# F02 - Lista, Stack, Testning 5DV149 Datastrukturer och algoritmer Kapitel 3, 4, 7

Niclas Börlin niclas.borlin@cs.umu.se

2024-03-20 Ons

### Innehåll

- Lista
- Länk
- ► Cell
- Stack
- Testning
- Läsanvisningar:
  - Kap 3.1-3.3, 4.3-4.5, 7
  - The bug that destroyed a rocket

## Lista

## Lista

- Mental modell: Pärm.
  - Bläddra, läsa, lägga till, ta bort
  - Vi kan lätt ta oss till början eller slutet
  - Vi kan röra oss framåt och bakåt
- Sammansatt datatyp lagrar element
  - Ändligt antal element
  - Diskret linjärt ordnade
    - Första, sista element
    - ▶ Före-efter-relation
  - ► Homogen datatyp alla elementvärden är av samma typ
- Generisk datatyp elementtypen kan vara vad som helst
  - Vi kan t.ex. ha
    - Lista av Heltal.
    - Lista av tecken
    - Lista av (Lista av Heltal)

som alla är abstrakta datatyper

- Dynamisk datatyp
  - Struktur och storlek förändras under datatypens livslängd

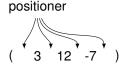


#### Element

- Varje element har två egenskaper
  - Värde Vilket värde som lagras i elementet Position Var i listan som elementet finns
- Exempel:
  - Lista av Heltal ( 3 12 -7 )
    - Första elementet har värdet 3
  - Lista av Tecken ('a''x''!')
    - Första elementet har värdet 'a'
  - Lista av (Lista av Heltal) ( (3 1) (9 1 1) (2 0 3 4) )
    - Första elementet i har värdet (3 1), som i sin tur har ett första element med värdet 3, osv.
- Listans struktur
  - Oberoende av elementens värden
  - Samtliga exempel ovan är listor med tre element

#### Position i Lista

- En position är en plats i strukturen
  - Viktigt: För en lista med n element, finns n + 1 positioner!
  - Den sista positionen i listan är efter det sista elementet!



- ► En position är bara giltig tillsammans med en lista
  - Den första positionen i en lista har ingen relation till någon position i någon annan lista
- Positionsbeskrivningen förändras när strukturen förändras
  - Positioner som refererar till en lista blir ogiltiga när strukturen förändras (element läggs till eller tas bort)

## Gränsyta till Lista (1)

```
abstract datatype List(val)
auxiliary pos
  Empty() → List(val)
  Isempty(1: List(val)) → Bool
  First(l: List(val)) → pos
  End(l: List(val)) \rightarrow pos
  Next(p: pos, 1: List(val)) → pos
  Previous (p: pos, 1: List (val)) → pos
  Pos-isequal(p1, p2: pos, 1: List(val)) \rightarrow Bool
  Inspect (p: pos, l: List (val)) \rightarrow val
  Insert(v: val, p: pos, l: List(val))
                                   → (List(val), pos)
  Remove (p: pos, 1: List(val)) \rightarrow (List(val), pos)
  Kill(1: List(val)) \rightarrow ()
```

## Gränsyta till Lista (2)

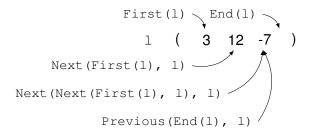
- Empty () returnerar en tom lista, dvs en lista utan element
- ▶ Isempty(1) returnerar True om listan 1 är tom
- ► First (1) returnerar den första positionen i listan 1
- ► End(1) returnerar den sista positionen i listan 1
- För en icke-tom lista:
  - ► First (1) är positionen för det första elementet
  - ► End (1) är positionen efter det sista elementet

- ► Specialfall: En tom lista saknar element
  - ► I en tom lista är den första och sista positionen lika



## Gränsyta till Lista (3)

- Next (p, 1) returnerar positionen som följer efter positionen p i listan 1
- ► Next är odefinierad för positionen End
- Previous (p, 1) returnerar positionen som föregår positionen p i listan 1
- Previous är odefinierad för positionen First



## Gränsyta till Lista (4)

- Pos-isequal (p1, p2, 1) returnerar True om positionerna p1 och p2 är lika
- Alla jämförelser mellan positioner ska göras med Pos-isequal!

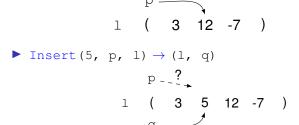
## Gränsyta till Lista (5)

► Inspect (p, 1) returnerar värdet för elementet med positionen p i listan 1

- ▶ Inspect (p, 1)  $\rightarrow$  12
- ► Inspect är odefinierad för positionen End

## Gränsyta till Lista (6)

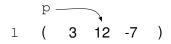
► Insert (v, p, 1) sätter in värdet v i listan 1 på positionen omedelbart före p och returnerar den nya listan samt positionen för det nyinsatta elementet



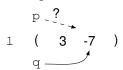
▶ OBS! Positionen p är odefinierad efter anropet

# Gränsyta till Lista (7)

Remove (p, 1) tar bort elementet på positionen p i listan 1 och returnerar den nya listan samt positionen omedelbart efter det borttagna elementet



▶ Remove (p, 1)  $\rightarrow$  (1, q)



- ► Positionen p är odefinierad efter anropet
- ► Remove är odefinierad för positionen End

## Returnera kopia vs modifiera

Returnerar Insert/Remove en kopia av listan eller modifieras in-listan?

