Ipari Robotok Kinematikája és Dinamikája

IV/B. Geometriai modellezés: Az inverz geometriai feladat megoldása

Összeállította: Dr. Kuti József

Szerkesztette: Dr. Galambos Péter

Óbudai Egyetem

Pro Sciencia et Futuro

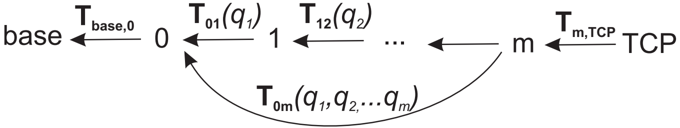
2018. szeptember 21.

Budapest

Bejczy Antal iRobottechnikai Központ

Eddig

- Koordinátarendszerek egymáshoz képesti leírása transzformációkkal
- Robotszegmensekhez koordinátarendszerek rögzítése, azok közötti transzformációk megadása a csuklóváltozók függvényeként (DH konvenció)
- A robot leírása transzformációs lánccal



- A direkt geometriai feladat megoldása: a csuklóváltozók behelyettesítése

A csuklóváltozók és a Cartesian-térbeli póz megfeleltetése:

DIREKT GEOMETRIAI FELADAT

Bizonyos csuklóváltozó értékekhez tartozó Cartesian-térbeli póz meghatározása. (Konfiguráció $\rightarrow$ póz.)

Megoldás: A transzformációs lánc elemeinek ismeretében "behelyettesítés".

INVERZ GEOMETRIAI FELADAT

Bizonyos Cartesian-térbeli pózt megvalósító csuklóváltozó értékek meghatározása. (Póz $\rightarrow$ konfiguráció(k).)
(Ha létezik ilyen az adott pózhoz. Ha több is van, lehetőleg mindegyik, vagy legalábbis amelyik leginkább megfelelő a célnak.)

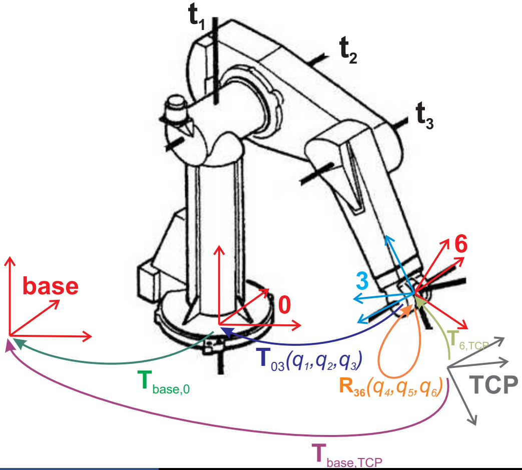
Megoldás: a robot struktúrájának megfelelő analitikus trükkök megtalálása / numerikus, iteratív solverek.

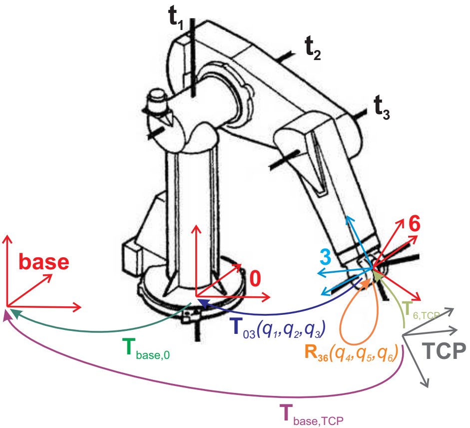
Módszerek:

1. Az orientáció és a pozíció számítás dekompozíciójával
2. Robotspecifikus megoldások (itt: UR5)
3. Iteratív solverek

Alkalmazás feltétele: az utolsó 3 csukló rotációs és tengelyeik egy pontban metszék egymást.

