



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

INFORME #11 - TRANSFERENCIA DE CALOR EN SUPERFICIES EXTENDIDAS.

Valentina Schäfer Vargas¹ · Laura Tatiana Lamprea Rocha² · Ana Lucía Hernández Gonzalez³

vschafer@unal.edu.co¹, llamprea@unal.edu.co², ahernandezgo@unal.edu.co³

Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería - Departamento de Ingeniería Química

Profesor: Gustavo Adolfo Orozco Alvarado

13 de junio de 2024

1. Justificación

En el campo de trabajo de la ingeniería química, especialmente en el diseño de equipos cuando se desea disipar calor o aumentar la tasa de transferencia de este, es indispensable el dominio del conocimiento sobre superficies extendidas. Es de vital importancia comprender el efecto de características geométricas y el material sobre su rendimiento. Además, es necesario el saber identificar cuando es pertinente o no considerar como válidas ciertas suposiciones matemáticas en el desarrollo de las ecuaciones que describen estas superficies.

2. Objetivos

2.1. General

Obtener y analizar los perfiles de temperatura estacionarios y transitorios de un tipo de aletas por medio del uso de una placa Arduino.

2.2. Específicos

- Obtener las conductividades térmicas de los materiales de las aletas estudiadas y los coeficientes de transferencia de calor del aire, el hielo y el agua en ebullición a partir de un ajuste de los datos experimentales.
- Comparar los perfiles de temperatura obtenidos para las diferentes aletas estudiadas con lo esperado teóricamente.
- Comprobar la validez de las suposiciones realizadas en las condiciones de frontera comparando los datos obtenidos con los esperados teóricamente.

3. Marco teórico

3.1. Ecuaciones de Transferencia de Calor

La razón de la transferencia de calor a través de un medio en una dirección específica es proporcional a la diferencia de temperatura entre uno y otro lados del medio y al área perpendicular a la dirección de la transferencia de calor, pero es inversamente proporcional a la distancia en esa dirección. Esto se expresa en forma diferencial por la ley de Fourier de la conducción de calor en forma unidimensional, como:

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{dT}{dx}$$

donde k es la conductividad térmica del material, que es una medida de la capacidad del material para conducir el calor y dT/dx es el gradiente de temperatura. En general, la conductividad térmica de un material varía con la temperatura. Pero se pueden obtener resultados suficientemente exactos al usar un valor constante para la conductividad térmica a la temperatura promedio.¹

Se considera convección como el mecanismo de transferencia de calor a través de un fluido, en presencia de un movimiento masivo de éste. La transferencia de calor por convección comprende movimiento de este fluido, así como conducción del calor. El movimiento del fluido mejora la transferencia de calor, ya que pone en contacto porciones más calientes y más frías de ese fluido, iniciando índices más altos de conducción en un gran número de sitios. Por lo tanto, la velocidad de la transferencia de calor a través de un fluido es mucho más alta por convección que por conducción. De hecho, entre más alta es la velocidad del fluido, mayor es la velocidad de la transferencia de calor.

La transferencia de calor por convección depende con intensidad de las propiedades viscosidad dinámica, conductividad térmica, densidad y calor específico del fluido, así como de la velocidad del fluido. También depende de la configuración geométrica y aspereza de la superficie sólida, además del tipo de flujo del fluido (el que sea laminar o turbulento). La razón de la transferencia de calor por este mecanismo es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa de manera conveniente por la ley de Newton de enfriamiento como:

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

Donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección [$\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$], A_s es el área superficial de transferencia de calor [m^2], T_s es la temperatura de la superficie [$^\circ C$] y T_∞ es la temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie [$^\circ C$]. El coeficiente de transferencia de calor por convección h se puede definir como la razón de la transferencia de calor entre una superficie sólida y un fluido por unidad de área superficial por unidad de diferencia en la temperatura.¹

Por último con respecto a la transferencia de calor por radiación, se produce cuando se emiten o absorben microondas, radiación infrarroja, luz visible u otra forma de radiación electromagnética. La transferencia a través de una capa de gas es por convección (o conducción, si el gas está inmóvil) y radiación simultáneamente. Los coeficientes de transferencia de calor por convección natural son muy bajos en comparación con los correspondientes a la convección forzada. Por lo tanto, en casos donde hay convección forzada suele descartarse la radiación, pero debe considerarse en los problemas de

convección natural en donde interviene un gas. La razón total de la transferencia de calor se determina sumando las componentes por convección y por radiación:

$$\dot{Q}_{Total} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{rad}$$

La tasa de transferencia de calor por radiación emitida desde una superficie a la temperatura T_s rodeada por superficies a una temperatura T_∞ (ambas en la unidad K de temperatura absoluta) se describe mediante la ley de Stefan-Boltzmann de radiación:

$$\dot{Q}_{rad} = \xi \sigma A_s (T_s^4 - T_\infty^4)$$

donde ξ es la emisividad de la superficie, A_s es el área superficial y σ es la constante de Stefan-Boltzmann, o sea $5.67 \cdot 10^8 \frac{W}{m^2 K^4}$.¹

3.2. Aletas

La razón de la transferencia de calor desde una superficie se expresa por la ley de Newton. Con esta ecuación existen dos maneras de incrementar la razón de la transferencia de calor: aumentar el coeficiente de transferencia de calor por convección, h , o aumentar el área superficial A_s . El aumento de h puede no ser práctico o adecuado. Por lo que la alternativa es aumentar el área superficial al agregar unas superficies extendidas llamadas aletas, hechas de materiales intensamente conductores. Las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie al exponer un área más grande a la convección y la radiación. El radiador del automóvil es un ejemplo de una superficie con aletas.

En el análisis de las aletas, se considera operación estacionaria sin generación de calor en la aleta y se supone que la conductividad térmica k del material permanece constante. También, por conveniencia en el análisis, se supone que el coeficiente de transferencia de calor por convección, h , es constante y uniforme sobre toda la superficie de la aleta.¹

3.3. Relación de los parámetros físicos con la temperatura

Algunos de los parámetros físicos que se manejan dentro del modelo matemático de las aletas son: la conductividad térmica k , la difusividad térmica α , el calor específico C_p , el coeficiente convectivo del aire h y el coeficiente convectivo del agua h_o . A continuación se detallará un poco sobre el efecto que tienen estos parámetros con la transferencia de calor y su relación con la temperatura.

- La conductividad térmica de un material es una medida de la capacidad del material para conducir calor. Los cristales y metales puros tienen las conductividades térmicas más elevadas, y los gases y los materiales aislantes, las más bajas; por ello, las aletas suelen estar hechas de materiales metálicos de alta k .

En los sólidos la conducción del calor se debe a dos efectos: las ondas reticulares de vibración inducidas por los movimientos de vibración de las moléculas, colocadas de manera periódica como red cristalina (componente reticular), y la energía transportada por medio del flujo libre de electrones en el sólido (componente electrónica). Las conductividades térmicas más o menos elevadas de los metales puros se deben principalmente a la componente electrónica.¹

Una característica general de este mecanismo es que los electrones pueden ser vistos como partículas u ondas. La vibración creciente de la red cristalina al aumentar la temperatura resulta en una disminución de la conductividad térmica. De manera similar, el desorden estructural creado por las impurezas químicas da como resultado una disminución similar en la conductividad térmica, ya que interfiere con el movimiento de la forma de onda. Por ello, las aleaciones metálicas tienden a tener conductividades térmicas más bajas que el metal puro.²

- El calor específico se define como la energía requerida para elevar en un grado la temperatura de una unidad de masa de una sustancia. Una sustancia cuyo volumen específico (o densidad específica) no cambia con la temperatura o la presión se conoce como sustancia incompresible. Los volúmenes específicos de los sólidos y los líquidos permanecen constantes durante un proceso y, por lo tanto, se pueden aproximar como sustancias incompresibles sin mucho sacrificio en la exactitud.¹
- La difusividad térmica de un material se puede concebir como la razón entre el calor conducido a través del material y el calor almacenado por unidad de volumen. Un material que tiene una alta conductividad térmica o una baja capacidad calorífica tiene una gran difusividad térmica. Entre mayor sea la difusividad térmica, más rápida es la propagación del calor por el medio. Una baja difusividad térmica significa que, en su mayor parte, el calor es absorbido por el material y una pequeña cantidad de ese calor será conducida a través de él.¹
- Cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección es muy grande ($h \rightarrow \infty$), la resistencia a la convección se hace cero y $T_s = T_\infty$. Es decir, la superficie no ofrece resistencia a la convección y, por lo tanto, no desacelera el proceso de transferencia de calor. Se tiende a esta situación en la práctica en las superficies en donde ocurren ebullición y condensación. En ese sentido, cuando el ($h \rightarrow \infty$) la transferencia de calor se da sin resistencias.¹

3.4. Eficiencia de una aleta

La eficiencia de una aleta se define como la razón entre el calor real transferido y el calor transferido en el caso donde toda la aleta se encuentra a la temperatura de la base (isotérmica).¹ Como se muestra en la ecuación 1.

$$\eta = \frac{-kA \frac{dT}{dx}|_{x=0}}{hLP(T_o - T_a)} \quad (1)$$

3.5. Transferencia de calor en estado estacionario

Para el caso de las superficies extendidas o aletas, solo se presenta transferencia de energía en forma de calor. En el caso de estado estacionario el balance de energía se muestra a continuación:

$$\dot{q}_{in} = \dot{q}_{out}$$

Haciendo el análisis para un elemento diferencial de volumen de la aleta, y teniendo en cuenta que para el caso de calentamiento de la misma, el calor que entra es por conducción y el que sale es por conducción y convección se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{in} &= \dot{q}_x = -k(A_{cd} \frac{dT}{dx})_x \\ \dot{q}_{out} &= \dot{q}_{x+\Delta x} + hA_{cv}(T - T_\infty) = -k(A_{cd} \frac{dT}{dx})_{x+\Delta x} + hA_{cv}(T - T_\infty) \end{aligned}$$

Se asume que la transferencia de calor es unidimensional. Igualando las ecuaciones, dividiendo sobre Δx y tomando el límite cuando este tiende a cero, para el caso de área constante se obtiene:

$$kA_{cd} \frac{d^2T}{dx^2} = hP(T - T_\infty)$$

Haciendo un cambio de variable $\theta = T - T_\infty$ y tomando $m^2 = \frac{hP}{kA_{cd}}$, al resolver la ecuación diferencial se obtienen soluciones hiperbólicas:

$$\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

Aplicando las condiciones de frontera de temperatura constante en un extremo $\theta(0) = T_b - T_\infty$ y el otro extremo libre con convección al ambiente $\frac{d\theta(L)}{dx} + \frac{h}{k}\theta(L) = 0$ se encuentran las constantes C_1 y C_2 obteniendo:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh(m(x - L)) - \frac{h}{mk} \operatorname{senh}(m(x - L))}{\cosh(mL) + \frac{h}{mk} \operatorname{senh}(mL)}$$

3.6. Transferencia de calor en estado transitorio

Para el estado transitorio se debe tener en cuenta el calor acumulado, así como la dependencia temporal de T . El balance de energía correspondiente es:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{in} &= \dot{q}_{out} + \dot{q}_{acu} \\ \dot{q}_{acu} &= mC_p \frac{dT}{dt} = \rho A_{cd} \Delta x C_p \frac{dT}{dt} \end{aligned}$$

Al reemplazar los términos correspondientes en el balance de materia, dividir sobre Δx y tomar el límite cuando este tiende a cero, se tiene:

$$k \frac{\partial(A_{cd} \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} - hP(T - T_\infty) = C_p \rho A_{cd} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Cuando el área transversal o de conducción no es constante, dependiendo la geometría de la aleta se puede llegar a diferentes ecuaciones especiales, por ejemplo en el caso de una aleta cilíndrica, la parte espacial corresponde a una ecuación de Bessel modificada. En el caso de A_{cd} es constante, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 Tt}{\partial x^2} - m^2 Tt = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial Tt}{\partial t}$$

Donde $m^2 = \frac{hP}{kA_{cd}}$ y $\alpha = \frac{k}{C_p \rho}$. Esta ecuación se puede resolver usando el método de variables separables.