# Position kontra Index (1)

- Viktigt: En position är inte detsamma som ett index!
  - ► Indextypen måste vara diskret linjärt ordnade
  - Positiontypen har inget sådant krav
- Det går att utföra operationer på index utanför ett fält
  - ► För ett heltalsindex i gäller alltid att indexet j för elementet närmast efter är
    - $\triangleright$  j  $\leftarrow$  i + 1
    - Vi får ingen varning om j blir ett odefinierat index
- ► En position hör ihop med "sin" lista
  - För att hitta positionen j för nästa element efter i i en lista 1 krävs tillgång till listan:
    - ightharpoonup j  $\leftarrow$  Next(i, 1)
    - Next är ej definierad om i är End

# Position kontra Index (2)

- Det är lätt att hoppa långt framåt med ett index
  - j ← i + 3 är index för elementet 3 positioner efter i
- För en position måste vi beräkna alla mellanliggande positioner

```
ightharpoonup j \leftarrow Next (Next (Next (i, 1), 1), 1) eller
```

- ightharpoonup j  $\leftarrow$  Next(i, 1)
- ightharpoonup  $j \leftarrow Next(j, 1)$
- ightharpoonup j  $\leftarrow$  Next(j, 1)
- ► Tiden för att komma åt det k:te elementet är alltså
  - oberoende av k f\u00f6r ett Index i ett F\u00e4lt det tar samma tid
    - Kallas ibland f

      ör Random access
  - beroende av k f\u00f6r en Position i en Lista det tar l\u00e4ngre tid f\u00f6r stora k
    - Kallas ibland f
      ör I inear access

#### Pseudokod

5

10

14

```
Algorithm Isend(p: Pos, 1: List)

return List-pos-isequal(p, End(1))

Algorithm List-length(1: List)

len ← 0
p ← First(1)

while not Isend(p, 1) do
len ← len + 1
p ← Next(p, 1)

return len
```

#### C-kod

```
bool list_isend(list_pos p, const list *1)
{
    return list_pos_isequal(p, list_end(l), l);
}
int list_length(const list *1)
{
    int len = 0;
    list_pos p = list_first(l);
    while (!list_isend(p, l)) {
        len++;
        p = list_next(l, p);
    }
    return len;
}
```

#### Konstruktion av lista

- ► En lista konstrueras vanligen på ett av två olika sätt:
  - Statiskt med hjälp av fält
  - Dynamiskt med hjälp av länkade celler

## Men först: Heltal

## Gränsyta till "Heltal"

```
abstract datatype Int Create() \rightarrow Int Set-value(i: Int, v: Value) \rightarrow () Inspect-value(i: Int) \rightarrow Value Kill(i: Int) \rightarrow ()
```

## Informell specifikation av "Heltal"

- ► Create() Skapa ett heltal
- ➤ Set-value(i, v) Modifiera heltalet i genom att sätta det till (heltalsversionen av) värdet v
- ► Inspect-value(i) Läs av värdet i heltalet i och returnera en kopia av värdet
- Kill (i) lämnar tillbaka de resurser som heltalet använt

## Abstrakt Heltal vs. heltal i C

#### Pseudokod

#### C-kod

```
int main(void)
  int i;
  int j;
  i = 4;
  j = i;
  return 0;
```

## Länk

## Länk

- En Länk är ett objekt som refererar till ett annat objekt
  - Kallas ibland pekare eller referens
  - Förekommer som fysiska datatyper i många språk, dvs. inbyggda i språket
- Det är ofta billigare att kopiera länkar än att kopiera objekten själva
- Länkar gör det också möjligt att bygga upp länkade strukturer som listor och träd

# Gränsyta till Länk

```
abstract datatype Link(obj)
Make(x: obj) → Link(obj)
Nil() → Link(obj)
Isnil(1: Link(obj)) → Bool
Follow(1: Link(obj) → obj
Equal(11, 12: Link(obj)) → Bool
Kill(1) → ()
```

## Informell specifikation av Länk

- ► Make (x) Skapa en länk till objektet x
- Nil() Returnera den konstanta "länken till ingenting"
- ▶ Isnil (1) Returnera True om länken 1 är lika med Nil ()
- Follow (1) Returnerar objektet som länken 1 refererar till
- Equal (11, 12) Returnerar True om länkarna 11 och 12 refererar till samma objekt
- Kill (a) lämnar tillbaka de resurser som länken använt

# Abstrakt Länk vs. länk (pekare) i C

#### Pseudokod

10 11

13

14

```
Algorithm main()

i ← Int-create()

j ← Int-create()

p ← Link-make(i)

Int-set-value(i, 4)

Int-set-value(j, Int-inspect-value(Link-follow(p)))

Int-set-value(Link-follow(p), 5)

Link-kill(p)

Int-kill(j)

Int-kill(i)

return 0
```

#### C-kod

```
int main(void)
{
  int i;
  int j;
  int *p = &i;

  i = 4;
  j = *p;
  *p = 5;

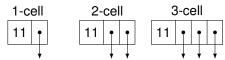
return 0;
}
```

## Blank

## Länkade celler

#### *n*-Cell

- ▶ En n-Cell är en Tippel
  - Ett värde (kan vara en länk)
  - n stycken länkar



- Vi kommer att använda celler för att bygga länkade strukturer, t.ex. Lista, Träd
- Cellerna göms oftast inuti implementationen av datatypen
- Ibland avslöjar namnet antalet interna länkar
  - ▶ "Dubbel-länkade listor" (previous, next), "trippel-länkade träd" (parent, left-child, right-child), osv.

## Gränsyta till 1Cell — Cell med en länk

```
abstract datatype 1Cell(val)

Create() → 1Cell(val)

Set-value(v: val, c: 1Cell(val)) → 1Cell(val)

Set-link(l: Link(1Cell(val)), c: 1Cell(val))

→ 1Cell(val)

Inspect-value(c: 1Cell(val)) → val

Inspect-link(c: 1Cell(val)) → Link(1Cell(val))

Kill(c: 1Cell(val)) → ()
```

## Informell specifikation av 1Cell

- Create () Skapa en cell med ett odefinierat värde och en odefinierad länk
- ► Set-value (v, c) Sätt värdet i cellen c till v
- ► Set-link(1, c) Sätt länken i cellen c till 1
- ► Inspect-value(c) Returnera värdet i cellen c
- ▶ Inspect-link(c) Returnera länken i cellen c
- ► Kill(c) lämnar tillbaka de resurser som cellen använt