Adott a megvalósítandó $\mathbf{T}_{base,TCP}$ transzformáció, ami felírható, mint
$\mathbf{T}_{base,TCP} = \mathbf{T}_{base,0}\mathbf{T}_{03}(q_1, q_2, q_3)Rot_{36}(q_4, q_5, q_6)\mathbf{T}_{6,TCP}$





- Láthatóan $T_{0,3}(q_1, q_2, q_3)$ transzformáció és $\mathbf{R}_{36}(q_4, q_5, q_6)$ rotáció függ az ismeretlenektől
- A $0 \rightarrow 6$ offszet része csak q_1, q_2, q_3-tól függ
- Ötlet:
  1. fejezzük ki $0 \rightarrow 6$ transzformációt
  2. az offszet részhez keressünk q_1, q_2, q_3 értékeket
  3. majd olyan q_4, q_5, q_6-ot hogy az orientáció is megfelelő legyen

Matematikailag:

A feltételezett esetben az utolsó 3 szegmens közötti transzformációban nincs eltolás, csak forgatások (esetleg egy $\mathbf{d}_6$ eltolás a végén és előtte egy z irányú d_4 eltolás, tegyük fel, hogy $d_4 = 0$):

$$\mathbf{T}_{36}(q_4, q_5, q_6) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{36}(q_4, q_5, q_6) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{d}_6 \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

Az első három szegmens közötti transzformációra nincs megkötés jelöljük mint:

$$\mathbf{T}_{03}(q_1, q_2, q_3) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{03}(q_1, q_2, q_3) & \mathbf{d}_{03}(q_1, q_2, q_3) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

Így írható, hogy

$$\mathbf{T}_{base,TCP} = \mathbf{T}_{base,0} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{03}(q_1, q_2, q_3) & \mathbf{d}_{03}(q_1, q_2, q_3) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{36}(q_4, q_5, q_6) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{d}_6 \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{6,TCP}$$

Kiszámítható:

$$\mathbf{T}^* = \mathbf{T}_{base,0}^{-1}\mathbf{T}_{base,TCP}\left(\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{d}_6\\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix}\mathbf{T}_{6,TCP}\right)^{-1}$$

és ez közvetlenül tartalmazza az ismeretleneket, mint:

$$\mathbf{T}^* = \begin{bmatrix}\mathbf{R}_{03}(q_1,q_2,q_3) & \mathbf{d}_{03}(q_1,q_2,q_3)\\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{36}(q_4,q_5,q_6) & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix}\mathbf{R}_{03}(q_1,q_2,q_3)\mathbf{R}_{36}(q_4,q_5,q_6) & \mathbf{d}_{03}(q_1,q_2,q_3)\\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix}$$

ahol $d_{03}(q_1,q_2,q_3)$ az utolsó 3 csuklótengely metszéspontjába mutató vektor - értelemszerűen nem függ azok értékétől.
Dekompozíció:

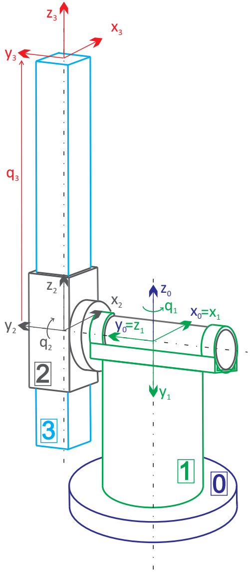
1. Határozzuk meg q_1,q_2,q_3 értékét, úgy hogy kiadják $\mathbf{d}_{03}(q_1,q_2,q_3)$ vektort
2. Behelyettesítve kifejezhető:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{36}(q_4,q_5,q_6) & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{R}_{03}(q_1,q_2,q_3) & \mathbf{d}_{03}(q_1,q_2,q_3)\\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix}^{-1}\mathbf{T}^*$$

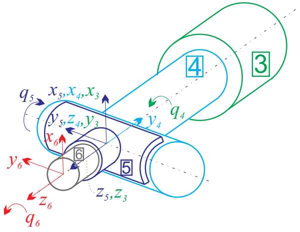
   és meghatározhatóak az Euler/RPY szögeknek megfelelő csuklókoordináták.

Az Transzformációk részbeli levezetésből:

$$\mathbf{T}_{03}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{T}_{36}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & -C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6 & C_4 S_5 & 0 \\ S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6 & -S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6 & S_4 S_5 & 0 \\ -S_5 C_6 & S_5 S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Legyen az TCP koordinátarendszer a "6" koordinátarendszer.

