① Ур-е параболы $x^2 + bx + cy + d = 0$. Она проходит через точки $(1;2), (3;10),(5;1)$

Получаем систему:

$$\begin{cases} 1 + b + 2c + d = 0 \\ 9 + 3b + 10c + d = 0 \\ 25 + 5b + c + d = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} b + 2c + d = -1 \\ 3b + 10c + d = -9 \\ 5b + c + d = -25 \end{cases}$$

Матрица системы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & -1 \\ 3 & 10 & 1 & | & -9 \\ 5 & 1 & 1 & | & -25 \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 & | & +24 \\ -2 & 9 & 0 & | & +16 \\ 5 & 1 & 1 & | & -25 \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} 34 & 0 & 0 & | & -200 \\ -4 & 1 & 0 & | & +24 \\ 5 & 1 & 1 & | & -25 \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -\frac{200}{34} \\ 0 & 1 & 0 & | & +\frac{16}{34} \\ 5 & 0 & 1 & | & -\frac{866}{34} \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -\frac{200}{34} \\ 0 & 1 & 0 & | & +\frac{16}{34} \\ 0 & 0 & 1 & | & +\frac{134}{34} \end{pmatrix} \implies \quad b = -\frac{200}{34} \\ c = \frac{16}{34} \\ d = \frac{134}{34}$$

Значит ур-е искомой параболы: $\underline{34x^2 - 200x + 16y + 134 = 0}$

② Пусть X — масса сухого в-ва в огурцах, y — масса воды, а z — полная масса огурцов.

Тогда для первого взвешивание:

$$\begin{cases} X + y_1 = z_1 \\ y_1 = \dfrac{99}{100} z_1 \\ z_1 = 100 \end{cases} \implies \underline{X = 1 \text{ кг}}$$

Для второго взвешивание:

$$\begin{cases} X + y_2 = z_2 \\ y_2 = \dfrac{98}{100} z_2 \\ X = 1 \end{cases} \implies \begin{aligned} 100 + 98z_2 &= 100z_2 \\ 2z_2 &= 100 \\ \underline{z_2 &= 50 \text{ кг}} \end{aligned}$$

Ответ: Через месяц огурцы весили 50 кг.

③

1) $2^x = 256$ $\underline{x = 8}$

2) $2^x = 300$ $\underline{x = \log_2 300} = \underline{\log_2 75 + 2}$

3) $\log_8 2^{8x-4} = 4$ $\underset{\sim\sim\sim}{x > \frac{1}{2}}$

$2^{8x-4} = 8^4$

$2^{8x-4} = 2^{12}$

$\underline{x = 2}$

4) $3^{\log_9(5x-5)} = 5$ $\underset{\sim\sim}{x \geq 1}$

$3^{\log_3 \sqrt{5x-5}} = 5$

$5x - 5 = 25$

$\underline{x = 6}$

5) $x^{\log_3 x + 1} = 9$ $\underline{x \geq 0}$

$x^{\log_3 x + 1} = x^{\log_x 9}$

$\log_3 x + 1 = \log_x 9$

$\log_3 x + 1 = \dfrac{2}{\log_3 x}$

$\begin{cases} \log_3 x = y \\ y^2 + y - 2 = 0 \end{cases} \longrightarrow$ $D = 1 + 8 = 9$

$y = \dfrac{-1 \pm 3}{2}$

$y = 1 ; y = -2$

$\longrightarrow \begin{bmatrix} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -2 \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} x = 3 \\ x = \dfrac{1}{9} \end{bmatrix}$

④ 6) $\log_4 16 = 2$

7) $\log_5 \dfrac{1}{25} = -2$

8) $\log_{25} 5 = \dfrac{1}{2}$

9) $\log_3 \sqrt{27} = \dfrac{3}{2}$

10) $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 4 = 2$

11) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$

12) $e^{\ln 5} = 5$

13) $\dfrac{\log_2 225}{\log_2 15} = \log_{15} 225 = 2$

14) $\log_4 32 + \log_{0,1} 10 = \log_4 32 - 1 = \log_4 \dfrac{32^8}{4} = \dfrac{3}{2}$

15) $9^{\log_3 \sqrt{5}} = 3^{\log_3 5} = 5$