Ipari Robotok Kinematikája és Dinamikája

IV/1. Geometriai modellezés: A direkt geometriai feladat megoldása

Összeállította: Dr. Kuti József
Szerkesztette: Dr. Galambos Péter

Óbudai Egyetem
Pro Sciencia et Futuro

2018. szeptember 21.
Budapest

Bejczy Antal iRobottechnikai Központ

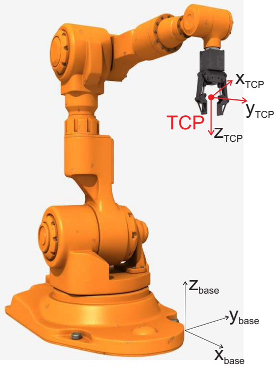
Robot geometria: a csuklóváltozóktól függően meghatározza a TCP-t és a TCP koordinátarendszert.

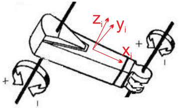
Ez rendszerint nagyon összetett:
ki sem írják teljes formában

Minden szegmenshez egy-egy koordinátarendszer, amik elmozdulhatnak / elfordulhatnak egy tengely irányába/körül.

Eddig: 3D homogén transzformáció

- pozíció: offszet vektor
- orientáció:
  - rotáció mátrix
  - tengely/szög
  - Euler szögek
  - RPY szögek
  - kvaternió





Alkalmazás a robot geometrián

Ismétlés:

A kapcsolódó szegmensek egymáshoz képest lineáris vagy rotációs mozgást végezhetnek, attól függően, hogy transzlációs / rotációs csuklók kapcsolják össze őket.

A csuklók aktuális állapotát a csuklóváltozókkal írjuk le (a transzláció/elfordulás nagysága egy önkényesen felvett zérus helyzethez képest).

Most:

Minden szegmenshez rögzítünk egy koordinátarendszert. Leírjuk a kapcsolódó szegmensek koordinátarendszerei közötti transzformációt a csuklóváltozók függvényében. A lánc-szabálynak megfelelően meghatározható az egyes szegmensek és a végberendezés helyzete és orientációja - mint a csuklóváltozók függvénye.

Lánc-szabály

Ha rendelkezésre állnak $\mathbf{T}_{KR}$ és $\mathbf{T}_{RQ}$ transzformációk, a $\mathbf{T}_{KQ}$ transzformáció megadható, mint $\mathbf{T}_{KQ} = \mathbf{T}_{KR}\mathbf{T}_{RQ}$.

Mivel:

$$\mathbf{r}_R = \mathbf{T}_{RQ}\mathbf{r}_Q,$$

és

$$\mathbf{r}_K = \mathbf{T}_{KR}\mathbf{r}_R,$$

így $\mathbf{r}_K = \underbrace{\mathbf{T}_{KR}\mathbf{T}_{RQ}}_{\mathbf{T}_{KQ}}\mathbf{r}_Q$

Transzformációs lánc a robotkaron

- Adott egy alkalmazástól függő, álló bázis (base/világ/world/cella) koordinátarendszer
- Szintén álló 0. koordinátarendszer - a robot álló részéhez képest adott
- A robot $1, \dots, m$ szegmenséhez rögzített 1.,...,m. koordinátarendszerek
- Az m-dik koordinátarendszerhez képest álló TCP (E) koordinátarendszer (az alkalmazott végberendezéstől függően)

- Elágazás nélküli robot: transzformációs lánc

$$\begin{tikzcd}
\text{base} & 0 \arrow[l, "\mathbf{T}_{\text{base},0}"'] & 1 \arrow[l, "\mathbf{T}_{01}(q_1)"'] & \dots \arrow[l, "\mathbf{T}_{12}(q_2)"'] & m \arrow[l] \arrow[lll, bend left, "\mathbf{T}_{0m}(q_1,q_2,\dots q_m)"] & \text{TCP} \arrow[l, "\mathbf{T}_{m,\text{TCP}}"']
\end{tikzcd}$$

- Elágazás esetén: fa struktúra – transzformációs gráf

Geometriai modellezés: a fenti transzformációk felírása

Robotmodellezés: Geometriai szint

A csuklóváltozók és a Cartesian-térbeli póz megfeleltetése:

Direkt geometriai feladat

Bizonyos csuklóváltozó értékekhez tartozó Cartesian-térbeli póz meghatározása. (Konfiguráció → póz.)

