

Цель работы: Изучение математических моделей и исследование характеристик электро-механического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

Исходные данные. Исходные данные для выполнения работы приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

U_H , В	n_0 , об/мин	I_H , А	M_H , Н·м	R, Ом	$T_{\text{я}}$, мс	J_D , кг·м ²	$T_{\text{у}}$, мс	i_p	J_M , кг·м ²
110	2400	11,5	5	0.95	7	$2 \cdot 10^{-3}$	8	20	3,7

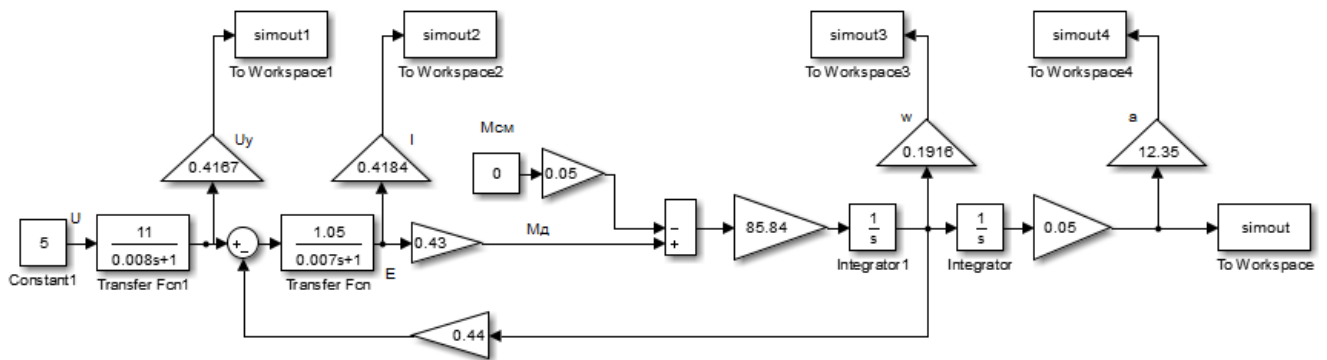


Рисунок 1 – Схема моделирования ЭМО

1 Расчёт параметров математической модели двигателя

Произведём расчет необходимых параметров для полной модели:

$$J_p = 0,2J_d = 0,4 \cdot 10^{-3}[\text{кг} \cdot \text{м}^2] \quad (1)$$

$$J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_M}{i_p^2} = 0,01165[\text{кг} \cdot \text{м}^2] \quad (2)$$

$$K_E = \frac{U_H}{\omega_0} = 0,44[B \cdot \text{с}/\text{рад}] \quad (3)$$

$$K_m = \frac{M_H}{I_H} = 0,43[H \cdot \text{м}/A] \quad (4)$$

$$K_d = \frac{1}{R} = 1,05[\text{См}] \quad (5)$$

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = 11[B] \quad (6)$$

Для упрощенной модели:

$$K = \frac{K_y}{K_E \cdot i_p} = 1,25[\text{рад}/\text{с}] \quad (7)$$

$$K_f = \frac{R}{K_m \cdot K_E \cdot i_p^2} = 0,125[\text{Ом} \cdot A \cdot \text{рад}/(H \cdot \text{м} \cdot B \cdot \text{с})] \quad (8)$$

$$T_M = \frac{R \cdot J_\Sigma}{K_m \cdot K_E} = 0,058[\text{Ом} \cdot A \cdot \text{рад} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2/(H \cdot B \cdot \text{с})] \quad (9)$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств $K_U, K_I, K_\omega, K_\alpha$ выбираются таким образом, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства.

