

# MS416 - MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS À ECONOMIA

Gabriel S. Vicente

27/06/2016

## Resumo

A modelagem desse projeto tem como objetivo ilustrar o aplicação do Método de Monte Carlo dentro dos conceitos econômicos da disciplina. Tem-se o propósito de fazer uma análise de custo e benefício de políticas de *basic income guarantee* e *job guarantee*. Todo debate bem fundamentado deve ter por trás uma modelagem matemática. Mas é importante não se deixar cegar pelo modelo. As premissas e argumentos podem não se concretizar empiricamente. A ideia do projeto computacional foi motivada em maior peso pelos capítulos 4, 5 e 11 das notas de aula.

**Palavras-chave.** Método de Monte Carlo, *basic income guarantee*, *job guarantee*

## 1 Método de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo é um modo de estudar probabilidades através de uma aproximação de experimentos aleatórios. O matemático Stanislaw Ulam tem o crédito de ter concebido a ideia em 1946 ao analisar as probabilidades de ganhar em Solitária. Ulam teve participação no Projeto Manhattan e foi membro do Instituto de Estudos Avançados em Princeton, ao lado John von Neumann.

A nomenclatura do método é uma referência à cidade de Monte Carlo, onde jogos de azar não são somente autorizados como uma das principais atividades econômicas.

A ideia central é se tomarmos um número grande de amostras de um conjunto de reconstruirmos a distribuição empiricamente ou por simulações. [3].

**Definição 1** (Método de Monte Carlo). *Pela Lei dos Grandes Números, para uma sequência de variáveis independentes  $\{\mathbf{X}_i\}_{i=0}^{\infty}$ ,*

$$\mathbf{E}(g(\mathbf{X})) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\infty} g(\mathbf{X}_i)$$

*então, para uma coleção de variáveis independentes  $\{\mathbf{X}_i\}_{i=0}^N$  sobre uma distribuição,*

$$I \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\infty} g(\mathbf{X}_i)$$

é uma aproximação numérica.

No exemplo acima, considera-se  $\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  uma distribuição gaussiana e tem-se o histograma de  $2^{15}$  experimentos aleatórios.

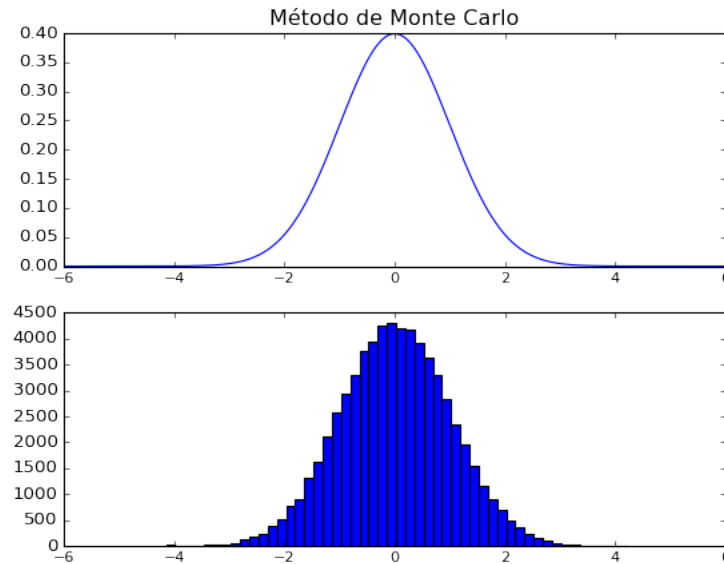


Figura 1: Ilustração do Método de Monte Carlo

Claramente, percebe-se que a forma da curva da distribuição é caracterizada para um conjunto suficientemente grande de amostras.

## 2 *Income Guarantee versus Job Guarantee*

Em face ao recente referendo <sup>1</sup> convocado na Suíça para a votação da proposta de transformar a distribuição uma renda mínima universal (*Income Guarantee*, IG) um direito civil [1], vamos fazer uma análise de custo/benefício sobre o impacto no orçamento estatal e o fator multiplicativo no Brasil. Também leva-se em conta em oposição uma contramedida comumente sugerida como política de criar emprego pleno e estabilidade de preços, a de trabalho garantido (*Job Guarantee*, JG). Essa saída é uma aplicação da *Employers of last resort* muitas vezes citada por pós-keynesianos [4]. Vale ressaltar que, apesar do detalhamento das considerações, o modelo matemático é uma aproximação simplória e a simulação tem apenas o objetivo de ilustrar o método dentro do escopo da disciplina.

---

<sup>1</sup>A saber, a proposta foi rejeitada em 05/06/2016.

### 3 Modelagem matemática

Vamos modelar duas funções probabilísticas e rodar para um conjunto de amostras aleatórias.

- *basic\_income\_cost\_benefit*
- *basic\_job\_cost\_benefit*

#### 3.1 Premissas e dados

Primeiramente, considera-se o contingente populacional de 208M para 2016 segundo as projeções do Banco Mundial [5]. Além disso, usaremos os percentuais das faixas etárias.