## Gränsyta till 2Cell — Cell med två länkar

```
abstract datatype 2Cell(val)
  Create() \rightarrow 2Cell(val)
  Set-value(v: val, c: 2Cell(val)) \rightarrow 2Cell(val)
  Set-link1(l: Link(2Cell(val)), c: 2Cell(val))
  \rightarrow 2Cell(val)
  Set-link2(l: Link(2Cell(val)), c: 2Cell(val))
  \rightarrow 2Cell(val)
  Inspect-value(c: 2Cell(val)) \rightarrow val
  Inspect-link1(c: 2Cell(val)) \rightarrow Link(2Cell(val))
  Inspect-link2(c: 2Cell(val)) \rightarrow Link(2Cell(val))
  Kill(c: 2Cell(val)) \rightarrow ()
```

## Informell specifikation av 2Cell

- Samma som 1Cell men för två länkar
- Ibland kan vi explicit namnge länkarna och funktionerna, t.ex.
  - ► Set-next-link() i stället för Set-link2()
  - ► Set-previous-link() i stället för Set-link1()
  - ► Inspect-next-link() i stället för Inspect-link2()
  - ► Inspect-previous-link() i stället för Inspect-link1()

## Blank

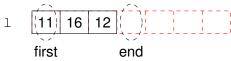
## **Blank**

## Konstruktion av Lista (igen)

- En lista konstrueras vanligen på ett av två olika sätt:
  - Statiskt med hjälp av fält
  - Dynamiskt med hjälp av länkade celler
    - Det finns många varianter

#### Konstruktion av Lista med Fält

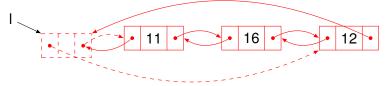
Lista konstruerad med fält:



- Antalet upptagna element (här: 3) måste lagras i strukturen
- ▶ De röda elementpositionerna är osynliga för den som använder datatypen
- ► Indextypen för fältet används som positionstyp för listan
  - ► First() returnerar Low()
  - ► End() returnerar l.last\_used\_pos + 1
  - ► Next(p, 1) returnerar p+1
  - ▶ Previous(p, 1) returnerar p-1
  - ► Inspect (p, 1) använder Array-inspect-value (p,1.a)
- Exempelikodbasen: int\_list\_array

## Konstruktion av Lista med 2-celler (1)

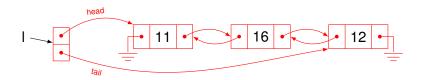
Lista konstruerad med 2-Cell-huvud och cirkulärt länkade 2-Celler:



- Allt i rött är oåtkomligt för den som använder datatypen, inkl. cellerna och huvudet
- ► Positionstypen för List (val) är Link (2Cell (val))
  - First() returnerar Inspect-next-link(l)
  - ► End() returnerar 1
  - Next(p, 1) returnerar Inspect-next-link(p)
  - Previous (p, 1) returnerar Inspect-previous-link (p)
  - Inspect(p, 1) använder 2Cell-inspect-value(p)

## Konstruktion av Lista med 2-celler (2)

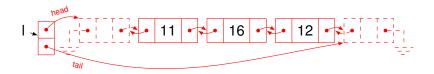
Lista konstruerad med annan listhuvudstyp och linjärt länkade 2-Celler:



- Jordsymbolen står för Nil-pekare (NULL i C)
- ► Positionstypen för List (val) är Link (2Cell (val))
  - ► First() returnerar l.head
  - End() returnerar Link-Nil()
  - ► Next(p, 1) returnerar Inspect-next-link(p)
  - Previous (p, 1) returnerar Inspect-previous-link (p)
    - Previous(End(), 1) returnerar 1.tail
  - Inspect(p, 1) använder 2Cell-inspect-value(p)

## Konstruktion av Lista med 2-celler (3)

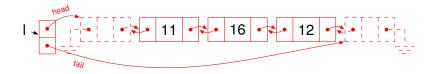
Lista konstruerad med 2-Cell, annan listhuvudstyp och före-efter-celler:



- ▶ Positionstypen för List (val) är Link (2Cell (val))
  - First() returnerar Inspect-next-link(l.head)
  - ► End() returnerar l.tail
  - ► Next(p, 1) returnerar Inspect-next-link(p)
  - Previous(p, 1) returnerar Inspect-previous-link(p)
  - ► Inspect(p, 1) använder 2Cell-inspect-value(p)

#### Lista i kodbasen

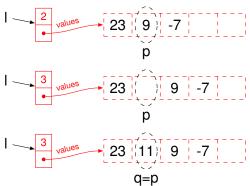
 Implementationerna av (oriktad) Lista i kodbasen använder denna lösning



- Ovanstående Lista innehåller 3 element
- Cellerna som representerar head och tail är osynliga för användaren av listan
- Insert () sker alltid mellan två celler och saknar därför specialfall

## Insert i Lista konstruerad med Fält (1)

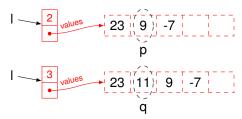
Vid insättning före positionen p (här: 1) måste vi göra plats för det nya elementvärdet genom att flytta alla element efter p



Returnera positionen q (här: 1) för det nyligen insatta värdet

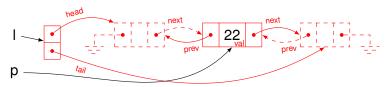
## Insert i Lista konstruerad med Fält (2)

- Kom ihåg: Efter insättning är alla gamla positioner ogiltiga!
  - För denna List-konstruktion så refererar positionen p efter anropet till Insert till samma plats i listan men ett annat elementvärde!