$$K_u = 0,1818$$

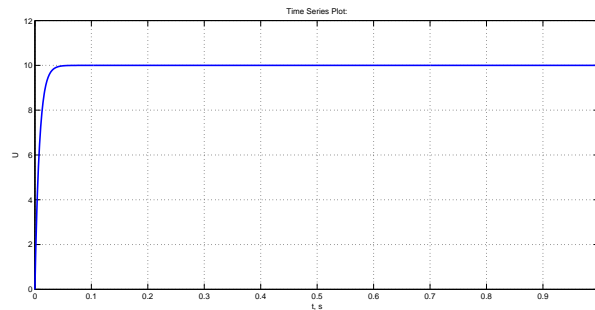
$$K_i = 0,2326$$

$$K_\omega = 0,08$$

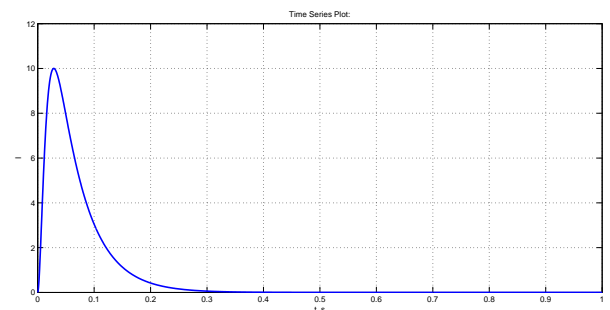
$$K_\alpha = 1,71$$

2 Получение графиков переходных процессов при нагрузочном моменте 0 Нм и напряжении 5 В

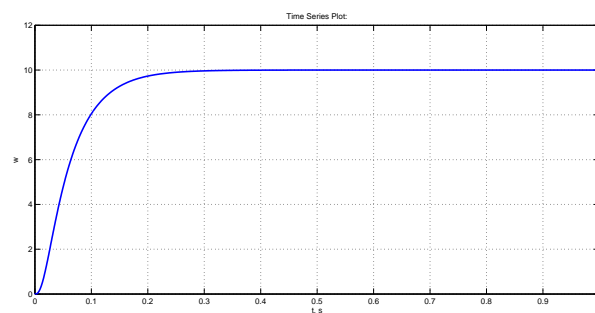
На рисунке 4 изображены графики переходных процессов полной модели ЭМО при холостом ходу.



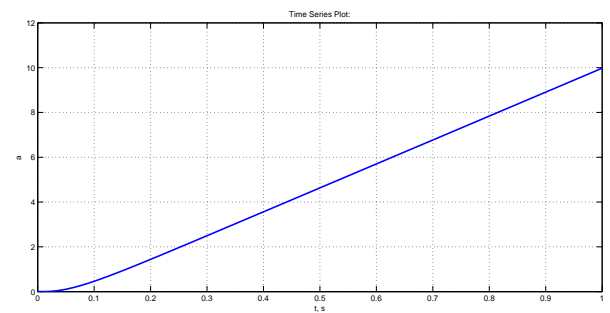
U_y



I



ω

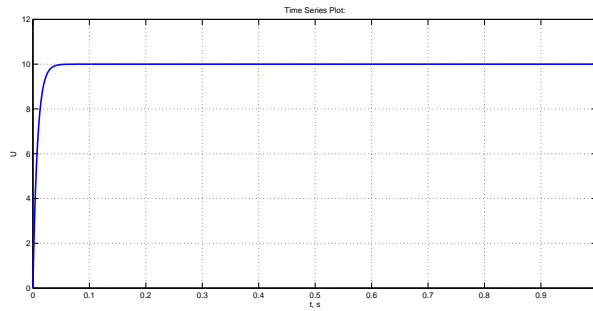


α_m

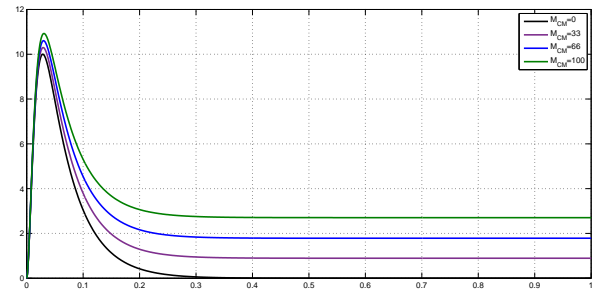
Рисунок 2 – Графики переходных процессов при M_{сн}=0Нм, U=5 В

