Universidade de Aveiro

Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática

Compiladores

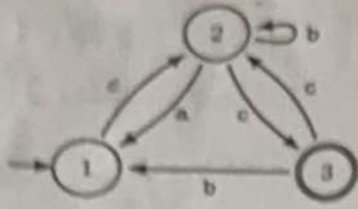
(Ano letivo de 2022-2023)

Exame teórico 1 - intercalar — 17 de maio de 2023

NºMe[redacted]

1. Sobre o alfabeto $A = \{a, b, c\}$, considere a linguagem L_1, definida pelo autómato finito M_1 e a linguagem L_2.

O autómato finito M_1



A linguagem regular L_2

$$L_2 = \{\, (\mathtt{ca}|\mathtt{b})^n \mathtt{c} (\mathtt{bc})^m \;:\; n \geq 0, m > 0 \,\}$$

[1.5] (a) Seja $L_3 = L_1 \cup L_2$. Das seguintes afirmações, apenas uma não é verdadeira. Assinale-a. **(Se assinalar uma resposta errada, terá uma cotação negativa de 0.4 valores.)**

- [ ] $\mathtt{cbcbc} \in L_3$
- [ ] $\mathtt{cccbc} \in L_3$
- [ ] $\mathtt{cacbc} \in L_3$
- [x] $\mathtt{cacac} \in L_3$

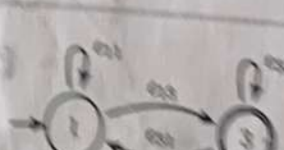
[1.5] (b) Das seguintes opções apenas uma é uma **expressão regular** que representa a linguagem L_2. Assinale-a. **(Se assinalar uma resposta errada, terá uma cotação negativa de 0.4 valores.)**

- [ ] $e_2 = (\mathtt{ca}|\mathtt{b})^*\mathtt{c}(\mathtt{bc})^*$
- [ ] $e_2 = ((\mathtt{ca})^*|\mathtt{b}^*)\mathtt{c}(\mathtt{bc})^*$
- [x] $e_2 = (\mathtt{ca}|\mathtt{b})^*\mathtt{c}(\mathtt{bc})^*\mathtt{bc}$
- [ ] $e_2 = ((\mathtt{ca})^*|\mathtt{b}^*)\mathtt{c}(\mathtt{bc})^*\mathtt{bc}$

[1.5] (c) Das seguintes opções apenas uma é uma **gramática regular** que representa a linguagem L_2. Assinale-a. **(Se assinalar uma resposta errada, terá uma cotação negativa de 0.4 valores.)**

- [ ] $S \to \mathtt{ca}\,S \mid \mathtt{b}\,S \mid \mathtt{c}\,X$; $X \to \mathtt{bc}\,X \mid \varepsilon$
- [x] $S \to \mathtt{ca}\,S \mid \mathtt{b}\,S \mid \mathtt{cbc}\,X$; $X \to \mathtt{bc}\,X \mid \varepsilon$
- [ ] $S \to X\,\mathtt{cbc}\,Y$; $X \to \varepsilon \mid \mathtt{ca}\,X \mid \mathtt{b}\,X$; $Y \to \varepsilon \mid \mathtt{bc}\,Y$
- [ ] $S \to X\,\mathtt{c}\,Y$; $X \to \varepsilon \mid \mathtt{ca}\,X \mid \mathtt{b}\,X$; $Y \to \varepsilon \mid \mathtt{bc}\,Y$

[1.5] (d) Considere o autómato finito generalizado representado à direita. Indique os valores das expressões regulares e_{11}, e_{13}, e_{31} e e_{33} de modo a que represente a mesma linguagem que o autómato M_1. Note que este autómato resulta da supressão do estado 2.



