F07 - Tabell, relation, lexikon

5DV149 Datastrukturer och algoritmer
Kapitel 6, 13, 16

Niclas Börlin
niclas.borlin@cs.umu.se

2024-02-01 Tor

Innehåll

- Tabell
- Relation
- Lexikon
- OU3

Tabell

- Modell:
  - Uppslagsbok
- Ändlig avbildning av argument eller nycklar på tabell-värden
  - Ingen begränsning på värdetypen
  - Nyckel-typen nästan obegränsad
    - Enda kravet är att likhet mellan två nycklar måste vara definierat
- Dynamisk datatyp
  - Storleken kan förändras under objektets livslängd

Tabell, exempel

- Postadress:
  - Argument/nyckel: heltal
  - Värde: sträng
    - Postadress(90187) $\rightarrow$ ”Umeå”
- Bilregister:
  - Argument/nyckel: sträng
  - Värde: post som beskriver bil
    - Bilregister(”CBY328”) $\rightarrow$ (”Toyota”, ”Avensis”, 2013, diesel)
- Artikelregister:
  - Argument/nyckel: artikelnummer
  - Värde: post som beskriver artikeln
    - Artikelregister(”32-2837”) $\rightarrow$ (”Nätverkskabel”, CAT 5, 79)

Gränsyta till Tabell

```
abstract datatype Table(arg, val)
  Empty() → Table(arg, val)
  Insert(k: arg, v: val, t: Table(arg, val)) → Table(arg, val)
  Isempty(t: Table(arg, val)) → Bool
  Lookup(k: arg, t: Table(arg, val)) → (Bool, val)
  Remove(k: arg, t: Table(arg, val)) → Table(arg, val)
  Kill(t: Table(arg, val)) → ()
```

Informell specifikation

- `Empty()` returnerar en tom tabell
- `Isempty(t)` avgör om tabellen `t` är tom
- `Lookup(k, t)` slår upp och returnerar värdet associerat med nyckeln `k` i tabellen `t`
- `Insert(k, v, t)` stoppar in värdet `v` i tabellen `t` och associerar det med nyckeln `k`
- `Remove(k, t)` tar bort värdet associerat med nyckeln `k` ur tabellen `t`

Fält kontra Tabell

- De abstrakta datatyperna Fält och Tabell har likheter:
  - Bägge lagrar värden
  - Fältets index svarar mot tabellens nyckel
- Skillnader:
  - Begränsningar på argumenttypen/nyckeltypen:
    - Fält kräver att argumenttypen är diskret linjärt ordnad
    - Tabell kräver endast att likhet ska vara definierat
  - Tabell är en dynamisk datatyp, fält en statisk

Nyckelvärden i Tabell

- Observera alltså att det enda som krävs av nyckeltypen är att likhet är definierat!
- I princip vilken typ som helst kan vara nyckeltyp
  - Strängar
  - Heltal
  - Poster
  - Listor
  - ...

Konstruktion av tabell

- Fyra alternativ
  - Tabell konstruerad som Fält
  - Tabell konstruerad som Lista av par
  - Tabell konstruerad som Hashtabell (senare)
  - Tabell konstruerad som Binärt sökträd (senare)
- Egenskaper, bästa sökprestanda