3 Исследование влияния момента сопротивления на вид переходных процессов

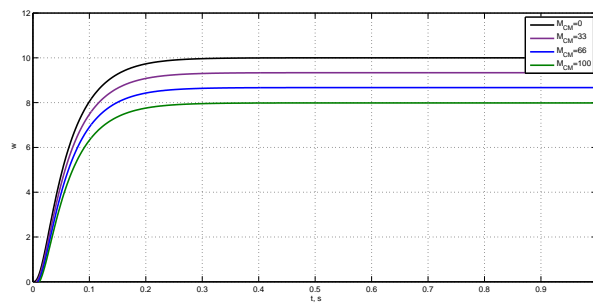
Для исследования влияния момента сопротивления на вид переходных процессов необходимо, оставив все параметры системы неизменными, изменять параметр $M_{ст}$ от 0 до $i_p \cdot M_n = 1.6$. Полученные при исследовании графики изображены на рисунке 5.



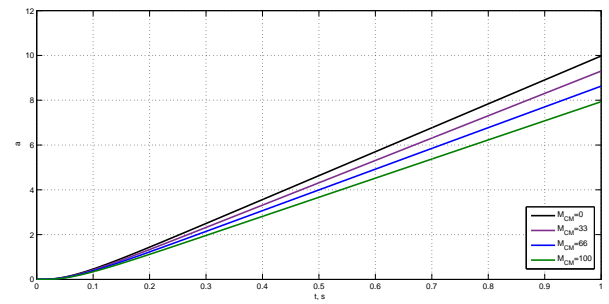
U_y



I



ω



α_m

Рисунок 3 – Графики переходных процессов при различных $M_{ст}$

4 Исследование влияния момента инерции нагрузки на вид переходных процессов

Графики полученные при исследовании влияния момента инерции нагрузки на вид переходных процессов изображены на рисунке 6.

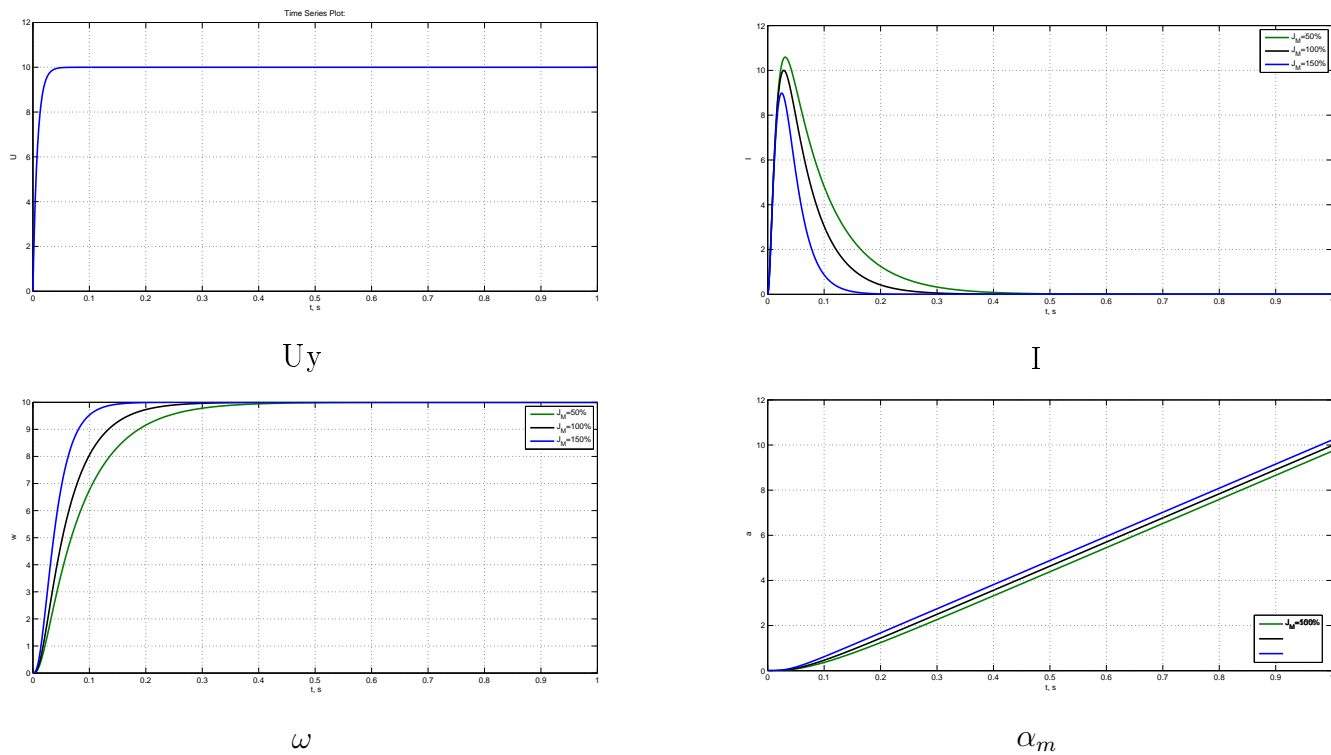
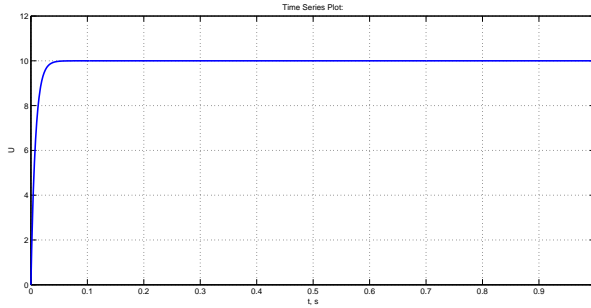


