

# **MAP3121- MÉTODOS NUMÉRICOS E APLICAÇÕES**

## **Um problema inverso para obtenção de distribuição de Temperatura**

### **Parte 2 - EP**

Guilherme Akira Alves dos Santos 11027484

Letícia Mendonça Carraro 10374480

**São Paulo – SP**

**2020**

## SUMÁRIO

|      |                               |    |
|------|-------------------------------|----|
| 1.   | Introdução.....               | 3  |
| 2.   | A equação do calor.....       | 3  |
| 3.   | Métodos .....                 | 3  |
| 4.   | Tarefas.....                  | 4  |
| 5.   | Testes.....                   | 6  |
| 5.1. | Teste a.....                  | 6  |
| 5.2. | Teste b.....                  | 6  |
| 5.3. | Teste c.....                  | 7  |
| 5.4. | Teste d - Caso com ruído..... | 10 |
| 6.   | Análise dos resultados.....   | 19 |

## 1. Introdução

Este relatório trata da documentação do projeto proposto pela disciplina de Métodos Numéricos e Aplicações. Tal projeto consiste da resolução de um problema inverso.

Problemas diretos são aqueles nos quais busca-se descobrir o efeito que dada ação trará, ao passo que problemas inversos são aqueles que, dados efeitos, tenta-se buscar sua causa. Nesta primeira parte do exercício é proposto que seja solucionado o problema inverso da equação de calor.

## 2. A equação do calor

As seguintes equações são utilizadas no enunciado para descrever a distribuição do calor numa barra metálica

$$u_t(t, x) = u_{xx}(t, x) + f(t, x) \text{ em } [0, T] \times [0, 1]$$

$$u(0, x) = u_0(x) \text{ em } [0, 1]$$

$$u(t, 0) = g_1(t) \text{ em } [0, T]$$

$$u(t, 1) = g_2(t) \text{ em } [0, T]$$

Nesta parte do exercício o objetivo será determinar a intensidade das fontes de calor aplicadas em posições conhecidas da barra, a partir da distribuição da temperatura num dado instante  $T$ . Ou seja, possuindo a solução  $u_t(t, x) = u(T, x)$  para as equações a seguir, com condições iniciais e de fronteira nulas. Para tal, pede-se que utilize-se o método de Crank-Nicolson.

## 3. Métodos

Foi decidido pela dupla que a linguagem a ser utilizada no projeto seria C, devido a familiaridade que os membros possuem com esta. Do ponto de vista computacional, tal linguagem também apresenta vantagens de tempo de execução e desempenho.

O projeto foi inicialmente programado na plataforma Linux (distribuição Manjaro e Xubuntu) e quando foi testado em Windows (Windows 10), foram encontrados alguns problemas na execução. Estes problemas foram corrigidos,

contudo o programa apresenta irregularidades quando a parte de plotar gráficos é executada.

#### 4. Tarefas

- a) A primeira tarefa consiste na implementação do método de Crank-Nicolson de forma que, dados os pontos  $p_1, p_2, \dots, p_{nf}$ , calcule os vetores  $u_k(T, x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N-1$  para as equações fornecidas. Para tanto, será utilizado o que foi feito na primeira parte deste projeto. Considerou-se condições iniciais e de fronteira nulas, onde a forçante é dada por  $f(t, x) = r(t)g_h^k(x)$ ,  $k = 1, 2, \dots, nf$ . Os referidos cálculos seguem abaixo:

$$u_i^{k+1} = u_i^k + \frac{\Delta t}{2}((u_{i-1}^{k+1} - 2u_i^{k+1} + u_{i+1}^{k+1}) + (u_{i-1}^k - 2u_i^k + u_{i+1}^k)) + \frac{\Delta t}{2}(f(x_i, t_k) + f(x_i, t_{k+1}))$$

$$-\frac{\lambda}{2}u_{i-1}^{k+1} + (1 + \lambda)u_i^{k+1} - \frac{\lambda}{2}u_{i+1}^{k+1} = \frac{\lambda}{2}u_{i-1}^k + (1 - \lambda)u_i^k + \frac{\lambda}{2}u_{i+1}^k + \frac{\Delta t}{2}(f(x_i, t_k) + f(x_i, t_{k+1}))$$

$$\begin{bmatrix} (1 + \lambda) & -\frac{\lambda}{2} & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{\lambda}{2} & (1 + \lambda) & -\frac{\lambda}{2} & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & -\frac{\lambda}{2} & (1 + \lambda) & -\frac{\lambda}{2} \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{\lambda}{2} & (1 + \lambda) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \dots \\ u_{N-2}^{k+1} \\ u_{N-1}^{k+1} \end{bmatrix}$$

=

$$\begin{bmatrix} \frac{\lambda}{2} u_0^{k+1} + (1 - \lambda) u_1^k + \frac{\lambda}{2} u_2^k + \frac{\Delta t}{2}(f_1^k + f_1^{k+1}) + \frac{\lambda}{2} g_1^{k+1} \\ \frac{\lambda}{2} u_1^{k+1} + (1 - \lambda) u_2^k + \frac{\lambda}{2} u_3^k + \frac{\Delta t}{2}(f_2^k + f_2^{k+1}) \\ \dots \\ \frac{\lambda}{2} u_{N-3}^{k+1} + (1 - \lambda) u_{N-2}^k + \frac{\lambda}{2} u_{N-1}^k + \frac{\Delta t}{2}(f_{N-2}^k + f_{N-2}^{k+1}) \\ \frac{\lambda}{2} u_{N-2}^{k+1} + (1 - \lambda) u_{N-1}^k + \frac{\lambda}{2} u_N^k + \frac{\Delta t}{2}(f_{N-1}^k + f_{N-1}^{k+1}) + \frac{\lambda}{2} g_2^{k+1} \end{bmatrix}$$

Obs: Os índices 'k' representados na relação matricial acima (evolução temporal) não são os mesmos utilizados na notação  $u_k(T, x_i)$  – onde esta se refere à distribuição proveniente de cada fonte de calor.

- b) A segunda atividade proposta foi a construção da matriz do sistema normal do problema de mínimos quadrados para o cálculo das intensidades de cada fonte.

Esta matriz normal é dada no enunciado do EP2, assim basta implementá-la com uso dos  $u_k(T, x_i)$  encontrados anteriormente.

