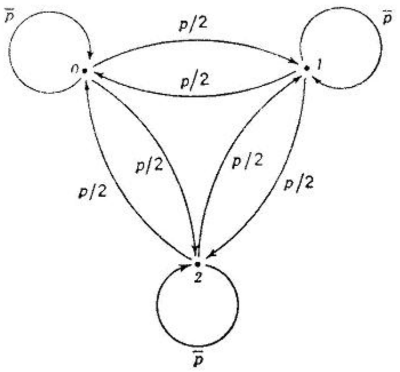
FUENTES DISCRETAS DE INFORMACIÓN DE MARKOV – 1

1. (Cap. 2 – Prob. 2) Considere el siguiente diagrama de estados de una fuente de Markov de primer orden con alfabeto S = {0,1,2}. Las probabilidades estacionarias son P(0) = P(1) = P(2) = 1/3. En el diagrama de estados, $\bar{p} = 1 - p$.



   a) Calcule la entropía de la fuente de Markov. Es correcta la respuesta para $p = 0$? Es correcta la respuesta para $p = 1$?
   b) Analice el comportamiento de $H(S)$ para $p = \varepsilon$, siendo $\varepsilon \approx 0$.
   c) Analice el comportamiento de $H(S)$ para $p = 1 - \delta$, siendo $\delta \approx 0$.
   d) Calcule las entropías condicionadas utilizando $p = 1/4$.

2. (Cap. 2 – Prob. 6) Las probabilidades condicionadas que definen a una fuente de Markov de primer orden son:

$$P(0|0) = \bar{p}, P(1|0) = p, P(0|1) = q \text{ y } P(1|1) = \bar{q}.$$

   a) Escriba las ecuaciones que deben resolverse para probar que las probabilidades estacionarias son

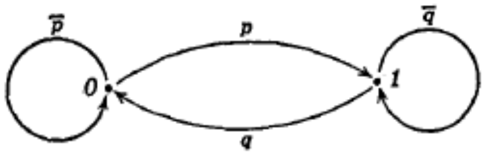
$$P(0) = \frac{q}{p+q} \text{ y } P(1) = \frac{p}{p+q}.$$

   No resuelva las ecuaciones.

   b) Suponga que $p = 0.1$ y $q = 0.2$ Calcule $H(S)$.

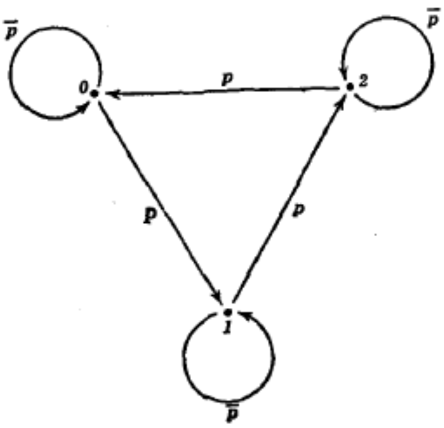
   c) Sea $p = q$. Calcule y dibuje $H(S)$ en función de p.

3. (Cap. 2 – Prob. 7) Considere el diagrama de estados de una fuente de información de Markov (binaria de primer orden).



$P(0) = \frac{q}{p+q}$ y $P(1) = \frac{p}{p+q}$. Suponga $q = 1$ y $p \neq q$. Calcule y dibuje $H(S)$ en función de p.

4. (Cap. 2 – Prob. 13) La figura representa el diagrama de estados de una fuente de Markov de primer orden con alfabeto $S = \{0,1,2\}$. La distribución estacionaria de la fuente es $P(0) = P(1) = P(2) = 1/3$.



   a) Calcule $H(S)$. Compruebe el resultado para $p = 0$ y $p = 1$.

   b) Calcule $H(S^2)$.