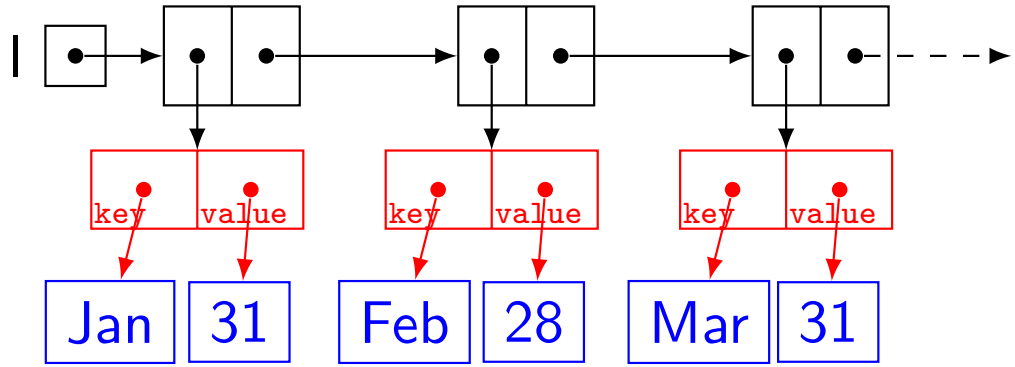
Konstruktion	Osorterade nycklar	sorterade	Statisk/dynamisk
Fält	$O(n)$	$O(\log n)$	statisk
Lista av par	$O(n)$	$O(n)$	dynamisk
Hashtabell	$O(1)$	$O(1)$	statisk/dynamisk
Binärt sökträd	-	$O(\log n)$	dynamisk

Tabell som Fält

- Tabell kan konstrueras som Fält under vissa förutsättningar
  1. argumenttypen är diskret linjärt ordnad,
  2. argumenten är relativt väl samlade
  3. det går att hitta en ODEF-konstant, dvs. en konstant som betyder att tabellvärdet är "ej definierat",
- `Table-Lookup(k, t)` blir `Array-Inspect-value(ix, t.a)`, där `ix` är uträknat från nyckeln `k`
- Exempel:
  - Postadress.
    - Argument: heltal
    - Intervall: 10000-99999
    - ODEF: NULL eller tomma strängen
  - Bilregister
    - Vi kan göra nyckeltypen "sex tecken" diskret linjärt ordnad om vi t.ex. definierar ordningen `0 < ... < 9 < A < ... < Z`
    - Men intervallet blir $23^3 \cdot 10^2 \cdot 33 = 40151100$ element långt!

Tabell som Lista av par

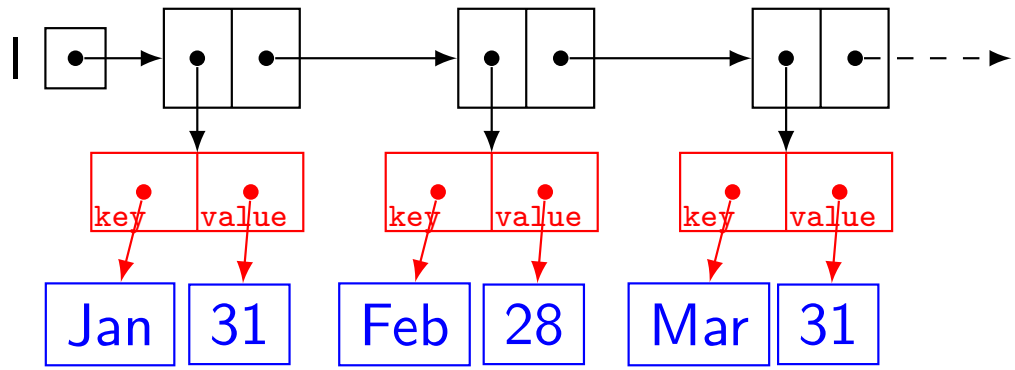
- Lista av par



  - Tabellen använder en Lista
    - Listan kan ha vilken konstruktion som helst (här visas 1-celler)
    - Listans komponenter visas i svart
  - Tabellen använder element som består av Poster (`structs`) med nyckel-värde-par
    - Fältet `key` innehåller en länk till en *nyckel*
    - Fältet `value` innehåller en länk till ett *(tabell-)värde*
    - Tabellens komponenter visas i rött
  - Nycklarna och tabellvärden stoppas in i tabellen av användaren
    - Här består nyckeln av en sträng och värdet av ett heltal
    - Användarens komponenter visas i blått
- Denna konstruktion är implementerad i kodbasen