- c) Por fim, foi pedida implementação de uma rotina capaz de calcular  $LDL^t$  para uma matriz simétrica. Além desta rotina, também foi pedida uma outra cujo objetivo é resolver o sistema linear gerado pela decomposição da matriz obtida anteriormente. Em conjunto, essas duas rotinas configuram o método dos mínimos quadrados. Para a resolução da matriz normal, foi utilizada a decomposição completa  $LDL^t$  – em contraste com o caso de Crank-Nicolson em que foi utilizada a decomposição de maneira simplificada (aproveitando-se do fato da matriz ser tridiagonal), assim como mostrado no EP1. Sabendo-se que estas matrizes satisfazem os critérios de Cholesky, segue a decomposição  $LDL^t$  completa:

$$D_j = A_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{jk}^2 D_k$$

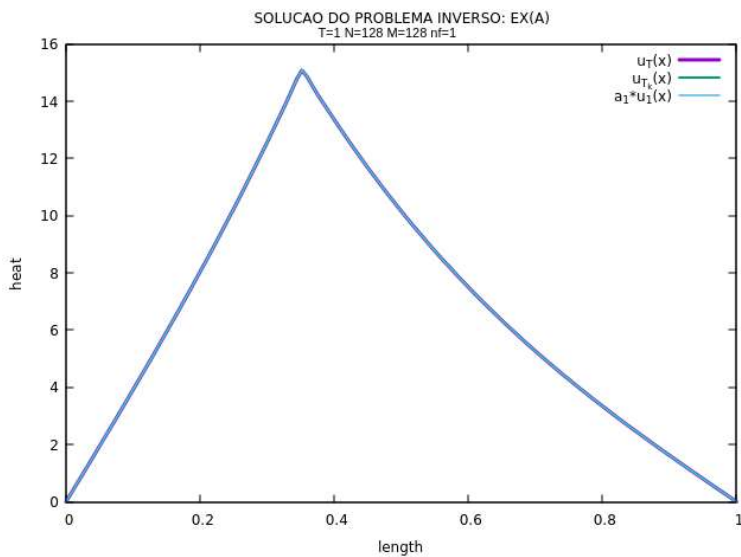
$$L_{ij} = \frac{1}{D_j} \left( A_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} L_{jk} D_k \right) \quad \text{para } i > j$$

## 5. Testes

Nos seguintes gráficos,  $u_T(x)$  representa o valor final fornecido. Enquanto  $u_{T_k}(x)$  representa o valor final encontrado após a resolução do problema dos mínimos quadrados. As imagens plotadas podem ser vistas com melhor qualidade na pasta “imagens”, a qual acompanha este relatório.

### 5.1. Teste a

$$N = 128, nf = 1 \text{ e } p_1 = 0.35$$



```

+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial          |
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear |
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt      |
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos |
+-----+

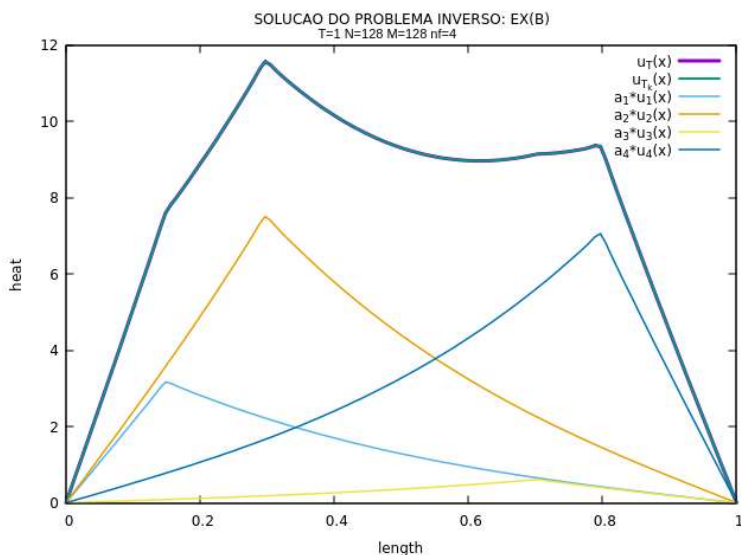
Selecione o exercicio desejado: a

+-----+
| Exercicio | a |
+-----+
| T         | 1 |
| N         | 128 |
| M         | 128 |
| lambda    | 128 |
| nf        | 1 |
+-----+
| k | p_k | a_k |
+-----+
| 1 | 0.35 | 7 |
+-----+
| Erro quadratico (E2) | 4.055e-15 |
+-----+

```

### 5.2. Teste b

$$N = 128, nf = 4; p_1 = 0.15, p_2 = 0.3, p_3 = 0.7 \text{ e } p_4 = 0.8$$



```

+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial          |
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear |
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt      |
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos |
+-----+

Selecione o exercicio desejado: b

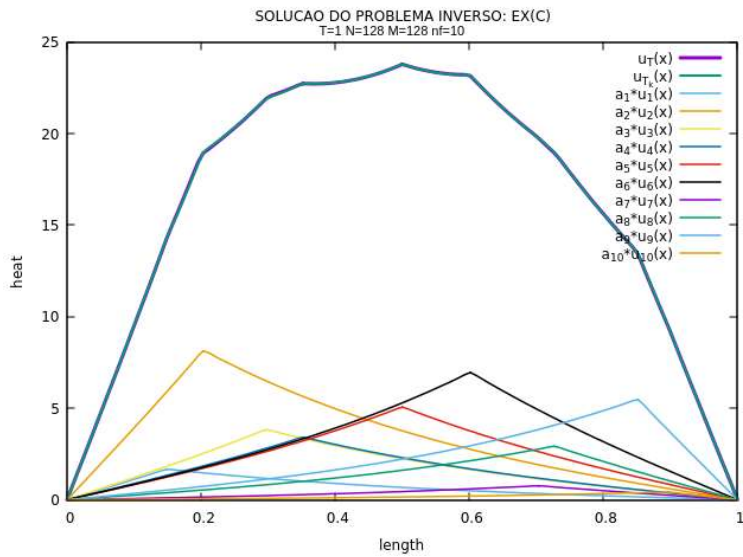
+-----+
| Exercicio | b |
+-----+
| T         | 1 |
| N         | 128 |
| M         | 128 |
| lambda    | 128 |
| nf        | 4 |
+-----+
| k | p_k | a_k |
+-----+
| 1 | 0.15 | 2.3 |
| 2 | 0.3  | 3.7 |
| 3 | 0.7  | 0.3 |
| 4 | 0.8  | 4.2 |
+-----+
| Erro quadratico (E2) | 1.198e-14 |
+-----+

