1. Kompilacja i uruchamianie

Najpierw należy skompilować program (np. g++ N6.cpp -Wall -Wextra -Werror -o N6), a następnie uruchomić i zapisać wyniki (./N6 > data.txt).

2. Działanie programu

Program implementuje 4 metody iteracyjne do rozwiązywania układów równań liniowych. Każda metoda znajduje się w osobnej funkcji, które zwracają liczbę iteracji.

1. Metoda Jacobiego

Aby zaimplementować metodę Jacobiego, należy określić wstępne odgadnięcie rozwiązania, poziom tolerancji (znany również jako próg błędu) oraz maksymalną liczbę iteracji do wykonania. Algorytm przebiega następnie w następujący sposób:

1. Zainicjuj bieżące oszacowania zmiennych do początkowego przypuszczenia.
2. Dla każdej zmiennej xi w systemie oblicz nowe oszacowanie xi' na podstawie bieżących oszacowań innych zmiennych.
3. Sprawdź, czy różnica między aktualnymi a zaktualizowanymi szacunkami jest poniżej poziomu tolerancji. Jeśli tak, zatrzymaj algorytm i zwróć bieżące oszacowania jako rozwiązanie. Jeśli nie, zaktualizuj bieżące szacunki do zaktualizowanych szacunków i wróć do kroku 2.
4. Jeśli osiągnięto maksymalną liczbę iteracji, zatrzymaj algorytm i zwróć bieżące oszacowania jako rozwiązanie.

2. Metoda Gaussa-Seidla

Metoda Gaussa-Seidela jest algorytmem iteracyjnym, który rozpoczyna się od wstępnego zgadywania rozwiązania układu równań liniowych, a następnie wielokrotnie aktualizuje przypuszczenie za pomocą równań układu. Algorytm kończy działanie, gdy różnica między kolejnymi zgadnięciami spadnie poniżej pewnego progu (określonego przez zmienną epsilon w kodzie) lub gdy zostanie osiągnięta maksymalna liczba iteracji (określona przez zmienną max_itr).

3. Metoda Successive OverRelaxation

Metoda SOR jest podobna do metody Gaussa-Seidela, ale wykorzystuje współczynnik relaksacji w celu przyspieszenia zbieżności. Współczynnik relaksacji jest parametrem, który określa, o ile zaktualizowane oszacowanie zmiennej jest „zrelaksowane" w stosunku do poprzedniego oszacowania. Wartość 1 odpowiada metodzie Gaussa-Seidela, podczas gdy wartości mniejsze niż 1 powodują wolniejszą zbieżność, ale czasami mogą prowadzić do szybszej ogólnej zbieżności.

Aby zaimplementować metodę SOR, należy określić wstępne przypuszczenie rozwiązania, poziom tolerancji (znany również jako próg błędu), maksymalną liczbę iteracji do wykonania oraz współczynnik relaksacji.

Wyznaczenie współczynnika relaksacji:
1. Najpierw robimy k = 5 . . . 10 kroków metodą Gaussa-Seidela. Zapamiętujemy wartość $\Delta_k = ||x_{k-1} - x_k||$
2. Robimy jeszcze p > 1 kroków metodą Gaussa-Seidela. Zapamiętujemy wartość Δ_{k+p}.
3. Obliczamy optymalną wartość parametru relaksacji:

$$\omega = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \sqrt[p]{\Delta k + p \ / \Delta k}}}$$

4. Metoda Relaksacyjna (Richardsona)

Metoda Relaksacyjna polega na iteracyjnym poprawianiu początkowego przypuszczenia rozwiązania przy użyciu następującego wzoru:

