СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ

ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

КОМП’ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ No2

Багаторозрядна модулярна арифметика

1. Мета роботи

Отримання практичних навичок програмної реалізації багаторозрядної арифметики;

ознайомлення з прийомами ефективної реалізації критичних по часу ділянок програмного коду та методами оцінки їх ефективності.

3. Завдання до комп’ютерного практикуму

А) Доопрацювати бібліотеку для роботи з m-бітними цілими числами, створену на комп’ютерному практикумі No1, додавши до неї такі операції:

1) обчислення НСД та НСК двох чисел;

2) додавання чисел за модулем;

3) віднімання чисел за модулем;

4) множення чисел та піднесення чисел до квадрату за модулем;

5) піднесення числа до багаторозрядного степеня d по модулю n .

Модулярну арифметику рекомендовано реалізовувати на базі редукції Баррета, піднесення до степеня – на базі схеми Горнера. Мова програмування, семантика функцій та спосіб реалізації можуть обиратись довільним чином.

Окрім основного завдання, ви також можете виконати додаткове завдання згідно варіанту.

Б) Проконтролювати коректність реалізації алгоритмів; зокрема, для декількох Багаторозрядних a,b,c,n перевірити тотожності

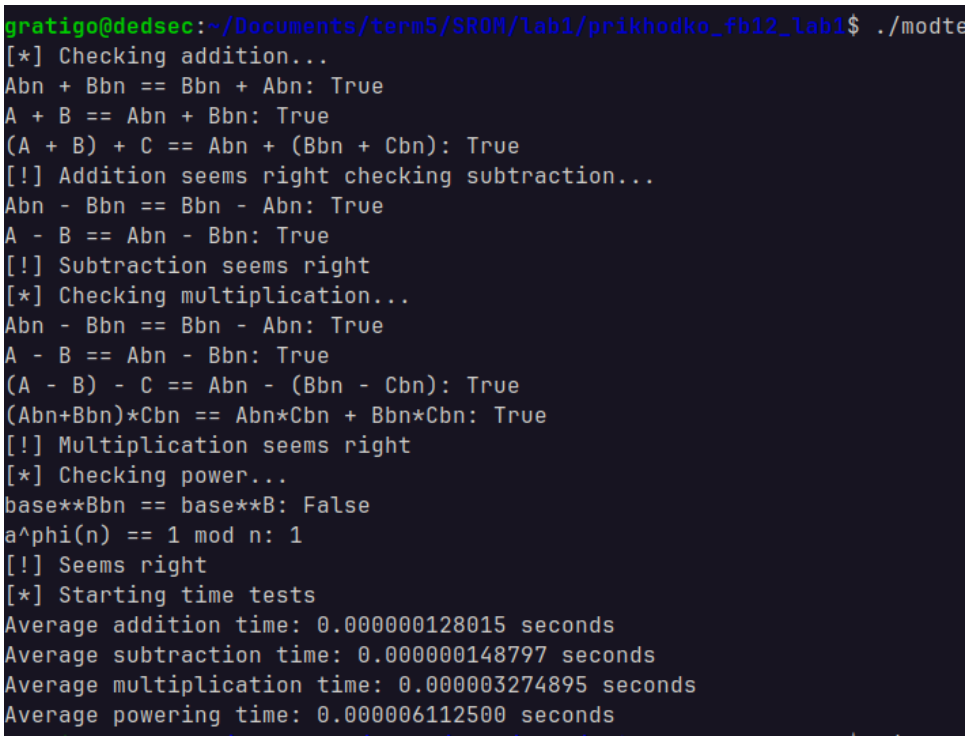
В) Обчислити середній час виконання реалізованих арифметичних операцій. Підрахувати кількість тактів процесора (або інших одиниць виміру часу) на кожну операцію. Результати подати у вигляді таблиць або діаграм.

Хід роботи

Після до написання бібліотеки класу bignum, а саме функцій для роботи з модулярною арифметикою, створимо файл тестування що перевірить коректність нашої роботи. В ньому ми порівняємо значення обраховані за допомогою бібліотеки та без неї.

Демонстрація роботи:

Проведемо тести, запишемо час, і запустимо профайлер.