```

### 5.3. Teste c

$N = 128, 256, 512, 1024 \text{ e } 2048$

$N=128$



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos

```

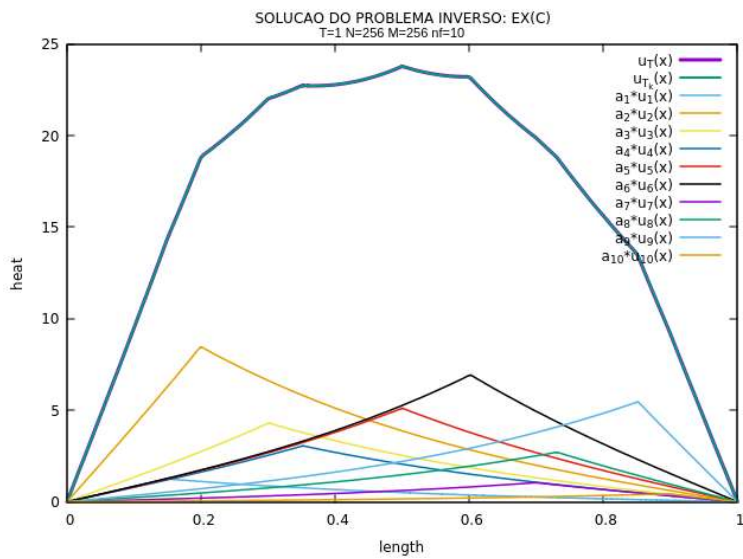
Selecione o exercicio desejado: c  
 Digite um valor para N: 128

| Exercicio | c   |
|-----------|-----|
| T         | 1   |
| N         | 128 |
| M         | 128 |
| lambda    | 128 |
| nf        | 10  |

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 1.20912  |
| 2  | 0.2  | 4.83926  |
| 3  | 0.3  | 1.88724  |
| 4  | 0.35 | 1.5834   |
| 5  | 0.5  | 2.2145   |
| 6  | 0.6  | 3.12129  |
| 7  | 0.7  | 0.37734  |
| 8  | 0.73 | 1.49235  |
| 9  | 0.85 | 3.97514  |
| 10 | 0.9  | 0.404145 |

Erro quadratico (E2) | 0.02445

N=256



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos

Selecione o exercicio desejado: c
Digite um valor para N: 256

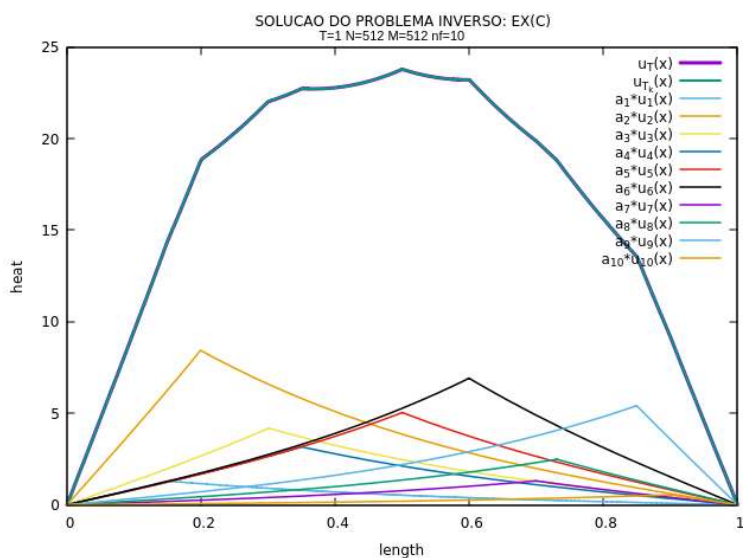
Exercicio | c
T         | 1
N         | 256
M         | 256
lambda    | 256
nf        | 10

k | p_k | a_k
1 | 0.15 | 0.904501
2 | 0.2  | 5.07757
3 | 0.3  | 2.10085
4 | 0.35 | 1.41416
5 | 0.5  | 2.22925
6 | 0.6  | 3.10461
7 | 0.7  | 0.509453
8 | 0.73 | 1.38651
9 | 0.85 | 3.94988
10 | 0.9  | 0.414893

Erro quadratico (E2) | 0.01236

```

N=512



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos

Selecione o exercicio desejado: c
Digite um valor para N: 512

Exercicio | c
T         | 1
N         | 512
M         | 512
lambda    | 512
nf        | 10

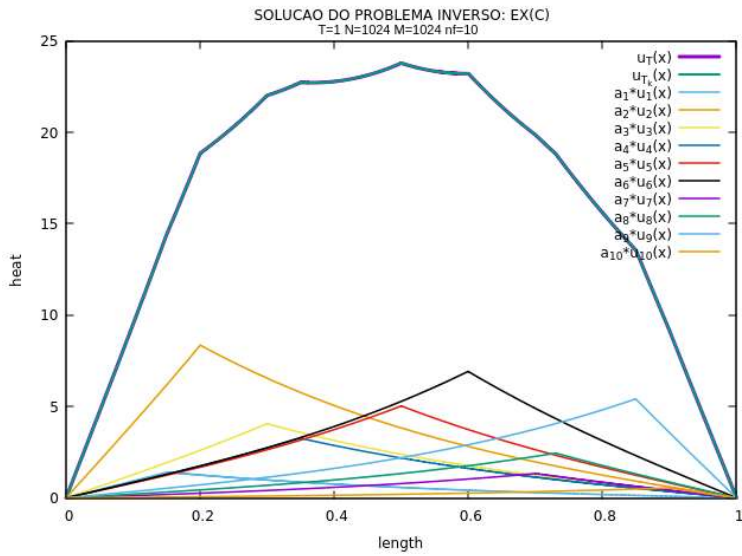
k | p_k | a_k
1 | 0.15 | 0.928688
2 | 0.2  | 5.05371
3 | 0.3  | 2.0437
4 | 0.35 | 1.46767
5 | 0.5  | 2.19676
6 | 0.6  | 3.09113
7 | 0.7  | 0.637588
8 | 0.73 | 1.27169
9 | 0.85 | 3.87809
10 | 0.9  | 0.530557

Erro quadratico (E2) | 0.008477

```



N=1024



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos
  
```

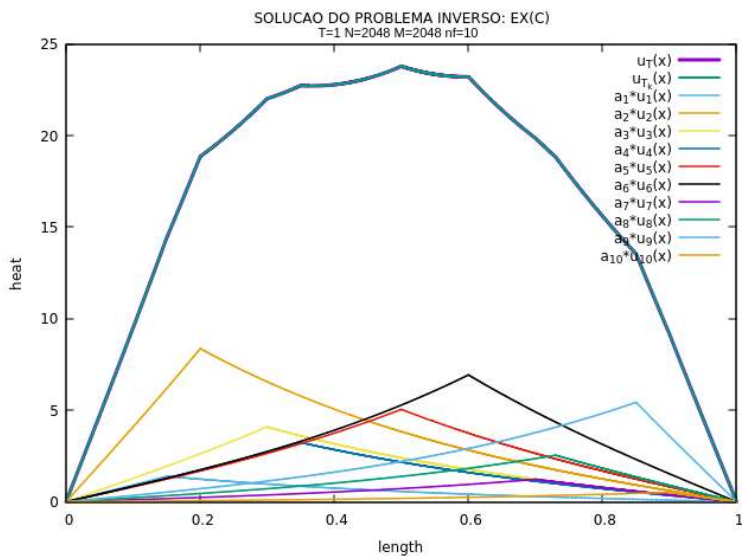
Selecione o exercicio desejado: c  
 Digite um valor para N: 1024

| Exercicio | c    |
|-----------|------|
| T         | 1    |
| N         | 1024 |
| M         | 1024 |
| lambda    | 1024 |
| nf        | 10   |

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 1.00728  |
| 2  | 0.2  | 4.99244  |
| 3  | 0.3  | 1.98588  |
| 4  | 0.35 | 1.51326  |
| 5  | 0.5  | 2.19269  |
| 6  | 0.6  | 3.09515  |
| 7  | 0.7  | 0.652327 |
| 8  | 0.73 | 1.25379  |
| 9  | 0.85 | 3.87967  |
| 10 | 0.9  | 0.529737 |