La ecuación final corresponde a la suma de la solución estacionaria y la solución transitoria, en este caso con condiciones de frontera de Robin en $x=0$ y de Neumann en $x=L$, donde se considera este extremo aislado.

3.7. Radiación

Generalmente en los balances de energía se desprecia la transferencia de calor por radiación, esto se debe principalmente a que la resistencia a la transferencia por radiación es considerablemente mayor a la resistencia convectiva la cual se encuentra en paralelo con esta, haciendo que el valor de la resistencia equivalente sea prácticamente igual a la convectiva, por lo cual se realiza la aproximación de que todo el calor se transfiere por este mecanismo.

4. Materiales y equipos

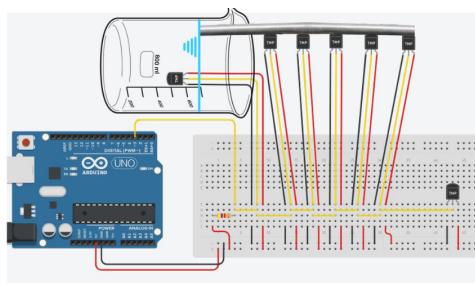


Figura 1: Montaje y circuito para aleta en forma de varilla.

Para el montaje del circuito eléctrico, el cual se muestra en la Figura 1, se utilizó una placa Arduino Uno, una protoboard, cables Dupont macho-macho para conectar la protoboard con la placa de Arduino, cables reciclados de una conexión de casa para hacer las conexiones sobre la protoboard, 8 borneras de 3 pines para cada sensor, alambre para circuitos en protoboard, una resistencia de $4.7\text{ K}\Omega$, 1 sonda con sensor DS18B20 y 7 sensores DS18B20. Cabe mencionar que, por problemas de hardware no fue posible realizar el experimento con la transmisión de datos por Wi-Fi. El circuito armado para las mediciones se ilustra en la Figura 3, en esa figura también se ilustra la interfaz de usuario del código en VisualBasic que recibía las temperaturas de los sensores, las graficaba según la posición del sensor sobre la barra en tiempo real y por último almacenaba los datos de cada medición en un archivo de excel.

Es necesario mencionar que para utilizar los sensores DS18B20 estos se deben calibrar previamente. Su calibración se especifica dentro de la metodología y para ello se utilizó un baño termostatado que se manejó en una temperatura de entre 9°C y 50°C . En la Figura 2, se muestra el baño utilizado y un sensor al momento de ser calibrado a 50°C .

Para tomar los perfiles de temperatura en las aletas se utilizaron varillas metálicas, las cuales se especifican en la Tabla 2. Además, se utilizaron 2 beakers de 250ml, dos beakers de 500ml, dos soportes universales, una pinza de soporte universal, dos planchas de caleamiento, un rollo de papel aluminio, cinta adhesiva, un marcador, una regla, guantes de carnaza, pasta térmica un termómetro y una pipeta con jeringa. Para la parte del software se utilizó un código en Arduino que recibía la información de la placa y a su vez un código en VisualBasic el cual permitía generar gráficos de la temperatura en tiempo real y almacenarlos en un archivo de Excel.

El montaje en estructura se realizó de forma parecida al que se muestra en la Figura 1a, sin embargo fue un poco diferente dependiendo de la temperatura del agua, por lo que se realizó con hielo y agua caliente. Estos montajes se muestran en la Figura 4. Más adelante se menciona detalladamente como se ejecutó las toma de datos con estos montajes para que en todo momento se aseguraran las condiciones de frontera y de operación que se plantean en el modelo matemático.

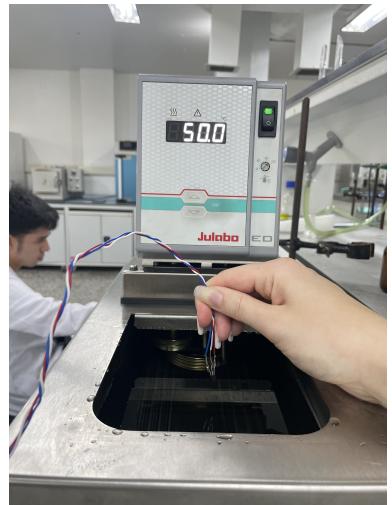
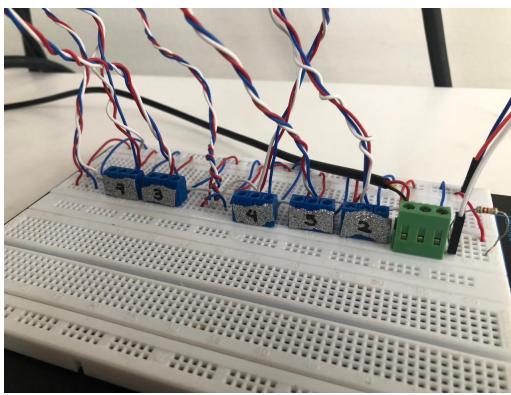
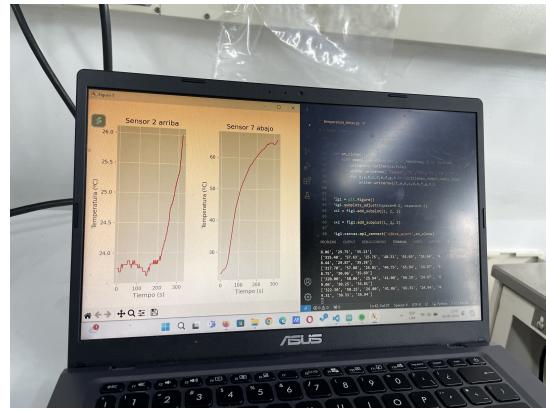


Figura 2: Calibración de sensor DS18B20 en baño termostatado (50°C).

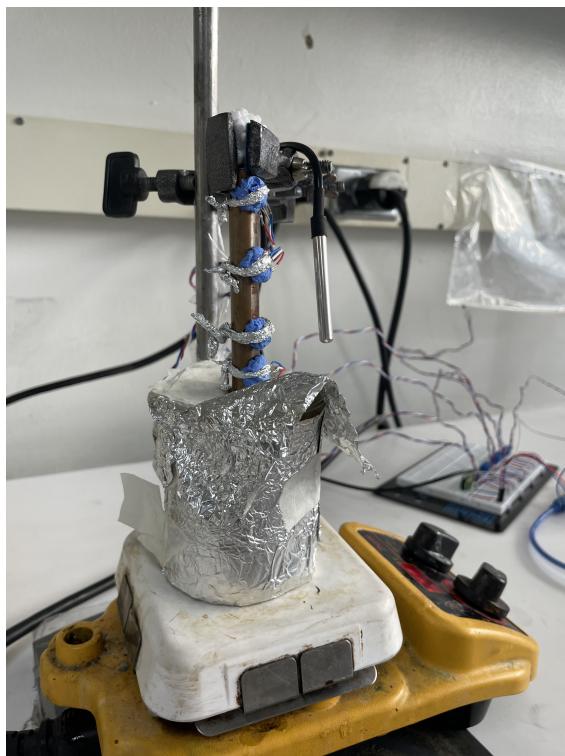


(a) Circuito experimental para la toma de datos.

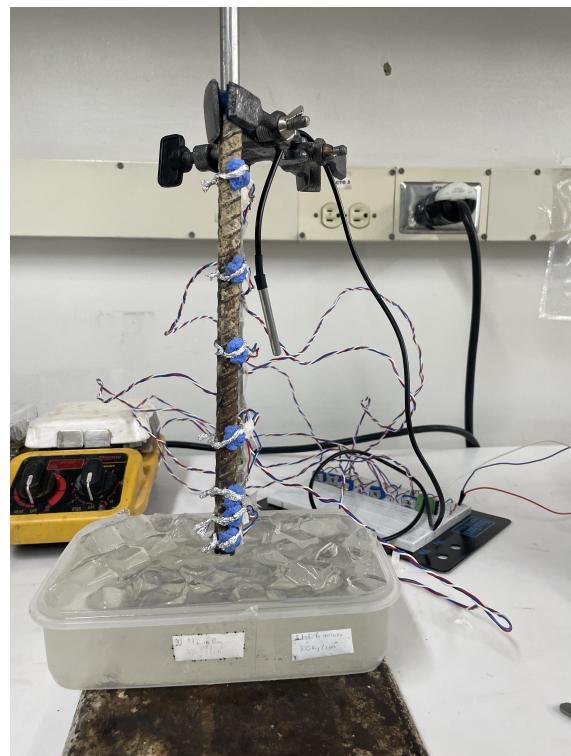


(b) Interfaz de usuario.

Figura 3: Circuito experimental e interfaz de usuario para la toma de datos



(a) Montaje con agua en punto de ebullición utilizando la barra de hierro de 10cm de cobre.



(b) Montaje con hielo utilizando la barra de hierro de 25cm.

Figura 4: Montaje de las varillas para medir los perfiles de temperatura con hielo y agua en punto de ebullición.

5. Procedimiento

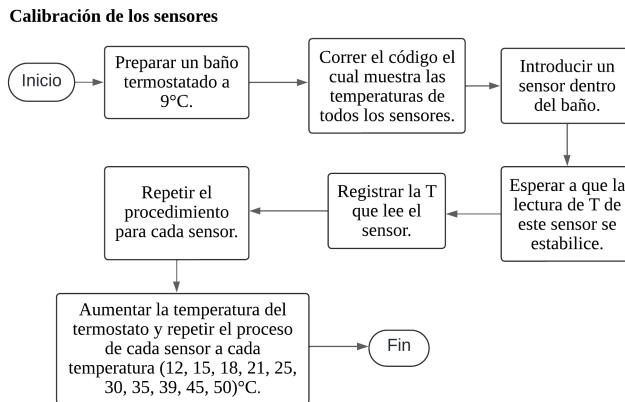


Figura 5: Diagrama de proceso para realizar la calibración de los sensores utilizados en el montaje para temperaturas entre 9°C y 50°C

Armado del Montaje y toma de medidas para T fría.

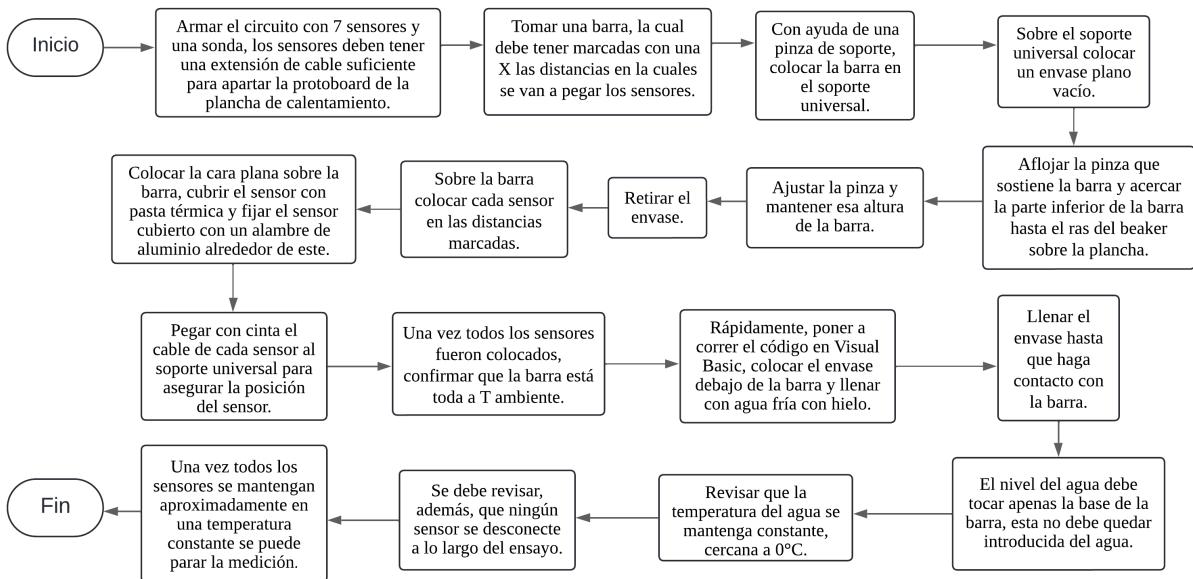


Figura 6: Diagrama de proceso para realizar las medidas del perfil de temperaturas en agua en punto de ebullición.