Legyen adott a megvalósítandó póz a következő, $\mathbf{T}_{0,TCP}$ transzformációval:

$$\mathbf{T}_{0,TCP} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0,TCP} & \mathbf{d}_{0,TCP} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

A feladat q_1, q_2, ..., q_6 meghatározása, hogy

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0,TCP} & \mathbf{d}_{0,TCP} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & 0 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & 0 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Megszorozva mindkét oldalt jobbról $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ inverzével, d_6 már nem jelenik meg a transzformációban

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0,TCP} & \mathbf{d}_{0,TCP} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}}_{\mathbf{T}^*} =$$

$$\begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & 0 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & 0 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Írjuk az ismert baloldalt mint:

$$\mathbf{T}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^* & \mathbf{d}^* \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

és a jobboldalt:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{03} & \begin{matrix} -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ c_2 q_3 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{36} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{03}\mathbf{R}_{36} & \begin{matrix} -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ c_2 q_3 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

Az orientációban keverten jelenik meg a 6 csuklóváltozó, de az offszetekben, csak q_1, q_2, q_3 van jelen, ezért nézzük csak

$$\mathbf{d}^* = \begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_1 d_2 + c_1 s_2 q_3 \\ c_1 d_2 + s_1 s_2 q_3 \\ c_2 q_3 \end{bmatrix}$$

részproblémát

1. Vegyük észre hogy a $\mathbf{d}^*$ vektor hossza: $\mathbf{d}^{*2} = d_2^2 + q_3^2$, amiből

$$q_3 = \pm\sqrt{x^{*2} + y^{*2} + z^{*2} - d_2^2}$$

2. Választva megfelelő q_3-at, ha az nem zérus, $\cos q_2 = z^*/q_3$, így $q_2 = \pm acos(z^*/q_3)$
(ha éppen $q_3 = 0$: $x^* = -s_1 d_2$, $y^* = c_1 d_2$, így $q_1 = atan2(-x^*, y^*)$, q_2: tetszőleges)
3. Választva megfelelő q_2-t, legyen $g = s_2 q_3$, ezzel az első két egyenlet írható, mint

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_1 d_2 + c_1 g \\ c_1 d_2 + s_1 g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g & -d_2 \\ d_2 & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ s_1 \end{bmatrix}$$

amiből mátrixinvertálás után kifejezhető c_1 és s_1, ebből q_1 értéke $atan2$ alkalmazásával számítható.

A maradék q_4, q_5, q_6 csuklókoordináták meghatározása:

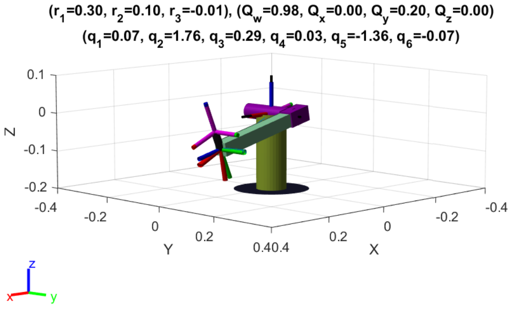
Emlékeztető: $\underbrace{\mathbf{R}^*}_{ismert} = \underbrace{\mathbf{R}_{03}(q_1, q_2, q_3)}_{ismert} \mathbf{R}_{36}(\underbrace{q_4, q_5, q_6}_{?})$

1. $\mathbf{R}_{36}(q_4, q_5, q_6)$ kifejezhető:
   $\mathbf{R}_{36}(q_4, q_5, q_6) = \mathbf{R}_{03}(q_1, q_2, q_3)^T \mathbf{R}^*$

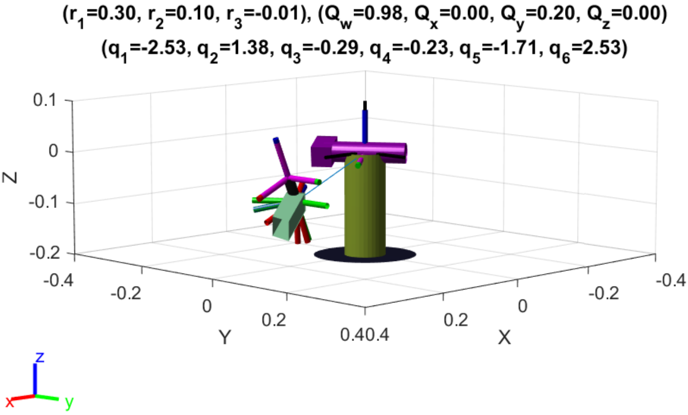
2. A csuklókoordináták: az Euler-szögek, meghatározásuk, mint korábban (itt is több lehetséges érték).