Erro quadratico (E2) | 0.003779

N=2048



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos
  
```

Selecione o exercicio desejado: c  
 Digite um valor para N: 2048

| Exercicio | c    |
|-----------|------|
| T         | 1    |
| N         | 2048 |
| M         | 2048 |
| lambda    | 2048 |
| nf        | 10   |

| k  | p_k  | a_k |
|----|------|-----|
| 1  | 0.15 | 1   |
| 2  | 0.2  | 5   |
| 3  | 0.3  | 2   |
| 4  | 0.35 | 1.5 |
| 5  | 0.5  | 2.2 |
| 6  | 0.6  | 3.1 |
| 7  | 0.7  | 0.6 |
| 8  | 0.73 | 1.3 |
| 9  | 0.85 | 3.9 |
| 10 | 0.9  | 0.5 |

Erro quadratico (E2) | 2.644e-12

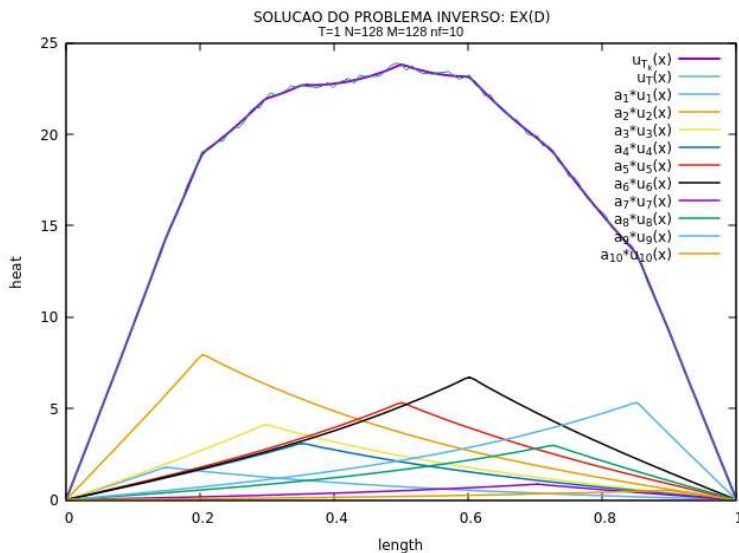
#### 5.4. Teste d - Caso com ruído

Nesta parte do programa, o ruído foi produzido multiplicando cada valor de  $u_T(x_i)$  – lido do arquivo teste.txt – por  $1 + r\epsilon$ , sendo  $\epsilon = 0.01$  e  $r$  um número randômico entre  $-1$  e  $1$ .

Foram plotados 3 testes para cada  $N$ , de forma a evidenciar a implementação dos ruídos aleatórios.

$N=128$

Teste 1



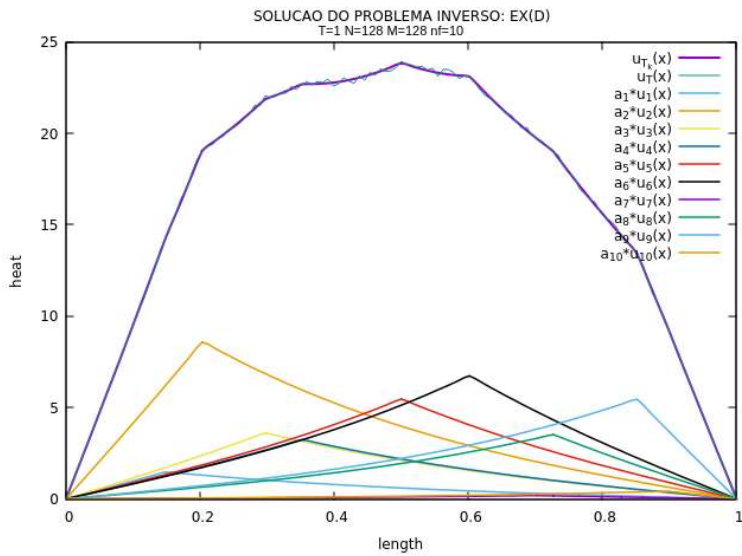
```

+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial          |
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear |
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt      |
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos |
+-----+
Selecione o exercicio desejado: d
Digite um valor para N: 128

+-----+
| Exercicio | d |
+-----+
| T          | 1 |
| N          | 128 |
| M          | 128 |
| lambda    | 128 |
| nf        | 10 |
+-----+
| k | p_k | a_k |
+---+---+---+
| 1 | 0.15 | 1.29086 |
| 2 | 0.2  | 4.7242  |
| 3 | 0.3  | 2.02844 |
| 4 | 0.35 | 1.43591 |
| 5 | 0.5  | 2.32431 |
| 6 | 0.6  | 3.01511 |
| 7 | 0.7  | 0.422574 |
| 8 | 0.73 | 1.5227  |
| 9 | 0.85 | 3.86541 |
| 10 | 0.9  | 0.499488 |
+-----+
| Erro quadratico (E2) | 0.1075 |
+-----+

```

## Teste 2



```

+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos
+-----+

Selecione o exercicio desejado: d
Digite um valor para N: 128

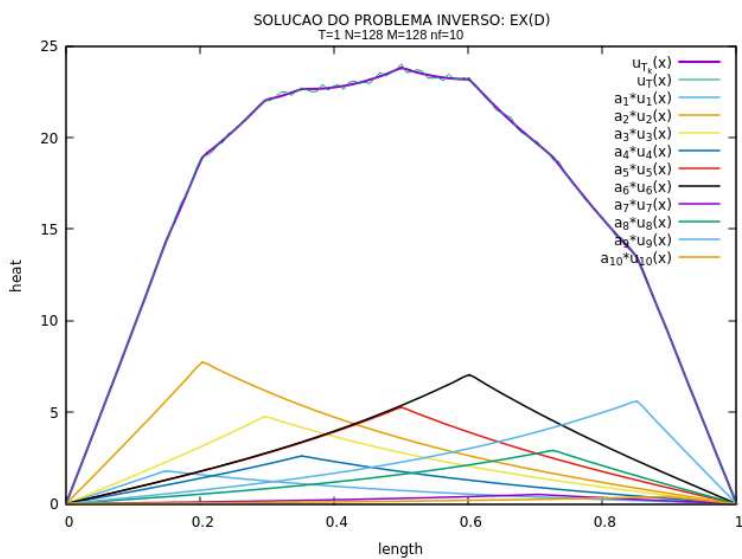
+-----+
| Exercicio | d
+-----+
| T         | 1
| N         | 128
| M         | 128
| lambda    | 128
| nf        | 10
+-----+

| k | p_k | a_k
+---+---+---+
| 1 | 0.15 | 1.06708
| 2 | 0.2  | 5.10644
| 3 | 0.3  | 1.77634
| 4 | 0.35 | 1.50406
| 5 | 0.5  | 2.38636
| 6 | 0.6  | 3.02365
| 7 | 0.7  | 0.0892454
| 8 | 0.73 | 1.79161
| 9 | 0.85 | 3.95679
| 10 | 0.9 | 0.39961
+-----+

| Erro quadratico (E2) | 0.1019
+-----+

```

## Teste 3



```

+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos
+-----+

Selecione o exercicio desejado: d
Digite um valor para N: 128

+-----+
| Exercicio | d
+-----+
| T         | 1
| N         | 128
| M         | 128
| lambda    | 128
| nf        | 10
+-----+

| k | p_k | a_k
+---+---+---+
| 1 | 0.15 | 1.30009
| 2 | 0.2  | 4.60171
| 3 | 0.3  | 2.34944
| 4 | 0.35 | 1.20944
| 5 | 0.5  | 2.30154
| 6 | 0.6  | 3.16548
| 7 | 0.7  | 0.250199
| 8 | 0.73 | 1.48677
| 9 | 0.85 | 4.07057
| 10 | 0.9 | 0.374626
+-----+

