

중간고사

단단형 : 간단한 풀이 필요. 부분 점수 없음

아래와 같이 행렬이 주어졌다. 질문에 답하시오.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

문제 1) $12A^{-1}$ 을 구하시오.

문제 2) 행렬 A 의 고유값을 구하시오.

문제 3) 행렬 A 의 고유값에 대응하는 고유벡터를 구하시오.
(해당 고유값에 대응하는 고유벡터를 명시하시오)

문제 4) 행렬 B 의 행렬식 값을 구하시오.

문제 5) 행렬 C 의 행렬식 값을 구하시오.

단답형 : 간단한 풀이 서술 필요. 부분 점수 없음

주어진 조건에 따라 다음 미분방정식의 일반해 혹은 특수해를 구하시오.

문제 6) $x^3 y''' + 2x^2 y'' - xy' + y = 0$

문제 7) $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$

문제 8) $x^3 y'' - 5x^2 y' + 9xy = 0$

문제 9) $xy' = x + y, \quad y(1) = 1$

문제 10) $y' = e^{2x-1} y^2, \quad y(0) = -1$

문제 11) $x^3 y''' - 5x^2 y'' + 12xy' - 12y = x^{-2}$

문제 12) $y' = (x + y)^2 + 3, \quad y(0) = 2 \quad (\text{hint : } x + y = u)$

문제 13) $y'' - 2y' + y = x^2$

문제 14) $xyy' + (x - 1)y^2 = 2x^2 \quad (\text{hint : } y^2 = z)$

문제 15) $y'' - y = \sinh x$

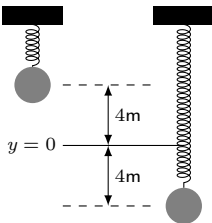
문제 16) $y'' + 4y = \cos 2x$

단단형 : 간단한 풀이 필요. 부분 점수 없음

문제 17) 인구 10,000명인 섬의 풍토병과 관련하여 다음과 같은 정보가 알려져 있다. 섬 안에 비감염자 수를 추정하시오. (평형해 개념 이용)

- ① 감염자와 비감염자 사이의 접촉 회수에 비례하여 전염된다. (접촉 감염 비례 상수 : 0.25)
- ② 감염자와 비감염자는 서로 자유롭게 이동한다.
- ③ 감염후 완치자의 수는 감염자 수에 비례한다. (감염자 완치율 : 0.1)
- ④ 완치 후 즉시 재감염이 가능하다.

문제 18) 아래와 같은 용수철 시스템에서 $t = 0$ 에서 아래 방향으로 15N의 힘으로 던졌다. 쇠구슬의 최고점과 최저점의 차이를 구하시오. (단위는 m로 표현)



질량 2kg인 쇠구슬을 용수철에 연결하고 손을 놓았더니, 쇠구슬이 8m 폭으로 진동하는 모습이 관찰되었다.

조건 진동하는 폭의 중심은 $y = 0$ (단위 : m), 위쪽을 양수 방향으로 한다. 감쇠상수는 0이고, 중력가속도는 10m/s^2 이다

서술형

풀이에 대한 부분 점수가 있으며, 풀이가 없을 경우 답의 유무와 상관없이 오답으로 처리됩니다.

문제 19) 함수 y 가 아래 미분방정식과 초기 조건 $y(1) = 2$ 을 만족한다. $x = 2$ 일 때 y^2 을 구하시오.

$$\left(x + \frac{y^2}{x}\right) dx - 2y dy = 0$$

문제 20) 초기 조건으로 $y(e) = 1$, $y'(e) = 1$ 이 주어졌다. $y(e^2)$ 을 구하시오.

(hint : $y_1 = x$)

$$(x^2 - x)y'' - xy' + y = 0$$