## Insert i en länkad struktur (1)

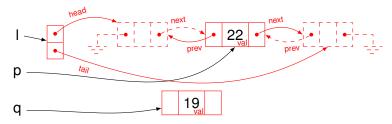
Listan före insättning



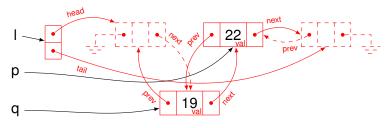
▶ Vi vill stoppa in värdet 19 före elementet med värde 22

## Insert i en länkad struktur (2)

1. Skapa ett nytt element och sätt värdet till 19

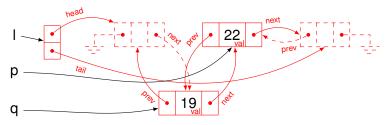


2. Ändra länkarna steg för steg så att det nya elementet hamnar rätt i strukturen



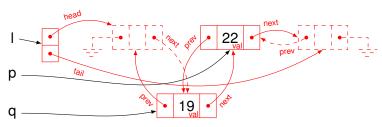
## Insert i en länkad struktur (3)

► Returnera positionen q för det nyligen insatta värdet



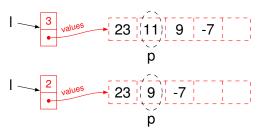
## Insert i en länkad struktur (4)

- Jag upprepar: Efter insättning är alla gamla positioner ogiltiga!
  - För denna List-konstruktion så refererar positionen p efter anropet till Insert till en annan plats i listan men till samma elementvärde!



## Remove i Fält-implementation

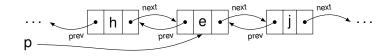
Vid borttagning av elementet i positionen p måste vi flytta efter alla senare element



Returnera positionen p som nu är positionen för elementet omedelbart efter det nyligen raderade elementet

#### Remove i länkad struktur

Remove ska ta bort elementet på positionen p och returnera positionen omedelbart efter det borttagna elementet

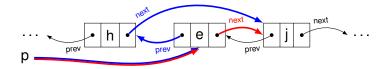


- Vi kommer att använda notationen p.next och p.prev till att betyda värdet av framåt- resp. bakåt-länken för elementet vars position är p
- Hur tar vi bort elementet med värdet e utan att tappa bort något i listan?
  - ➤ Vi vill att "h" (korrekt: cellen vars elementvärde är h) ska länka framåt till "j" och att "j" ska länka bakåt till "h"

## Remove i dubbellänkad lista (1)

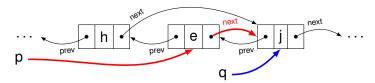
Först fixa "h":s framåt-länk:

```
p.prev.next = p.next
```



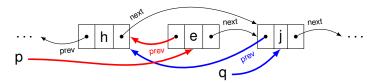
Skapa en länk som refererar till elementet efter "e"

$$q = p.next$$

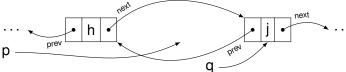


## Remove i dubbellänkad lista (2)

Fixa "j":s bakåt-länk



- Nu är länkarna i listan korrekt och q innehåller positionen som ska returneras.
- Vi kan radera elementet "e" och returnera den nya listan samt q



## Best practice

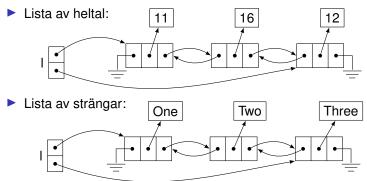
- En strategi som oftast fungerar för att undvika att man använder odefinierade positioner är att
  - använda en positionsvariabel per lista och
  - uppdatera den direkt vid Insert () eller Remove ():
    - $\triangleright$  (p, 1)  $\leftarrow$  Insert(v, p, 1)
    - $\triangleright$  (p, 1)  $\leftarrow$  Remove(p, 1)

#### Jämförelser

- Lista som Fält
  - Nackdelar:
    - Fast reserverat utrymme
    - ► Kostsamt sätta in/ta bort element om element måste flyttas
- Lista som länkad struktur
  - Fördelar:
    - Insättning/borttagning går snabbt
    - Minnesutrymmet är proportionellt mot storleken på listan
    - Allokerar minne när det behövs
  - Nackdelar:
    - Länkarna behöver också minnesutrymme

## Lista av Länkar (pekare)

I stället för att lagra värden i cellerna kan vi lagra Länkar till värdena



Kodbasen använder denna form för att kunna lagra vilken typ som helst

## Konstruktioner Lista med Fält, Fält med Lista, osv.

- Lista kan konstrueras med den abstrakta datatypen Fält
  - Nackdel: Fast utrymme, maxstorlek
- Fält kan konstrueras med den abstrakta datatypen Lista
  - ► Nackdel: Inspect-value måste iterera från början av listan för att hitta till element *k*
- Detta påstående gäller rekursivt
  - Dock måste förstås minst en av Lista och Fält vara implementerad för att datatyperna ska gå att använda

#### Kodbasen

 Kodbasen innehåller tre olika implementationer av Lista (list)

- ► Implementationerna int\_list och int\_list\_array kan vara intressanta att jämföra för att få en grundläggande förståelse av abstrakta datatyper och dynamiskt minne i C
- Kodbasen innehåller flera MWE (Minimum Working Examples) för varje datatyp

## **Blank**

## Blank

## Blank

# Abstrakta datatyper — *Stack*



#### Stack

Modell: Papperstrave



- Linjärt ordnad struktur
  - Elementen följer en före-efter-relation
- Homogen sammansatt datatyp
- Generisk typ (polytyp)
  - Man kan definiera Stack av heltal, Stack av Lista, osv.
- Kan ses som specialisering av datatypen Lista
  - Begränsningar på operationerna
  - Insättning, borttagning, avläsning alltid i toppen av stacken
  - ► LIFO Last In, First Out

## Gränsyta för Stack

```
abstract datatype Stack(val)
  Empty() \rightarrow Stack(val)
  Isempty(s: Stack(val)) \rightarrow Bool
  Push(v: val, s: Stack(val)) \rightarrow Stack(val)
  Top(s: Stack(val)) \rightarrow val
  Pop(s: Stack(val)) \rightarrow Stack(val)
  Kill(s: Stack(val)) \rightarrow ()
```