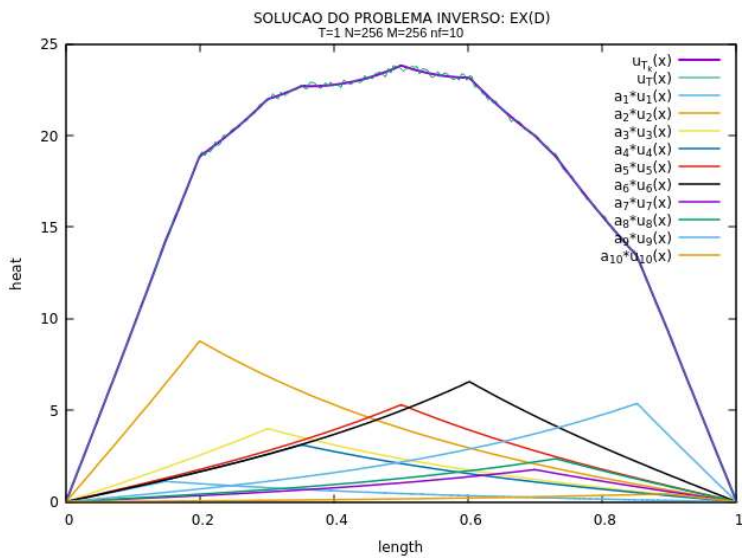
| Erro quadratico (E2) | 0.0948
+-----+

```



N=256

## Teste 1



```
a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos
```

Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 256

| Exercicio | d   |
|-----------|-----|
| T         | 1   |
| N         | 256 |
| M         | 256 |
| lambda    | 256 |
| nf        | 10  |

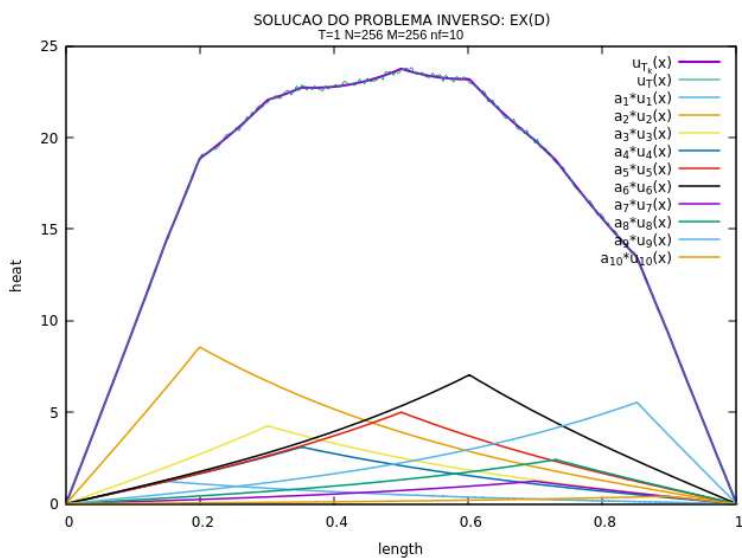
  

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 0.806089 |
| 2  | 0.2  | 5.26196  |
| 3  | 0.3  | 1.95257  |
| 4  | 0.35 | 1.43873  |
| 5  | 0.5  | 2.31098  |
| 6  | 0.6  | 2.93737  |
| 7  | 0.7  | 0.858165 |
| 8  | 0.73 | 1.20337  |
| 9  | 0.85 | 3.88382  |
| 10 | 0.9  | 0.4178   |

|                      |        |
|----------------------|--------|
| Erro quadratico (E2) | 0.1002 |
|----------------------|--------|

## Teste 2



```
a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos
```

Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 256

| Exercicio | d   |
|-----------|-----|
| T         | 1   |
| N         | 256 |
| M         | 256 |
| lambda    | 256 |
| nf        | 10  |

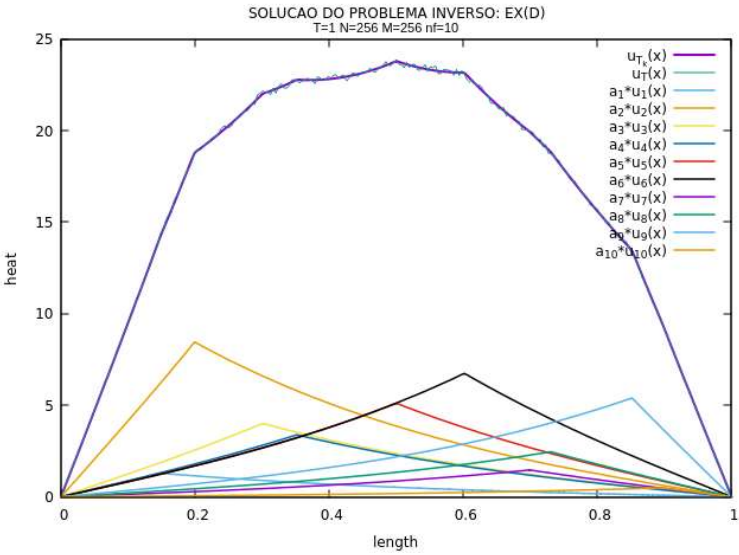
  

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 0.887411 |
| 2  | 0.2  | 5.13124  |
| 3  | 0.3  | 2.07785  |
| 4  | 0.35 | 1.43436  |
| 5  | 0.5  | 2.17932  |
| 6  | 0.6  | 3.15202  |
| 7  | 0.7  | 0.601648 |
| 8  | 0.73 | 1.23452  |
| 9  | 0.85 | 4.00351  |
| 10 | 0.9  | 0.394466 |

|                      |        |
|----------------------|--------|
| Erro quadratico (E2) | 0.0995 |
|----------------------|--------|

Teste 3