Armando del Montaje y toma de medidas para T Caliente.

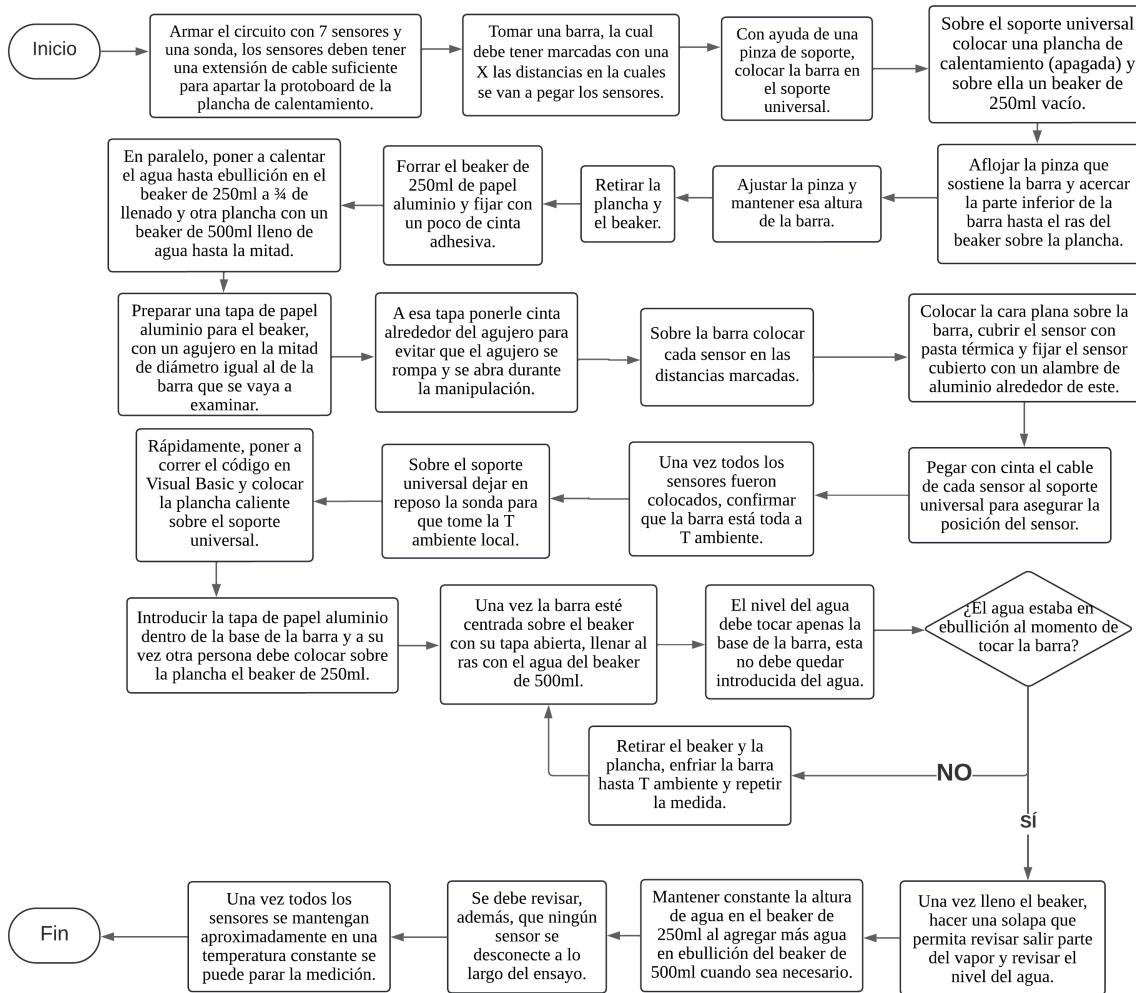


Figura 7: Diagrama de proceso para realizar las medidas del perfil de temperaturas en hielo.

6. Tabla de datos

En la Tabla 1 se encuentran las propiedades de los materiales empleados en la presente práctica donde ρ es la densidad, C_p la capacidad calorífica y k la conductividad térmica.

Tabla 1: Propiedades de los materiales.

Material	$\rho(\frac{kg}{m^3})$	$C_p(\frac{J}{gK})$	$k(\frac{W}{mK})$
Cobre	8960 ³	0.407 ⁴	401 ³
Hierro	7800 ⁵	0.512 ⁵	79.5 ⁵
Desconocido barra	9820.117	-	-
Puntilla	8352.000	-	-

En la Tabla 2 se reportan las características geométricas de las barras empleadas en la práctica.

Tabla 2: Características geométricas de las barras.

Barra	Material	Longitud (cm) $\pm 0,1$	Diámetro (mm) $\pm 0,01$
1	Cobre	50	14.18
2	Cobre	25	12.70
3	Cobre	14.4	12.70
4	Cobre	9.7	12.70
5	Hierro	25	12.38
6	Desconocido barra	25	8.15
7	Desconocido puntilla	5.1	2.7

En la Tabla 3 se presentan algunas propiedades del agua, donde h_o corresponde al coeficiente de película y h al coeficiente de convección libre del aire.

Tabla 3: Propiedades de agua.

$T_{ebullicion}$ exp. ($^{\circ}C$) $\pm 0,5$	89
T_{fusion} exp. ($^{\circ}C$) $\pm 0,5$	1
h_o hielo ($\frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C}$)	30 - 300
h_o agua bullente ($\frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C}$)	3000 - 6000
h ($\frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C}$)	5 - 25

7. Muestra de cálculo

7.1. Optimización parámetros

Para realizar la optimización de las variables h , h_o y k , inicialmente se debe aplicar la corrección por calibración a cada una de las medidas realizadas, posteriormente se organizan los datos según la posición espacial de cada sensor, se determina el valor medio de la temperatura ambiente durante el ensayo y la temperatura del medio (agua), al igual que otros valores geométricos y propiedades del material. Inicialmente se plantean 3 métodos de optimización, ajustando los datos de temperatura vs tiempo en cada sensor, ajustando los datos de temperatura vs posición una vez se ha alcanzado el estado estable usando la ecuación con la condición de extremo aislado, y ajustando los datos de temperatura vs posición con la condición de extremo con transferencia de calor al ambiente. Para hacer cada uno de los ajustes se emplea la librería de Python Scipy, específicamente con el método 'Nelder-Mead'. En el primer caso de optimización, se usa la solución de la ecuación diferencial teniendo en cuenta la parte transitoria, por lo cual, para hallar los valores propios del problema se usa el método de la bisección, en general se emplearon 10 términos de la serie de Fourier para la solución, pues con estos términos se alcanza un balance entre una buena aproximación de la función y un eficiente tiempo de cálculo. En el caso de las optimizaciones para las barras 6 y 7 se adicionó el C_p como variable de la optimización, pues al no tener conocimiento del material tampoco se tenía conocimiento de este.

7.2. Propagación de incertidumbre

Los métodos de optimización en general son dependientes de los valores iniciales, por esto cada optimización se realizó entre 3 y 5 veces variando los valores iniciales dentro de un rango que mantuviera una coherencia con su significado físico, El valor reportado corresponde al promedio de los valores encontrados, y su incertidumbre a la desviación estándar de los mismos.

7.3. Cálculo de la eficiencia de aleta

Al tener una expresión analítica para la temperatura en el estado estacionario es posible hallar una expresión para la eficiencia de aleta siguiendo la ecuación 1. Para este caso esa expresión se muestra en la ecuación 2. Los parámetros h , h_0 y k se tomaron de las optimizaciones previamente realizadas para cada barra.

$$\eta = \frac{(T_m - T_a)h \operatorname{sech}(mL)}{mL(T_o - T_a)(\operatorname{mksinh}(mL) + h \operatorname{cosh}(mL))} \quad (2)$$

8. Resultados

En la Tabla 4 se encuentran los parámetros obtenidos para el ajuste lineal de la calibración de cada uno de los sensores junto a la incertidumbre asociada a cada uno de estos.

Tabla 4: Parámetros del ajuste lineal de la calibración de cada sensor ($T_{Real} = m \cdot T_{Sensor} + b$).

Sensor	m	Incertidumbre	b	Incertidumbre	R^2
1	1.163	0.019	-5.016	0.555	0.998
2	1.152	0.016	-4.461	0.466	0.998
3	1.170	0.013	-5.282	0.375	0.999
4	1.152	0.012	-4.181	0.361	0.999
5	1.154	0.016	-4.645	0.496	0.998
6	1.139	0.008	-4.065	0.228	0.999
7	1.165	0.014	-5.011	0.422	0.999
Sonda	1.004	0.007	-0.071	0.199	0.999

A partir de las medidas experimentales se realizaron los diferentes ajustes explicados anteriormente para cada una de las barras, los datos experimentales junto con los ajustes realizados y su respectivos coeficientes de determinación se muestran en las Figuras 8 a 20.

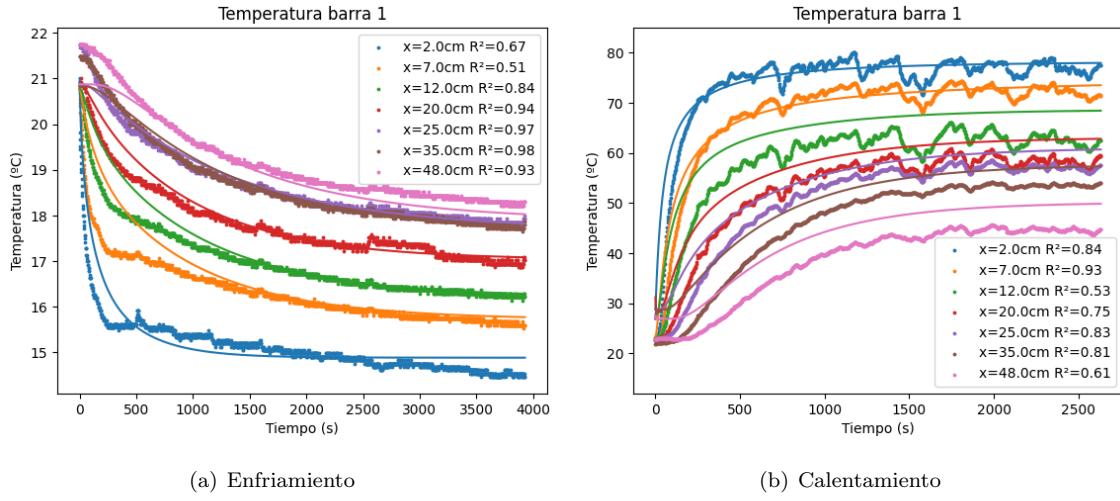


Figura 8: Temperatura vs. tiempo barra 1.