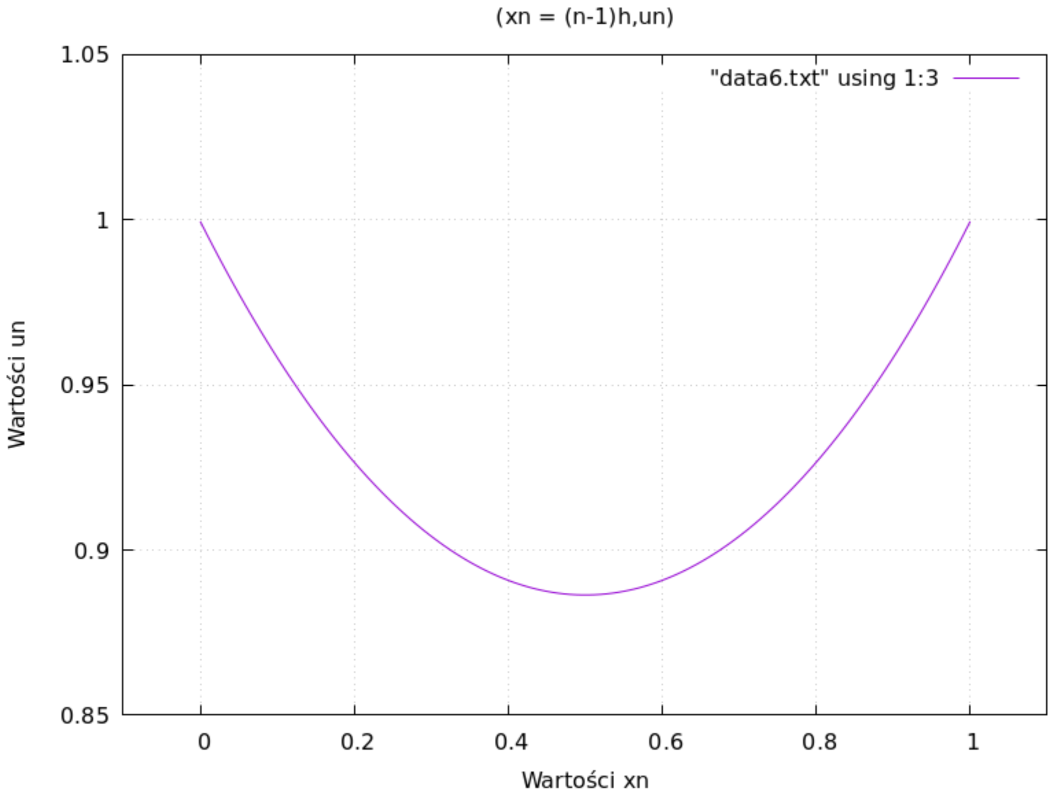
$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \gamma(b - Ax^{(k)})$$

gdzie $x^{(k)}$ jest aktualnym przybliżeniem rozwiązania, γ jest skalarem zwanym współczynnikiem relaksacji, a A i b są odpowiednio macierzą współczynników i wektorem po prawej stronie. Współczynnik relaksacji γ dobiera się tak, aby przyspieszyć zbieżność procesu iteracyjnego.

Proces iteracyjny jest powtarzany do momentu uzyskania zbieżności rozwiązania $x^{(k)}$ z zadowalającym poziomem dokładności lub do osiągnięcia maksymalnej liczby iteracji. Metoda Richardsona jest często stosowana jako warunek wstępny dla innych metod iteracyjnych, takich jak metoda gradientu sprzężonego, w celu poprawy szybkości konwergencji.