Megoldás: A transzformációs lánc elemeinek felírása, majd a csuklóváltozók értékének behelyettesítése.

Inverz geometriai feladat

Bizonyos Cartesian-térbeli pózt megvalósító csuklóváltozó értékek meghatározása. (Póz → konfiguráció(k).)
(Ha létezik ilyen az adott pózhoz. Ha több is van, lehetőleg mindegyik, vagy legalább az amelyik leginkább megfelelő a célnak.)

Megoldás (később): a robot struktúrájának megfelelő analitikus trükkök megtalálása / numerikus, iteratív solverek.

Robot geometriai modellezése
Transzformáció a szegmensek között

Tetszőlegesen felvett koordinátarendszerek: bonyolult megadás és használat...

Denavit-Hartenberg konvenció:

- Mechanikában: mechanizmusokban a merev testek helyzetének leírására – Jacques Denavit és Richard Hartenberg (1955)
- Alkalmazása robotikában a geometria egységes, egyszerű leírására – Richard Paul (1981)
- A koordinátarendszereket úgy felvenni, hogy 4 skalár paraméterrel leírhatóak legyenek a transzformációk (DH paraméterek), ezek egyike a csuklóváltozó.
- (Létezik egy módosított verzió is, itt a standardot mutatjuk be.)

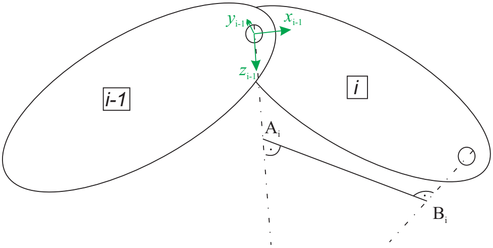
Alkalmazása:

- a cellához/felhasználáshoz kapcsolódó „base" koordinátarendszer az alkalmazástól függően adott
- a 0. szegmens legyen a robot nem mozgó része és a 0. koordinátarendszert helyezzük el ehhez rögzítve olyan módon, hogy
  - a z tengelye egybeessen az első csukló tengelyével,
  - és az origó helyét, x, y tengelyek irányát úgy, hogy a leírás minél egyszerűbb legyen.

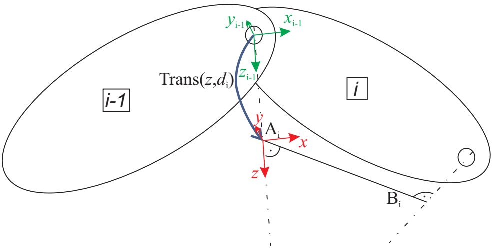
  (a base$\rightarrow$0 koordinátarendszerek közötti transzformáció állandó, itt nem is foglalkozunk vele)
- a továbbiakban az i-dik szegmens koordinátarendszerének z_i tengelye, mindig a következő szegmenssel összekötő csukló tengelyével esik egybe

Hogyan határozható meg az i-dik szegmens koordinátarendszere az $i-1$-dik koordinátarendszer és a csuklótengelyek alapján?

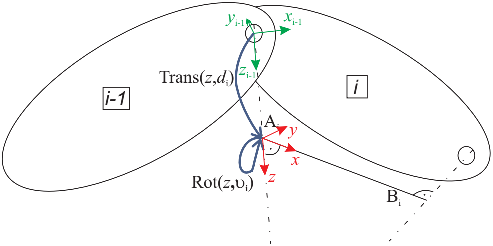
Tekintsük az i-dik szegmens csuklóinak tengelyeit (vékony pontvonalak):