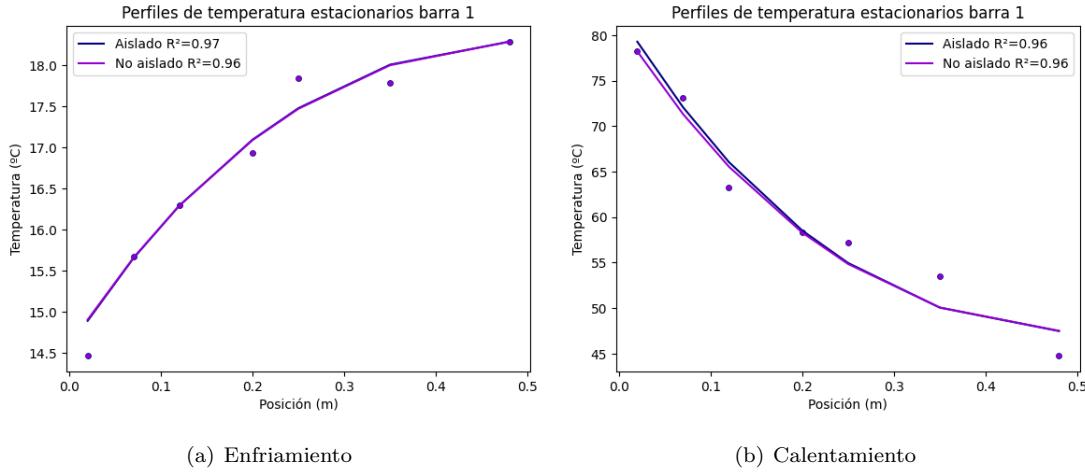


Figura 9: Perfiles de temperatura estacionarios barra 1.

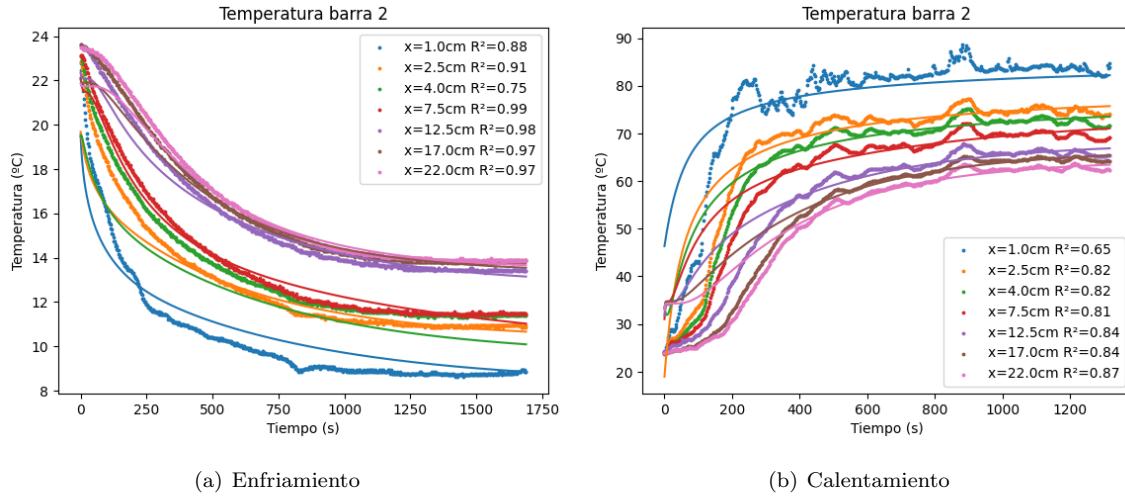


Figura 10: Temperatura vs. tiempo barra 2.

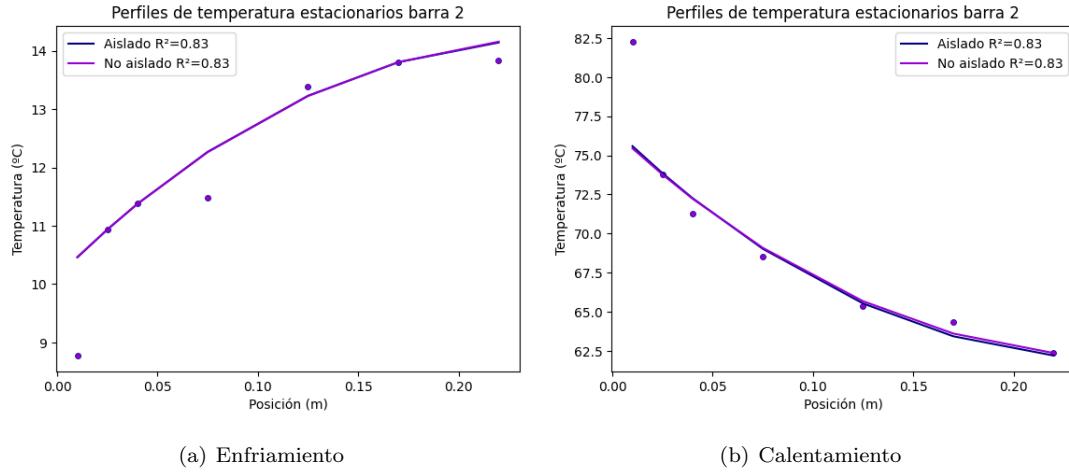


Figura 11: Perfiles de temperatura estacionarios barra 2.

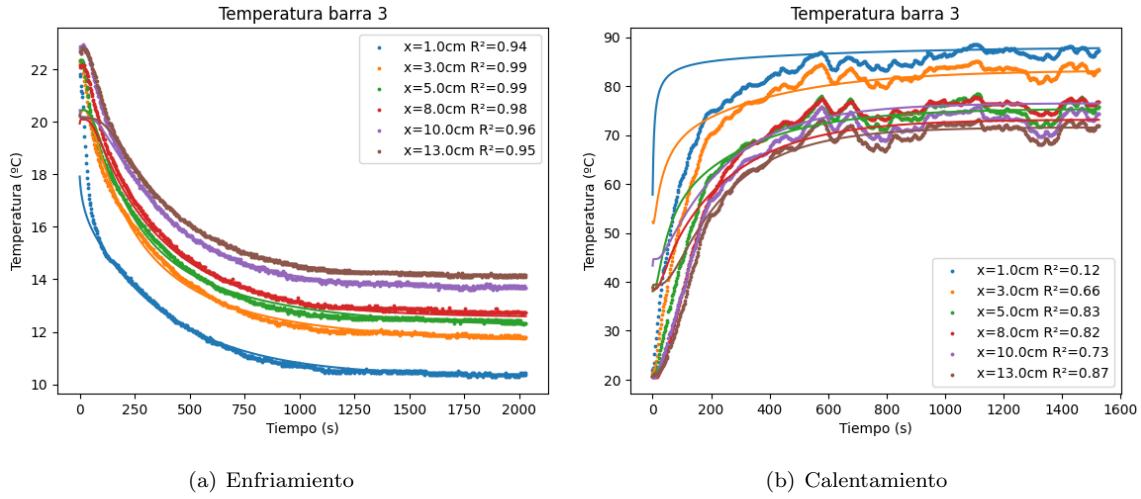


Figura 12: Temperatura vs. tiempo barra 3.

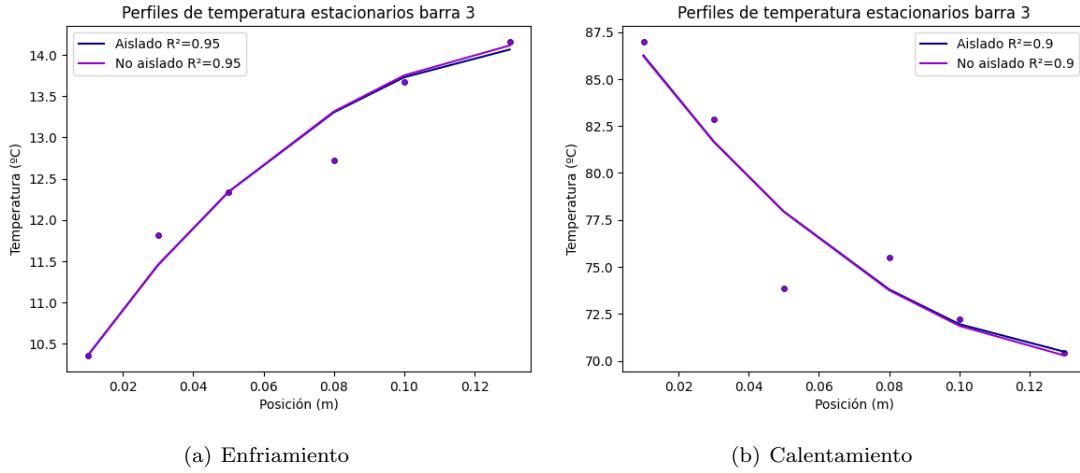


Figura 13: Perfiles de temperatura estacionarios barra 3.

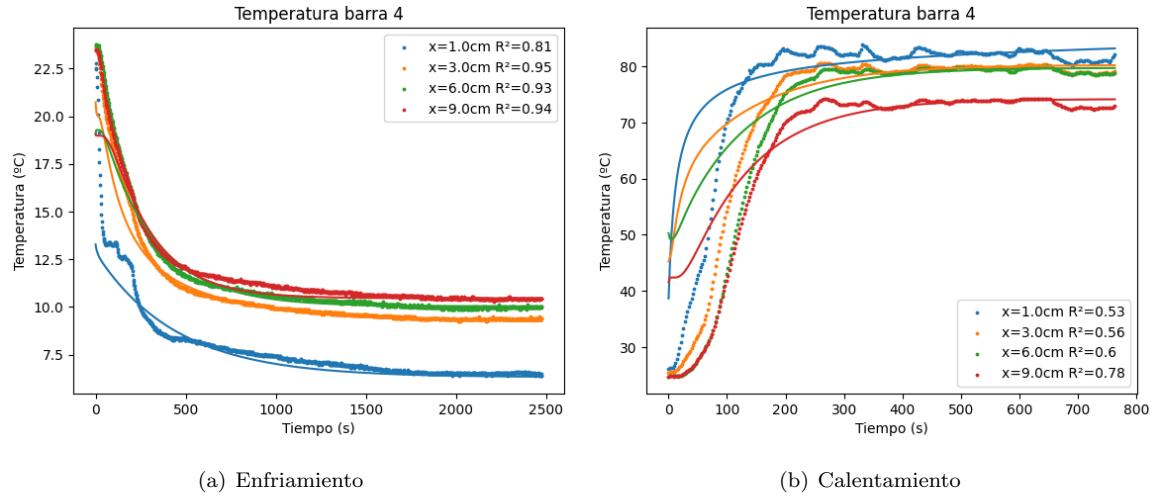


Figura 14: Temperatura vs. tiempo barra 4.

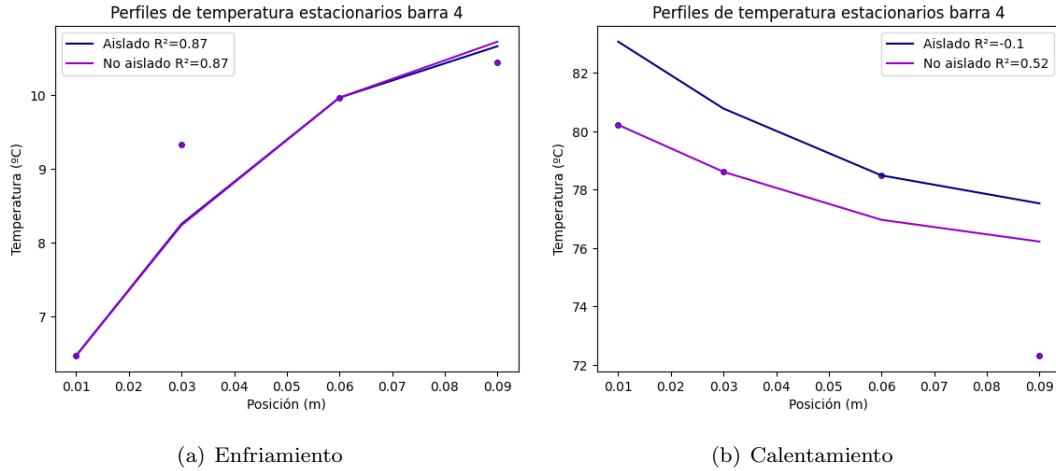


Figura 15: Perfiles de temperatura estacionarios barra 4.

