. Использовать не более чем n перемещений элементов.

21. Найти k -максимальное значение массива, k задано. Нельзя переставлять элементы массива.

22. В каждом участке строгого возрастания в массиве заменить все элементы на среднее значение участка (рассматриваются участки строгого возрастания, которые нельзя расширить, т.е. максимальные по включению). Так, массив (1 0 2 4 0 0 3 3 3 0 10 20) должен быть преобразован в (1 2 2 2 0 1 3 3 10 10 10) (среднее в смысле целого). Использовать не более чем n перемещений элементов.

23. Сдвинуть циклически локальные минимумы на одну позицию влево. Так, массив (1 10 2 2 10 10 3 3 3 10 10 10) должен быть преобразован в (2 2 10 3 3 3 10 10 1 10 10 10). Количество операций присваивания порядка $O(n)$.

24. Сдвинуть циклически локальные максимумы на одну позицию вправо. Так, массив (1 0 2 2 0 0 3 3 3 0 0 0) должен быть преобразован в (3 3 3 0 1 0 0 2 2 0 0 0). Количество операций присваивания порядка $O(n)$.

25. Удалить из массива участки строго возрастания с длиной не более 3 (рассматриваются участки которые нельзя расширить, т.е. максимальные по включению). Функция должна возвращать количество элементов в получившемся массиве. Так, массив (1 0 2 3 1 -1 -1 2 3 0 0 0 1 2 3 4) должен быть преобразован в (1 1 -1 0 0 0 1 2 3 4). Использовать не более чем n перемещений элементов.

26. Пусть элементы массива не убывают. Двоичным поиском определить, на какую позицию можно поставить заданное число x , не нарушив порядок. Функция должна возвращать этот индекс. Проверять, что массив неубывающий, при считывании. В случае, если массив неубывающим не является, вернуть ошибку.

27. Функция должна отрицательные элементы массива переместить в начало, а положительные – в конец. Количество перемещений элементов не должно быть более чем n , где n – размер массива.

28. Функция должна положительные элементы массива переместить в начало, а отрицательные – в конец. Количество перемещений элементов не должно быть более чем n , где n – размер массива.

29. Даны 2 массива. Функция должна возвращать количество вхождений одного массива в другой (как участок последовательности, в том числе пересекающихся вхождений).

30. Удалить из массива все элементы, равные k -максимальному значению, k задано. Взаимный порядок остальных элементов не должен измениться.

31. Найти минимальное число k такое, что сумма всех l -максимальных значений по всем $l \leq k$ равна по модулю сумме всех l -минимальных (по всем $l \leq k$) Нельзя переставлять элементы массива.

32. Найти такое k , что сумма l -максимальных значений по всем $l \geq k$ будет максимально возможной. Нельзя переставлять элементы массива.

33. Найти такое k , что сумма l -максимальных значений по всем $l \geq k$ будет минимально возможной. Нельзя переставлять элементы массива.

34. Определить, сколько элементов массива имеют k -максимальное значение (k задано). Нельзя переставлять элементы массива.

35. Найти, если существует, такое k , что сумма всех l -максимальных элементов массива по всем $l \geq k$ равна модулю суммы всех максимальных по $l \leq k$. Нельзя переставлять элементы массива.

В задачах 36-39 требуется вычислить значение функции $f_n(a_0, \dots, a_{n-1})$, заданной индуктивно. На последовательности, состоящей из одного элемента, она принимает значение, равное этому элементу, $f_1(a) = a$. Формула для вычисления $f_2(a, b)$ известна (выделить ее отдельной функцией). Решение не должно использовать рекурсивные вызовы.

36. Для $n > 2$ $f_n(a_0, \dots, a_{n-1}) = f_2(a_0, f_{n-1}(a_1, \dots, a_{n-1}))$.

37. Для $n > 2$ $f_n(a_0, \dots, a_{n-1}) = f_{n-1}(f_2(a_0, a_1), a_2, \dots, a_{n-1})$.

38. Для $n > 2$ $f_n(a_0, \dots, a_{n-1}) = f_{n-1}(f_2(a_0, a_{n-1}), a_1, \dots, a_{n-2})$.

39. Для $n > 2$ $f_n(a_0, \dots, a_{n-1}) = f_{n-1}(a_1, \dots, a_{n-2}, f_2(a_0, a_{n-1}))$.

40. В массиве A хранится перестановка $\sigma(i) = A[i]$ чисел $0, \dots, n-1$. Определить ее четность. Каждый элемент просматривается не более $O(1)$ раз. Если массив не является перестановкой, вывести ответ как ошибку. Так, массив A = (1 0 2 3 4 6 5) определяет четную перестановку.