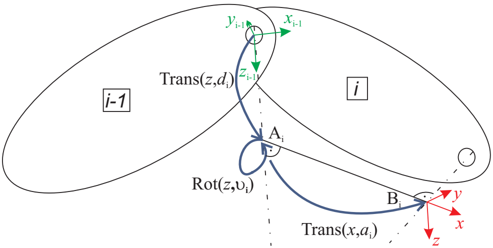
0. Legyenek a tengelyekre merőleges szakasz talppontjai A_i és B_i



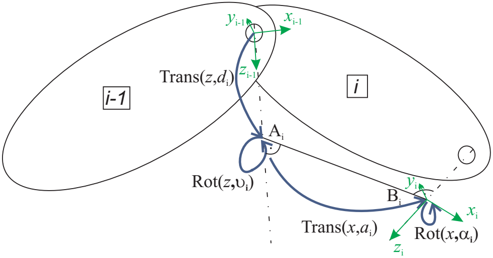
0. Legyenek a tengelyekre merőleges szakasz talppontjai A_i és B_i
1. Az origó eltolása A_i pontba: $\mathrm{Trans}(z, d_i)$



0. Legyenek a tengelyekre merőleges szakasz talppontjai A_i és B_i
1. Az origó eltolása A_i pontba: $\mathrm{Trans}(z, d_i)$
2. Az x tengely elforgatása $\overrightarrow{A_i B_i}$ irányába (hogy merőleges legyen mindkettő csukló tengelyére): $\mathrm{Rot}(z, \vartheta_i)$



0. Legyenek a tengelyekre merőleges szakasz talppontjai A_i és B_i
1. Az origó eltolása A_i pontba: $\mathrm{Trans}(z, d_i)$
2. Az x tengely elforgatása $\overrightarrow{A_i B_i}$ irányába (vagy hogy merőleges legyen mindkettő csukló tengelyére): $\mathrm{Rot}(z, \vartheta_i)$
3. Az origó eltolása B_i pontba: $\mathrm{Trans}(x, a_i)$



0. Legyenek a tengelyekre merőleges szakasz talppontjai A_i és B_i
1. Az origó eltolása A_i pontba: $\mathrm{Trans}(z, d_i)$
2. Az x tengely elforgatása $\overrightarrow{A_iB_i}$ irányába (vagy hogy merőleges legyen mindkettő csukló tengelyére): $\mathrm{Rot}(z, \vartheta_i)$
3. Az origó eltolása B_i pontba: $\mathrm{Trans}(x, a_i)$
4. A z tengely ráforgatása a csukló tengelyére: $\mathrm{Rot}(x, \alpha_i)$

Következmény: A szegmensek közötti transzformációk leírhatóak 4 skalár paramméterrel, és a következő transzformációval:

$$\mathbf{T}_{(i-1),i} = \mathrm{DH}(d_i, \vartheta_i, a_i, \alpha_i) =$$

$$= \mathrm{Trans}(z, d_i)\mathrm{Rot}(z, \vartheta_i)\mathrm{Trans}(x, a_i)\mathrm{Rot}(x, \alpha_i) =$$

$$\begin{bmatrix} & 0 \\ \mathbf{I} & 0 \\ & d_i \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\vartheta_i & -\sin\vartheta_i & 0 & \\ \sin\vartheta_i & \cos\vartheta_i & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & \\ & \mathbf{0} & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & a_i \\ \mathbf{I} & 0 \\ & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & \mathbf{0} \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & \\ & \mathbf{0} & & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\vartheta_i & -\sin\vartheta_i & 0 & 0 \\ \sin\vartheta_i & \cos\vartheta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{DH}(d_i, \vartheta_i, a_i, \alpha_i) =$$
$$= \begin{bmatrix} \cos\vartheta_i & -\sin\vartheta_i \cos\alpha_i & \sin\vartheta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\vartheta_i \\ \sin\vartheta_i & \cos\vartheta_i \cos\alpha_i & -\cos\vartheta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\vartheta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