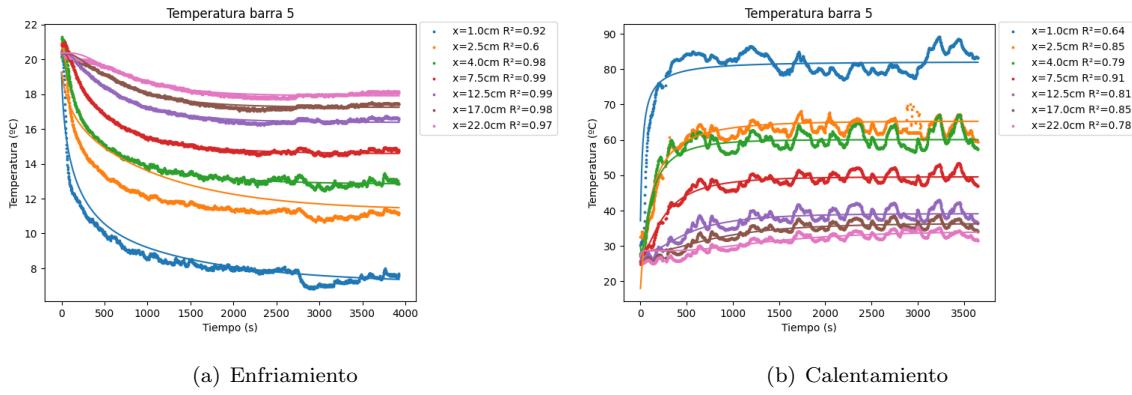


Figura 16: Temperatura vs. tiempo barra 5.

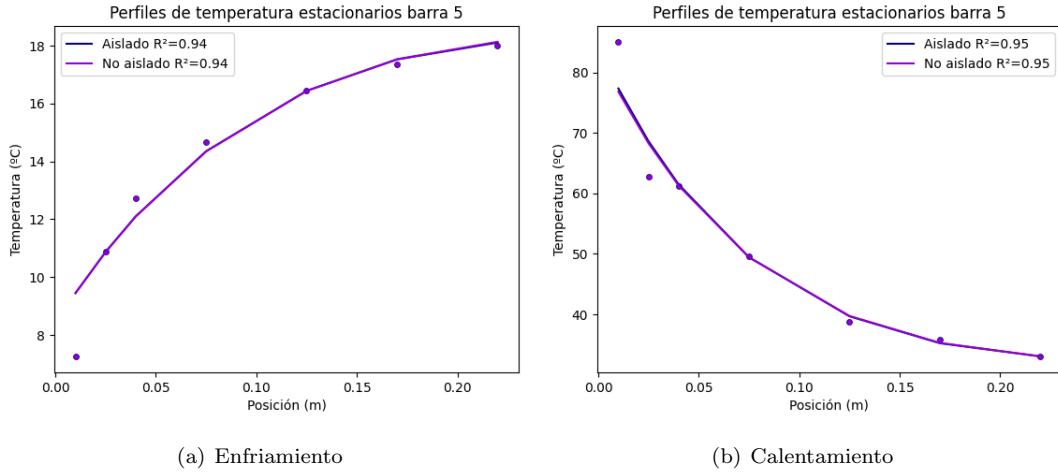


Figura 17: Perfiles de temperatura estacionarios barra 5.

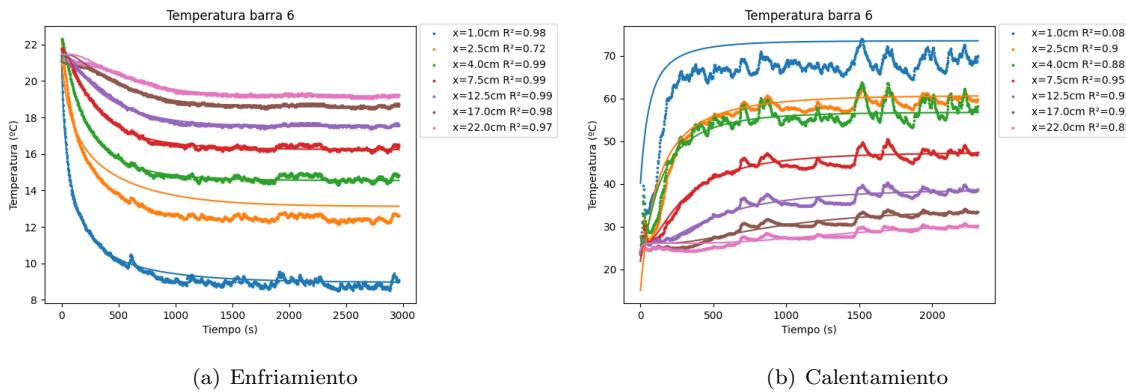


Figura 18: Temperatura vs. tiempo barra 6.

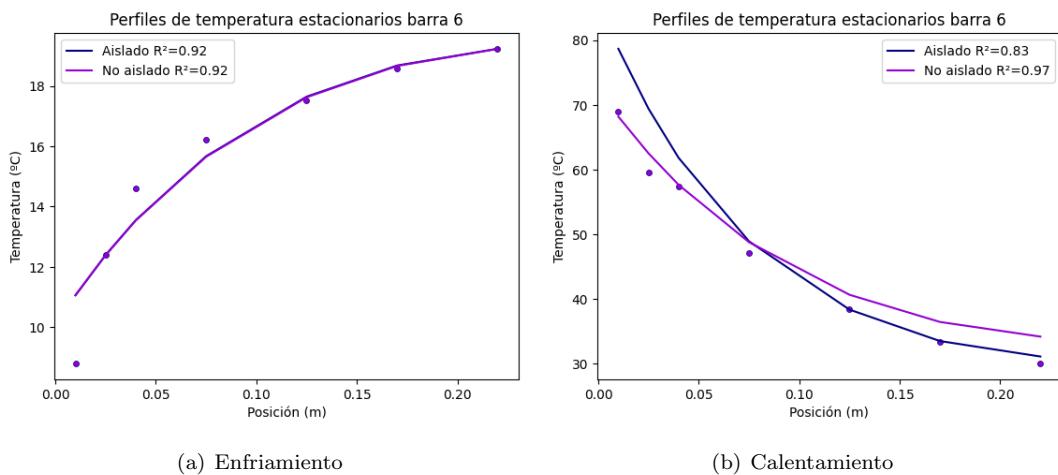


Figura 19: Perfiles de temperatura estacionarios barra 6.

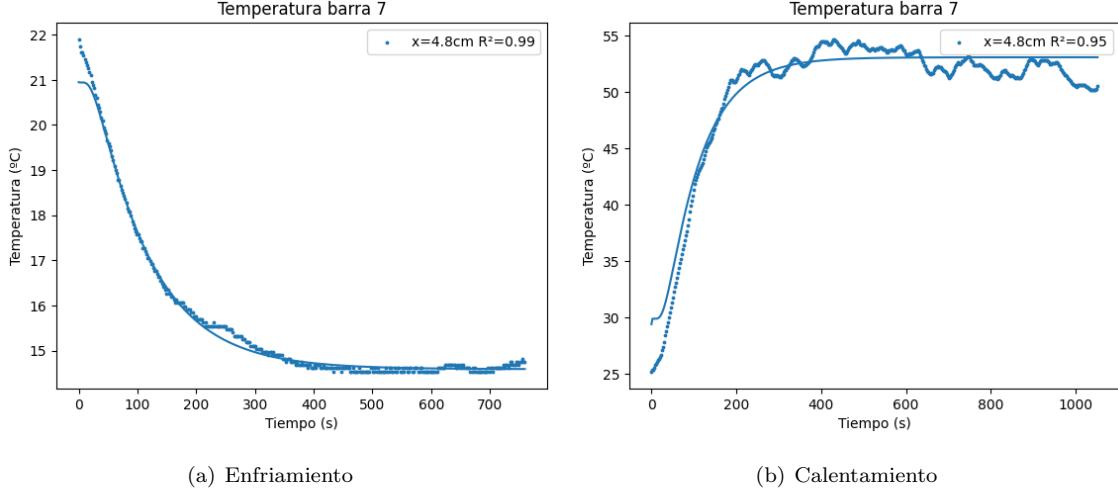


Figura 20: Temperatura vs. tiempo barra 7.

Los parámetros optimizados en cada ajuste con su respectiva incertidumbre se muestran en las Tablas 5 a 11. Es importante resaltar que para la barra 7 el ajuste solo se realizó con base a la evolución temporal de la temperatura en el único sensor presente, pues para esta no se tiene una distribución espacial para realizar la optimización a partir del estado estacionario.

Tabla 5: Parámetros optimizados a partir de los datos de la barra 1.

-	Enfriamiento				Calentamiento			
Sensor	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$	E k (%)	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$	E k (%)
0	899.92	27.87	474.49	18.326	5,108.60	7.17	56.64	85.876
Incertidumbre	194.42	9.40	25.16	-	0.00	0.00	0.00	-
1	451.14	11.10	472.92	17.936	93,419.04	5.59	109.65	72.655
Incertidumbre	183.02	5.65	24.72	-	8,964.38	0.06	1.22	-
2	420.24	10.24	500.00	24.688	68,313.48	11.16	271.96	32.179
Incertidumbre	174.01	5.17	0.00	-	54,882.67	2.28	197.49	-
3	426.32	11.16	500.00	24.688	68,189.09	10.58	324.76	19.012
Incertidumbre	188.62	5.68	0.00	-	55,098.11	1.31	151.76	-
4	278.01	8.45	400.36	0.159	26,865.46	9.83	353.43	11.862
Incertidumbre	113.95	4.18	104.63	-	19,773.44	0.61	126.93	-
5	329.15	8.67	474.54	18.340	67,842.31	9.83	371.08	7.461
Incertidumbre	139.95	4.29	56.92	-	55,697.87	0.19	111.65	-
6	356.07	8.77	364.30	9.153	47,967.29	11.93	346.08	13.697
Incertidumbre	163.58	4.34	75.86	-	49,303.01	0.06	133.33	-
Completa (asilado)	471.28	12.00	368.40	8.130	10,489.03	14.35	401.60	0.150
Incertidumbre	145.50	3.70	113.74	-	2,450.81	3.34	121.14	-
Completa (no asilado)	451.94	11.46	357.92	10.743	7,890.58	12.86	376.04	6.225
Incertidumbre	147.93	3.75	117.16	-	3,622.96	5.90	172.66	-

Tabla 6: Parámetros optimizados a partir de los datos de la barra 2.