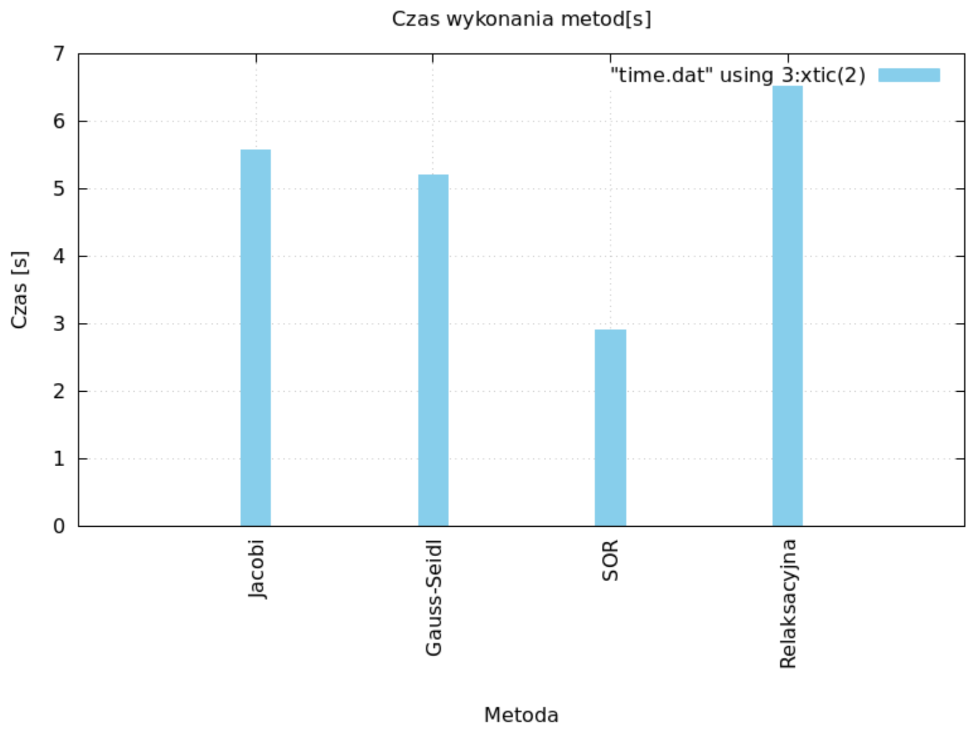
3. Wyniki

Porównanie z wynikami z zadania 5

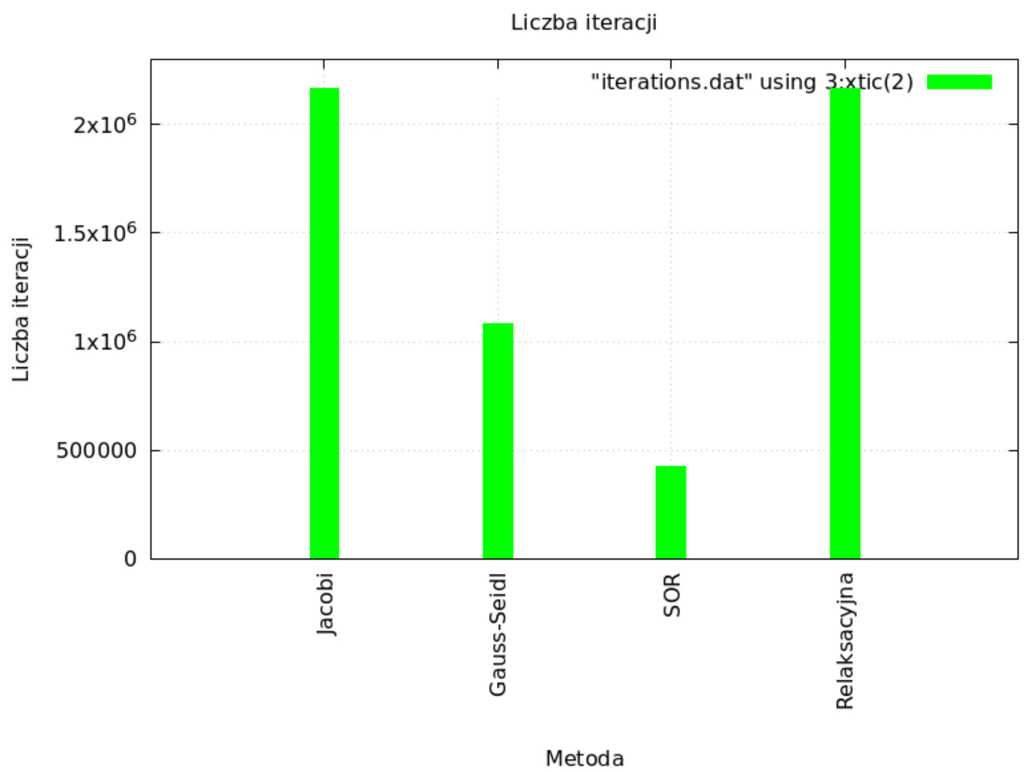


Dla każdej z 4 metod otrzymałem dokładnie taki sam wynik, powyższy jest dla metody Gaussa-Seidela. Wykres pokrywa się z tym z zadania N5.

Czas wykonania



Liczba iteracji



Jak widać, w obu "kategoriach" wygrywa metoda SOR.