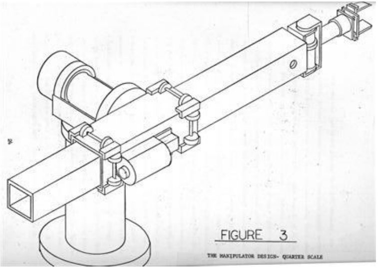
Transzlációs csukló esetén: $d_i = q_i + c$

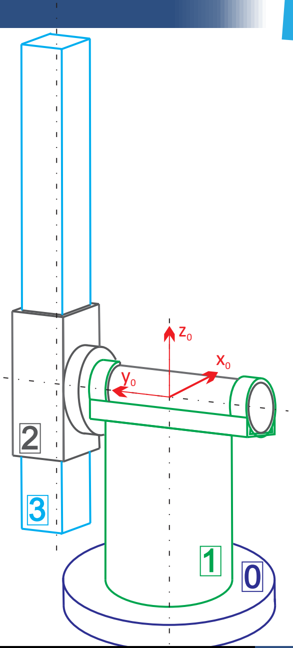
$$\mathbf{T}_{(i-1),i}(q_i) = \mathrm{DH}(q_i + c, \vartheta_i, a_i, \alpha_i)$$

Rotációs csukló esetén: $\vartheta_i = q_i + c$

$$\mathbf{T}_{(i-1),i}(q_i) = \mathrm{DH}(d_i, q_i + c, a_i, \alpha_i)$$

Gömbkoordinátás/spherical kar: $RR^{\perp}T^{\perp}$

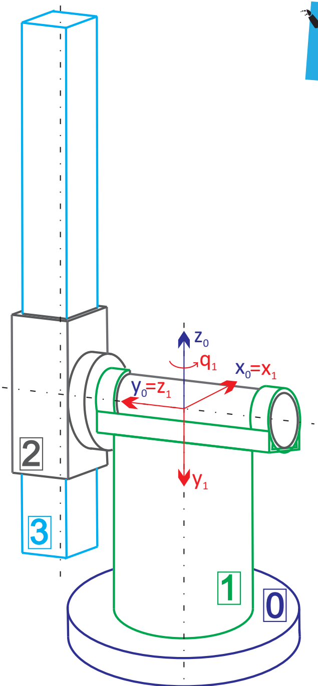




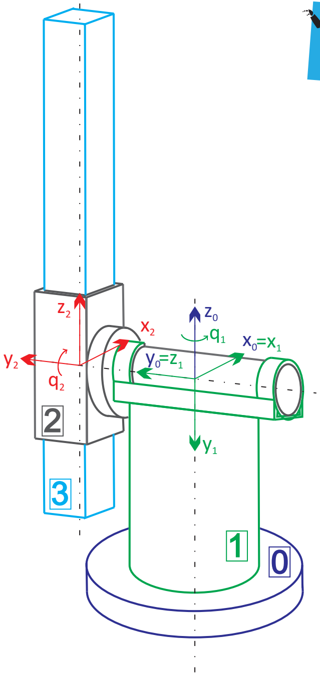
Jobbra:

- Referenciahelyzet
- 0 (álló) koordinátarendszer

- Az első csukló z_0 körül forgathat: $q_1 = \vartheta_1$
- A z_1 tengely a következő (vízszintes), rotációs csukló tengelye
- A z_0 és z_1 tengelyek az origóban metszik egymást, így az A_1, B_1 pontok a koordinátarendszer origója
- Innen $a_1 = 0$, $d_1 = 0$
- x_1 iránya: hogy merőleges legyen z_0 tengelyre és z_1-re
- Ekkor $\alpha_1 = -90[deg]$ forgatja be z_0 tengelyt z_1-be