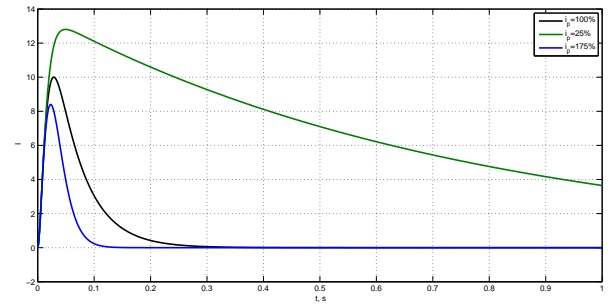
Рисунок 4 – Графики переходных процессов при различном J_m

5 Исследование влияния передаточного отношения редуктора на вид переходных процессов

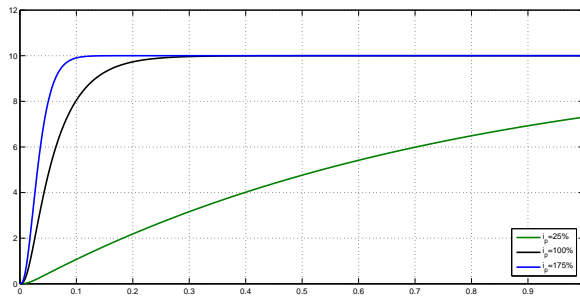
Для исследования влияния передаточного отношения редуктора на вид переходных процессов необходимо провести моделирование системы при $M_{см}=0$ и $M_{см}=0.8\text{Нм}$. Полученные графики переходных процессов изображены на рисунках 7 и 8.