- Megengedett csuklótartomány:
  $q_1, q_2, q_4, q_5, q_6 = -\pi \ldots \pi[rad]$, $q_3 = 0..0.4[m]$ $q_5 = 0..\pi[rad]$
- Paraméterek: $d_2 = 0.08[m]$, $d_4 = 0.05[m]$

Konfiguráció az $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 & -0.01 \end{bmatrix} [m]$ helyzet és
$Q = \begin{bmatrix} 0.98 & 0 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$ orientáció eléréséhez:



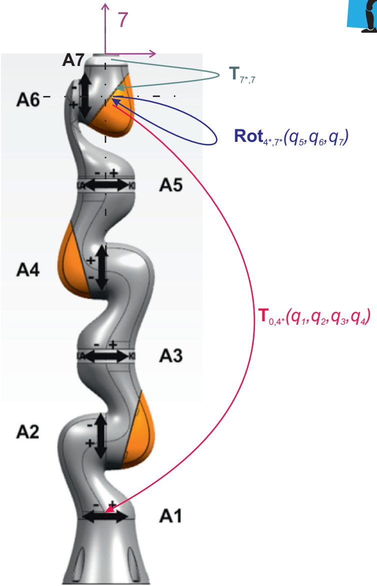
Példa $q_3 < 0$ megoldásokra:

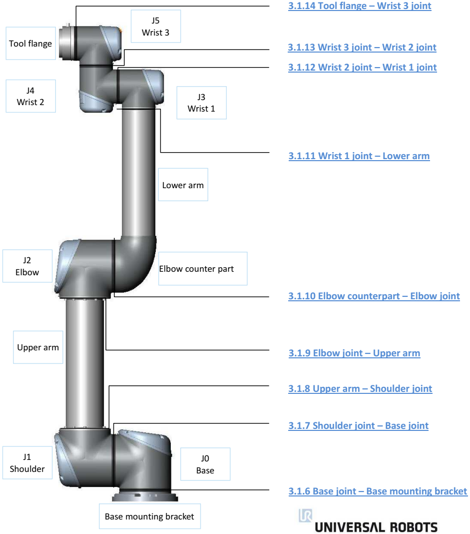


Redundáns robot esetén - KUKA IIWA

Hasonlóan kezelhető DE itt
a $\mathbf{d}^*$ kifejezésére 4 csuklókoordináta
használható (redundancia)

- több lehetőség
- nehézség:
  „megfelelő” kiválasztása



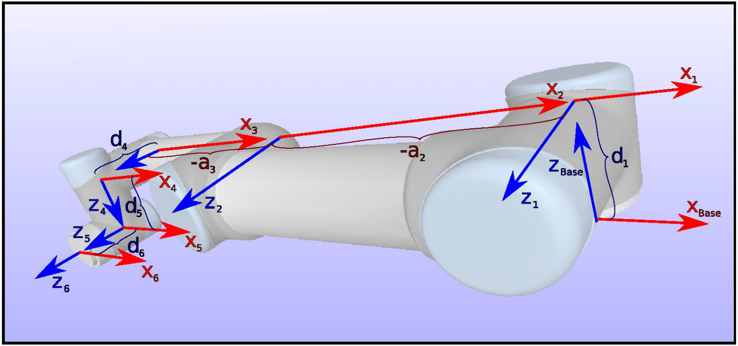


Sem az első 3, sem az utolsó 3 tengely nem metszi egymást $\rightarrow$ nem dekomponálható

A gyári specifikáció szerinti névleges DH paraméterek:

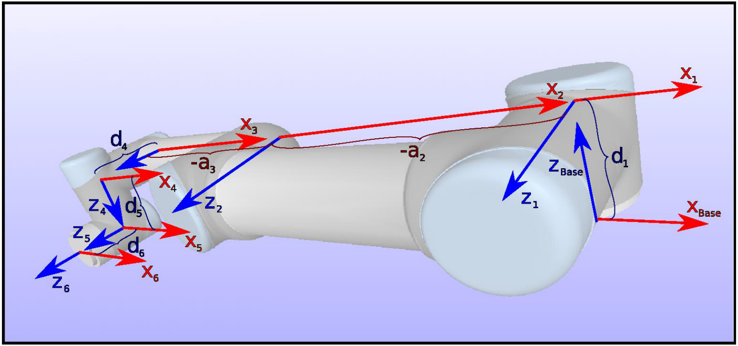
i	q_i	d_i	ϑ_i	a_i	α_i
1	ϑ_1	0.08920	ϑ_1	0	$90[deg]$
2	ϑ_2	0	ϑ_2	-0.425	0
3	ϑ_3	0	ϑ_3	-0.39225	0
4	ϑ_4	0.10915	ϑ_4	0	$90[deg]$
5	ϑ_5	0.09465	ϑ_5	0	$-90[deg]$
6	ϑ_6	0.08230	ϑ_6	0	0

Feladat: Adott a 6 koordinátarendszer pozíciója és orientációja és a DH paraméterek, kérdés: az egyes csuklószögek.