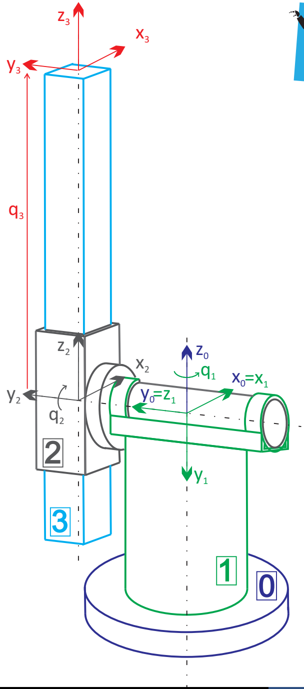
- A második csukló z_1 körül forgathat: $q_2 = \vartheta_2$
- A z_2 tengely a következő (függőleges), transzlációs csukló tengelye
- A z_1 és z_2 tengelyek metszik egymást, az az A_1, B_1, így $a_2 = 0$
- $d_2 > 0$ a metszéspont és az 1. koordinátarendszer origójának távolsága
- x_2 iránya: hogy merőleges legyen z_1 tengelyre és z_2-re
- Ekkor $\alpha_2 = 90[deg]$ forgatja be z_1 tengelyt z_2-be



- A harmadik csukló z_3 mentén mozgathat: $q_3 = d_3$
- Vegyük fel a következő koordinátarendszert azonos orientációval
- A z_2 és z_3 tengelyek egybeesnek, így $a_3 = 0$, $\alpha_3 = 0$, $\vartheta_3 = 0$

Így a DH paraméterek:

i	q_i	d_i	ϑ_i	a_i	α_i
1	ϑ_1	0	ϑ_1	0	$-90[deg]$
2	ϑ_2	d_2	ϑ_2	0	$+90[deg]$
3	d_3	d_3	0	0	0



i	q_i	d_i	ϑ_i	a_i	α_i
1	ϑ_1	0	ϑ_1	0	$-90[deg]$
2	ϑ_2	d_2	ϑ_2	0	$+90[deg]$
3	d_3	d_3	0	0	0

Transzformációs mátrix (a továbbiakban $\cos q_i = c_i$, $\sin q_i = s_i$):

$$\mathbf{T}_{03} = Rot(z, q_1)Rot(x, \alpha_1)Tran(z, d_2)Rot(z, q_2)Rot(x, \alpha_2)Tran(z, q_3) =$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ q_3 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ q_3 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} =$$

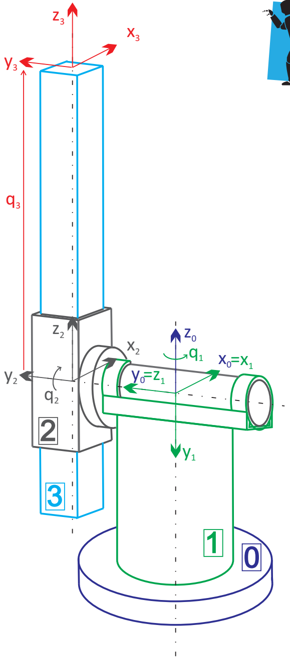
$$= \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ q_3 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{03}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Az utolsó bázis P origója az első bázisban:

$$\mathbf{p}_0(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_{03}(\mathbf{q})\mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

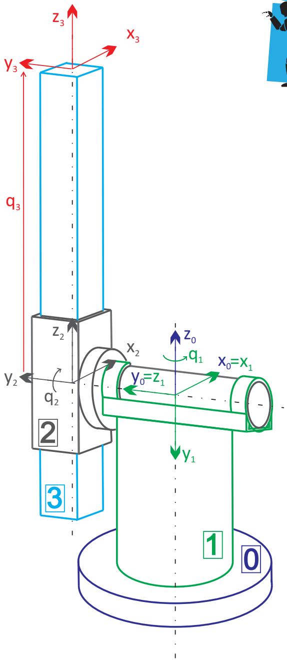
$$= \begin{bmatrix} -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ c_2 q_3 \\ 1 \end{bmatrix}$$



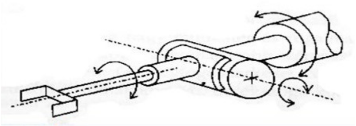
$$\mathbf{R}_{03}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix}$$