Tabell som Lista av par — dubletter

- Hur hanterar vi dubletter, dvs. två nyckel-värde-par med samma nyckel?
  - Ex. Stoppa in (Feb, 29)



- Vi får två huvudalternativ:
  1. Kolla om det redan finns ett par med samma nyckel
     - Byt ut det gamla paret mot det nya, alt. det gamla tabellvärdet mot det nya
     - `Insert()` måste modifieras
  2. Sätt in det nya paret först i listan utan att kolla
     - `Lookup()` måste leta framifrån och returnera första träffen
     - `Remove()` måste ta bort alla träffar

Tillämpningar av Tabell (1)

- Benämna objekt, t.ex.
  - *(Artikel-nr) 32-2837: Nätverkskabel*
  - *(Registration) CBY328: Toyota Avensis*
- Associera egenskaper hos ett objekt med en nyckel, t.ex.
  - *32-2837:*

Namn	Nätverkskabel
Pris	SEK 79
Hyllplacering	E14
Lagerstatus	23 st

Tillämpningar av Tabell (2)

- Representera samband mellan objekt, t.ex.
  - personer som äger en fastighet,
  - personer som är medlemmar av en klubb
- Kompilatorer och interpretatorer (symboltabeller)
  - Existens (*är symbolen definierad?*)
  - Attribut (*värdetyp, räckvidd*)
- Fält som Tabell (glesa matriser).
  - Nyckel: (rad, kolumn)
  - Ex. Matrisen

0	0	3
8	0	0
5	0	0

skulle lagras som

nyckel	värde
(2,1)	8
(3,1)	5
(1,3)	3

Att jämföra nycklar

Tabell, att jämföra nycklar

- Om nyckeltypen inte är inbyggd (t.ex. `int`, `double`) utan t.ex. Post måste man definiera och implementera en likhetsoperation
- T.ex. om nyckeln är en Post (artikel-nr, namn), definiera likhet som att artikel-numren är lika
- Om strukturen kräver att datat går att sortera behöver vi i stället definiera en jämförelseoperation som avgör om objektet *a* kommer före/lika/efter *b* i en sorteringsordning

Definition av likhet

- Att definiera likhet är ofta inte en uppgift för datatypen, utan för användaren av datatypen
- Vad som är den bästa definitionen varierar ofta med tillämpningen
- Exempel:
  - För en nyckeltyp artikelnummer, ska "37-1463" och "371463" anses vara lika?
  - För en nyckeltyp svenskt efternamn, ska "Svensson" och "Svenson" anses vara lika?
  - För en nyckeltyp flyttal, ska 3.14156259 och 3.14156258 anses lika?
  - För en Post (artikelnummer, beskrivning), ska två poster anses lika om artikelnumren är lika eller måste beskrivningarna också vara lika?
  - För två strängpekare i språket C, ska strängarna anses lika om innehållet är lika, eller måste adresserna vara lika?

Blank

Tippel, Post

Tippel, Post

- Två andra datatyper som liknar tabell
  - Associerar argument med värden
- Tippel (*tuple*) består av *n* ordnade element, ex. för koordinater a=(29, 4, 3)
  - `Inspect-first(a)` → 29
  - `Inspect-second(a)` → 4
- Post (*record*, *struct*) är som abstrakt datatyp sett samma sak som Tippel, t.ex. för a=(32-2837, Nätverkskabel, 79)
  - `Inspect-first(a)` → 32-2837
  - `Inspect-second(a)` → Nätverkskabel
- Skillnaden är att för Post brukar man använda namn för att ange fälten, för Tippel heltal

Relation

Relation

- En Relation är en egenskap definierad för en grupp av objekt
- Exempel:
  - Objekten (Måndag, Tisdag, . . . , Söndag) är relaterade till varandra via relationen veckodag
  - Objekten (Januari, Februari, . . . , December) är alla relaterade till varandra via relationen månad
  - Objekten Måndag och September är inte relaterade till varandra