```
+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos
+-----+

Selecione o exercicio desejado: d
Digite um valor para N: 256

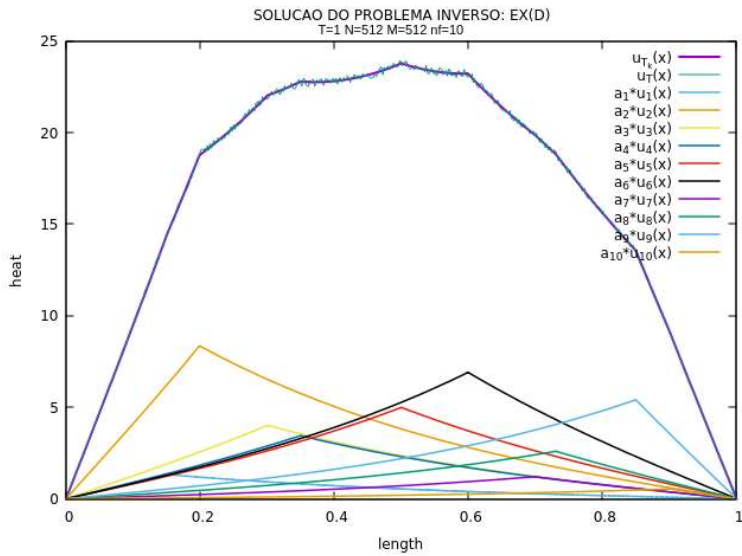
+-----+
| Exercicio | d
+-----+
| T         | 1
| N         | 256
| M         | 256
| lambda    | 256
| nf        | 10
+-----+

| k | p_k | a_k
+---+---+---+
| 1 | 0.15 | 0.932154
| 2 | 0.2  | 5.06489
| 3 | 0.3  | 1.95679
| 4 | 0.35 | 1.56451
| 5 | 0.5  | 2.22727
| 6 | 0.6  | 3.01844
| 7 | 0.7  | 0.715173
| 8 | 0.73 | 1.25879
| 9 | 0.85 | 3.89825
| 10 | 0.9 | 0.469715
+-----+

| Erro quadratico (E2) | 0.1018
+-----+
```

N=512

## Teste 1



- a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
- b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
- c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
- d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos

Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 512

| Exercicio | d   |
|-----------|-----|
| T         | 1   |
| N         | 512 |
| M         | 512 |
| lambda    | 512 |
| nf        | 10  |

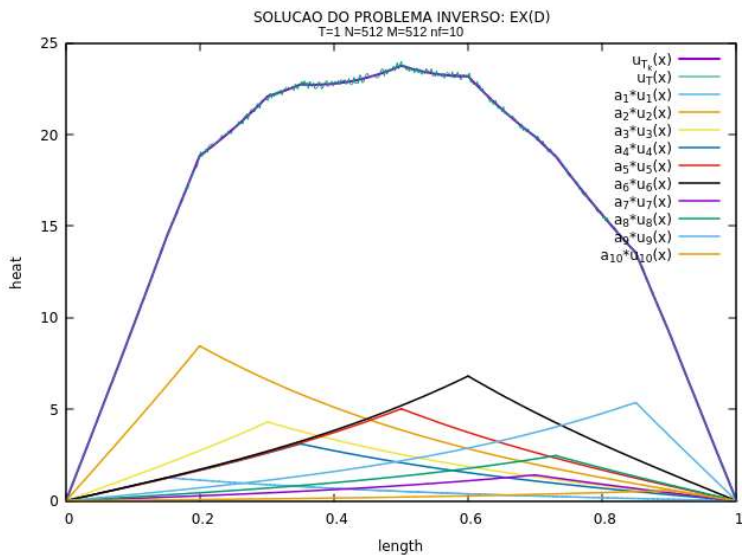
  

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 0.950428 |
| 2  | 0.2  | 5.00478  |
| 3  | 0.3  | 1.96032  |
| 4  | 0.35 | 1.59597  |
| 5  | 0.5  | 2.17542  |
| 6  | 0.6  | 3.08819  |
| 7  | 0.7  | 0.589397 |
| 8  | 0.73 | 1.32809  |
| 9  | 0.85 | 3.8722   |
| 10 | 0.9  | 0.520009 |

|                      |        |
|----------------------|--------|
| Erro quadratico (E2) | 0.1085 |
|----------------------|--------|

## Teste 2



- a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
- b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
- c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
- d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos

Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 512

| Exercicio | d   |
|-----------|-----|
| T         | 1   |
| N         | 512 |
| M         | 512 |
| lambda    | 512 |
| nf        | 10  |

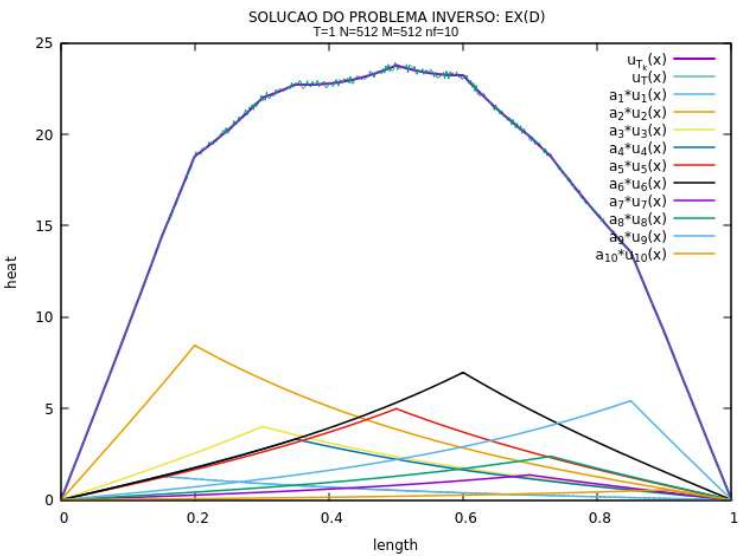
  

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 0.907047 |
| 2  | 0.2  | 5.06922  |
| 3  | 0.3  | 2.10114  |
| 4  | 0.35 | 1.44138  |
| 5  | 0.5  | 2.19126  |
| 6  | 0.6  | 3.04606  |
| 7  | 0.7  | 0.68894  |
| 8  | 0.73 | 1.2621   |
| 9  | 0.85 | 3.84716  |
| 10 | 0.9  | 0.549895 |

|                      |        |
|----------------------|--------|
| Erro quadratico (E2) | 0.1012 |
|----------------------|--------|

### Teste 3



```
+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruídos
+-----+

Selecione o exercicio desejado: d
Digite um valor para N: 512

+-----+
| Exercicio | d
+-----+
| T         | 1
| N         | 512
| M         | 512
| lambda    | 512
| nf        | 10
+-----+

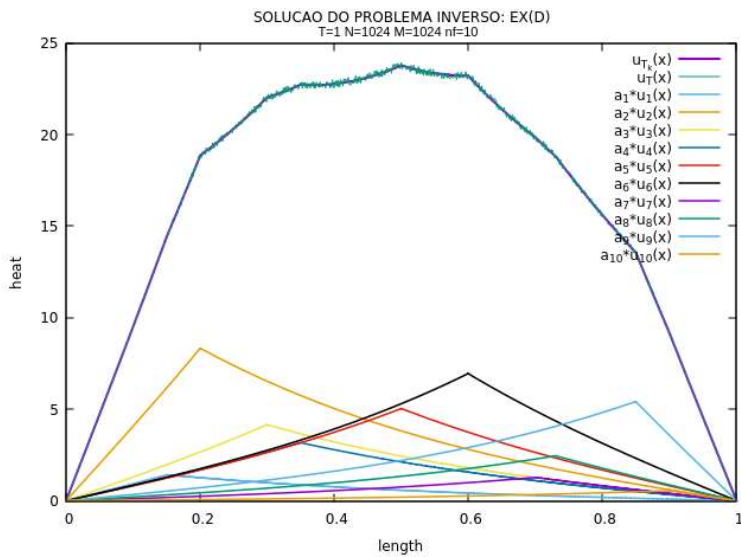
| k | p_k | a_k
+---+---+---+
| 1 | 0.15 | 0.922409
| 2 | 0.2  | 5.06608
| 3 | 0.3  | 1.9616
| 4 | 0.35 | 1.54088
| 5 | 0.5  | 2.17431
| 6 | 0.6  | 3.11899
| 7 | 0.7  | 0.665597
| 8 | 0.73 | 1.21913
| 9 | 0.85 | 3.88884
| 10 | 0.9 | 0.530396
+---+---+---+

| Erro quadratico (E2) | 0.1047
+-----+
```



N=1024

## Teste 1



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos

