Цель работы: Ознакомление с экспериментальными методами построения областей устойчивости линейных динамических систем и изучение влияния на устойчивость системы её параметров.

Вариант задания. $T_1 = 2.25$

1 Построение границы устойчивости на плоскости двух параметров K и T_2 методом математического моделирования

На рисунке 1 представлена схема моделирования для системы с заданными параметрами.

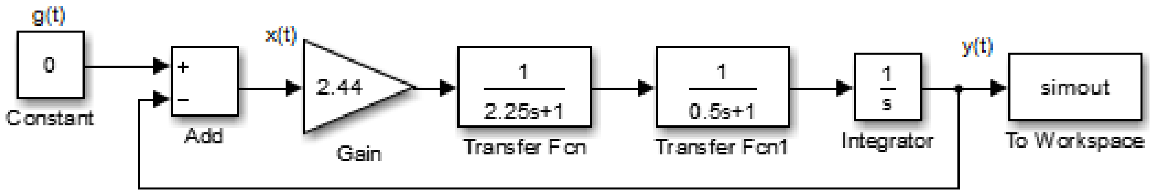

Рисунок 1 – Структурная схема моделируемой системы

Будем менять значение T_2 и подбирать коэффициент передачи K таким образом, чтобы система находилась на границе устойчивости. Данные, необходимые для построения границы устойчивости приведены в таблице 1. Графики переходных процессов для устойчивой системы, неустойчивой и системы, находящейся на границе устойчивости представлены соответственно на 2, 3 и 4 рисунках.

Таблица 1 – Данные, необходимые для построения границы устойчивости системы

T_2	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5
K	10,44	2,44	1,45	1,1	0,94	0,84	0,78	0,73	0,69	0,66

