

Feuille 2 - Constructions d'automates et clôture des langages reconnaissables

Informatique Théorique 2 - Unité J1INPW11
Licence 3 - Université Bordeaux 1

Exercice 1: Quelques exemples d'automates

Dessiner, si possible, un automate fini et une expression régulière pour les langages suivants construits sur l'alphabet $\{a, b\}$:

1. tous les mots qui contiennent le facteur bab ;
2. tous les mots qui ne contiennent pas le facteur bab ;
3. tous les mots qui ne contiennent pas de facteur $aba^{2n}ba$ où n est un entier quelconque ;
4. tous les mots qui contiennent un nombre pair de a et un nombre impair de b .
5. l'ensemble des mots contenant un nombre de a congru à 2 modulo 5 ;
6. l'ensemble des mots de longueur au moins n où n est un entier naturel fixé.
7. l'ensemble des mots contenant autant de a que de b .

Démontrer que les automates donnés reconnaissent bien ces langages et les expressions régulières les décrivent.

Exercice 2: Division par 3

Construisez un automate déterministe fini qui reconnaît l'ensemble des représentations binaires des entiers positifs divisibles par 3. Vous proposerez deux versions de cet automate. La première reconnaîtra ces mots en lisant les mots de la gauche vers la droite. La deuxième les reconnaîtra en lisant de la droite vers la gauche.

Exercice 3: Union, intersection, complémentaire, concatenation et étoile

1. Soit $L_1 = \{aa, baa, ab, aba\}$ et $L_2 = \{bbb, a, ab\}$ deux ensembles de mots. Donner les mots contenus dans les ensembles suivants : $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$, $L_1 \bullet L_2$, $L_1 \setminus L_2$, $(L_2)^2$, $(L_2)^*$ et $(a + b)^* \setminus L_1$, où \bullet est l'opération de concaténation.
2. Enlevez les ϵ -transitions de l'automate suivant :

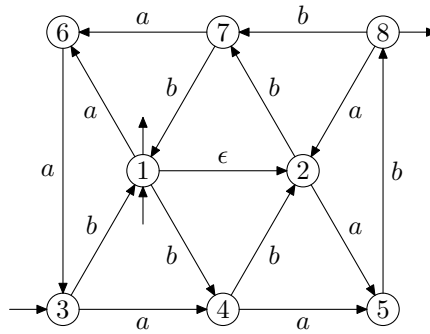


FIGURE 1 – Automate \mathcal{A}

3. Soit les automates \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 des figures 2 et 3.

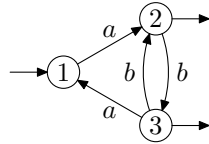


FIGURE 2 – Automate \mathcal{A}_1

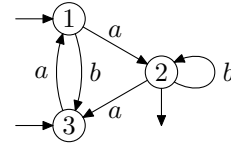


FIGURE 3 – Automate \mathcal{A}_2

Construisez des automates qui reconnaissent $L(\mathcal{A}_1) \cup L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_1) \bullet L(\mathcal{A}_2)$, $(L(\mathcal{A}_2))^2$, $(L(\mathcal{A}_2))^*$, $L(\mathcal{A}_1) \setminus L(\mathcal{A}_2)$, et $(a+b)^* \setminus L(\mathcal{A}_2)$ où \bullet est la concaténation des mots. Vous proposerez des constructions avec et sans ϵ -transitions.

Exercice 4: Démonstration de quelques propriétés de clôture sur les langages reconnaissables

1. Montrer que l'on peut supprimer les ϵ -transitions d'un automate ;
2. Montrer que la classe des langages reconnaissables est close par union, intersection, concaténation, étoile et complémentaire.