41. В массиве хранится перестановка $\sigma(i) = A[i]$ чисел $1, \dots, n$. Не используя дополнительных массивов, найти обратную перестановку. Так, обратной к массиву A = (1 0 2 3 4 6 5) будет перестановка (1 0 2 3 4 6 5). Если массив не является перестановкой, вывести ответ как ошибку.

42. Дано число $m \leq n$. Для каждого участка массива из m элементов найти сумму m стоящих рядом элементов. Число действий порядка $O(n)$. Результат сохранить в исходном массиве. Так, массив (1 0 2 3 1 -1 -1 2 3 0 0 1 2 3 4) для $m = 3$ должен быть преобразован в (3 5 6 3 -1 0 1 4 5 3 0 1 3 6 9).

43. В 2-х массивах хранятся коэффициенты многочленов (от одной переменной, степени могут быть различны). Поместить в третий массив коэффициенты произведения многочленов.

44. Даны два неубывающих массива. Соединить их в третий, тоже неубывающий массив. Число действий – порядка суммы размеров исходных массивов. Проверять, что массив неубывающий, при считывании. В случае, если один из массивов неубывающим не является, вернуть ошибку.

45. Даны два неубывающих массива. Пересечь их в третий тоже неубывающий массив. Число действий – порядка суммы размеров исходных массивов. Проверять, что массив неубывающий, при считывании. В случае, если один из массивов неубывающим не является, вернуть ошибку.

В задачах 46-69 квадратную матрицу следует расположить как единый одномерный массив (по строкам). Функция, преобразующая массив или вычисляющая некоторую характеристику матрицы получает в качестве одного из аргументов `int *matr`. В файле сначала записан размер (количество строк) квадратной матрицы, а затем сама матрица. Память выделять динамически. Ошибки обработать. Дополнительные массивы не использовать. Массив нужно распечатывать на экран в виде квадратной матрицы.

46. Все ли строки матрицы одинаковы?

47. Функция должна возвращать сумму диагональных элементов.

48. Функция должна так преобразовать матрицу, чтобы поменялись местами первый и второй столбцы.

49. Функция должна так преобразовать матрицу, чтобы поменялись местами первая и последняя строки.

50. Функция должна транспонировать исходную матрицу.

51. Функция должна возвращать сумму элементов $a_{i,j}$ таких, что $i > j$.

52. Функция должна возвращать 1, если матрица является симметричной и 0 в противном случае.

53. Функция должна так преобразовать матрицу, чтобы последняя строка заменилась на ее сумму с первой.

54. Функция должна так преобразовать матрицу, чтобы последний столбец заменился на его сумму с первым.

55. Функция должна возвращать номер столбца, в котором содержится наибольшее количество нулей.

56. Функция должна возвращать 1, если строки матрицы являются лексикографически упорядоченными по возрастанию и 0 в противном случае.

57. Функция должна удалить первый столбец матрицы.

58. Функция должна возвращать $\max_i \sum_j a_{i,j}$.

59. Функция должна заменить матрицу A на $A + A^t$, где A^t – транспонированная матрица.

60. Функция должна заменить матрицу A на $A - A^t$, где A^t – транспонированная матрица.

61. Переместить все нулевые строки матрицы вниз (сделать их последними, порядок остальных строк можно менять).

62. Функция должна удалить первый столбец матрицы, содержащий максимальный элемент.

63. Функция должна удалить последнюю строку матрицы, содержащую максимальный элемент.

64. Функция должна удалить строки матрицы с четными номерами.

65. Функция должна циклически сдвинуть строки матрицы на одну позицию вверх.

66. Функция должна циклически сдвинуть столбцы матрицы на одну позицию вправо.

67. Функция должна циклически сдвинуть столбцы матрицы на одну позицию влево.

68. Функция должна изменить порядок строк матрицы на противоположный.

69. Функция должна изменить порядок столбцов матрицы на противоположный.

В задачах 70-75 нужно так преобразовать массив, чтобы его элементы шли в порядке возрастания. Массив заполнить случайными числами, размер массива ввести с клавиатуры. Для проверки использовать библиотечную функцию `qsort`. Сравнить время работы.

70. Отсортировать массив методом пузырька.

71. Отсортировать массив методом выбора максимального элемента.

72. Отсортировать массив методом простых вставок.

73. Отсортировать массив методом бинарных вставок.

74. Отсортировать массив методом подсчета (диапазон значений элементов считать известным). Использовать дополнительный массив размера диапазона.

75. Вычислить k -порядковую статистику массива. Преобразовать его так, чтобы элементы, имеющие индексы меньше, чем k , были не больше, чем a_k , а остальные элементы – не меньше, чем a_k $0 \leq k \leq n$. Не использовать для поиска порядковой статистики сортировку.