## Informell specifikation till Stack

- Empty() skapa en tom stack
- Isempty(s) returnera True om stacken s är tom
- ▶ Push (v, s) lägg ett element med värdet v överst på stacken s och returnera den modifierade stacken
- Top(s) läs av och returnera värdet på elementet som ligger överst på stacken s
- Pop (s) ta bort det översta elementet från stacken s och returnera den modifierade stacken
- Kill(s) lämnar tillbaka de resurser som stacken använt

## Egenskaper för Stack

- ▶ Det går inte att navigera i Stack
  - Det enda elementvärdet vi kan avläsa är det som ligger överst med Top ()
  - ▶ Vill vi avläsa strukturen för Stack, t.ex. hur många element stacken har, så måste vi plocka sönder stacken
    - Vi behöver då troligen sätta ihop den igen

#### Formell definition

- En uppsättning axiom uttryckta i matematisk logik
- Beskriver relationer mellan typens olika operationer
- Är en mer precis beskrivning av gränsytan
- Axiom kan användas för att göra formella härledningar för datatypen — bevis!
  - Många fall då det inte fungerar i praktiken
- Var tidigare basen för OU1

## Formell specifikation till Stack

Ax 1	<pre>Isempty(Empty())</pre>	En nyskapad stack är tom
Ax 2	¬ Isempty(Push(v,s))	En stack som man lagt ett
		element på är inte tom
Ах З	Pop(Push(v,s)) = s	Om vi lägger till ett värde
		på stacken och sen tar
		bort det översta värdet så
		blir stacken som innan
Ax 4	Top(Push(v,s)) = v	Lägger vi ett värde på
		stacken så ligger värdet
		överst på stacken
Ax 5	$\neg$ Isempty(s) $\Rightarrow$	Förutsättning: Stacken är
		inte tom.
	Push(Top(s), Pop(s)) = s	Om vi tar bort översta
		elementet och sen lägger
		tillbaka det så ser
		stacken ut som innan.

#### Konstruktioner av Stack

- Stack kan konstrueras med Lista eller Fält
- Vi får olika lösningar beroende på om toppen av stacken ligger först eller sist i listan resp. fältet

#### Stack konstruerad som Lista

► Toppen av stacken = början av listan

```
First Find Top 1 12 -7 )
```

Uteslutningar och specialiseringar av operationer

Stack-funktionen	konstrueras som
Stack-Empty()	List-Empty()
Stack-IsEmpty(s)	List-IsEmpty(s)
Stack-Top(s)	List-Inspect(s, List-First(s))
Stack-Pop(s)	List-Remove(s, List-First(s))
Stack-Push(v,s)	List-Insert(s, v, List-First(s))

Varje stack-operation kräver alltså 1 eller 2 list-operationer

## Komplexitet: Ordobegreppet

- Ett sätt att förenklat beskriva hur mycket tid eller utrymme en algoritm kräver i förhållande till datamängdens storlek
- O(1) innebär att algoritmen tar lika lång tid oavsett antalet element
  - ► T.ex. att avgöra om en lista är tom eller ej
  - Förenklat: Ingen loop i algoritmen
- O(n) innebär att tiden växer linjärt med antalet element
  - Dubbelt så många element innebär dubbelt så lång tid
  - T.ex. att starta i början av en lista och söka efter största elementet
  - Förenklat: Algoritmer med en loop

## Relativ och absolut komplexitet

- Relativ komplexitet
  - ▶ Tittar bara på ytan dvs. hur många list- eller fält-operationer som behövs per stack-operation
- Absolut komplexitet
  - Multiplicerar alla relativa komplexiteter ned till fysiska datatyper.
  - Dvs. tittar även på hur listan/fältet är konstruerad och implementerad

### Stack konstruerad som Lista

#### Relativ komplexitet

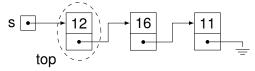
Stack-funktionen	konstrueras som
Stack-Empty()	List-Empty()
Stack-IsEmpty(s)	List-IsEmpty(s)
Stack-Top(s)	<pre>List-Inspect(s, List-First(s))</pre>
Stack-Pop(s)	<pre>List-Remove(s, List-First(s))</pre>
Stack-Push(v,s)	List-Insert(s, v, List-First(s))

- Varje stack-funktion kräver 1–2 anrop till listan oavsett antal element i stacken
  - ► Alla stackoperationer har en relativ komplexitet på O(1)
- Men vad är komplexiteten hos list-operationerna?
  - Det beror på listans konstruktion och implementation!

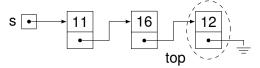
#### Stack konstruerad som Lista

Absolut komplexitet för Lista konstruerad som Riktad lista med 1-Celler

► Toppen i början av listan: Pop(), Push() och Top() är O(1).



- ▶ Toppen i slutet: Pop(), Push(), Top() är O(n)
  - Listan är riktad, vi måste traversera alla *n* elementen för att komma till toppen (slutet)

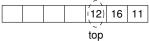


▶ Toppen i början är bättre: den absoluta komplexiteten blir O(1) för alla stack-operationer!

#### Stack konstruerad som Fält

#### Absolut komplexitet för Lista konstruerad som Fält

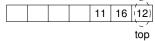
Fält 1: Botten av stacken i slutet av fältet.



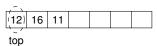
Fält 2: Botten av stacken i början av fältet.



Fält 3: Toppen av stacken i slutet av fältet.



Fält 4: Toppen av stacken i början av fältet.



