Министерство образования Российской Федерации
Московский Государственный Технический
Университет им. Н.Э. Баумана

Отчет по лабораторной работе №1
По курсу «Анализ алгоритмов»

Тема: «Алгоритм Левенштейна»

Студент: **Медведев А.В**
Группа: **ИУ7-51**

Преподаватель: **Волкова Л.Л.**

Москва, 2017

Содержание

Постановка задачи

В ходе лабораторной работы необходимо:

1. Изучить алгоритм Левенштейна
2. Реализовать:
    - Алгоритм Левенштейна с использованием рекурсии
    - Алгоритм Левенштейна с с использованием матрицы
    - Модифицированный алгоритм Левенштейна
3. Сравнить базовый и рекурсивный алгоритмы Левенштейна

Описание алгоритма

Алгоритм Левенштейна - алгоритм поиска минимального редакционного расстояния между двумя строками.
Результатом работы базового алгоритма Левенштейна является минимальное количество операций вставки одного символа, удаления одного символа и замены одного символа на другой, необходимых для превращения одной строки в другую.

Допустимые редакторские операции:

- Замена символа (R - replace)
- Вставка символа (I - insert)
- Удаление символа (D - delete)
- Совпадение символов (M - match)

Операции замены, вставки и удаления имеют цену 1, совпадение - 0.

Пример работы: Таблица преобразований слова **“WORK”** в слово **“JOB”**.

R	M	R	D
W	O	R	K
J	O	B	

Минимальное редакционное расстояние - 3.

Рассчитать редакционное расстояние (Левенштейна) можно по рекуррентной формуле:

$$D(i,j) \quad = \quad \begin{cases} 0 & \text{if } i=0, j=0 \\ i & \text{if } i>0, j=0 \\ j & \text{if } i=0, j>0 \\ min(D(i,j-1)+1, & \\ D(i-1,j)+1, & \text{if } i>0, j>0 \\ D(i-1,j-1)+m(S_1[i],S_2[j])) & \end{cases} \tag{1}$$

где $m(a,b)=0$, если $a=b$, 1 - иначе

Использование матрицы для расчета редакционного расстояния:
Если длины строк S_1 и S_2 равны M и N соответственно, то найти расстояние Левенштейна можно, используя матрицу размерностью $(M+1)*(N+1)$:

	-	**W**	**O**	**R**	**K**
-	0	1	2	3	4
J	1	1	2	3	4
O	2	2	1	2	3
B	3	3	2	2	3

Таблицу заполняют с ячейки (0,0).
В каждой ячейке содержится количество операций над частью первой подстроки, чтобы преобразовать ее в часть второй подстроки.

Модификация алгоритма

Модификация алгоритма Левенштейна состоит в добавлении операции транспозиции (перестановки) двух соседних символов к операциям вставки, удаления и замены. Например, редакционное расстояние между словами “ROMO” и “ROOM” с будет равно 1.

Реализация алгоритма

Входные данные: $str1$ - первая строка, i - длина первой строки, $str2$ - вторая строка, j - длина второй строки.
Выходные данные: значение редакционного расстояния.

Листинг 1: Алгоритм Левенштейна с использованием рекуррентной формулы

```
static int RecurAlgo(string str1,string str2, int i, int j)
{
    if (i == 0 && j == 0)
        return 0;

    if (i>0 && j==0)
        return i;

    if (i==0 && j>=0)
        return j;

    int delete = RecurAlgo(str1, str2, i, j - 1) + 1;
    int insert = RecurAlgo(str1, str2, i - 1, j) + 1;
    int replace = RecurAlgo(str1, str2, i - 1, j - 1) +
       Match(str1[i - 1], str2[j - 1]);
    return Math.Min(delete, Math.Min(insert, replace));
}
```

Листинг 2: Функция Match

```
static int Match(char c1, char c2)
{
    return c1==c2 ? 0 : 1;
}
```