-	Enfriamiento				Calentamiento			
Sensor	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)
0	1,353.64	5.86	170.02	57.602	44,941.36	1.02	8.40	97.906
Incertidumbre	709.77	3.64	223.18	-	47,470.81	0.02	6.65	-
1	1,270.47	8.50	355.26	11.407	96,363.16	2.93	17.91	95.533
Incertidumbre	257.56	2.75	193.78	-	6,299.19	0.07	0.14	-
2	1,325.06	6.51	218.56	45.497	100,000.00	3.39	33.09	91.749
Incertidumbre	26.38	3.30	256.92	-	0.00	0.00	0.00	-
3	5,000.00	4.28	48.61	87.878	96,778.48	6.19	85.17	78.760
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	5,579.83	0.01	0.15	-
4	4,999.93	10.09	104.10	74.041	99,999.89	9.91	144.36	64.001
Incertidumbre	0.15	0.00	0.03	-	0.20	0.00	0.00	-
5	5,000.00	11.89	148.61	62.941	99,994.83	10.02	167.09	58.332
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	8.96	0.00	0.00	-
6	5,000.00	11.77	164.76	58.912	100,000.00	10.87	179.82	55.156
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	0.00	0.00	0.00	-
Completa (asilado)	1,252.83	9.90	230.94	42.408	3,154.14	12.17	304.52	24.059
Incertidumbre	708.25	5.60	130.56	-	1,835.74	7.35	200.17	-
Completa (no asilado)	1,129.54	8.84	210.10	47.606	4,052.02	15.66	411.34	2.578
Incertidumbre	453.20	3.55	84.30	-	1,512.78	5.85	153.57	-

Tabla 7: Parámetros optimizados a partir de los datos de la barra 3.

-	Enfriamiento				Calentamiento			
Sensor	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)
0	731.61	14.80	294.87	26.465	53,411.30	1.55	47.80	88.080
Incertidumbre	3.28	0.29	114.67	-	48,708.04	0.96	71.90	-
1	790.11	11.21	10.77	97.313	5,160.76	4.65	92.10	77.032
Incertidumbre	68.78	0.10	1.14	-	0.00	0.00	0.00	-
2	4,638.66	13.41	16.27	95.943	10,992.87	11.24	88.18	78.010
Incertidumbre	593.77	0.06	0.39	-	0.00	0.00	0.00	-
3	3,322.98	17.46	41.92	89.545	100,000.00	11.55	94.92	76.330
Incertidumbre	1,165.35	0.13	3.62	-	0.00	0.00	0.00	-
4	4,085.44	19.49	44.65	88.865	100,000.00	8.62	110.74	72.384
Incertidumbre	608.69	0.05	1.07	-	0.00	0.00	0.00	-
5	2,588.44	21.03	56.99	85.788	100,000.00	11.89	111.52	72.190
Incertidumbre	3.19	0.00	0.02	-	0.00	0.00	0.00	-
Completa (asilado)	472.44	10.98	58.83	85.328	64,348.83	3.27	28.01	93.016
Incertidumbre	336.51	7.82	41.91	-	31,034.67	1.97	16.91	-
Completa (no asilado)	1,216.08	27.83	152.33	62.013	53,760.14	4.30	37.87	90.555
Incertidumbre	1,561.05	35.72	195.54	-	25,375.37	4.13	37.47	-

Tabla 8: Parámetros optimizados a partir de los datos de la barra 4.

-	Enfriamiento				Calentamiento			
Sensor	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)
0	577.34	8.17	304.80	23.990	96,656.30	2.82	14.36	96.419
Incertidumbre	68.36	0.55	267.29	-	0.00	0.00	0.00	-
1	3,844.30	13.87	11.63	97.099	12,902.13	15.90	98.65	75.398
Incertidumbre	1,336.82	0.24	0.93	-	0.00	0.00	0.00	-
2	4,998.99	17.70	28.79	92.821	100,000.00	12.88	101.83	74.606
Incertidumbre	2.02	0.14	0.24	-	0.00	0.00	0.00	-
3	3,086.88	20.48	43.89	89.055	99,999.98	19.07	101.77	74.620
Incertidumbre	1,147.56	0.24	3.08	-	0.00	0.00	0.00	-
Completa (asilado)	1,063.54	15.60	46.32	88.449	10,231.65	27.31	317.91	20.720
Incertidumbre	636.85	9.34	27.74	-	8,810.86	7.85	171.45	-
Completa (no asilado)	1,238.31	17.75	55.09	86.261	5,628.54	25.91	433.31	8.058
Incertidumbre	673.21	9.65	29.95	-	1,500.39	6.91	115.51	-

Tabla 9: Parámetros optimizados a partir de los datos de la barra 5.

-	Enfriamiento				Calentamiento			
Sensor	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	E k (%)
0	670.26	4.95	60.69	21.382	8,918.71	7.62	26.14	47.726
Incertidumbre	306.64	3.61	13.98	-	0.31	0.00	0.00	-
1	426.92	6.72	151.56	203.114	39,081.72	10.77	8.90	82.203
Incertidumbre	242.14	5.22	195.07	-	33,911.72	2.35	3.21	-
2	505.10	11.44	66.42	32.837	99,999.99	18.60	22.78	54.448
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	0.01	7.01	8.74	-
3	632.08	13.02	48.40	3.209	63,993.80	16.68	26.94	46.120
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	42,778.15	0.01	0.52	-
4	625.47	15.44	76.78	53.564	61,908.86	16.44	26.44	47.115
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	34,230.12	0.01	0.09	-
5	530.20	16.54	105.28	110.562	29,516.98	13.85	27.50	44.996
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	0.00	0.00	0.00	-
6	513.53	17.14	98.33	96.657	52,850.74	10.98	22.38	55.238
Incertidumbre	0.00	0.00	0.00	-	0.00	0.00	0.00	-
Completa (asilado)	363.17	6.66	23.86	52.276	9,729.78	34.47	63.83	27.669
Incertidumbre	234.95	4.31	15.44	-	7,892.80	23.27	42.63	-
Completa (no asilado)	458.98	8.39	30.30	39.394	7,400.57	29.98	56.82	13.631
Incertidumbre	158.25	2.89	10.45	-	4,222.81	15.42	29.03	-

Tabla 10: Parámetros optimizados a partir de los datos de la barra 6.

-	Enfriamiento				Calentamiento			
Sensor	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	$C_p \left(\frac{J}{kg \cdot C} \right)$	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	$C_p \left(\frac{J}{kg \cdot C} \right)$
0	1,109.00	9.63	73.58	394.661	16,104.38	14.41	9.92	463.046
Incertidumbre	431.93	5.98	84.66	265.20	25,260.33	4.76	5.04	396.67
1	378.28	5.75	83.93	203.66	29,744.34	13.21	11.71	598.47
Incertidumbre	153.67	3.16	106.81	128.48	30,631.94	2.77	0.58	122.88
2	744.18	13.64	27.30	412.02	24,548.29	12.52	19.80	425.96
Incertidumbre	454.84	8.34	16.69	251.82	19,878.85	9.08	14.25	308.82
3	893.62	12.69	41.17	360.83	32,148.93	11.08	26.39	446.18
Incertidumbre	656.23	9.32	30.23	264.97	31,124.12	5.99	13.43	241.19
4	486.47	8.50	59.95	211.77	11,680.39	17.63	53.37	696.52
Incertidumbre	18.48	0.32	2.28	8.04	3,301.33	3.37	11.57	134.69
5	487.77	10.56	82.66	259.34	37,208.07	12.00	36.54	586.93
Incertidumbre	152.93	3.31	25.92	81.31	10,874.51	7.42	23.12	357.74
6	326.41	9.41	88.92	242.47	41,584.06	6.11	18.30	365.28
Incertidumbre	60.96	1.76	16.60	45.28	43,095.60	3.40	10.14	203.56
Completa (asilado)	450.63	6.93	38.77	-	19,164.71	26.11	76.25	-
Incertidumbre	93.08	1.43	8.01	-	29,826.51	21.77	45.93	-
Completa (no asilado)	446.10	6.83	38.76	-	794.76	5.76	22.17	-
Incertidumbre	95.44	1.46	8.29	-	214.21	1.55	5.98	-

Tabla 11: Parámetros optimizados a partir de los datos de la barra 7.

-	Enfriamiento				Calentamiento			
Sensor	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	$C_p \left(\frac{J}{kg \cdot C} \right)$	$h_o \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$h \left(\frac{W}{m^2 \cdot C} \right)$	$k \frac{W}{m \cdot C}$	$C_p \left(\frac{J}{kg \cdot C} \right)$
0	709.63	7.99	25.10	241.00	79,377.85	6.39	10.57	192.55
Incertidumbre	731.20	8.23	25.87	248.35	34,625.66	9.31	15.48	280.60

En la Tabla 12 se reportan las eficiencias obtenidas para cada una de las barras evaluadas en el experimento a excepción de la barra 7.

Tabla 12: Eficiencia de cada superficie extendida.

Barra	η Enfriamiento	η Calentamiento
1	0.592	0.626
2	0.716	0.722
3	0.772	0.830
4	0.822	0.992
5	0.379	0.297
6	0.378	0.393

9. Análisis de Resultados

9.1. Propiedades termodinámicas

Las propiedades de termodinámicas encontradas para cada barra de material conocido fueron el h, ho y k. Estas propiedades fueron ajustadas con los datos experimentales para cada distancia a lo largo de todas las barras utilizadas a partir de 5 juegos de valores iniciales para cada variable, tanto para enfriamiento como para calentamiento. Por una parte, los valores iniciales de la k, al conocer el material de la barra, estaban acotados a un intervalo definido y limitado; al igual que el h dado que el experimento se realizó en un lugar donde no habían corrientes fuertes de aire. Al contrario, el ho fue la variable con más aleatoriedad en sus valores iniciales, por lo menos para temperatura caliente, dado que oscila en algún valor entre 3000 y 60000 $\frac{W}{m^2C}$ para agua en ebullición. Al tener tanta variabilidad, se obtuvieron también resultados muy diferentes entre regiones de una misma barra y es algo presente en casi todas las barras.

Adicionalmente, los valores más alejados del promedio tienden a encontrarse en los sensores cercanos al agua. Las medidas de estos sensores no son tan confiables dado a los múltiples errores humanos que se pueden dar a lo largo del experimento y están más expuestos a la inestabilidad de los montajes. Algunos de estos errores pueden ser las corrientes de vapor cercanas a los primeros sensores o que la barra se sumergiera dentro del agua más de lo debido al momento de llenar los beakers o al reposar agua por la evaporación, lo cual implica una mayor área de transferencia que la planteada en las condiciones del experimento y por lo tanto un mayor ho. Es por ello, que solo para algunas barras, los valores ajustados con los datos de sensores por encima de la mitad de las barras tienen un comportamiento más congruente con los resultados esperados y con sentido físico. En otras palabras, después de asegurar que el coeficiente de determinación es suficientemente bueno, los sensores cuyas medidas tienden a ser un poco más confiables, son aquellos que están ligeramente alejados de la interfase con el líquido, aunque para ello hay que confirmar que todas las variables cumplan con tener sentido físico.

Como primer punto, se mencionarán las propiedades asociadas a la barra 1 (cobre de 50cm). Al tener una mayor extensión, la temperatura en su punta alcanza la temperatura más baja en comparación con el resto de barras como se puede observar en su perfil de temperaturas en la Figura 9. Esto implica un mayor gradiente de temperatura a lo largo de la barra, lo cual también puede generar una diferencia en la conductividad térmica con respecto a su base y su extremo más alejado. Por una parte, con respecto al ajuste de enfriamiento, la conductividad más exacta es a su vez muy imprecisa, mientras que la más inexacta es la más precisa. Eso quiere decir que a lo largo de la barra la conductividad no es constante, lo cual coincide con el hecho de que la conductividad es mayor a temperaturas bajas para los metales y es acorde con los resultados teniendo en cuenta las posiciones de cada sensor. Por el contrario, para el montaje de calentamiento, la k ajustada para los primeros 3 sensores, los que registraron las temperaturas más altas, carecen de sentido físico; dado que la K del cobre no alcanza a reducirse hasta esos valores² a pesar de ser la región más caliente de la barra. Por lo tanto, para este montaje solo serían confiables los datos desde el cuarto sensor en adelante. Por último, con respecto al h del aire, tanto para temperatura fría como para caliente, todos los sensores ajustan un coeficiente congruente con el intervalo esperado para convección libre, cuyo h máximo es aproximadamente 30 $\frac{W}{m^2C}$.