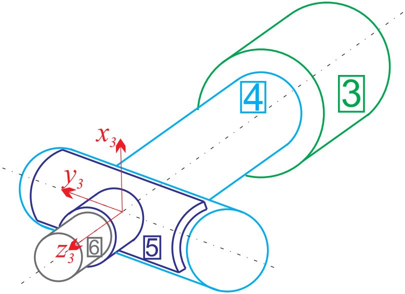
Az utolsó bázis $\mathbf{z}_3$ bázisvektorának iránya a 0 bázisban (jelölje $\mathbf{z}_{(3)0}$):

$$\mathbf{z}_{(3)0}(\mathbf{q}) = \mathbf{R}_{03}(\mathbf{q})\mathbf{z}_3 =$$
$$= \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 s_2 \\ s_1 s_2 \\ c_2 \end{bmatrix}$$



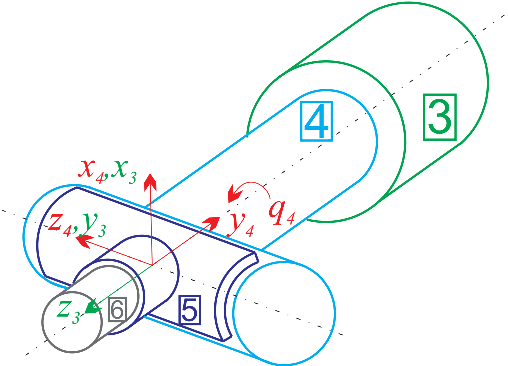
Csuklóképlet: $RR^{\perp}R^{\perp}$



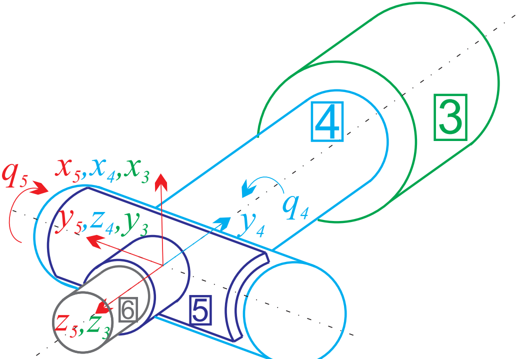


Jobbra:

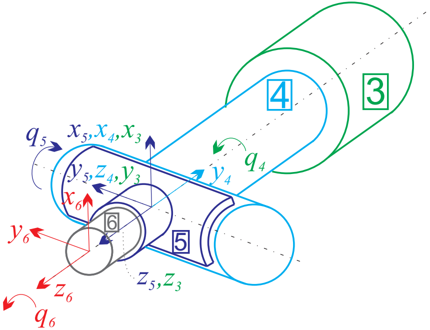
- Referenciahelyzet
- 3 (a kar utolsó szegmensének) koordinátarendszere



- Az első csukló z_3 körül forgathat: $q_4 = \vartheta_4$
- A z_4 tengely a következő csukló tengelye
- A z_3 és z_4 tengelyek az origóban metszik egymást, így az A_1, B_1 pontok a koordinátarendszer origója
- Innen: $a_4 = 0$, $d_4 = 0$
- x_4 iránya: hogy merőleges legyen z_3 tengelyre és z_4-re
- Ekkor $\alpha_4 = -90[deg]$ forgatja be z_3 tengelyt z_4-be



- A második csukló z_4 körül forgathat: $q_5 = \vartheta_5$
- A z_5 tengely a következő csukló tengelye
- A z_4 és z_5 tengelyek metszéspontja az origójuk, így $a_5 = 0$ $d_5 = 0$
- x_5 iránya: hogy merőleges legyen z_4 tengelyre és z_5-re
- Ekkor $\alpha_5 = 90[deg]$ forgatja be z_4 tengelyt z_5-be



- Az utolsó csukló z_5 körül forgathat: $q_6 = \vartheta_6$
- Vegyük fel a következő koordinátarendszert azonos orientációval, de eltolva z irányba: $d_6 > 0$
- A z_5 és z_6 tengelyek egybeesnek, így $a_3 = 0$, $\alpha_3 = 0$

