Proposizione

Proposizione $= V \cup$ Proposizione $= F$

Tautologia

Proposizione $= V \ \forall x$ Sempre Vera

Contraddizione

Proposizione $= F \ \forall x$ Sempre

Paradosso

Sopporta $V \to F$

Supporta $F \to V$

Terzo Escluso

Proposizione $= V \to \neg$ Proposizione $= F$

Non Contraddizione

$p \quad q \quad \wedge \quad \vee \quad \dot{\vee} \quad \bar{p} \quad p \Rightarrow q \quad p \Leftrightarrow q$

p	q	$\wedge$	$\vee$	$\dot{\vee}$
V	V	V	V	F
F	F	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V

$p \Rightarrow q$ $\qquad$ $p \Leftrightarrow q$ $\qquad$ $(p \Leftrightarrow q) = \overline{p \vee q}$

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	V

$\overline{p \wedge q}$

p	q	$\overline{p \wedge q}$
F	F	V
F	V	V
V	F	V
V	V	F

$\overline{p} \vee q$

p	q	$\overline{p}$	$\overline{p} \vee q$
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

$(p \rightarrow q) \wedge q$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$
F	F	V	F
F	V	F	F
V	F	V	F
V	V	V	V

Induzione

Principio

Considerando una Proposizione p dipendente da un indice $n \in \mathbb{N}$, supponiamo $p = V$ per $n=1$, supponiamo che p sia V per n, se $p = V$ anche per $n+1 \Rightarrow p_n = V \ \forall n \in \mathbb{N}$

$\sum \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

$\frac{n(n+1)}{2}$

$n = 10$

$\frac{10(11)}{2} \Rightarrow 55$

$\sum_{i=1}^{N} i = \frac{n(n+1)}{2}$

$n = 1 \to V$

$n \to V$

$n+1 \to V$

$\left.\begin{array}{l} n = 1 \to V \\ n+1 \to V \end{array}\right\} \forall n$

$n = 1$

$\frac{1 \cdot 2}{2} = 1$

$n = V$

$n+1$

$\frac{(n+1)(n+1+1)}{2}$

$\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$\frac{n^2 + 2n + n + 2}{2}$

$\frac{n^2}{2} + \frac{3n}{2} + 1$

$\frac{(n+1)(n+1) + 2(n+1)}{2} = 1+2+3 \ldots$

Bernulli

$x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq -1 \quad n \in \mathbb{N} \Rightarrow (1+x)^n \geq 1+nx$

$n = 1$

$(1+x)^1 \geq 1+1 \cdot x$

$1+x \geq 1+x$

V

$n+1$

$(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$

$(1+x)^n \cdot (1+x) \geq 1+nx+x$

$(1+x)^n \geq 1+nx$ V

$\Downarrow$

$(1+x) \geq x$

V

$(1+x)(1+x)^n \geq nx+(1+x)$

V $(1+x)^n \geq 1+\cancel{n}x$

$(1+x)^n(1+x) \geq (1+\cancel{n}x)(1+x)$

$(1+x)^n \cdot (1+x) \geq 1+x+nx+nx^2$

$(1+x)^{n+1} \geq 1+nx + \underbrace{1+nx^2}$