Binära relationer

- En binär relation är en relation mellan två objekt
- För den binära relationen "mindre-än" med symbol $<$ säger vi vanligen att "a är mindre än b" ($a < b$ i text) för t.ex. $a = 4$ och $b = 6$
- Formellt gäller att objektena a och b är relaterade till varandra enligt relationen "mindre-än" om och endast om $a < b$
  - Motsatsen är att a och b är inte relaterade till varandra enligt relationen "mindre-än", vilket gäller om $a \geq b$
- Ett annat uttryck är att a och b har eller saknar relationen "mindre-än"
  - Objekten $a = 4, b = 6$ har relationen "mindre-än"
  - Objekten $a = 9, b = 6$ saknar relationen "mindre-än"

Relationstabeller (1)

- Relationer konstrueras ofta som tabeller
  - En nyckel, oftast heltal, används för att enumerera objekten som har relationen
  - Ex, persontabell

Nyckel	Namn
...	
3512	NB
3513	HB
...	

  - Ex, fastighetstabell:

Nyckel	Namn
1	Bergsnäs 1:1
...	
42	Bergsnäs 2:4
...	

Relationstabeller (2)

- Relationer mellan olika objektklasser kan konstrueras i en egen tabell med nyckelreferenser till objekten
  - Relationer kan också innehålla attribut
  - Varje rad i tabellen är en Tippel av nycklar eller attribut
    - Beskriver relationen mellan objekten
- Ex, fastighetsägartabell:

Fastighet	Person	Andel
...		
42	3512	0.5
42	3513	0.5
...		

  - "Personen 3512 har en relation till fastigheten 42 med attribut 0.5" utläses "NB äger 50% av Bergsnäs 2:4"
- Är grunden för relationsdatabaser

Lexikon

- Ett Lexikon är som en tabell utan tabellvärden
- Lexikon är en s.k. solitär datatyp
  - Man kan göra modifieringar av isolerade dataobjekt, ex. lägga till, ta bort eller slå upp element, men inte kombinera/bearbeta två eller flera Lexikon
- Jämför den icke-solitära datatypen Mängd:
  - Det går att lägga till och ta bort element till både Mängd och Lexikon
  - Både en Mängd och ett Lexikon är oordnade datatyper
  - Det går att bilda unionen eller snittet av två mängder
  - Motsvarande för två Lexikon är inte definierat
    - "Det finns bara ett Lexikon av svenska ord"