Al revisar los resultados obtenidos para la barra 2, para el enfriamiento se hace una buena predicción de la k en la posición 1, pero carece de precisión ya que la incertidumbre es casi de la misma magnitud que el valor ajustado. Lo mismo ocurre para los ajustes con temperatura caliente, la medida más exacta es muy imprecisa, esta corresponde al extremo sin aislar. No obstante, estos ajustes a pesar de ser imprecisos son los resultados que más coinciden con la conductividad del metal, como en las conductividades para el agua y el aire.

Para las barras 3 y 4 los valores ajustados ya son muy inexactos e imprecisos. Este comportamiento puede ser causado por el hecho de cubrir una parte mucho más significativa del área superficial del cilindro con los sensores y la pasta térmica. Al reducir el área superficial expuesta es de esperar que se afecte la transferencia de calor y los datos experimentales no sean los adecuados, en esa medida es posible que por ello el modelo no converja en valores congruentes. Esto es prudente, teniendo en cuenta que para las barras 1 y 2 algunos resultados sí fueron congruentes, el área expuesta era mayor y por tanto el espacio ocupado por los sensores no era de gran impacto como lo es para estas barras más pequeñas, así como el cumplimiento de la condición de extremo aislado.

Por último, la barra 5 en el enfriamiento muestra resultados exactos y precisos para las 3 variables ajustadas en 3 puntos: posiciones 0, 2 y 3. Mientras que para temperatura caliente muestra resultados exactos pero poco precisos en los casos en el que el extremo fue aislado y no aislado.

A juzgar por los resultados obtenidos en todas las barras, no se puede afirmar que las propiedades son constantes a lo largo de las mismas, por lo que ese supuesto no se respalda con los resultados obtenidos. Con respecto a la determinación puntual de los coeficientes convectivos, se pudo hacer el ajuste de estos valores, pero dado que en ninguna barra fueron constantes o parecidos entre si es necesario revisar las lecturas de cada uno en las tablas presentes en la sección de Resultados y verificar cuales datos tienen sentido físico y un menor porcentaje de error con respecto a la k . A pesar de que los resultados de los h , h_0 y k no son correctos en todas las regiones de las barras, se puede decir que, por lo menos, en barras de 25cm en adelante se obtuvo más de una región donde las 3 propiedades son congruentes y hacen un buen ajuste.

9.2. Determinación de los materiales desconocidos

Con este experimento se esperaba determinar propiedades como la conductividad y calor específico de un material desconocido como fueron la barra 6 y 7. La hipótesis correspondía que estos materiales estaban hechos de una aleación de hierro con algún otro metal o en su defecto de acero al carbón. La anterior soportada en información referente a la composición usual de las puntillas y en el caso de la barra dado que se realizó una prueba. Para tener una idea de la composición de la barra se examinó el color del óxido producido sobre la barra al ser dejado una noche entera en un baño de agua oxigenada concentrada. El óxido producido fue de color rojizo por lo que era correcta la suposición de que la barra contuviese hierro, más no se tenía certeza de la composición química o pureza.

Para ajustar los datos en este caso solo se fijaron como constantes las densidades de los materiales, las cuales fueron medidas en el laboratorio; es decir, las variables correspondieron a: k , h , h_0 y C_p .

Al hacer el ajuste de los perfiles, se definieron 3 juegos de valores iniciales para las 4 variables. Por una parte, los coeficientes de determinación de esos 3 intentos para la Barra 7 fueron de 0.99 en frío y 0.95 en caliente. Esto indica que los ajustes fueron bastante buenos, en especial para la puntilla (barra 7). No obstante, los valores ajustados carecen de sentido físico en varios casos, además, tienen incertidumbres muy elevadas; por lo que no se puede concluir que las propiedades resultantes de la puntilla son las correctas. Por lo tanto, tampoco se puede concluir que este método sea el más acertado para determinar la composición de un material desconocido por medio de estas propiedades. Por lo menos no como se formula, ya que al tener tantas variables existe una mayor probabilidad de que la función se estanke en algún mínimo.

A diferencia del caso de la puntilla, para la barra 6, al utilizarse más sensores, se puede mencionar que en general todos tenían coeficientes de determinación por encima 0.82 en el caso del calentamiento y por encima de 0.95 para el enfriamiento. Esta barra si presentó, por lo menos, un resultado más acertado. En el ajuste del perfil frío para el sensor en la posición 4, específicamente, las incertidumbres fueron las mínimas en comparación al resto de los sensores, dado que los valores resultantes de las variables fueron muy parecidos entre sí. Este ajuste dio como resultado promedio: $h_0 = 486.47 \pm 18.48 \frac{W}{m^2C}$, $h = 8.50 \pm 0.32 \frac{W}{m^2C}$, $k = 59.95 \pm 2.28 \frac{W}{mK}$ y $C_p = 211.77 \pm 8.04 \frac{J}{kgK}$. De estos resultados se puede rescatar que el coeficiente de convección libre h es bastante acertado para la convección natural, como lo es también la conductividad k , la cual se acerca a la k del acero ($50 \frac{W}{mK}$). Aún así, los resultados no son lo suficientemente acertados para concluir que este consista en un buen método de determinación y finalmente discernir la composición de la barra.

9.3. Eficiencia de aleta

Al estudiar la eficiencia en la operación de las aletas evaluadas esta fue definida como la razón entre la tasa de transferencia real y la tasa de transferencia en el caso en el que la aleta es totalmente isotérmica. En primera instancia se estudió la influencia de la longitud sobre la eficiencia de una aleta sin cambiar el material mediante las barras 1 - 4 ya que todas estas son de cobre. De acuerdo a los resultados obtenidos en la Tabla 12 es posible evidenciar que tanto para el caso de enfriamiento como el caso de calentamiento la barra más corta de todas, es decir la de 9.7 cm de longitud, fue la más eficiente de todas con eficiencias de 0.822 y 0.992 respectivamente.

De hecho, es posible evidenciar que para estas 4 barras hay un comportamiento inversamente proporcional entre la longitud y la eficiencia de aleta. Si bien se parte del hecho de que todas las barras alcanzaron el estado estacionario, esto no quiere decir que todas lleguen a la misma temperatura. De hecho, la tendencia obtenida que muestra que las barras cortas son más favorables tiene sentido, pues a pesar de que todas las barras son altamente conductivas una barra más corta obstaculizará en menor medida la transferencia de calor conductiva, acercándose más a la temperatura máxima que podría tener dada una fuente de calor. Sin embargo, cabe mencionar que el hecho de que la barra 4 sea la más eficiente no implica que sea necesariamente la que disipa calor en una mayor tasa, pues son dos conceptos diferentes. Teóricamente, la barra que más calor logra retirar del sistema debería ser la más larga al contar con la mayor área de transferencia de calor convectiva. Así mismo, tampoco se puede afirmar que sea la más óptima, pues esto dependerá de si logra suplir los objetivos de disipación de calor en el diseño de un equipo.

Por otro lado, al estudiar la influencia del material, como es posible ver en la definición de la ley de Fourier, la trasferencia de calor conductiva mantiene una relación directamente proporcional con la constante de conductividad. De esta manera, metales altamente conductivos serán más favorables para el diseño de una aleta en lo que respecta a eficiencia. De esta manera, para comparar dos barras con la misma longitud pero distinto material se eligieron las barras 2 y 5, que tienen una longitud de 25 cm y están hechas de cobre y de hierro respectivamente. Como es posible evidenciar nuevamente en la Tabla 12, la barra de cobre obtuvo una eficiencia de casi duplicaba la del hierro. Observando la Tabla 1 los resultados son afines a la teoría, pues el cobre es aproximadamente 5 veces más conductor que el hierro.

Finalmente, cabe mencionar que para una misma barra diferentes resultados de eficiencia fueron obtenidos para enfriamiento y calentamiento, no obstante, manteniendo la misma tendencia. Como es mencionado en anteriores discusiones, los experimentos cuentan con ciertas limitaciones experimentales y al ser experimentos de diferente naturaleza es predecible que no sean idénticos.

9.4. Comparación con la teoría

En general se evidencia un comportamiento muy variable respecto a los parámetros optimizados, como se mencionó anteriormente esto está mediado por diversas limitaciones tanto experimentales como de optimización. Pero también hay factores teóricos determinantes principalmente asociados a la validez de las condiciones de frontera, el desarrollo de la ecuación tanto en estado transitorio como estacionario se realizó asumiendo que la aleta tenía un extremo aislado, lo cual experimentalmente no se garantizó, solo en ciertos casos donde la temperatura en ese punto no difería en mayor medida de la ambiente, y por lo tanto sumado a la menor área en ese extremo, la transferencia de calor que se presentaba era despreciable, pero cuando la longitud de la aleta era muy corta o en el caso del calentamiento se alcanzaban diferencias de temperaturas muy grandes se presentaban mayores desviaciones. El problema no era solo que experimentalmente no se cumpliera con la condición, sino que adicionalmente la forma funcional desarrollada teóricamente no se ajustaba correctamente en estos casos extremos, lo cual se evidencia en la considerable variación que se presenta entre la serie de Fourier desarrollada y la función que de desea aproximar la cual determina el cumplimiento de la condición inicial, esta aproximación puede llegar a diferir hasta aproximadamente 20 °C como en el caso del calentamiento de la barra 4. Esto introduce un error considerable a la hora de realizar el ajuste, pues el fenómeno físico en sí, más allá de errores o limitaciones experimentales, no se ajusta correctamente. Para esto se realizó también una optimización pero en estado estacionario considerando que el extremo transfería calor al ambiente, esta solo se realizó para el estado estacionario pues la ecuación no era separable al considerar la acumulación en el balance de energía. Con esta consideración en la mayoría de casos no se presenta una mejora considerable, pues se cumple la condición de tener una longitud mayor a 3 veces la longitud característica de la barra o el delta de temperatura en el extremo no es grande, sin embargo para el caso del calentamiento de la barra 4 presenta una mejora considerable en su coeficiente de determinación pasando de -0.1 a 0.52.

10. Conclusiones

En primera instancia, cabe mencionar que mediante el montaje experimental propuesto complementado con el uso de diferentes programas para la recolección de datos fue posible la determinación de las propiedades termodinámicas y de transporte deseadas. Los parámetros (h_0 , h y k) presentan grandes variaciones y solo en algunos casos valores con un correcto sentido físico a pesar de ajustar correctamente los datos, esta problemática se asocia principalmente a limitaciones en el método de optimización y variables experimentales no controlables. Por ello este método no es concluyente a la hora de emplearse para determinar propiedades como conductividades, coeficientes de transferencia de calor, capacidades caloríficas, entre otros, y mucho menos para determinar un material desconocido.

La teoría permite obtener aproximaciones certeras sobre el comportamiento experimental, a pesar de verse limitada por las condiciones de frontera, seguir dentro de lo posible las suposiciones realizadas garantiza un óptimo ajuste de los datos experimentales.

En cuanto a la eficiencia de aleta en términos de isotermicidad en función de la longitud fue posible evidenciar que menores longitudes garantizaban un perfil más cercano al constante, lo cual es un comportamiento con sentido físico; de esta manera la transferencia de calor será menos obstaculizada por la misma masa de la barra. En cuanto a la influencia del material también fue posible evidenciar que mayores conductividades térmicas favorecerán la isotermicidad a lo largo de la barra, siendo en este caso el cobre aproximadamente dos veces más eficiente que el hierro para el diseño de aletas.

11. Sugerencias y recomendaciones

Para quien desee replicar el presente experimento de manera satisfactoria es importante la consideración de los siguientes aspectos. En primera instancia, a la hora de manipular los sensores, borneras y cables es importante hacerlo con precaución, ya que todos estos son dispositivos delicados y susceptibles a fatigas. Por este mismo motivo, es recomendable contar con herramientas como pelacables, pinzas, cautín, pasta para soldar y estaño para soldar para reparar alguna de las partes del circuito en caso de ser necesario.