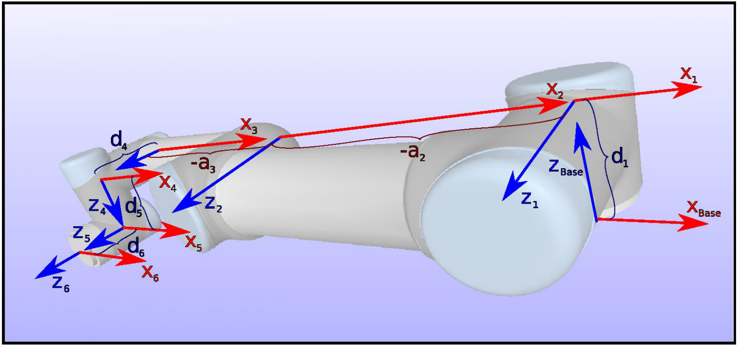
Stratégia: Keressünk olyan tulajdonságokat, amelyekből az egyes csuklókoordináták egyszerűen származtathatóak

1. lépés: q_1 koordináta számítása



- "6" origójából vissza tudunk számolni "5" origójába ($\mathbf{p}_5$)
- Vegyük észre, hogy $q_1 = 0$ esetén $p_{5y} = -d_4$, függetlenül a többi csuklókoorindátától
- Ha $q_1 \neq 0$: $s_1 p_{5x} - c_1 p_{5y} = d_4$
  Amely megoldása: $q_1 = atan2(p_{5y}, p_{5x}) \pm \cos^{-1} \frac{d_4}{\sqrt{p_{5x}^2 + p_{5y}^2}} + \frac{\pi}{2}$
- Válasszuk a szimpatikusabbat

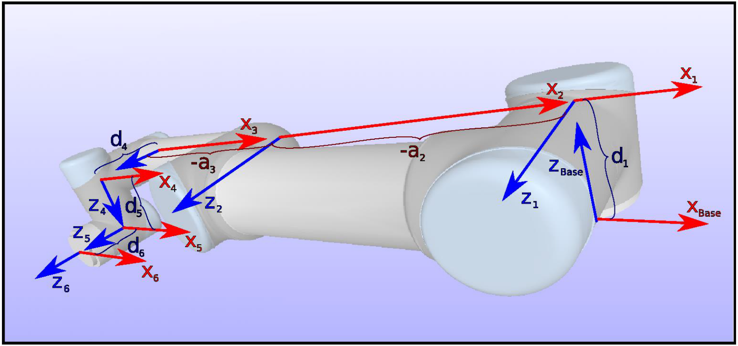
2. lépés: az orientáció megvalósítása



- $(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1)$ koordinátarendszer számítható q_1 alapján, és a $\mathbf{R}_{16}$ rotáció mátrix, ami átviszi $(\mathbf{x}_6, \mathbf{y}_6, \mathbf{z}_6)$-ba
- Vegyük észre, hogy $(q_2 + q_3 + q_4)$ $\mathbf{z}_1$ körül forgat, majd $(-q_5)$ az elforgatott $(-\mathbf{y}_1)$ körül, végül q_6 az elforgatott $\mathbf{z}_1$ körül

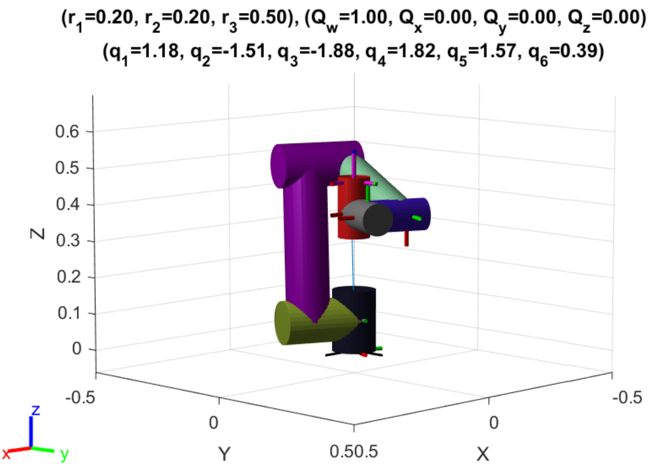
  Ez (z(-y)z) Euler-csuklónak is tekinthető, innen $(q_2 + q_3 + q_4)$, $(-q_5)$ és q_6 jelöltek számíthatóak.
- Válasszuk a legszimpatikusabbat