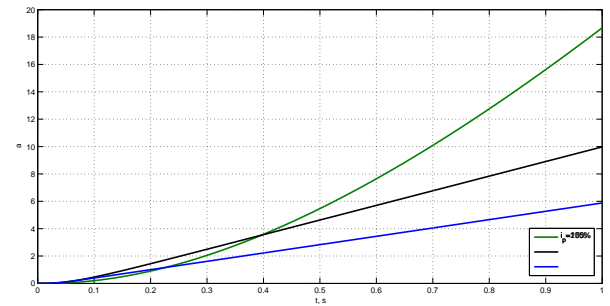
U_y



I

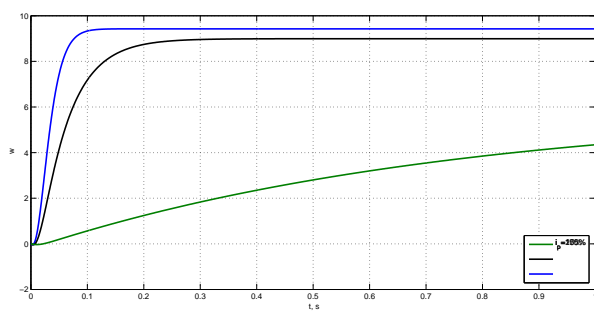


ω

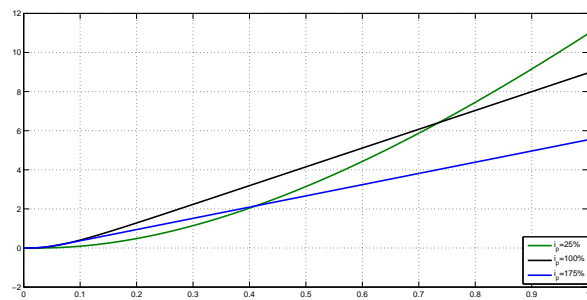


α_m

Рисунок 5 – Графики переходных процессов при различном i_p и $M_{см}=0$ Нм



ω

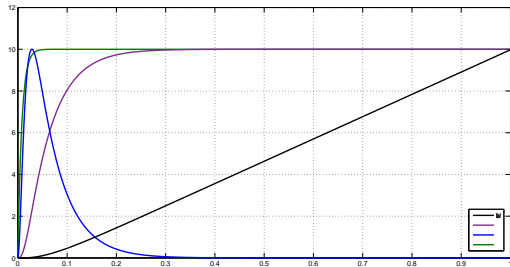


α_m

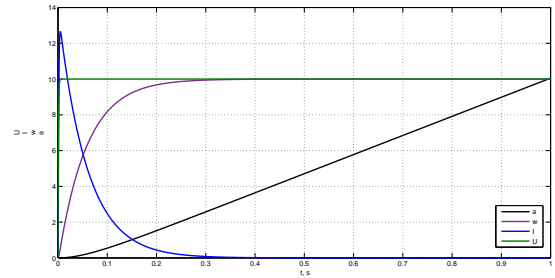
Рисунок 6 – Графики переходных процессов при различном i_0 и $M_{cm}=0.8$ Нм

6 Исследование влияния постоянных времени на вид переходных процессов

Исследования проводились при значениях постоянных времени $T_y = \frac{0,5}{10} \text{мс} = 0,0005\text{с}$, $T_{\text{я}} = \frac{0,6}{10} \text{мс} = 0,0006\text{с}$. Графики переходных процессов изображены на рисунке 7.



(a) $T_y = 0,005\text{с}$, $T_{\text{я}} = 0,006\text{с}$



(b) $T_y = 0,0005\text{с}$, $T_{\text{я}} = 0,0006\text{с}$

Рисунок 7 – Графики переходных процессов при различных значениях постоянных времени

7 Анализ погрешности вызванной упрощением модели

Если T_y и T_{α} значительно меньше, чем механическая постоянная времени T_m , то для упрощения математической модели, аperiodические звенья можно заменить пропорциональными звеньями с коэффициентами передачи K_d и K_{α} . Схема моделирования упрощенной модели изображена на рисунке 9. Сравнения переходных характеристик полной и упрощенной модели - на рисунке 10.

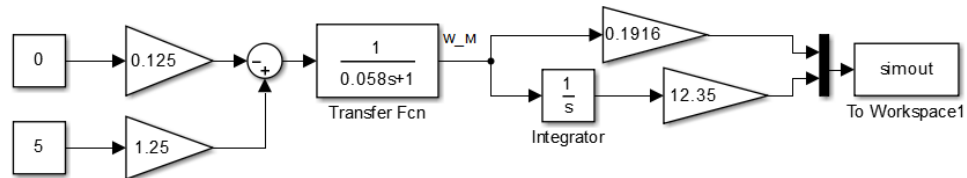
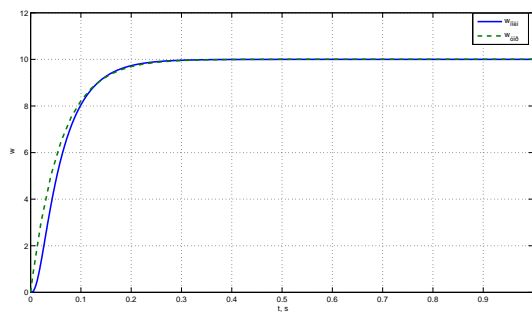
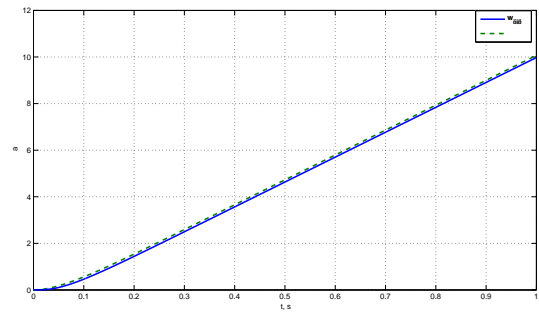