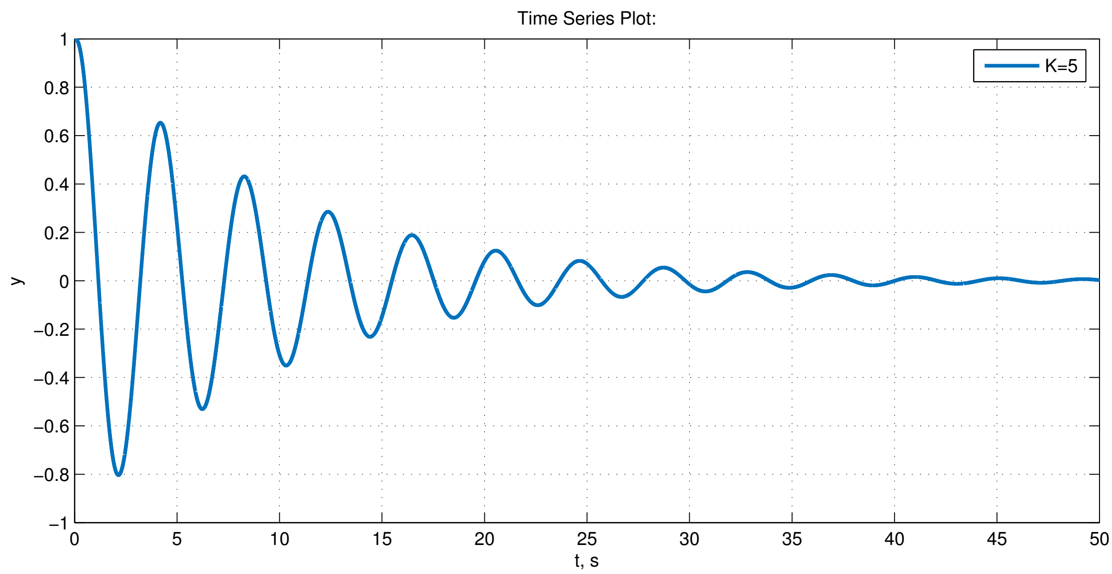

Рисунок 2 – Система устойчива

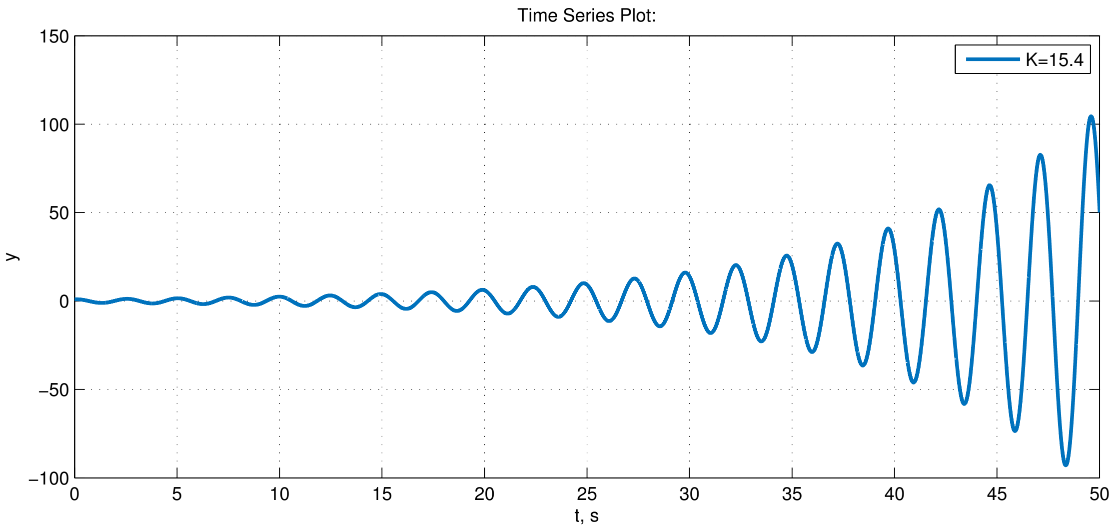

Рисунок 3 – Неустойчивая система

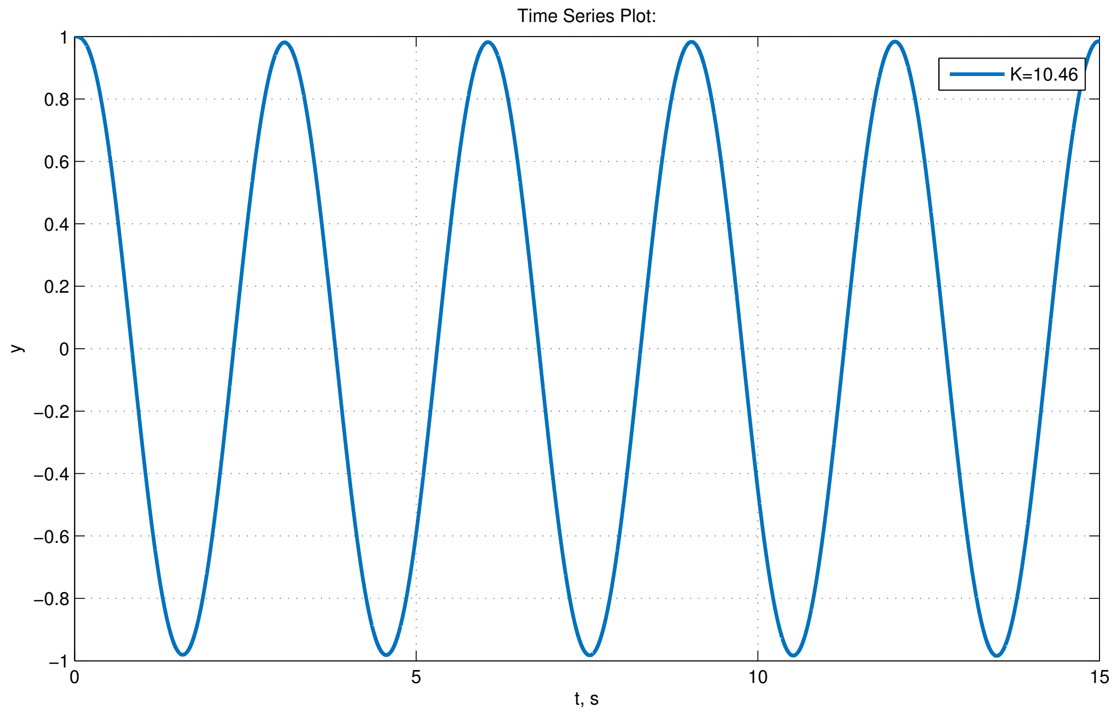

Рисунок 4 – Система, находящаяся на границе устойчивости

2 Теоретический расчет границы устойчивости с использованием критерия Гурвица

Передаточная функция замкнутой системы выглядит следующим образом:

$$W(s) = \frac{\Phi(s)}{1 + \Phi(s)}, \tag{1}$$

где $\Phi(s)$ - передаточная функция разомкнутой системы.

