Université de Bordeaux
Licence, module Compilation, 2017/2018

Initiation aux grammaires (2)

Analyse déterministe

Exercice 1.1

On considère la grammaire algébrique $G := (A, N, R)$ où $A = \{a, b\}$, $N = \{S, T, U\}$ et R est l' ensemble des cinq règles :
r1 : $S \to TU$
r2 : $T \to aTT$
r3 : $T \to b$
r4 : $U \to aUT$
r5 : $U \to bTT$
L' axiome de G est S.
1- Montrer que $aabbaabbb \in L(G, T)$. Donner une dérivation gauche de T en $aabbaabbb$.
Donner une dérivation droite de T en $aabbaabbb$.
2- Montrer que $aabbaabbbbbb \in L(G, S)$. Donner une dérivation gauche de S en $aabbaabbbbbb$.
Donner un *arbre* de dérivation pour le mot $aabbaabbbbbb$.
3- Quels sont les non-terminaux *productifs* de G ? les non-terminaux *productifs et accessibles* de G ?
4- Est-ce-que la grammaire G est *simple* ? Si elle ne l' est pas, transformer G en une grammaire algébrique simple G', qui engendre le même langage.

Exercice 1.2

On considère la grammaire algébrique $G := (A, N, R)$ où $A = \{a, b, c, d\}$, $N = \{S_0, S_1, S_2, S_3\}$ et R est constitué des règles suivantes :
r1 : $S_0 \to aS_1$
r2 : $S_0 \to aS_2$
r3 : $S_1 \to bS_2$
r4 : $S_1 \to cS_3$
r5 : $S_2 \to bS_1$
r6 : $S_2 \to dS_3$
r7 : $S_3 \to \varepsilon$
L'axiome de G est S_0.
1- Montrer que $bbbbc \in L(G, S_1), bbbbbd \in L(G, S_1)$. Donner une dérivation de S_1 en $bbbbc$.
2- Montrer que $bbbbd \in L(G, S_2), bbbbbc \in L(G, S_2)$. Donner une dérivation de S_2 en $bbbbd$.
3- Montrer que $abbbbd \in L(G, S_0)$.
Donner un *arbre* de dérivation pour $abbbbd$.
4- Décrire les langages $L(G, S_1), L(G, S_2)$.
Est-il vrai que $L(G, S_1) \cap L(G, S_2) = \emptyset$?
4- La grammaire G est-elle ambiguë ? La grammaire G est-elle simple ?
5- Pourriez-vous construire une grammaire algébrique *simple* G' d' axiome S', telle que $L(G', S') = L(G, S_0)$?
On considère la grammaire algébrique $H := (A_H, N_H, R_H)$ où $A_H = \{a, b, c, d, \#\}$, $N_H = \{T_0, U_1, U_2, T_1, T_2, T_3\}$ et R_H est constitué des règles suivantes :
r1 : $T_0 \to U_1 a$

r2 : $T_0 \to U_2 a$
r3 : $U_1 \to aT_1$
r4 : $U_2 \to aT_2$
r5 : $T_1 \to bT_2 b$
r6 : $T_1 \to cT_3 c$
r7 : $T_2 \to bT_1 b$
r8 : $T_2 \to dT_3 d$
r9 : $T_3 \to \#$
L' axiome de H est T_0.
6- La grammaire H est-elle ambiguë ? simple ?
7- Pourriez-vous construire une grammaire algébrique *simple* H' d'axiome T', telle que $L(H', T') = L(H, T_0)$?
Indication : Supprimer les non-terminaux U_1, U_2 (par une transformation qui préserve le langage engendré). Ensuite, se laisser inspirer par l'analogie avec la question 5.

Exercice 1.3

On considère les trois langages :

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{a_1 a^p b c^p d \mid p \geq 0\} \cup \{a_2 a^p b c^{2p} d \mid p \geq 0\} \\ L_2 &:= \{a^p b_1 c^p d \mid p \geq 0\} \cup \{a^p b_2 c^{2p} d \mid p \geq 0\} \\ L_3 &:= \{a^p b c^p d_1 \mid p \geq 0\} \cup \{a^p b c^{2p} d_2 \mid p \geq 0\} \end{aligned}$$

1- L'un de ces langages est-il engendré par une grammaire simple ?
2- Les deux autres langages sont-ils algébriques ?
3- Les deux autres langages sont-ils algébriques *déterministes* ? (on ne demande ici que des arguments intuitifs à l'appui de vos affirmations)
4- Le langage

$$L_4 := \{a^p b c^p d e^p \mid p \geq 0\}$$

est-il algébrique ?
(ici aussi, on ne demande que des arguments intuitifs)