3. lépés: q_2, q_3, q_4 koordináta számítása



- $(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1)$ koordinátarendszer számítható q_1 alapján
- $(\mathbf{x}_3, \mathbf{y}_3, \mathbf{z}_3)$ koordinátarendszer visszaszámítható q_6, q_5 alapján
- q_2, q_3: síkmanipulátor: csak $x_1 y_1$-ben mozgat - egyszerűen számítható, majd válasszuk q_4-et olyan módon, hogy az összegük megfelelő legyen
- Ha létezik megoldás válasszunk egy szimpatikusat, ha nem a 2. lépésben válasszunk más jelölteket

Példa: konfigurációk bizonyos póz elérésére:



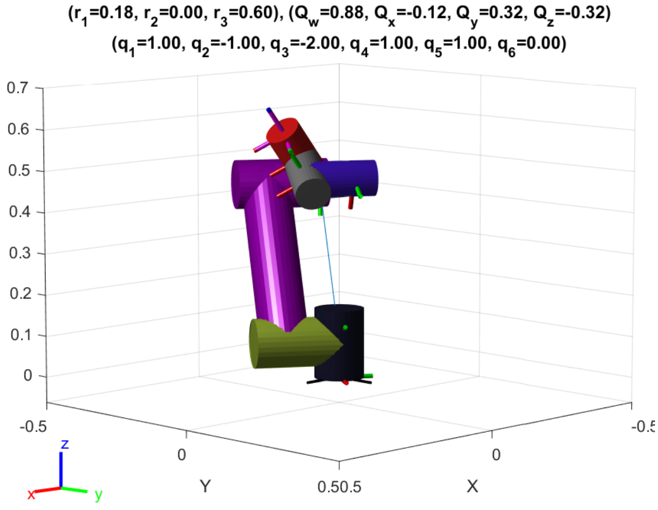
Mivel a UR5 megengedett csuklótartományai: $-2\pi..2\pi$: minden fenti szöget kétféleképpen is meg tud valósítani

Így a lehetséges megoldások száma: $8 \cdot 2^6 = 512$

III. Numerikus megoldók

- Tetszőleges (de ismert) DH paraméterű robotkarra
- Nemlineáris matematikai problémához iteratív megoldók (Jacobi mátrix pszeudoinverze / transzponáltján alapuló megoldók, ezek részletesen a kinematikai részben jelennek meg.)
- Jóval számításigényesebb az analitikus megoldásoknál.
- A választott megoldótól függ, melyik megoldásba konvergál.

Iterációs lépések egy adott konfigurációból a fenti $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}^T$ $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ póz megvalósításához:



Megjegyzések

A UR5 robotra a megadott DH paraméterértékek a nominális értékek. A robot geometriáját ezek és a gyártási pontatlanságok együtt határozzák meg, mint

- szöghibák (a csuklótengelyek nem pontosan merőlegesek/párhuzamosak)
- mérethibák (kisebb nagyobb távolságok a névleges értékeknél)
- csuklókoordináta offszetek (a csuklóváltozók nem a névleges helyen vannak nulla értéken)

Pontatlan geometriát használva, pontatlan eredményeket kapunk a direkt/inverz geometriai számítás során.

Jellemzően a robotgyártók ismétlési pontosságot garantálnak a dokumentációban: a robot mindig ugyanoda érkezik adott csuklókoordináták esetén (UR5: $\pm 0.1[mm]$),

$\leftrightarrow$ Hogy mennyire követi a robot a pozíció/orientáció parancsot nem dokumentált (UR5: több (1..11) miliméteres hibák is előfordulnak)

Robot kalibráció

A robot DH paramétereinek "pontos" (valóságban: kis hibájú) meghatározása

A kalibrált modell már nem "szép": nincsenek tisztán derékszögű/párhuzamos tengelyek, zérus offszetek, így a módosított modellen az analitikus inv.geom számítás (akár robot spec. akár dekomponált) már nem alkalmazható.