Listing 1: População Total

---

```
1 total_population = 208e6
2
3 percentage_0_14 = 0.23
4 percentage_15_64 = 0.69
5 percentage_65_ = 0.08
6
7 num_adults = total_population*(percentage_15_64 + percentage_65_)
```

---

também, para a força de trabalho,

Listing 2: Força de Trabalho

---

```
1 percentage_labor_force = 0.71
2 labor_force = num_adults*percentage_labor_force
```

---

e a população com deficiência,

Listing 3: Força de Trabalho

---

```
1 disabled_adults = 19e6
```

---

Agora, considera-se a renda mínima em 2016 [2],

Listing 4: Renda mínima

---

```
1 basic_income = 880*12 # salario minimo nominal anual
```

---

Enfim, estima-se o total de transferências de riquezas ou redistribuição de renda do governo. Para efeito de aproximação, considera-se a diferença entre as despesas e receitas do governo frente ao PIB projetado em 2016 [5], ou seja, 10%.

Listing 5: Transferência de riqueza

---

```
1 wealth_transfers = 240e9 # aproximadamente 10% do PIB
```

---

### 3.2 *Income Guarantee*

A primeira função probabilística terá quatro principais componentes,

- Custos diretos
- Custos administrativos
- Custo/Benefício de força de trabalho
- "Efeito J.K. Rowling"

Os custos diretos englobam o total de gastos,

Listing 6: Custos Diretos

---

```
1 direct_cost = num_adults * basic_income
```

---

Os custos administrativos englobam todos os gastos de burocracia. Serão modelados como uma distribuição normal  $\mathcal{N}(250, 75)$

Listing 7: Custos Administrativos

---

```
1 administrative_cost_per_person = norm(250, 75)
```

---

Outra premissa importante é o incentivo de trabalhar enquanto se recebe a renda mínima. Para o modelagem, esse desencorajamento deve reduzir a força de trabalho. Será uma distribuição uniforme.

Listing 8: Redução de força de trabalho

---

```
1 non_worker_multiplier = uniform(-0.05, 0.15)
```

---

Também é necessário estimar o valor de trabalho. Será uma distribuição normal com um valor um pouco mais que o mínimo.

---

Listing 9: Valor de trabalho

---

```
1 marginal_worker_productivity = norm(1000,100)
```

---

Agora, o incentivo/desincentivo para se trabalhar é dado da forma,

---

Listing 10: Incentivo/Desincentivo

---

```
1 -1 * (num_adults-labor_force-disabled_adults) * non_worker_multiplier.rvs()  
    () * (marginal_worker_productivity.rvs())
```

---

Finalmente, introduziremos o "Efeito J.K. Rowling"<sup>2</sup>, isto é, a propensão de beneficiários criarem grandes obras-primas, enriquecendo do dia para noite. Essa função traz para o modelo esse comportamento raro como uma distribuição binomial.

---

Listing 11: "Efeito J.K. Rowling"

---

```
1 def jk_rowling(num_non_workers):  
2     num_of_jk_rowlings = binom(num_non_workers, 1e-9).rvs()  
3     return num_of_jk_rowlings * 1e9
```

---

Então, teremos a função final,

---

Listing 12: *Income Guarantee*

---

```
1 def basic_income_cost_benefit():  
2     direct_costs = num_adults * basic_income  
3     administrative_costs  
4     = num_adults * administrative_cost_per_person.rvs()  
5     labor_effect_costs_benefit  
6     = -1 * ((num_adults-labor_force-disabled_adults  
7             *non_worker_multiplier.rvs()  
8             *(marginal_worker_productivity.rvs()))  
9
```

---

<sup>2</sup> A autora escreveu o primeiro livro da série *Harry Potter* enquanto enquanto beneficiário do sistema *welfare* do governo inglês.

```

10     return direct_costs +
11           administrative_costs +
12           labor_effect_costs_benefit +
13           jk_rowling()

```

---

### 3.3 *Job Guarantee*

Para essa função cada indivíduo também a mesma renda básica. A principal diferença é obrigatoriedade de trabalhar, mesmo que não seja produtivo.

- Custos administrativos
- Custo/Benefício de força de trabalho
- "Efeito J.K. Rowling"

Consideremos os custos administrativos para indivíduos e para a força de trabalho um pouco maiores que no caso anterior.

---

Listing 13: *Income Guarantee*

---

```

1 administrative_cost_per_disabled_person = norm(500,150)
2 administrative_cost_per_worker = norm(5000, 1500)

```

---

Para esse caso, o incentivo de sair da força de trabalho é muito menor que em IG. Ou se opta por uma renda mínima com uma trabalho básico ou busca-se por um trabalho melhor. Assim, a modelagem será uma distribuição uniforme, considerando que o número de trabalhadores pode aumentar em até 5% ou diminuir em até 20%.

---

Listing 14: *Multiplicador*

---

```

1 non_worker_multiplier = uniform(-0.20, 0.25)

```

---

Agora, a produtividade do trabalho básico também será uniforme com o valor teto o salário mínimo. Isso significa que se for mais produtivo, procurará um emprego no setor privado.

