PROPIEDADES DE ENTROPIA

1. Considere las siguientes fuentes de información con las probabilidades de símbolos que se muestran.

   $S = \{s_1, s_2, ..., s_{q-1}, s_q\}$
   $P(s_1) = P_1, P(s_2) = P_2, ..., P(s_{q-1}) = P_{q-1}$ y $P(s_q) = P_q$.

   $S_1 = \{s_1, s_2, ..., s_{q-1}, s_q, s_{q+1}\}$
   $P(s_1) = P_1, P(s_2) = P_2, ..., P(s_{q-1}) = P_{q-1}, P(s_q) = \alpha P_q$ y $P(s_{q+1}) = \bar{\alpha} P_q$.
   $\bar{\alpha} = 1 - \alpha$.

   $S_2 = \{s_1, s_2\}$
   $P(s_1) = \alpha$ y $P(s_2) = \bar{\alpha}$.

   Muestre que la función entropía satisface las siguientes propiedades:

   a) $H(S)$ es una función simétrica de $P_1, P_2, ..., P_q$ (grafique $H(s)$ para los casos $q = 2$ y $q = 3$).
   b) $H(S_1) = H(S) + P_q H(S_2)$
   c) $H(S_2)$ es una función contínua de α.

2. Demostrar:

$$\sum_{i=1}^{q} x_i \log\left(\frac{1}{x_i}\right) \leq \sum_{i=1}^{q} x_i \log\left(\frac{1}{y_i}\right)$$

3. Demostrar: $\log(q) - H(s) \geq 0$.