Így a DH paraméterek:

i	q_i	d_i	ϑ_i	a_i	α_i
4	ϑ_4	0	ϑ_4	0	$-90[deg]$
5	ϑ_5	0	ϑ_5	0	$+90[deg]$
6	ϑ_6	d_6	ϑ_6	0	0

i	q_i	d_i	ϑ_i	a_i	α_i
4	ϑ_4	0	ϑ_4	0	$-90[deg]$
5	ϑ_5	0	ϑ_5	0	$+90[deg]$
6	ϑ_6	d_6	ϑ_6	0	0

Transzformációs mátrix (a továbbiakban $\cos q_i = c_i$, $\sin q_i = s_i$):

$$\mathbf{T}_{36} = Rot(z, q_4)Rot(x, \alpha_4)Rot(z, q_5)Rot(x, \alpha_5)Rot(z, q_6)Tran(z, d_6) =$$

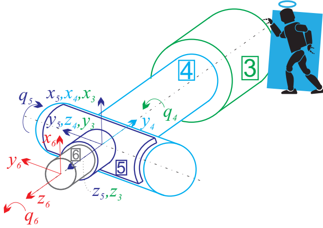
$$\begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c_4 c_5 & -s_4 & c_4 s_5 & 0 \\ s_4 c_5 & c_4 & s_4 s_5 & 0 \\ -s_5 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & c_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

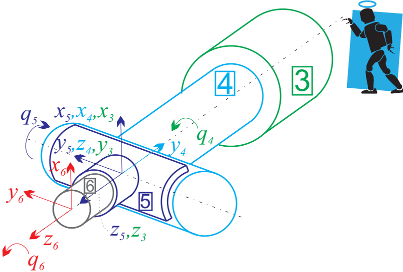
$$\mathbf{T}_{36}(\mathbf{q}) =$$
$$\begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & c_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Az utolsó bázis P origója a 3 bázisban:
$\mathbf{p}_3(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_{36}(\mathbf{q})\mathbf{p}_6 =$

$$\begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & c_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_4 s_5 d_6 \\ s_4 s_5 d_6 \\ c_5 d_6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{36}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 \end{bmatrix}$$



Az utolsó bázis $\mathbf{z}_6$ bázisvektorának iránya az 3 bázisban (jelölje $\mathbf{z}_{(6)3}$):

$$\mathbf{z}_{(6)3}(\mathbf{q}) = \mathbf{R}_{36}(\mathbf{q})\mathbf{z}_6 =$$

$$= \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_4S_5 \\ S_4S_5 \\ C_5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{03}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{36}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & c_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{06}(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_{03}(\mathbf{q})\mathbf{T}_{36}(\mathbf{q}) = \dots$$

($\uparrow$ elképzelhető, de nem akarjuk, fogjuk látni, nem is kezelhető...)

MATLAB Robotics Toolbox
by Peter Corke

- Jelenleg 10.2 release
- A toolbox ingyenesen letölthető:
  http://petercorke.com/wordpress/toolboxes/robotics-toolbox
- Telepítés: kitömörítés után "SetPath/Add with Subfolders"
- Példák: rtbdemo.m futtatásával

(A MatLab az Óbudai Egyetem hallgatói számára elérhető:
https://io.uni-obuda.hu/matlab
Példák, tutorialok: lásd *www.google.com*...)

MATLAB Robotics Toolbox

Homogeneous transformations 3D

Lásd:

/robot-10.2/rvctools/info/contents_toc.html#homogeneoustransformations3d

angvec2r	angle/vector to RM
angvec2tr	angle/vector to HT
eul2r	Euler angles to RM
eul2tr	Euler angles to HT
ishomog	true if argument is a 4x4 matrix
isunit	true if argument is a unit vector
isrot	true if argument is a 3x3 matrix
oa2r	orientation and approach vector to RM
oa2tr	orientation and approach vector to HT
rotx	RM for rotation about X-axis
roty	RM for rotation about Y-axis
rotz	RM for rotation about Z-axis
rpy2r	roll/pitch/yaw angles to RM ...

pl. "»help angvec2r"

Answer:

angvec2r Convert angle and vector orientation to a rotation matrix

R = angvec2r(THETA, V) is an orthonormal rotation matrix (3x3) equivalent to a rotation of THETA about the vector V.