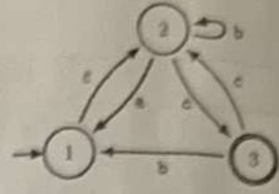
Área de resposta

$e_{11} = \cancel{aa}$; $e_{13} = \cancel{b^*c}$

$e_{33} = \cancel{cc}$; $e_{31} = b|ca$

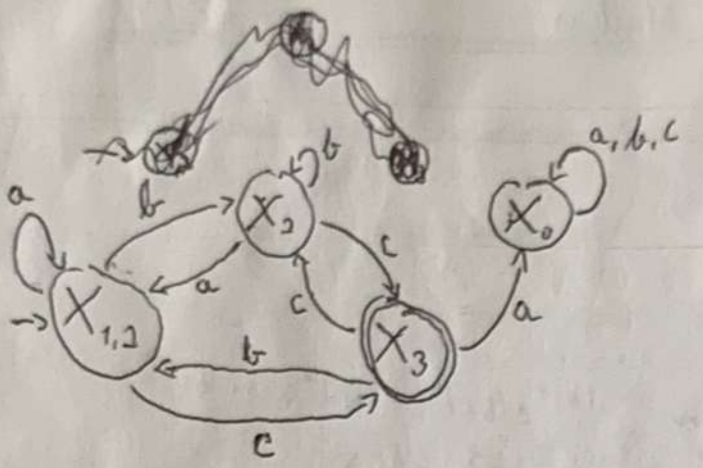
ccbc ∈ L1!

20



[3.0] (e) Obtenha um **autómato finito determinista** equivalente a M_1.

Área de resposta



$X_{1,2} = \{1,2\}$

$X_2 = \{2\}$

$X_3 = \{3\}$

$X_0 = \{\}$

$1 \xrightarrow{a} x$; $2 \xrightarrow{a} 1$; $3 \xrightarrow{a} x$

$1 \xrightarrow{b} x$; $2 \xrightarrow{b} 2$; $3 \xrightarrow{b} 1$

$1 \xrightarrow{c} x$; $2 \xrightarrow{c} 3$; $3 \xrightarrow{c} 2$

$\{1,2\} \xrightarrow{a} \{1,2\}$

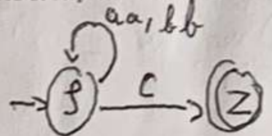
$\{1,2\} \xrightarrow{b} 2$

$\{1,2\} \xrightarrow{c} 3$

[2.0] (f) Obtenha um **autómato finito não generalizado** que representa a linguagem $L = L_1 \cdot L_4$ (concatenação de L_1 com L_4), sendo L_4 descrita pela gramática regular $S \rightarrow \mathsf{aa}\,S \mid \mathsf{bb}\,S \mid \mathsf{c}$

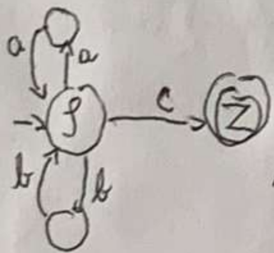
Área de resposta

$L_4 \Rightarrow S \rightarrow aaS \mid bbS \mid c \Rightarrow$

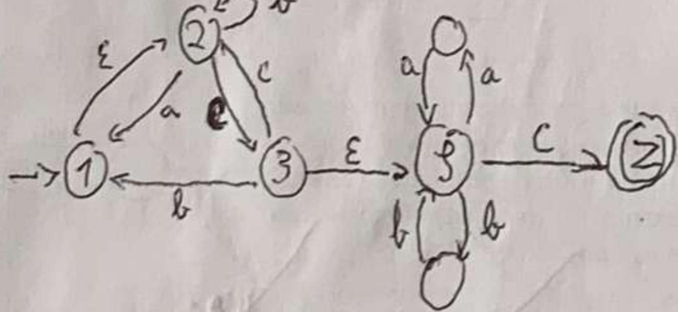


; automato generalizado

passando para automato finito não generalizado

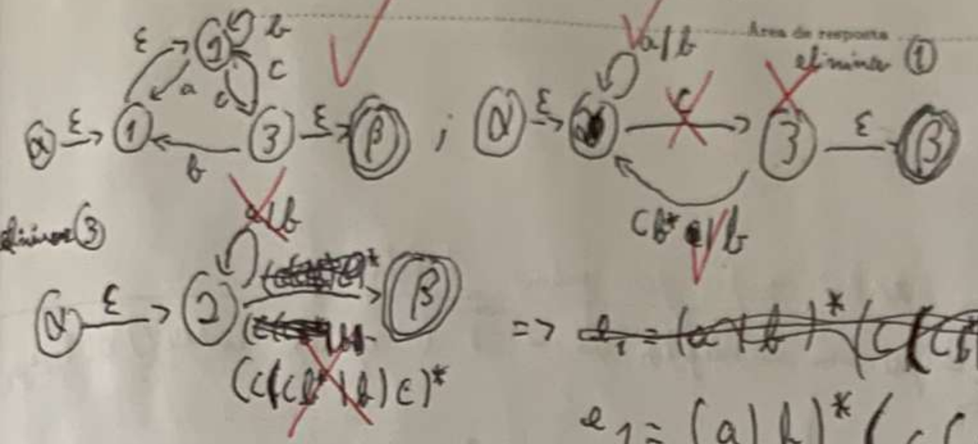


; $L = L_1 \cdot L_4$, logo estado de aceitação L_1 liga-se ao estado inicial de L_4



50 [3.0] (g) Obtenha uma **expressão regular** que represente a linguagem L_1. **Obtenha a resposta diretamente a partir do autómato** M_1.