- Om toppen ligger inåt i fältet (Fält 1+2) så blir alla operationer O(1)
  - Vi kan t.o.m. ha två stackar i samma fält
- Om toppen ligger ytterst i fältet (Fält 3+4) kräver Push() och Pop() omflyttningar av data, alltså O(n)

# Stack, tillämpningar

- Avbryter bearbetning som senare återupptas
- Återspårning (backtracking):
  - Till senaste gjorda valet
  - Rekursion (återhoppsadresser)
- Traversera i andra datatyper (grafer och träd).
- ► Web-läsare: lagra webadresser som nyligen besökts
  - Back => plocka från stacken
- Text-editorers Undo-kommando (Ctrl-Z)
- Evaluering av uttryck

#### **Blank**

## Modifiera kontra kopiera (1)

- Det finns två viktiga frågor associerade med tolkningen av anropet t=Push (v,s)
  - Refererar t till samma stack som s eller till en kopia av s?
  - Modifieras s av anropet eller inte?
- Det finns tre vanliga tolkningar:
  - Kopiering:
    - ▶ Push returnerar en kopia av s med elementet v tillagt
    - Inparametern s är oförändrad efter funktionsanropet
    - I detta fall är det nödvändigt att ta hand om returvärdet från Push
  - Modifiering:
    - ► Push modifierar stacken s
    - Det som returneras är en referens till det modifierade originalet s
    - ▶ I detta fall behöver man inte ta hand om returvärdet
  - Det finns också en hybrid-version:
    - Push returnerar en kopia och konsumerar samtidigt in-stacken, dvs. in-stacken är oanvändbar efter anropet

# Modifiera kontra kopiera (2)

- Notera att "oförändrad" bara betyder att s har samma struktur och innehåll efter anropet som före
  - I en del algoritmer är det ofrånkomligt att s modifieras i funktionen och sedan återställs innan funktionen avslutas

# Modifiera kontra kopiera (3)

- Skillnaden är viktig redan på abstrakt algoritmnivå
  - Sammansatta datatyper saknar kopieringsoperation
  - Det går att definiera en kopieringsoperation med hjälp av funktionerna i gränsytan
- Ännu viktigare på implementationsnivå
- Ibland tvingar språket fram begränsningar
  - Exempelvis så returnerar den abstrakta formen av List-Insert (v, p, 1) både den nya listan och en position
  - ► I C-implementationen i kodbasen så returneras bara positionen
    - Listan modifieras
- Utgå från kopieringstolkningen eller hybriden om inget annat sägs tydligt!
  - Ta för vana att alltid ta hand om returvärdet, även om ni inte tänker använda det!

```
> s = Push(v, s)
> p = Insert(v, p, 1)
```

Flera av labbarna kräver detta!

#### Kodbasen

Kodbasen innehåller två olika implementationer av Stack stack generisk stack Stack (Link (val)) int\_stack typad stack för heltal Stack (int)

 Kodbasen innehåller flera MWE (Minimum Working Examples) för varje datatyp

# **Testning**



#### **Testning**

- Testning är jätteviktigt!
  - Mordechai (1999), The Bug That Destroyed a Rocket", Journal of Computer Science Education, vol. 13, no. 2, pp. 15–16.<sup>1</sup>
- Test går att göra under många olika faser i utvecklingen:
  - Problembeskrivning
  - Systemdesign
  - Mjukvarukomponenter enhetstester
  - Mjukvarulösning systemtest
  - Post-release
- På denna kurs kommer vi ge en introduktion till testning av mindre mjukvarukomponenter — enhetstestning

# Syftet med testning

- Syftet är att hitta och identifiera fel så tidigt som möjligt i utvecklingsprocessen för att minska kostnaderna
- Testning är framför allt en utmaning av fantasin
  - 1. A QA engineer walks into a bar.
    - Orders a beer.
    - Orders 0 beers.
    - Orders 99999999 beers.
    - Orders a lizard.
    - Orders -1 beers.
    - Orders a sfdeljknesv.

The bar's first real customer walks in.

- Asks where the bathroom is.
- The bar bursts into flame killing everyone.
- 2. Mideval Help desk

```
https://www.youtube.com/watch?v=N5mLK4V5P30
```

3. PBJ sandwich

```
https://www.youtube.com/watch?v=cDA3_5982h8
```

4. Star Trek IV: The Voyage Home

https://www.youtube.com/watch?v=LkqiDu1BQXY

# Enhetstestning

- Mål: Testa en mjukvarukomponent (t.ex. en funktion eller datatyp) isolerat från resten av programmet
  - Övertyga sig om att komponenten fungerar korrekt innan man använder sig av den i ett större program
- Enhetstestet fungerar också som ett kontrakt som koden måste följa
  - Ändrar man i implementationen så måste den nya koden också klara enhetstestet
- Görs ofta av samma programmerare som ska skriva koden
  - Kan vara mentalt lättare om en annan person skriver test-koden
- ► I utvecklingsmodellen Test-driven Development (TDD)<sup>2</sup> så skrivs testet först, sedan koden som ska implementera ny funktionalitet

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>https://en.wikipedia.org/wiki/Test-driven\_development

#### Testning av en datatyp

- Vad ska vi testa?
  - Börja med de enklaste testerna!
  - ► Testa gränsfall
  - Viktigt att täcka in alla operationer...
  - ... och att täcka in de olika fall som finns i operationerna
- Testa så lite som möjligt i varje test hjälper till att identifiera vad som går fel
- Skriv varje test i en egen funktion

#### Testning av Lista

- Här beskriver jag hur man kan tänka när man ska bygga ett testprogram för en datatyp
- Som exempel kommer jag att använda datatypen Lista
- Den är mer komplicerad än Stack som ni ska implementera ett testprogram för, men resonemanget är ungefär detsamma
- Ni ska implementera två stycken testprogram i OU1, en för en typad Stack och en för en generisk
  - Denna beskrivning kommer att följa samma mönster
- Ni får bara använda funktioner i gränssnittet
  - Det kommer att medföra vissa begränsingar
- ► OK, så vad vet vi? Se den informella specifikationen av Lista (bild 9–15)

#### Steg 0 - förberedelser

- Innan vi skriver någon testkod så ska vi implementera en jämförelsefunktion
  - ► Value-equal (v1, v2: value)
    - ► Funktionen returnerar True om värdena v1 och v2 är lika
    - Alla jämförelser av värden som lagras i listan måste göras med denna funktion
- Kravet att använda funktionen är till för att hjälpa då det gör det troligare att typfel (int vs. int \*) för testet av den generiska stacken fångas upp av kompilatorn

```
/*
 * Function to compare the values stored in the list.
 */
bool value_equal(int v1, int v2)
{
    return v1 == v2;
}
```