Blank

Experimentell komplexitetsanalys

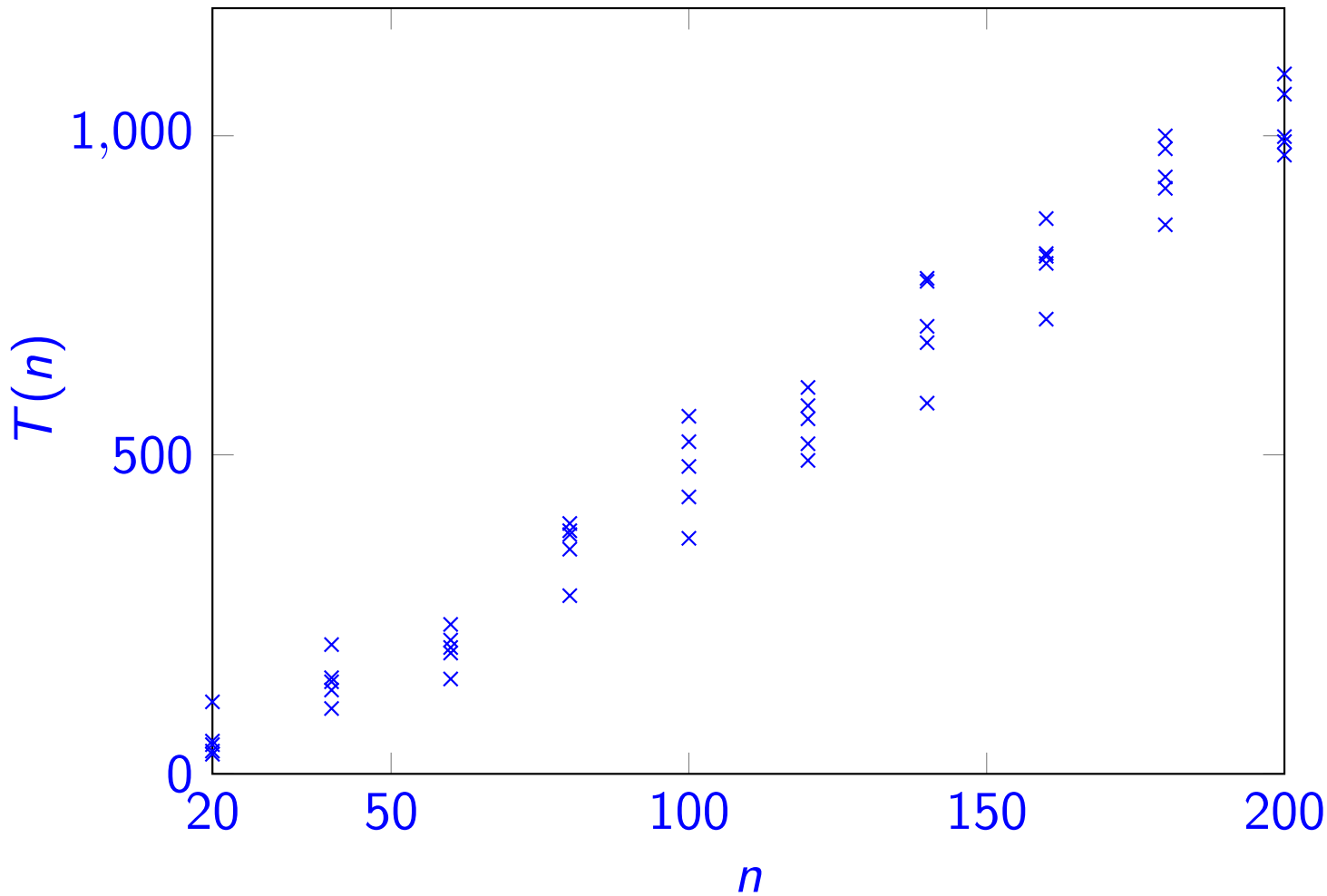
Komplexitetsanalys

- Experimentell
  1. Kör programmet för olika problemstorlekar
  2. Mät tiden
  3. Uppskatta trenden
- Asymptotisk
  1. Analysera algoritmen teoretiskt
  2. Undersök vad som händer då n blir stort

