Математическая статистика, ИУ7-66Б

Домашняя работа №2
Вариант 3

Задача 1

До наладки станка была проверена точность изготовления $n = 10$ втулок и получено значение исправленной выборочной дисперсии их диаметра, равное 5.7 мкм^2. После наладки станка были измерены диаметры еще 25 втулок и получено соответствующее значение дисперсии, равное 9.6 мкм^2. Есть ли основания считать, что в результате наладки станка точность изготовления на нем деталей не изменилась? Проверку гипотезы провести при уровне значимости $\alpha = 0.1$ в предположении, что ошибка изготовления распределена по нормальному закону

Решение:

Пусть

X - случайная величина, характеризующая диаметр втулки до наладки станка,

$X \sim (m_1, \sigma_1)$

Y - случайная величина, характеризующая диаметр втулки после наладки станка,

$Y \sim (m_2, \sigma_2)$.

Выдвинем основную гипотезу $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ (точность станка не изменилась) и альтернативную $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$ (точность изменилась)

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы примем случайную величину:

$$F = \frac{max(S^2(\overline{X_n}), S^2(\overline{Y_n}))}{min(S^2(\overline{X_n}), S^2(\overline{Y_n}))}$$

Случайная величина F имеет распределение Фишера–Снедекора со степенями свободы $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$, где n_1 – объём выборки, по которой вычислена большая дисперсия $max(S^2(\overline{X_n}), S^2(\overline{Y_n}))$, n_2 – объём выборки, по которой вычислена меньшая дисперсия $min(S^2(\overline{X_n}), S^2(\overline{Y_n}))$.

Наблюдаемое значение критерия:

$$F_{\text{набл}} = \frac{S^2_{\text{б}}}{S^2_{\text{м}}} = \frac{9,6}{5,7} = 1,6842$$

Критическая область двусторонняя.

Правостороннюю критическую точку $F_{\text{крит.}} = F(\dfrac{\alpha}{2}, k_1, k_2)$ находим по таблице критических точек распределения Фишера–Снедекора.

$$F_{\text{крит.}} = F(0.05, 24, 9) = 2,9$$

Т. к. $F_{\text{набл}} < F_{\text{крит.}}$, то нет оснований отклонять нулевую гипотезу. Следовательно, в результате наладки станка точность изготовления детали не изменилась.