Додавання

```
         234749 function calls (229661 primitive calls) in 0.082 seconds

   Ordered by: standard name

   ncalls  tottime  percall  cumtime  percall filename:lineno(function)
        1    0.000    0.000    0.082    0.082 <string>:1(<module>)
    22912    0.018    0.000    0.035    0.000 bignum.py:12(__init__)
        1    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:121(__ge__)
        1    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:139(__lt__)
     1698    0.001    0.000    0.001    0.000 bignum.py:158(mulStep)
   2546/2    0.004    0.000    0.082    0.041 bignum.py:171(__mul__)
   2546/2    0.009    0.000    0.082    0.041 bignum.py:270(karatsubaStep)
     5936    0.003    0.000    0.003    0.000 bignum.py:28(base10)
     3394    0.001    0.000    0.001    0.000 bignum.py:310(shiftLeft)
        1    0.000    0.000    0.082    0.082 bignum.py:402(barrettReduction)
        2    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:423(__init__)
        1    0.000    0.000    0.082    0.082 bignum.py:427(__add__)
     6787    0.018    0.000    0.033    0.000 bignum.py:57(__add__)
     1699    0.004    0.000    0.006    0.000 bignum.py:82(sub_s)
     1697    0.001    0.000    0.010    0.000 bignum.py:98(__sub__)
    22912    0.012    0.000    0.015    0.000 conv_types.py:15(convert)
     2547    0.001    0.000    0.001    0.000 conv_types.py:3(getDigits)
        1    0.000    0.000    0.082    0.082 modprof_tests.py:10(add)
        1    0.000    0.000    0.082    0.082 {built-in method builtins.exec}
    43278    0.003    0.000    0.003    0.000 {built-in method builtins.isinstance}
    74826    0.004    0.000    0.004    0.000 {built-in method builtins.len}
    11880    0.002    0.000    0.002    0.000 {built-in method builtins.max}
    30017    0.002    0.000    0.002    0.000 {method 'append' of 'list' objects}
        1    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' ob
       64    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'pop' of 'list' objects}
```

Віднімання:

```
         4668355 function calls (4566370 primitive calls) in 1.618 seconds

   Ordered by: standard name

   ncalls  tottime  percall  cumtime  percall filename:lineno(function)
        1    0.000    0.000    1.618    1.618 <string>:1(<module>)
   451326    0.364    0.000    0.696    0.000 bignum.py:12(__init__)
        3    0.000    0.000    0.001    0.000 bignum.py:121(__ge__)
        3    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:139(__lt__)
    33434    0.024    0.000    0.028    0.000 bignum.py:158(mulStep)
  50148/6    0.075    0.000    1.616    0.269 bignum.py:171(__mul__)
  50148/6    0.170    0.000    1.616    0.269 bignum.py:270(karatsubaStep)
   116998    0.051    0.000    0.051    0.000 bignum.py:28(base10)
    66862    0.015    0.000    0.015    0.000 bignum.py:310(shiftLeft)
      3/2    0.000    0.000    1.618    0.809 bignum.py:402(barrettReduction)
        6    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:423(__init__)
      3/1    0.000    0.000    1.618    1.618 bignum.py:431(__sub__)
   133720    0.350    0.000    0.653    0.000 bignum.py:57(__add__)
    33437    0.085    0.000    0.111    0.000 bignum.py:82(sub_s)
33433/31735    0.021    0.000    0.261    0.000 bignum.py:98(__sub__)
   451326    0.231    0.000    0.303    0.000 conv_types.py:15(convert)
    50151    0.009    0.000    0.010    0.000 conv_types.py:3(getDigits)
        1    0.000    0.000    1.618    1.618 modprof_tests.py:12(sub)
        1    0.000    0.000    1.618    1.618 {built-in method builtins.exec}
   852504    0.062    0.000    0.062    0.000 {built-in method builtins.isinstance}
  1510188    0.087    0.000    0.087    0.000 {built-in method builtins.len}
   234019    0.036    0.000    0.036    0.000 {built-in method builtins.max}
   600447    0.037    0.000    0.037    0.000 {method 'append' of 'list' objects}
        1    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
      192    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'pop' of 'list' objects}
```