Experimentell analys

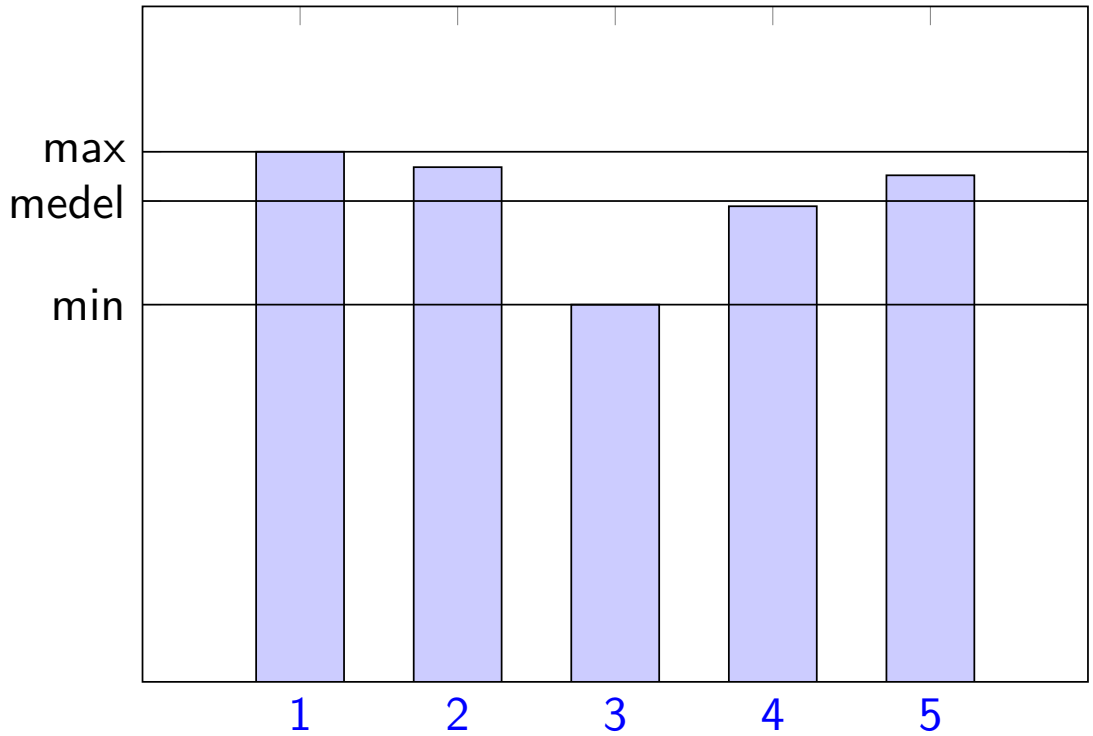
1. Implementera algoritmen
2. Kör programmet med varierande datamängd
   - Storlek
   - Sammansättning
3. Mät tiden $T(n)$ då programmet körs
4. Plotta $T(n)$
   - 4.1 Ansätt en hypotes, t.ex. $g(n) = n^2$
   - 4.2 Plotta $f(n) = T(n)/g(n)$
   - 4.3 Om $f(n)$ går mot positiv konstant så är hypotesen troligen korrekt
   - 4.4 Om inte, ansätt en annan hypotes, t.ex. $g(n) = n$

Exempel på en plot



Bästa, värsta, medel

- $T(n)$ för $n = 80$:

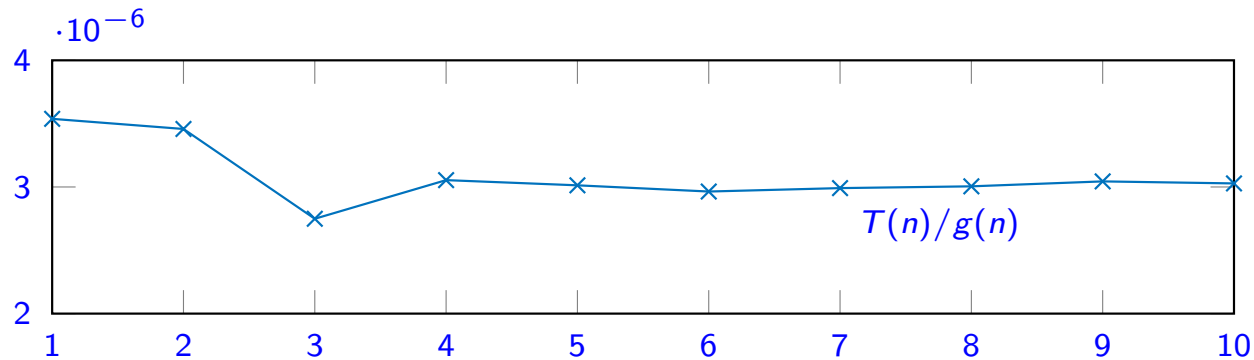


- Beroende på datats sammansättning kan algoritmen fungera olika bra
  - Bubblesort för redan sorterad lista är $O(n)$
    - I medel- och värsta fall $O(n^2)$