De igual forma, se debe optar por evitar al máximo el contacto entre las patas de los sensores con agua en forma líquida y vapor ya que esto podría ocasionar un cortocircuito o daños irreversibles en el sensor. Además, a la hora de armar el montaje es importante garantizar que las patas de los sensores no estén en contacto entre sí, con el aluminio o con la misma barra, ya que de ser así estos marcarán un valor de -127°C o se podría incluso generar un cortocircuito.

En cuanto a la construcción del código en Arduino para la lectura de datos y en Python para el almacenamiento de estos se debe tener en cuenta que el orden de lectura de cada sensor no coincide con el orden de conexión en la Protoboard y puede ser variante una vez desmontado el circuito, por lo cual es necesario realizar la identificación de cada uno estos. Así mismo, a la hora de conectar el pin que lleva el bus de datos en la placa se debe hacer en una salida tipo PWM (Pulse Width Modulation), puesto que son digitales.

Por otro lado, se debe considerar que esta práctica tiene numerosas limitaciones experimentales y se deben tener en cuenta distintas precauciones para asimilar las condiciones reales lo más posible a las suposiciones asumidas. En cuanto a las mediciones en la que la superficie extendida fue calentada fue importante garantizar que la fuente de temperatura de la fuente de calor fuera constante, lo cual se recomienda hacer con agua bullente. Sin embargo, por su misma naturaleza, a pesar de intentar aislar el volumen con papel aluminio esta tendía a escaparse, por lo que se recomienda prestar atención al nivel el agua y llenarlo con agua a la temperatura más cercana, de tal manera que el extremo siempre esté en contacto con el agua líquida en lugar de su vapor.

Otro punto es, en las mediciones en las que la barra es enfriada, al igual que en el caso anterior, ya que se requiere fuente de temperatura constante se recomienda trabajar con hielo y agua en equilibrio térmico, garantizando el contacto del hielo con la barra. También, puesto que el experimento toma un tiempo considerable para alcanzar el estado estacionario se aconseja utilizar una masa suficiente para no verse afectada significativamente por la exposición al ambiente. Además, a diferencia del caso de calentamiento, la fuente de calor está estática y se recomienda tener cuidado con no ocasionar movimiento en esta ya que puede afectar parámetros como el coeficiente de convección.

No obstante, teniendo en cuenta todas las recomendaciones es importante considerar que el experimento presenta desviaciones de la idealidad, pues los sujetadores de los sensores (el aluminio y la pasta térmica conductiva) suponen inevitablemente una resistencia y una disminución en la verdadera área de transferencia de calor convectiva.

Finalmente, cabe mencionar que la realización del presente trabajo es una tarea dispendiosa, por lo cual se recomienda una planificación organizada y realista teniendo en cuenta todos los elementos interdisciplinarios que este involucra.

12. Estimación de Costos

Tabla 13: Costos de equipos de laboratorio.

Costos fijos por uso del equipo			
Cantidad	Equipo	Horas de uso	Costo
2	Planchas de calentamiento	40h	\$2.362.254,00
1	Baño termostatado	4h	\$143.785,26
1	Termómetro	20h	\$90.000,00
2	Soportes universales	40h	\$120.000,00
2	Pinzas para soportes	40h	\$70.000,00
2	500ml Beaker	40h	\$24.000,00
2	250ml Beaker	40h	\$14.000,00
1	Empaque de perlas de vidrio	20h	\$25.000,00
TOTAL	-	-	\$2.849.039,26

Tabla 14: Costos de los materiales comprados para la práctica.

Costos fijos en materiales		
Unidades	Equipo	Costo
1	Tarjeta de Arduino	\$56.000,00
1	Protoboard de 1660 puntos	\$53.000,00
Paq. 50 u.	Resistencia	\$10.000,00
1	Sonda de temperatura con sensor DS18B20	\$11.000,00
7	Sensores de temperatura DS18B20	\$56.000,00
8	Bornera	\$8.000,00
1 set	Cables macho macho	\$6.000,00
1	Paquete de pasta térmica	\$30.000,00
1	Tubo de papel aluminio	\$4.000,00
TOTAL	-	\$234.000

13. Riesgos

El montaje de los sensores sobre las aletas requiere tener cuidado para evitar posibles cortos circuitos, se debe evitar que la patas de los sensores se toquen entre sí o estén en contacto con la barra metálica u otro material metálico. Es posible darse cuenta cuando ocurre un corto porque la placa de Arduino se desconecta automáticamente del computador sin permitir hacer ninguna lectura y la temperatura de la placa aumenta considerablemente. De ser así, se recomienda desconectar la placa y revisar sensor por sensor para determinar en cual se está dando la falla.

Con respecto a las medidas que se realizan con el agua en punto de ebullición, se recomienda hacer el montaje de la barra y sensores primero y posteriormente colocar la plancha debajo de esta para evitar quemaduras con el vapor del agua. Es importante que la persona encargada de manipular los beakers con agua caliente y la plancha caliente utilice siempre guantes de carnaza para prevenir quemaduras y accidentes. Se debe evitar la manipulación de los sensores durante la prueba para no alterar los resultados y a su vez, para evitar quemaduras. Cabe mencionar que al trabajar con agua en punto de ebullición muy cerca del ras de los beakers es posible que el agua se derrame o se dispare repentinamente hacia alguna dirección, en ese sentido se debe procurar tener el circuito eléctrico, la placa de Arduino y el computador a una distancia prudente de la placa de calefacción para evitar que estos equipos se dañen por el agua.

14. Agradecimientos

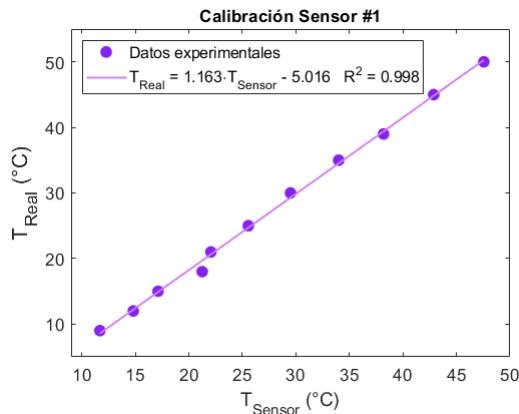
El desarrollo experimental de esta práctica se debe en gran medida a la generosidad del señor Juan Carlos Lamprea al compartir su disponibilidad y conocimiento para la obtención de cada material empleado. Se agradece igualmente al profesor Gustavo Orozco por su guía para con el desarrollo matemático y al profesor Julio Cesar Vargas por su apoyo en el desarrollo experimental de los montajes.

Referencias

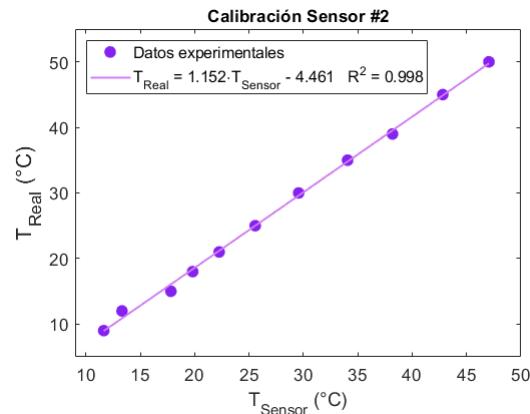
- [1] Y. Cengel and A. Ghajar, *Transferencia de Calor y Masa*. McGrawHill 4ta ed, 2011.
- [2] J. F. Shackelford, *Introduction to materials science for engineers*. Pearson 8th edition, 2015.
- [3] Tectul, “Barra cobre redondo,” tech. rep., Tomado de: <https://tectul.com/es/productos/barra-cobre-redondo/attached/18e2b817-ff44-4f8f-aab0-c80ea4db3c4d>, s.f.
- [4] J. A. Ibáñez, “Conductividad térmica de una barra de cobre. estudio experimental del transitorio,” *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 2, No. 3*, 2008.
- [5] P. Hernández, “Características térmicas de los materiales,” *Tomado de:*, 2014.

15. Anexos

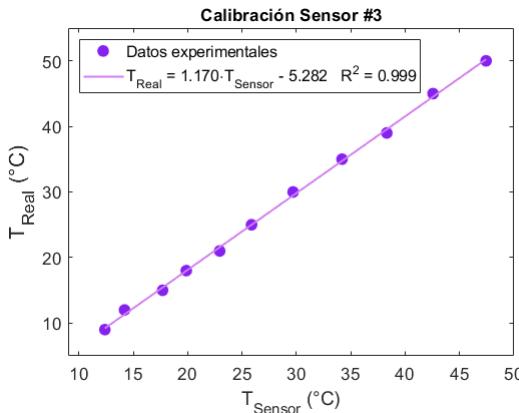
15.1. Calibración de los sensores



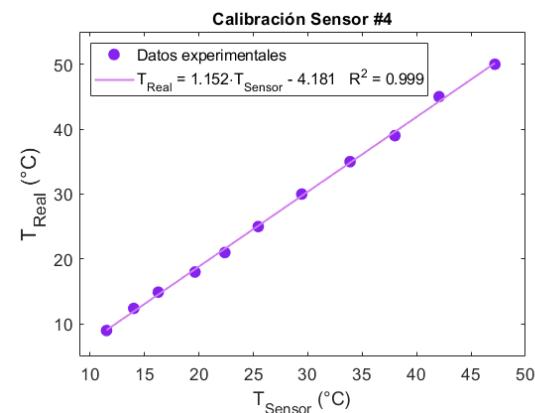
(a) Calibración Sensor #1



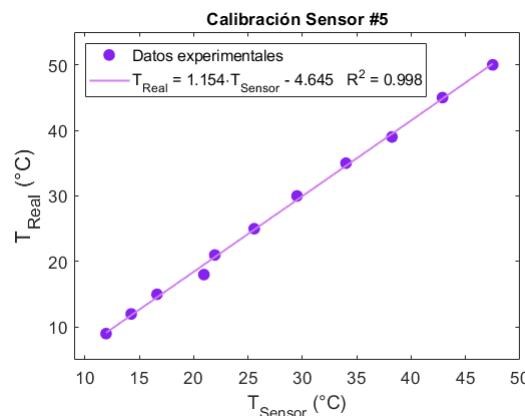
(b) Calibración Sensor #2



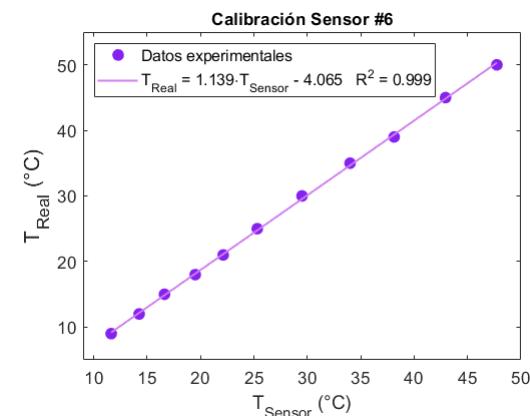
(c) Calibración Sensor #3



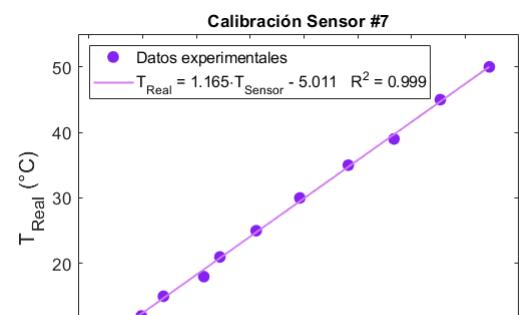
(d) Calibración Sensor #4



(e) Calibración Sensor #5



(f) Calibración Sensor #6



(g) Calibración Sensor #7