Множення

```
      379513 function calls (371299 primitive calls) in 0.136 seconds

Ordered by: standard name

ncalls  tottime  percall  cumtime  percall filename:lineno(function)
     1    0.000    0.000    0.136    0.136 <string>:1(<module>)
 36983    0.030    0.000    0.058    0.000 bignum.py:12(__init__)
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:121(__ge__)
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:139(__lt__)
  2741    0.002    0.000    0.002    0.000 bignum.py:158(mulStep)
4110/3    0.007    0.000    0.136    0.045 bignum.py:171(__mul__)
4110/3    0.015    0.000    0.136    0.045 bignum.py:270(karatsubaStep)
  9583    0.005    0.000    0.005    0.000 bignum.py:28(base10)
  5479    0.001    0.000    0.001    0.000 bignum.py:310(shiftLeft)
     1    0.000    0.000    0.096    0.096 bignum.py:402(barrettReduction)
     2    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:423(__init__)
     1    0.000    0.000    0.136    0.136 bignum.py:438(__mul__)
 10955    0.029    0.000    0.053    0.000 bignum.py:57(__add__)
  2741    0.008    0.000    0.010    0.000 bignum.py:82(sub_s)
  2739    0.002    0.000    0.016    0.000 bignum.py:98(__sub__)
 36983    0.019    0.000    0.026    0.000 conv_types.py:15(convert)
  4111    0.002    0.000    0.002    0.000 conv_types.py:3(getDigits)
     1    0.000    0.000    0.136    0.136 modprof_tests.py:14(mul)
     1    0.000    0.000    0.136    0.136 {built-in method builtins.exec}
 69856    0.005    0.000    0.005    0.000 {built-in method builtins.isinstance}
119551    0.007    0.000    0.007    0.000 {built-in method builtins.len}
 19175    0.003    0.000    0.003    0.000 {built-in method builtins.max}
 50322    0.003    0.000    0.003    0.000 {method 'append' of 'list' objects}
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
    64    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'pop' of 'list' objects}
```

Степінь:

```
      164172 function calls (160674 primitive calls) in 0.057 seconds

Ordered by: standard name

ncalls  tottime  percall  cumtime  percall filename:lineno(function)
     1    0.000    0.000    0.057    0.057 <string>:1(<module>)
 15788    0.013    0.000    0.024    0.000 bignum.py:12(__init__)
     3    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:146(__eq__)
     3    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:147(<listcomp>)
     3    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:148(<listcomp>)
  1174    0.001    0.000    0.001    0.000 bignum.py:158(mulStep)
1757/8    0.003    0.000    0.057    0.007 bignum.py:171(__mul__)
     1    0.000    0.000    0.057    0.057 bignum.py:199(__pow__)
1757/8    0.006    0.000    0.057    0.007 bignum.py:270(karatsubaStep)
  4081    0.002    0.000    0.002    0.000 bignum.py:28(base10)
  2340    0.001    0.000    0.001    0.000 bignum.py:310(shiftLeft)
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 bignum.py:34(baseN)
  4672    0.012    0.000    0.023    0.000 bignum.py:57(__add__)
  1166    0.003    0.000    0.004    0.000 bignum.py:82(sub_s)
  1166    0.001    0.000    0.006    0.000 bignum.py:98(__sub__)
 15788    0.008    0.000    0.011    0.000 conv_types.py:15(convert)
  1762    0.000    0.000    0.000    0.000 conv_types.py:3(getDigits)
     1    0.000    0.000    0.057    0.057 modprof_tests.py:16(pow)
     1    0.000    0.000    0.057    0.057 {built-in method builtins.exec}
 29814    0.002    0.000    0.002    0.000 {built-in method builtins.isinstance}
 53479    0.003    0.000    0.003    0.000 {built-in method builtins.len}
  8178    0.001    0.000    0.001    0.000 {built-in method builtins.max}
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 {built-in method math.log}
 21232    0.001    0.000    0.001    0.000 {method 'append' of 'list' objects}
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'find' of 'str' objects}
     1    0.000    0.000    0.000    0.000 {method 'lstrip' of 'str' objects}
```