#### Steg 1 - tom lista (1)

- Vi börjar med den typade listan List (int) (int\_list i kodbasen)
- Vilket är det minsta testet, det som vi ska starta med?
- ► Listan skapas med Empty()...
  - ► Kan vi testa om Empty () gör rätt?
  - Hade vi haft tillstånd att titta "under ytan" och se vad Empty() faktiskt gör så hade vi kanske det
  - Men vi får bara använda funktioner i gränssnittet
  - Då är det bästa vi kan göra att testa Empty() tillsammans med andra funktioner som testar förväntade egenskaper hos det som Empty() returnerar
    - ▶ På samma sätt kan vi inte testa Kill() det finns inget sätt att kontrollera om resurserna lämnats tillbaka utan att titta under ytan

#### Steg 1 - tom lista (2)

- Ok, vad vet vi om listan som Empty () borde returnera?
  - 1. Empty() bör returnera en lista
  - Listan borde vara tom
  - First borde vara lika med End
  - 4. Vi kan inte testa Next, Previous förutsätter att det finns minst två positioner
  - Vi kan inte testa Inspect, Remove förutsätter att det finns minst ett element
  - Vi kan testa Insert, vilket skulle ge oss en större lista vi spar den!

#### **Blank**

#### Steg 1 - tom lista (3)

- Empty() bör returnera en lista
  - Empty() i kodbasen returnerar en pekare till en struct
  - Vi vet inte hur structen ser ut inuti, så det kan vi inte testa, men...
  - ...vi vet att om Empty() returnerar NULL så har något gått fel!
  - Implementera det i en egen funktion!
  - Ge funktionen ett namn som säger något av vad den testar, t.ex. empty\_returns\_non\_null

```
/*
 * empty returns non null() - Test that the list empty() function returns a non-null pointer
 * Precondition: None.
void empty returns non null (void)
       // Print a starting message
        fprintf(stderr, "Starting empty returns non null()...");
       // Create an empty list
       list *l = list emptv();
       // 1 should be non-NULL
       if (1 == NULL) {
                // Fail with error message
                fprintf(stderr, "FAIL: Expected a list pointer, got NULL.\n");
                exit (EXIT FAILURE);
        // Everything went well, clean up
        fprintf(stderr, "cleaning up...");
        list kill(1);
        fprintf(stderr, "done. \n");
```

#### Steg 1 - tom lista (4)

- Listan borde vara tom
  - ► Isempty (Empty()) bör vara True
  - Implementera det i en egen funktion
  - Det är okej att anta att tidigare test klarats av, dvs. att Empty() inte returnerar NULL
  - ▶ Döp funktionen till t.ex. empty\_is\_empty

```
/*
 * empty is empty() - Test that the list empty() list is empty.
 * Precondition: list empty() returns non-null.
 */
void empty is empty(void)
       // Print a starting message
        fprintf(stderr, "Starting empty is empty()...");
       // Create an empty list
       list *l = list emptv();
       // The list returned by empty() should be is empty()
       if (!list_is_empty(l)) {
                // Fail with error message
                fprintf(stderr, "FAIL: is empty(empty()) == false, expected true\n");
                exit (EXIT FAILURE);
        // Everything went well, clean up
        fprintf(stderr, "cleaning up...");
        list kill(1);
        fprintf(stderr, "done. \n");
```

#### Steg 1 - tom lista (5)

- Test 3 : First borde vara lika med End
  - ► First (1) borde vara lika med End (1) på en tom lista
  - Implementera det i en funktion som Test 3!
  - Döp funktionen till t.ex. empty\_first\_end

```
/*
 * empty first end() - Test that first() == end() on an empty list.
 * Precondition: list is empty(1) == false.
void empty first end(void)
       // Print a starting message
        fprintf(stderr, "Starting empty first end()...");
       // Create an empty list
       list *l = list emptv();
       // first(l) should be == end(l) for an empty list
       if (!(list_pos_is_equal(l, list_first(l), list_end(l)))) {
                // Fail with error message
                fprintf(stderr, "FAIL: expected first(1) == end(1), they are not\n")
                exit (EXIT FAILURE);
        // Everything went well, clean up
        fprintf(stderr, "cleaning up...");
        list kill(1);
        fprintf(stderr, "done. \n");
```

#### Steg 2a - lista med ett element

- ► Okej, då antar vi att vi är klara med tester för en tom lista
  - Nästa steg bör vara lista med ett element
- Skapas t.ex. genom (finns bara ett ställe att stoppa in)
  - 1. 10 <- Empty()
  - 2. (p, 1) <- Insert(v, First(10), 10)
- Lite senare insåg jag att jag behövde skriva många tester som använder en ett-elements-lista...
  - ... så jag skrev en hjälpfunktion som skapade en sådan:

```
1
       * create_one_element_list() - Create a list with one element
       * @v: Value to insert
       * Preconditions: list empty() and list first() works.
       * Returns: A list with one element with the value v.
       * The list is created by inserting an element at the first position
10
       * of an empty list.
11
       */
12
      list *create one element list(int v)
13
14
              // Create the list
15
              list *l = list_empty();
16
              // Insert an element at the only position in the empty list
17
              list insert(l, v, list first(l));
18
19
              return 1:
20
```

#### Steg 2b - lista med ett element

- Vad vet vi nu om en-elements-listanl?
  - Listan I borde vara icke-tom (not Isempty (1))
  - First(I) borde vara != End(I)
  - 3. Den returnerade positionen p borde vara == First(1)
    (INTE == First (10)!)
  - Inspect(p) borde vara == v
    - ► Testas med value\_equal
  - Nu kan vi testa Next...
    - 5.1 Next(p) borde vara != p
    - 5.2 Next(p) borde vara == End(I)
  - 6. Vi kan också testa Prev...
    - 6.1 Prev(Next(p)) borde vara == p
    - 6.2 OBS! Vi kan inte testa Next(Prev(p))! Varför?
    - 6.3 Next(Prev(End(I))) borde vara == End(I)
- Vi kan också testa att Remove(p, l) är tom