---

Listing 15: *Produtividade básica*

---

```

1 basic_job_productivity = uniform(0.0, 880)

```

---

A função resultante está abaixo com todas as componentes.

Listing 16: *Job Guarantee*

---

```
1 def basic_job_cost_benefit():
2     administrative_cost_per_disabled_person = norm(500,150).rvs()
3     administrative_cost_per_worker = norm(5000, 1500).rvs()
4     non_worker_multiplier = uniform(-0.20, 0.25).rvs()
5     basic_job_productivity = uniform(0.0, basic_income).rvs()
6
7     disabled_cost = disabled_adults * (basic_income + ↵
8         administrative_cost_per_disabled_person)
9     num_basic_workers = ((num_adults - disabled_adults - labor_force) *
10         (1+non_worker_multiplier)
11         )
12     basic_worker_cost_benefit = num_basic_workers * (
13         basic_income +
14         administrative_cost_per_worker -
15         basic_job_productivity
16     )
17     return disabled_cost + basic_worker_cost_benefit
```

---

### 3.4 Rodada

Agora, o modelo matemático foi rodado para  $2^{20}$  amostras aleatórias.

Listing 17: Monte Carlo

---

```
1 from pylab import *
2 from scipy.stats import *
3
4 N = 1024*1024
5 bi = zeros(shape=(N,), dtype=float)
6 bj = zeros(shape=(N,), dtype=float)
7
8 for k in range(N):
9     bi[k] = basic_income_cost_benefit()
10    bj[k] = basic_job_cost_benefit()
```

---

Foram plotados os histogramas com o *deficit* no eixo horizontal.

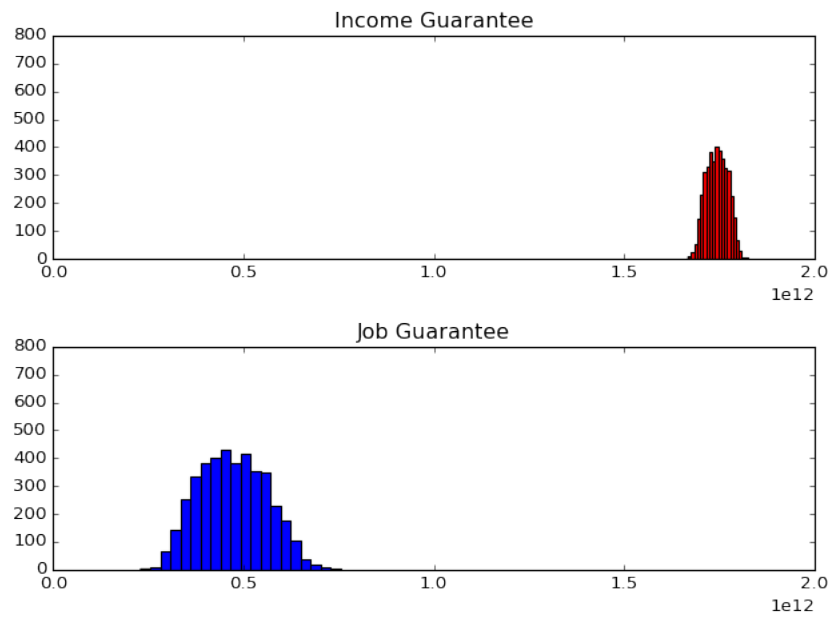


Figura 2: Custo-Benefício para salário mínimo nominal (R\$880)

Agora, repetindo o processo com o salário mínimo necessário [2].



Figura 3: Custo-Benefício para salário mínimo necessário (R\$4000)

Segundo a modelagem e aproximações, a análise de custo/benefício tem um forte indicativo para a política de trabalho básico garantido. No primeiro experimento, para o salário mínimo nominal, a diferença entre custos e benefícios é de cerca de R\$500 milhões, enquanto a renda



básica está na ordem de R\$ 2 trilhões.

Se fosse adotado o salário mínimo necessário, a discrepância se torna ainda maior, com o JG na ordem de R\$ 2 trilhões e IG na ormd de R\$ 8 trilhões de *deficit*.

## Referências

- [1] *BASIC INCOME SWITZERLAND*. URL: <http://www.basicincome2016.org>.
- [2] DIEESE. *Salário mínimo nominal e necessário*. URL: <http://www.dieese.org.br/analisecestabasica/salarioMinimo.html>.
- [3] P. Glasserman. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Applications of mathematics. Springer New York, 2003. ISBN: 9780387216171. URL: <https://books.google.com.br/books?id=aeAlBQAAQBAJ>.
- [4] L. Randall Wray. *The Job Guarantee: A Government Plan for Full Employment*. 2011. URL: <https://www.thenation.com/article/job-guarantee-government-plan-full-employment/>.
- [5] World Bank Open Data. *Overview per country, Brazil*. URL: <http://data.worldbank.org/country/brazil>.

This work is licensed under a “CC BY-SA 4.0” license.