$$\Phi(s) = K \cdot \frac{1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s}, \tag{2}$$

Тогда

$$W(s) = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s + K}. \tag{3}$$

На основании характеристического уравнения, построенного по передаточной функции замкнутой системы, составим матрицу Гурвица для определения границы устойчивости:

$$\begin{vmatrix} T_1 + T_2 & K & 0 \\ T_1 T_2 & 1 & 0 \\ 0 & T_1 + T_2 & K \end{vmatrix}$$

По критерию Гурвица для устойчивости системы необходимо, чтобы главные миноры матрицы были положительны.

$$\begin{cases} T_1 + T_2 > 0 \\ T_1 + T_2 - K T_1 T_2 > 0 \\ K(T_1 + T_2) - K^2 T_1 T_2 > 0 \end{cases} \tag{4}$$

Если минор $n-1$ порядка равен 0, то система будет находится на колебательной границе устойчивости. По условию T_1 и T_2 больше 0, тогда для определения границы устойчивости воспользуемся выражением:

$$K = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \tag{5}$$

Используя выражение (5), найдём K. Полученные значения запишем в таблицу 2.

Таблица 2 – Данные, необходимые для построения теоретической границы устойчивости системы

T_2	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5
K	10,46	2,46	1,44	1,1	0,94	0,84	0,79	0,74	0,69	0,64

По данным из таблицы 2 построим графическое изображение теоретической границы устойчивости (рисунок 5):

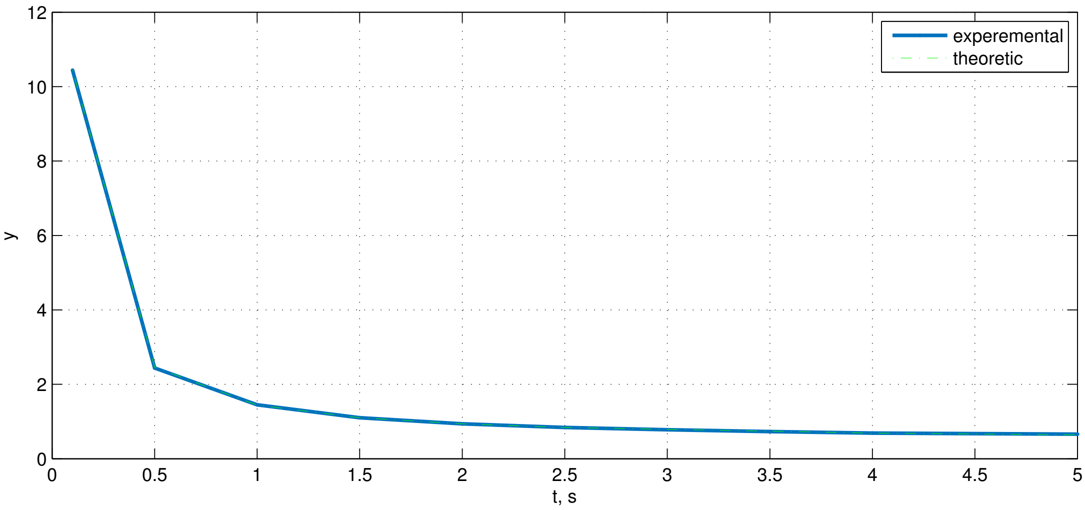

Рисунок 5 – Теоретическая и практическая границы устойчивости

Вывод

В ходе лабораторной работы был рассмотрен метод управления устойчивостью системы путём изменения отдельных её параметров, таких как T_2 и K. На основе критерия Гурвица были получены значения для построения графика границы устойчивости аналитическим методом. Аналитически полученные результаты приблизительно совпадают с полученными в результате математического моделирования. Следовательно, устойчивость системы определяется не характером возмущения, а структурой самой системы.