Рисунок 8 – Схема моделирования упрощенной модели



ω



α_m

Рисунок 9 – Графики переходных процессов упрощенной и полной модели при $M_{cm}=0$ Нм

8 Вывод математических моделей вход-состояние-выход для полной и упрощенной схем моделирования ЭМО

Полная модель ЭМО.

Для составления математической модели запишем формулы, характеризующие ЭМО, взятые из теории к данной лабораторной работе.

$$\begin{cases} T_{\text{Я}}\dot{I} + I = K_{\text{Д}}(U_{\text{Y}} - K_{\text{Е}}\omega) \\ M_{\text{Д}} - M_{\text{С}} = J_{\Sigma}\dot{\omega} \\ \dot{\alpha} = \omega \\ T_{\text{Y}}\dot{U}_{\text{Y}} + U_{\text{Y}} = K_{\text{Y}}U \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I} = -\frac{1}{T_{\text{Я}}}I + \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}}U_{\text{Y}} - \frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{Я}}}\omega \\ \dot{\omega} = \frac{K_{\text{м}}}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{С}} \\ \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{U}_{\text{Y}} = -\frac{1}{T_{\text{Y}}}U_{\text{Y}} + \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}}U \end{cases}, \quad (10)$$

где $M_{\text{Д}} = K_{\text{м}}I$.

Примем вектор состояния $X = [\alpha \ \omega \ I \ U_{\text{Y}}]^T$ и вектор входных воздействий $U = [U \ M_{\text{С}}]^T$, тогда исходя из (10) получим модель Вход-Состояние-Выход:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_{\text{Y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{\text{м}}}{J_{\Sigma}} & 0 \\ 0 & -\frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{Я}}} & -\frac{1}{T_{\text{Я}}} & \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\text{Y}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{С}} \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (11)$$

Подставив рассчитанные ранее значения, получим следующие матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36.9 & 0 \\ 0 & -62.85 & -142.86 & 150 \\ 0 & 0 & 0 & -125 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -85.83 \\ 0 & 0 \\ 1375 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Упрощенная модель.

Для составления упрощённой модели ЭМО постоянные времени T_{Y} и $T_{\text{Я}}$ приравняем к 0, так как их значение существенно меньше, чем значение механической постоянной времени $T_{\text{М}}$. Для получения упрощённой модели Вход-Состояние-Выход произведём соответствующие подстановки в уравнения для полной системы (10).

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -\frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}}\omega + \frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}}U - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{С}} \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases}, \quad (13)$$

и на основании полученной системы построим модель:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_M K_D K_E}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_M K_D K_E}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_C \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \end{cases} . \quad (14)$$

Подставив значения, получим матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -17.05 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 17.05 & -85.83 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Вывод

Были исследованы математические модели электромеханического объекта при различных параметрах внешних воздействий и при различных внутренних параметрах.

При исследовании влияния момента сопротивления на вид переходных процессов было выявлено, что при увеличении момента увеличивается установившееся значение тока якоря и уменьшается установившееся значение угловой скорости.

Исследование влияния момента инерции нагрузки выявило, что при его увеличении, увеличивается время переходных процессов.

Передаточное отношение редуктора влияет на установившееся значение, только при нагрузочном моменте.

Сравнение полной и упрощенной модели ЭМО подтверждает, что если в системе достаточно малые постоянные времени у электрических процессов по сравнению с механическими, то ими можно пренебречь и перейти к упрощенной модели.