```

Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 1024

| Exercicio | d    |
|-----------|------|
| T         | 1    |
| N         | 1024 |
| M         | 1024 |
| lambda    | 1024 |
| nf        | 10   |

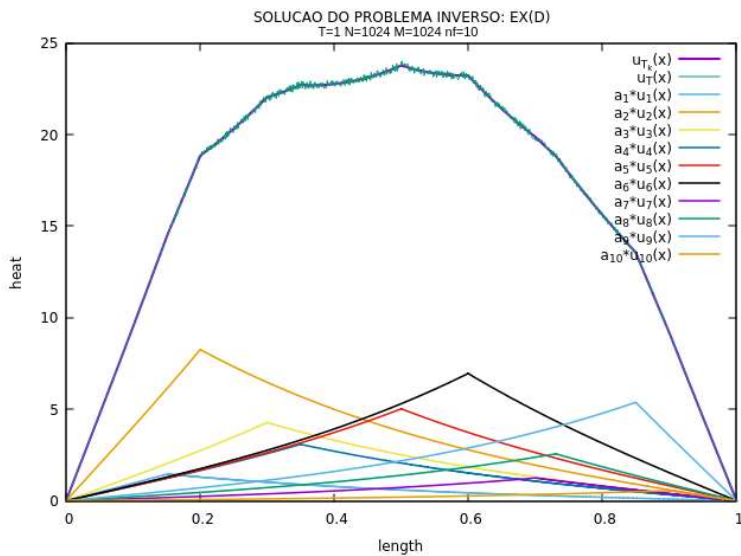
  

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 1.016    |
| 2  | 0.2  | 4.97899  |
| 3  | 0.3  | 2.03223  |
| 4  | 0.35 | 1.47139  |
| 5  | 0.5  | 2.19672  |
| 6  | 0.6  | 3.10761  |
| 7  | 0.7  | 0.62542  |
| 8  | 0.73 | 1.25751  |
| 9  | 0.85 | 3.88445  |
| 10 | 0.9  | 0.536655 |

|                      |        |
|----------------------|--------|
| Erro quadratico (E2) | 0.1036 |
|----------------------|--------|

## Teste 2



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos

```

Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 1024

| Exercicio | d    |
|-----------|------|
| T         | 1    |
| N         | 1024 |
| M         | 1024 |
| lambda    | 1024 |
| nf        | 10   |

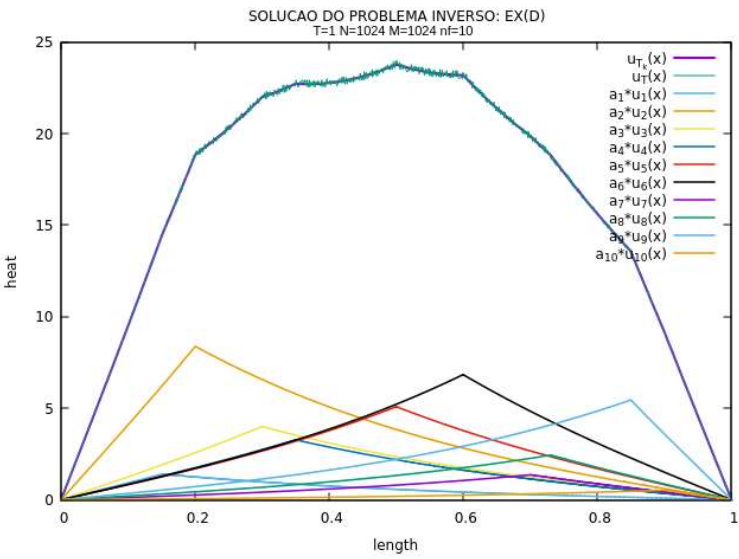
| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 1.04313  |
| 2  | 0.2  | 4.93477  |
| 3  | 0.3  | 2.08964  |
| 4  | 0.35 | 1.42888  |
| 5  | 0.5  | 2.18965  |
| 6  | 0.6  | 3.10914  |
| 7  | 0.7  | 0.608523 |
| 8  | 0.73 | 1.31205  |
| 9  | 0.85 | 3.85232  |
| 10 | 0.9  | 0.54062  |

|                      |        |
|----------------------|--------|
| Erro quadratico (E2) | 0.1027 |
|----------------------|--------|



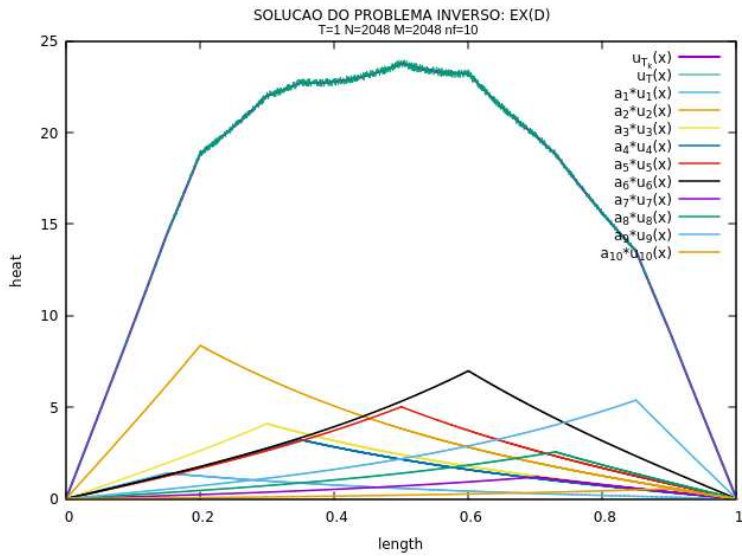
Teste 3



|  |      |          |
|--|------|----------|
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial              |      |          |
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear |      |          |
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt           |      |          |
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos  |      |          |
| Selecione o exercicio desejado: d                |      |          |
| Digite um valor para N: 1024                     |      |          |
| Exercicio  | d    |          |
| T  | 1    |          |
| N  | 1024 |          |
| M  | 1024 |          |
| lambda   | 1024 |          |
| nf   | 10   |          |
| k  | p_k  | a_k      |
| 1  | 0.15 | 1.00443  |
| 2  | 0.2  | 5.00778  |
| 3  | 0.3  | 1.95997  |
| 4  | 0.35 | 1.51823  |
| 5  | 0.5  | 2.21711  |
| 6  | 0.6  | 3.05823  |
| 7  | 0.7  | 0.666421 |
| 8  | 0.73 | 1.24904  |
| 9  | 0.85 | 3.90446  |
| 10   | 0.9  | 0.509357 |
| Erro quadratico (E2)   0.1021                    |      |          |

N=2048

## Teste 1



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos
  