Notes::
- If THETA == 0 then return identity matrix.
- If THETA = 0 then V must have a finite length.

See also angvec2tr, eul2r, rpy2r, tr2angvec, trexp, SO3.angvec.

pl2.: "»R = angvec2r(pi,[1 0 0])"

R =

$$\begin{array}{ccc} 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & -1.0000 & -0.0000 \\ 0 & 0.0000 & -1.0000 \end{array}$$

Szegmensek a standard és a módosított DH konvenció paraméterei alapján inicializálhatóak

Pl. a tárgyalt Stanford kar a levezetett standard DH paraméterekkel inicializálva:

```
»L1 = Revolute('d',0,'a',0,'alpha',-pi/2);
»L2 = Revolute('d',0.3,'a',0,'alpha',pi/2);
»L3 = Prismatic('theta',0,'a',0,'alpha',0);
```

Ezekből nyílt láncú, soros kar inicializálása:

```
»bot = SerialLink([L1 L2 L3], 'name', 'my Stanford arm');
»bot
```

(Visszatér az adataival...)

A 0 és a 3 koordinátarendszerek közötti ($\mathbf{T}_{03}$) transzformáció $q_1 = 0$, $q_2 = 0$, $q_3 = 0.5[m]$ esetén:

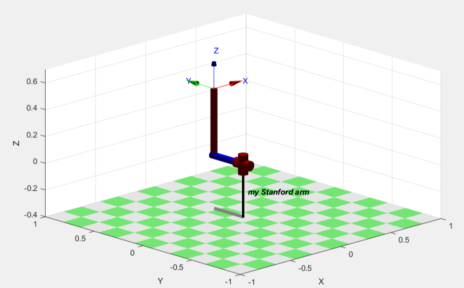
```
» bot.fkine([0 0 0.5])
```

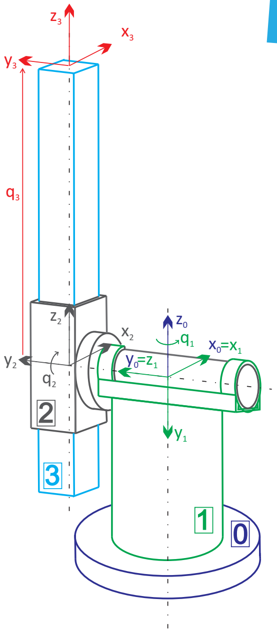
ans =

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Megjelenítés ugyanebben a helyzetben:

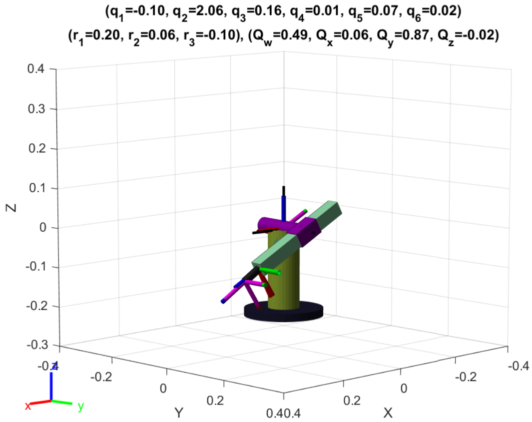
```
»bot.plot([0 0 0.5],...
'workspace', [-1,1,-1,1,-0.4,0.7]);
```





Részletesebb leírás (vizális megjelenítéshez, ütközésvizsgálathoz szükséges adatok, kinematikai, dinamikai tulajdonságok).

Formátum: URDF (Unified Robot Description Format)



(Az animáció kattintásra indul/lép Adobe Reader használata esetén.)

Köszönöm a figyelmet!

Óbudai Egyetem
Pro Sciencia et Futuro

Bejczy Antal iRobottechnikai Központ