Листинг 3: Алгоритм Левенштейна с использованием матрицы

```
static int BaseMatrix(string str1,int m, string str2,int n)
{
    int[,] matrix =new int[m + 1,n + 1];

    for (int i = 0; i < m + 1; i++)
        matrix[i,0] = i;
    for (int i = 0; i < n + 1; i++)
        matrix[0,i] = i;

    for (int i = 1; i < m + 1; i++)
    {
        for (int j = 1; j < n + 1; j++)
        {
            int insert = matrix[i - 1, j] + 1;
            int delete = matrix[i, j - 1] + 1;
            int replace=matrix[i - 1, j - 1] + Match(str1[i
                - 1], str2[j - 1]);

            matrix[i,j] = Math.Min(delete, Math.Min(insert,
                replace));
        }
    }
    return matrix[m, n];
}
```

Листинг 4: Модифицированный алгоритм Левенштейна с использованием матрицы

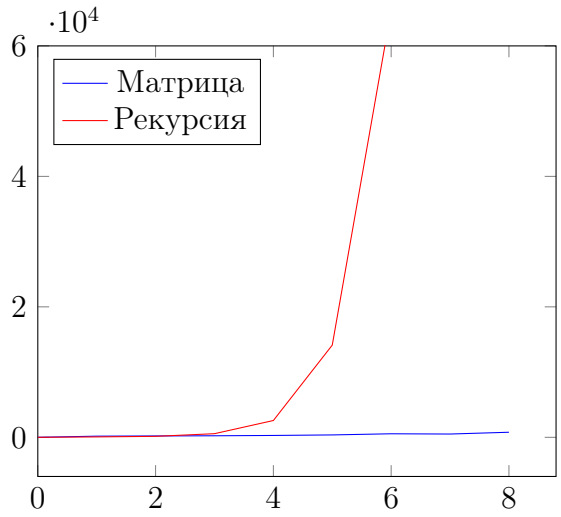
```
static int ModifMatrix(string str1,int m,string str2,int n)
{
    int[,] matrix =new int[m + 1,n + 1];


    for (int i = 0; i < m + 1; i++)
        matrix[i,0] = i;
    for (int i = 0; i < n + 1; i++)
        matrix[0,i] = i;


    for (int i = 1; i < m + 1; i++)
    {
        for (int j = 1; j < n + 1; j++)
        {
            int insert = matrix[i - 1, j] + 1;
            int delete = matrix[i, j - 1] + 1;
            int replace=matrix[i - 1, j - 1] + Match(str1[i
                - 1], str2[j - 1]);

            int tmpres = Math.Min(delete, Math.Min(insert,
               replace));


            if (i > 1 && j > 1 &&
                str1[i - 1] == str2[j - 2] &&
                str1[i - 2] == str2[j - 1])
            {

                int swap = matrix[i - 2, j - 2] + 1;

                tmpres= Math.Min(swap, tmpres);
            }

            matrix[i, j] = tmpres;
        }
    }
    return matrix[m, n];

}
```

Примеры работы алгоритма

Первая строка	**Вторая строка**	**Базовый алгоритм**	**Модифицированный алгоритм**	**Тест**
Word	word	1	1	Замена
word	world	1	1	Добавление
car	bigcars	4	4	Добавление
Schoool	School	1	1	Удаление
word		4	4	Пустая строка
	word	4	4	Пустая строка
a bc	a bc	0	0	Одинаковые строки
swap	wsap	2	1	Перестановка

Время работы алгоритмов

Время работы алгоритмов на графике представлено средним значение из 10 замеров:



Количество вызовов функции в рекурсивном алгоритме зависит от длины использованных строк, то чем больше длины строк, тем дольше работает алгоритм. Причем функция для одних и тех же параметров может вызываться несколько раз.

Время работы алгоритма, использующего матрицу, намного меньше благодаря тому, что в нем требуется только $(m + 1) * (n + 1)$ операций заполнения ячейки матрицы.

Заключение

В ходе лабораторной работы я изучил и реализовал алгоритм Левенштейна с использованием рекурсии, с использованием матрицы и модифицированный алгоритм на языке программирования C, а также сравнил производительность сравнил базовый и модифицированный алгоритмы Левенштейна.