Az iteratív megoldás időigénye csökkenthető és segíthető, hogy a gyakorlati igényeknek megfelelő megoldásba konvergáljon a módszerek ötvözésével:

Hibrid módszer:

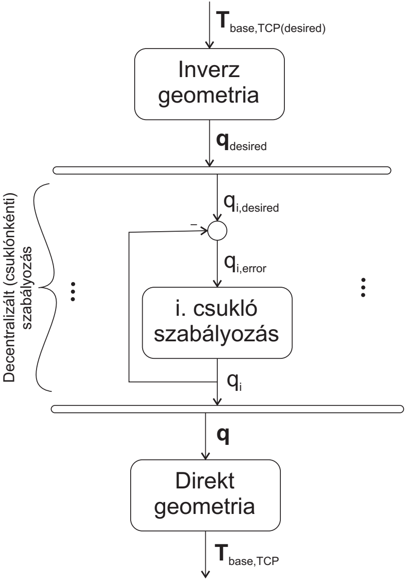
1. a nominális paraméterek alapján analitikus számítással egy megfelelő közelítő konfiguráció számítása
2. majd numerikus solverrel iteráció indítása a közelítő megoldásból, hogy bekonvergáljon egy "közeli" pontos értékbe

Inverz geometria alapú szabályozás

Az inverz geometria megoldóval a kívánt csuklóváltozó értékek meghatározása

Ezeket a csuklók szabályozásai alapjelként kapják meg

A csuklóváltozók aktuális értéke alapján meghatározható az aktuális TCP póz (direkt geometria)



Point To Point irányítás:

A jelenlegi póztól jelentősen különböző pózba vezérlés tetszőleges pályán: nem garantálja az ön és környezettel ütközés elkerülését

Interpoláció:

A jelenlegi pózból a kívánt pózba, interpolálva a pozíciót és/vagy az orientációt: egyenesen, köríven stb.

Trajektóriavezérlés:

Adott hogy a jelenlegi pózból, milyen $\mathbf{T}_{TCP}(t)$ transzformációt valósítson meg a robotkar (benne a pozíció $\mathbf{r}_{TCP}$ trajektóriája és az orientáció $\mathbf{R}(t)$ trajektóriája)

Az inverz geometriai feladat szerepe:

A kívánt póz milyen konfigurációval valósítható meg - fontos a jelenlegihez közeli kívánt csuklóváltozó értékek kiválasztása a lehetséges megoldások közül - nagy számításigényű!

Trajektóriatervezés (Motion planning)

A jelenlegi $\mathbf{q}(0)$ konfigurációból a kívánt $\mathbf{T}_{0,TCP(desired)}$ póz elérő $\mathbf{q}_{desired}(t)$ tervezése, figyelembe véve

- az engedélyezett csuklóváltozó tartományt (korlátozott: a robotcsuklók kialakítása miatt, a feladattal kapcsolatos kábelezés, biztonsági kényszerek miatt, stb.)
- a környezettel ütközés elkerülését
- a robotkar önmagával ütközésének elkerülését
- egy költségfüggvényt, amelyet minimalizáló megoldást keres (pl.: lehetséges büntetni egyes csuklómozgásokat, stb.)

Az ütközésvizsgálathoz szükség van a robot és a környezet közelítőleges modelljére (elegendő primitívekből, mint henger téglatest, gömb összeállítani, ez fel is gyorsítja a számítást), meg lehet adni mely objektumok egymással való ütközését nem kell ellenőrizni. (Pl. a szomszédos szegmenseket rendszerint nem kell,)

Elérhető szoftvercsomagok: OMPL, STOMP, SBPL, CHOMP, stb.

Alkalmazási példák

Egyenes interpoláció függőlegesen felfelé/lefelé: lassú mozgás az alkatrész fölötti helyzetből alkatrészhez, majd annak felemelése

PointToPoint: gyors mozgás a célhelyzet fölé, ami nincs jelentősen távol/nincs akadály a környezetben, aminek nekiütközhetne a robotkar

Trajektóriatervezés: futásidőben számított célhelyzethez tervezni olyan trajektóriát, ami nem ütközik sem a környezettel, se nem okoz önütközést

Köszönöm a figyelmet!

Óbudai Egyetem
Pro Sciencia et Futuro

Bejczy Antal iRobottechnikai Központ