Kontrollera din slutsats

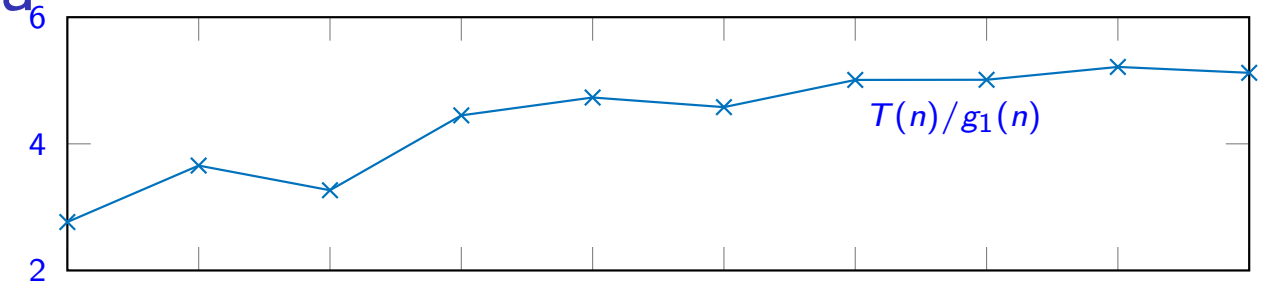
- Mät tiden för ett antal n
- Ansätt ("gissa") $g(n)$ från ordo-definitionen med stöd från den asymptotiska teorin
  - Om teorin säger att komplexiteten bör vara kvadratisk, ansätt $g(n) = n^2$
- Plotta uppmätt/hypotetisk tid ($T(n)/g(n)$)
- Bör gå mot positiv konstant för stora n om $g(n)$ är korrekt

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$g(n) = n^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$T(n)$ $(\cdot 10^{-6})$	3.54	14	25	49	75	107	147	192	247	303
$T(n)/g(n)$	3.54	3.46	2.75	3.05	3.01	2.96	2.99	3.01	3.04	3.03



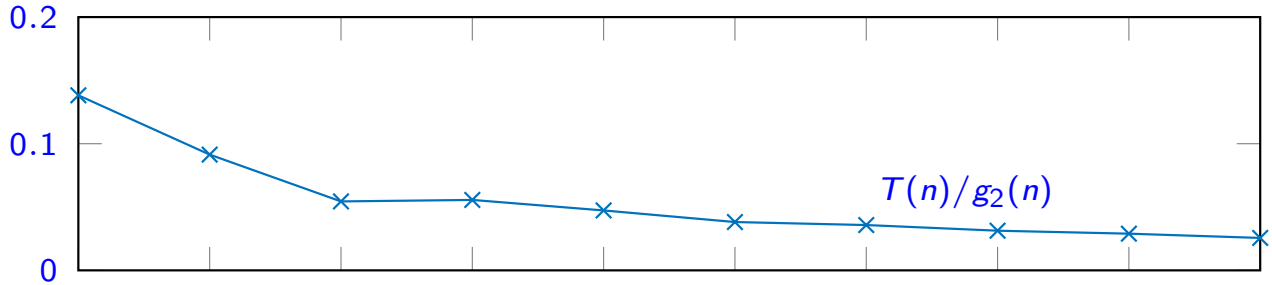
Testa hypoteserna

$g_1(n) = n$



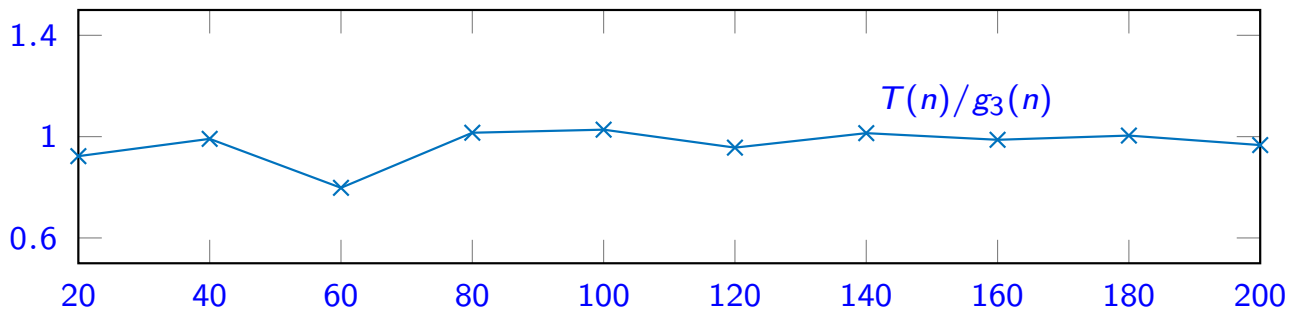
Fortsätter växa. g_1 växer för långsamt!