## Steg 3 - lista med två element

- Nästa steg bör vara lista med två element
- Hmm, nu börjar alternativen för insättning att bli intressanta...
- Har vi en lista med ett element så finns det två positioner att sätta in i

```
1. 10 <- Empty()
2. (p, 11) <- Insert(v1, First(10), 10)</pre>
```

Alternativen är

```
1. (p, 12) <- Insert(v2, First(11), 11)
2. (p, 13) <- Insert(v2, End(11), 11)
```

#### Många steg senare...

- Det blev många tester innan jag var klar (och jag vet att det saknas minst ett test till)
- ► Till slut såg mitt huvudprogram ut ungefär så här:

```
int main (void)
        printf("%s, %s %s: Test program for the typed int_list datatype.\n",
               FILE , VERSION, VERSION DATE);
        printf("Code base version %s.\n\n", CODE BASE VERSION);
        empty_returns_non_null();
        empty is empty();
        empty first end():
        one_element_list_is_nonempty();
        one element list has first neg end();
        insert first returns correct pos():
        inserted_element_has_correct_value();
        next does something();
        one element list next eq end();
        previous does something();
        fprintf(stderr, "\nSUCCESS: Implementation passed all tests. "
                "Normal exit.\n");
        return 0:
```

Ni hittar koden i file int\_list\_test.c i källkodskatalogen för int\_list i kodbasen

#### ... men det är inte ert problem

- Lista är en komplicerad datatyp och de flesta testerna gäller positioner, något som inte är relevant för Stack
- Ni bör landa nånstans mellan fem och tio tester
- Av de funktioner jag skrev så är alla tester som berör positioner ointressant
- De som berör tom/icke-tom, att värden har rätt position, osv. är relevanta

```
empty_returns_non_null();
empty_is_empty();
one_element_list_is_nonempty();
inserted_element_has_correct_value();
insert_remove_is_empty();
insert_and_count_forwards();
n_element_list_insert_end();
```

#### Testprogram för Lista i kodbasen

- Kodbasen innehåller testprogrammet int\_list\_test.c
  - Ni är välkomna att använda det som inspiration till ert testprogram för int\_stack
- Kodbasen innehåller också två testprogrm list\_test1.c och list\_test2.c för den generiska Listan
- Skillnaden är att list\_test1 använder en s.k. kill function som automatiskt tar hand om avallokering av elementvärden som lagts in i listan
  - Ger enklare kod för OU1
- Programmet list\_test2 använder inte en kill function, utan där stannar ansvaret för att avallokera dynamiskt minne hos användaren av listan

# OU1 (1)

- Testning av stack
  - Ni ska kunna avgöra om en given stack är "hel" eller "trasig", dvs. korrekt eller felaktigt implementerad
- Utgå från den informella specifikationen av Stack
  - Ni får utgå från axiomen om ni vill, men...
    - erfarenheten från tidigare år är tveksam...
  - Ni är välkomna att ignorera axiomen helt om ni inte förstår dom
    - Fokusera i stället på hur ni vet att en stack ska fungera!
  - Skriv små testfunktioner
  - Anropa funktionerna i ordning från enklast till mest komplex
  - Var tydlig med vad varje funktion antar
  - Det gör inget om ni skriver många funktioner
    - Att vara paranoid n\u00e4r man skriver testprogram \u00e4r ingen nackdel

# OU1 (2)

- Utmaningar:
  - Ni vet inte på vilket sätt de trasiga stackarna är trasiga!
    - Det är realistiskt
  - Det är svårt att jämföra två stackar
    - Stackarna har samma gränsyta, så om Top() läser av fel element i en stack så läser den av fel element i den andra också!

#### OU1 (3)

- Nytt för i år är att ni ska skriva två testprogram
  - Ett för en C-implementation av Stack av Heltal (int\_stack)
    - Stack av Heltal är statiskt konstruerad och använder inget dynamiskt minne
    - Hela stacken kopieras vid anrop/funktionsretur
    - ► Top() returnerar int
  - 2. Ett för en C-implementation av en generisk Stack (stack)
    - Stack använder void \* som datatyp för att uppnå något som liknar typgeneralitet
    - Element som läggs på stacken måste allokeras dynamisk
    - Top() returnerar void \*, vilket går att konvertera till int \* som motsvarar Link(int)
- Syfte: Separera de två utmaningarna testning och att använda dynamiskt minne

#### OU1 (4)

- Nytt är också att specifikationen kräver att ni gör alla jämförelser mellan värden (heltal) i en funktion bool value\_equal(int v1, int v2);
  - ➤ Syftet är att hjälpa er med ett vanligt fel för den generiska stacken att jämföra void-pekare i stället för heltal
  - Om jämförelserna alltid görs i funktionen kommer kompilatorn att fånga upp om ni tänker fel
- Utgå från hybridtolkningen av de strukturförändrande operationerna
  - Utgå från att vid t.ex. t=Push(s, v) så är s oanvändbar efter anropet!
  - Använd s=Push(s, v) så kommer det att fungera
- Använd gärna testprogrammen för list-varianterna i kodbasen som inspiration

## OU1 (5)

- Vi kommer att ta ert testprogram och kompilera det med ett tiotal implementationer av stackar
  - Några korrekta
  - De flesta trasiga
- Ert testprogram ska avgöra om implementationen följer specifikationen för Stack eller inte
- De trasiga implementationerna kan innehålla
  - Funktioner som inte gör nånting
  - Funktioner som gör annat än vad dom borde
  - Funktioner som refererar till fel element

# OU1 (6)

- ► TIPS!
  - Utmana era kursare!
    - Skriv egna trasiga stackar som deras testprogram får försöka upptäcka!
    - Skriv hela stackar som skiljer sig från standardimplementationen!
  - Be dina kursare göra detsamma!
  - Dela, sprid, stackimplementationerna mellan varandra...
    - ... men inte testprogrammen dom är en del av uppgiften som ni ska lösa enskilt och lämna in!