```

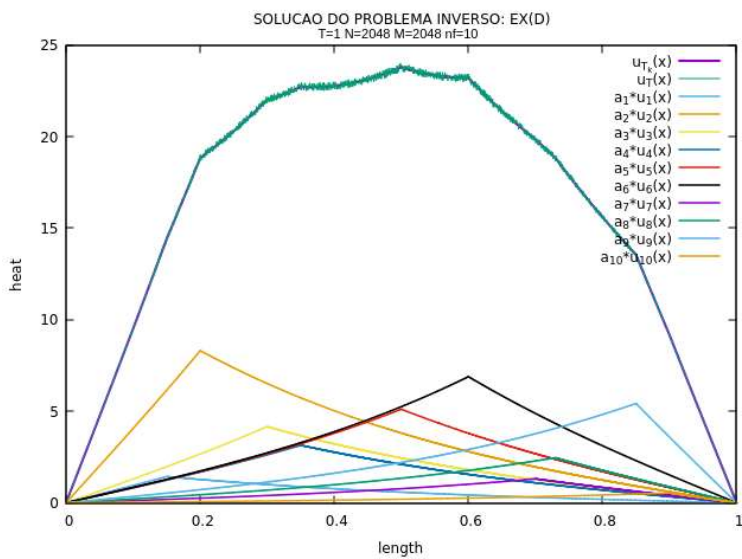
Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 2048

| Exercicio | d    |
|-----------|------|
| T         | 1    |
| N         | 2048 |
| M         | 2048 |
| lambda    | 2048 |
| nf        | 10   |

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 1.00557  |
| 2  | 0.2  | 5.00349  |
| 3  | 0.3  | 2.00483  |
| 4  | 0.35 | 1.49198  |
| 5  | 0.5  | 2.18891  |
| 6  | 0.6  | 3.12496  |
| 7  | 0.7  | 0.5824   |
| 8  | 0.73 | 1.30857  |
| 9  | 0.85 | 3.86739  |
| 10 | 0.9  | 0.529286 |

Erro quadratico (E2) | 0.1037

## Teste 2



```

a) Teste: 1 fonte - solucao trivial
b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear
c) Arquivo: carrega dados de teste.txt
d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos
  
```

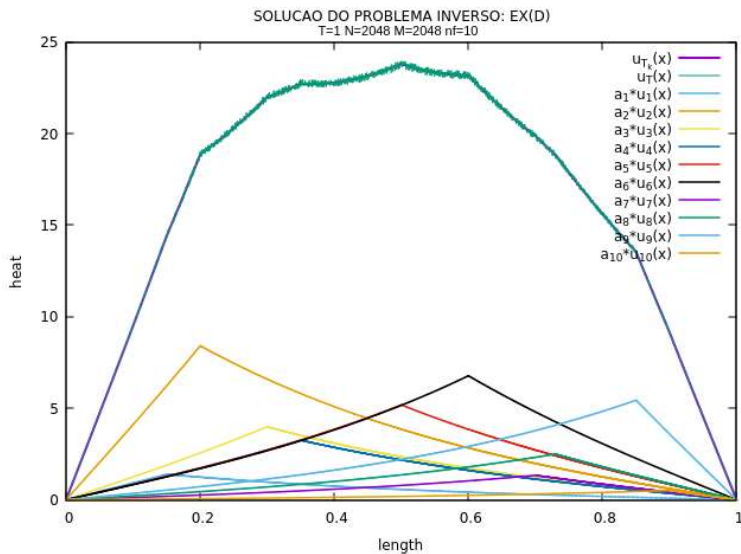
Selecione o exercicio desejado: d  
Digite um valor para N: 2048

| Exercicio | d    |
|-----------|------|
| T         | 1    |
| N         | 2048 |
| M         | 2048 |
| lambda    | 2048 |
| nf        | 10   |

| k  | p_k  | a_k      |
|----|------|----------|
| 1  | 0.15 | 1.0282   |
| 2  | 0.2  | 4.96612  |
| 3  | 0.3  | 2.03424  |
| 4  | 0.35 | 1.45544  |
| 5  | 0.5  | 2.22838  |
| 6  | 0.6  | 3.08135  |
| 7  | 0.7  | 0.640396 |
| 8  | 0.73 | 1.2581   |
| 9  | 0.85 | 3.89714  |
| 10 | 0.9  | 0.520404 |

Erro quadratico (E2) | 0.1044

### Teste 3



```

+-----+
| a) Teste: 1 fonte - solucao trivial          |
| b) Teste: 4 fontes - validacao do sistema linear |
| c) Arquivo: carrega dados de teste.txt       |
| d) Ruído: carrega dados de teste.txt com ruidos |
+-----+

Selecione o exercicio desejado: d
Digite um valor para N: 2048

+-----+
| Exercicio | d |
+-----+
| T          | 1 |
| N          | 2048 |
| M          | 2048 |
| lambda    | 2048 |
| nf        | 10 |
+-----+

| k | p_k | a_k |
+---+---+---+
| 1 | 0.15 | 0.99908 |
| 2 | 0.2  | 5.0258  |
| 3 | 0.3  | 1.95132 |
| 4 | 0.35 | 1.50676 |
| 5 | 0.5  | 2.25955 |
| 6 | 0.6  | 3.02978 |
| 7 | 0.7  | 0.652936 |
| 8 | 0.73 | 1.27731 |
| 9 | 0.85 | 3.90469 |
| 10 | 0.9 | 0.493838 |
+-----+

| Erro quadratico (E2) | 0.103 |
+-----+

```

## 6. Análise dos resultados

Nos testes a) e b), os resultados obtidos com a solução do sistema normal condiz com as soluções esperadas. Nota-se, também, que os erros quadráticos encontrados nesses testes são tão ínfimos – idealmente nulos –, indicando apenas a imprecisão numérica de operações com ponto flutuante.

Em relação ao teste c), percebe-se que ao dobrar o valor de N o erro quadrático reduz-se aproximadamente pela metade, eventualmente convergindo para o resultado real (N=2048) – onde, novamente, o erro quadrático indica apenas imprecisões do ponto flutuante.

Tratando-se do teste d), é evidente que os ruídos gerados são influentes nos resultados obtidos. Esses ruídos fazem com que as intensidade encontradas se encontrem em torno do valor convergido: teste c) com N=2048. O erro quadrático encontrado se mantém aproximadamente constante, em torno de  $\epsilon * nf$ . Neste caso, onde  $\epsilon = 0.01$  e  $nf = 10$ , o erro quadrático se mantém nos arredores de 0.1.

Caso haja interesse, é possível ver o desenvolvimento do projeto no GitHub clicando [aqui](#), ou no link <https://github.com/gAkira/C-eh-a-melhor-linguagem-de-programacao>