Vettori

Per poter rappresentare un modo multidimensionale l'utilizzo di uno scalare per rappresentare il corpo e il suo stato non è più adeguato, è necessario l'uso di uno strumento che ne esprima la multidimensionalità.

Un vettore è composto da tre componenti: 1. Modulo 2. Direzione 3. Verso

Il modulo di un vettore è uno scalare che indica l'effettivo valore del vettore. La direzione indica la retta su cui giace il vettore stesso. Il verso indica appunto il verso in cui punta il vettore.

Facciamo un Esempio:
Per indicare che si vuole fare la tratta Napoli-Milano non si può semplicemente dire che bisogna percorrere 800Km, ma bisogna indicare che si prenderà la strada Napoli-Milano e in che verso, andando da Napoli fino a Milano.

Origine

Un vettore ha usualmente un punto di applicazione, per semplicità verrà momentaneamente ignorato, assumendo che ogni vettore sia applicato nell'origine $O(0;0)$.

Proiezione

Un vettore può essere proiettato su un asse, normalmente considereremo un asse cartesiano a un angolo α che parte dall'asse $\vec{x}$.

$$a_x = a\cos(\alpha)$$

$$a_y = a\sin(\alpha)$$

Versore

Un versore è un vettore avente modulo 1. Vengono indicati tramite una lettera latina minuscola con un $\hat{}$.

Indicheremo, in un sistema di assi cartesiani $\overrightarrow{XY}$ il versore $\hat{\imath}$ che punta verso l'asse $\vec{x}$ e il versore $\hat{\jmath}$ che punta verso l'asse $\vec{y}$.

Rappresentazione

Un vettore può essere indicato in diversi modi, convenzionalmente si indica con la tupla di valori che il vettore assume sui versori.

In un piano $\overrightarrow{XY}$ indicheremo, per esempio: $\vec{a} = 10\hat{\imath} + 20\hat{\jmath}$.

Modulo

Il modulo di un vettore è la lunghezza del vettore stesso, viene calcolato usando il teorema di Pitagora(vedendo il vettore come l'ipotenusa del triangolo rettangolo).

Il modulo viene indicato con la lettera del vettore, senza freccia.

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_j^2}$$

Operazioni

Somma e sottrazione Un vettore può essere sommato in diversi modi, graficamente tramite i metodi del parallelogramma e Punta-Coda.

Un vettore $veca = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$ viene sommato con un vettore $\vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath}$ sommando le componenti singolarmente: $\overrightarrow{a+b} = (a_x + b_x)\hat{\imath} + (a_y + b_y)\hat{\jmath}$.
Analogamente: $\overrightarrow{a-b} = (a_x - b_x)\hat{\imath} + (a_y + b_y)\hat{\jmath}$.

Prodotto per uno scalare Un vettore può essere moltiplicato per un vettore moltiplicando il modulo per il valore.

Derivata

Una funzione $f : T \to \mathbb{V}$ può essere derivato in funzione del tempo.

Moto bidimensionale

Un moto può avvenire in 2 dimensioni, quindi usiamo i vettori per rappresentare il suo stato.

1. Vettore posizione: $\vec{r}$
2. Vettore velocità: $\vec{v}$
3. Vettore accelerazione: $\vec{a}$

Si ha, come in un moto unidimensionale che $\vec{r} = \int \vec{v}dt = \int \int \vec{a}dtdt$

E' possibile scomporre $\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}$ arrivando a descrivere due moti unidimensionali.

Moto del proiettile

Un moto bidimensionale importante è il moto del proiettile, più generalmente il langio di un corpo da una determinata altezza y_0(x_0 è usualmente uguale a 0) con una determinata velocità v_0 e un determinato angolo α, accelerazione costante verso il basso g.

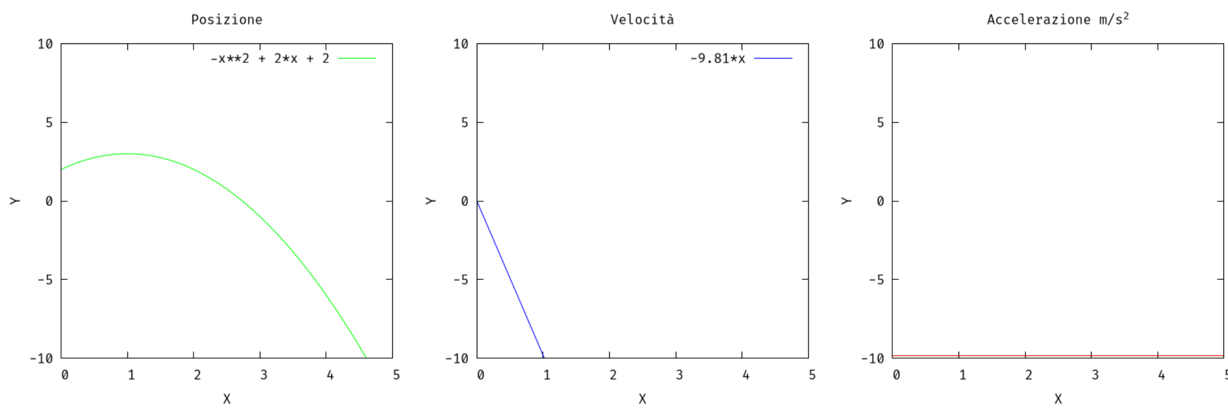

Figure 1: Moto del proiettile

Il moto si può scomporre in un moto uniforme sull'asse $\vec{x}$

$$x(t) = v_{0x} \cdot t$$

Un moto uniformemente accellerato su $\vec{y}$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Si può calcolare quando il corpo toccherà terra $y(t) = 0$ risolvendo l'equazione. Nel caso in cui $y_0 = 0$ si ha che $t(v_{0y} - \frac{1}{2}gt)$ che viene annullata in $t = 0$(quando viene lanciato) e in $t = \frac{2v_{0y}}{g}$ e la gittata massima si ottiene a $\alpha = 45°$.