$g_2(n) = n^2$



Fortsätter avta. g_2 växer för snabbt!

$g_3(n) = n \log n$



Konvergerar. g_3 växer lagom snabbt!

Experimentell analys

- Fördelar:
  - Behöver inte källkoden
  - Behöver ”bara” ett körbart program
- Begränsningar:
  - Måste implementera och testa algoritmen
  - Experimenten kan endast utföras på en begränsad (liten) mängd data
  - Man kan missa viktiga testdata (specialfördelningar)
  - Hård- och mjukvaran måste vara densamma för alla körningar
  - Modern, ”intelligent”, strömsparande mjuk- och hårdvara kan variera hastigheten på processorn

Introduktion till OU3

OU3 — Tabeller

- Samma gränsyta/interface — olika implementationer
- Table-as-list, Tabell som Lista av par
  - Given i kodbasen
- Move-to-front-table (`MTFTable`)
  - En liten modifikation av Table-as-list som ni ska skriva — utgå från Table-as-list
- Table-as-array
  - Skriv koden från början — ni ska använda er av `Array`

Uppgifter

- Givet en tabellimplementation, implementera två andra!
  - En mindre variant — move-to-front-table
  - En helt annan variant — table-as-array
- Kör ett givet testprogram för alla tre tabellerna för att se att koden är korrekt och se hur tidsåtgången för olika operationer varierar
  - Ni får jobba i par
  - Jobbar ni i par ska ni dessutom implementera två mindre tabellvarianter (sorterade) till
  - Mindre arbete per person och störst pedagogisk vinst
- Rapport med bland annat en presentation av resultatet från körningen och en analys

Att tänka på (1)

- Kopiera Table-as-list till Table-as-move-to-front-list och modifiera koden
- Troligtvis enklare kod om ni inte använder en `free_function`
- Table-as-array:
  - Dubbletthantering — tillåta dubbletter i tabellen eller ej?
  - Kom ihåg att använda exakt samma gränsyta som i de övriga tabellerna
  - Ni behöver hålla reda på hur många element i fältet som är upptagna
    - Modifiera `struct table`
  - Inte tillåtet med ”hål” i tabellen
    - Annars blir det svårt att hålla de givna komplexiteterna
- Om ni ska implementera sorterade versionen — de flesta funktionerna kommer vara identiska

Att tänka på (2)

- Testprogrammet är också ett tidtagningsprogram
- Programmet testar tiden för n anrop med problemstorlek n till följande funktioner
  1. `Insert()`
  2. `Remove()`
  3. `Lookup()` för icke existerande nycklar
  4. `Lookup()` för existerande nycklar, slumpmässigt (likformigt) fördelade (*random lookups*)
  5. `Lookup()` för existerande nycklar med sned fördelning (en del nycklar slås upp oftare än andra) (*skewed lookups*)
- Tidtagningen är för n anrop till en av funktionerna i gränsytan, t.ex. `Insert()` för en problemstorlek på n
  - Det betyder att om den asymptotiska komplexiteten (för ett funktionsanrop) är t.ex. konstant ($O(1)$) och testprogrammet ger tiden för n anrop så behöver ni använda $g(n) = n \cdot 1$ i er experimentella analys
  - Om funktionen är $O(n)$ behöver ni använda $g(n) = n \cdot n = n^2$, osv.