Área de resposta



① => 3 x 1 = 3
② => 2 x 2 = 4
③ => 3 x 1 = 3

$e_1 = (a|b)^*(c((cb^*|b)c))^*$

---

100 [2.0] (h) Mostre que $L_5 \subset L_1$, sendo L_5 a linguagem regular definida pela expressão regular $\mathtt{c(ba)^+c}$. (Note que se trata do subconjunto em sentido estrito ($\subset$) e não em sentido lato ($\subseteq$).)

Área de resposta

Para que $L_5 \subset L_1$ tem que se verificar $\forall x \in L_5 \; x \in L_1$ e $\exists x \in L_1 \; x \notin L_5$

Começando por $\exists x \in L_1 \; x \notin L_5$: $\rightarrow 1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{c} 3$

=> ac pertence a L_1 mas não pertence a L_5

para provar $\forall x \in L_5 \; x \in L_1$ temos: $c\,ba(ba)^*c$

$\rightarrow 1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{c} 3 \Rightarrow 1 \rightarrow 3 \Rightarrow c$

$3 \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{a} 1 \Rightarrow 3 \rightarrow 1 = ba$

$1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{a} 1 \Rightarrow$ Como começa e acaba em 1 é $\Rightarrow 1 \xrightarrow{ba} 1 \Rightarrow 1 \rightarrow 1 \Rightarrow ba^*$
pois pode repetir-se

$1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{c} 3 \Rightarrow 1 \rightarrow 3 \Rightarrow c$; este é o estado de aceitação então termina aqui.

Como se pode comprovar todo $x \in L_5$ pertencem a L_1 e $\exists x \in L_1 \; x \notin L_5$, logo $L_5 \subset L_1$

∅

2. Sobre o alfabeto $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$, considere a linguagem

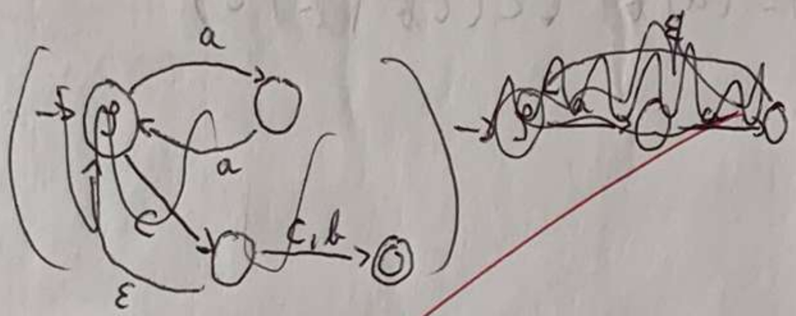
$$R = \{\, \omega \in A^* \;:\; |\omega| \geq 1 \;\wedge\; \#(\mathtt{a}, \omega) \text{ é par } \;\wedge\; \#(\mathtt{b}, \omega) < 2 \,\}.$$

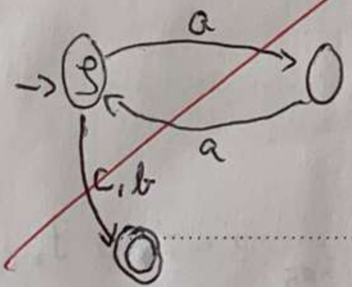
onde $|\omega|$ representa o número de letras da palavra ω e $\#(\mathtt{x}, \omega)$ é uma função que devolve o número de ocorrências da letra $\mathtt{x}$ em ω.

[4.0] (.) Projete um autómato finito, determinista ou não determinista, mas não generalizado, que reconheça a linguagem R.

Área de resposta

A linguagem R tem ~~[illegible]~~ sempre pelo menos 1 letra,
a letra a aparece sempre é divisível ~~multiplos~~ por ~~de~~ 2 ocorrências b apareça entre 0 ou 1 vezes
e C não tem restições





; a é par
tem pelo menos 1 letra
b aparece 1 ou ~~[illegible]~~ 0 vezes