

Játékelmélet és hálózati alkalmazásai

1. előadás: Bevezetés

Csercsik Dávid

ITK PPKE

1 Játékelmélet

- Történeti áttekintés
- A játékelmélet ágai

2 Racionalitás

- A racionalitás köztudása
- A tömegek bölcsessége

3 Kísérletek a gondolkodásról

- Kockázatkerülés vs. Kockázatkeresés

Játékelmélet tárgya

"The study of mathematical models of conflict and cooperation between intelligent rational decision-makers"

Roger B. Myerson

"Az újabb és újabb problémák megoldásához mindig is a racionalitás újabb és újabb formáit leszünk kénytelenek megtalálni."

Mérő László

Egy kis történeti motiváció ('mechanizmustervezés')

Rezidens allokáció az USA-ban

- 1945'-ig egyre korábban jöttek a kórházi ajánlatok (pl 2 évvel a diploma előtt), sokszor 0 gondolkodási időt hagyva a jelöltnek (telefonhívás, azonnali döntést kérve),

Gimnáziumi iskolafelvételi

Egy kis történeti motiváció ('mechanizmustervezés')

Rezidens allokáció az USA-ban

- 1945'-ig egyre korábban jöttek a kórházi ajánlatok (pl 2 évvel a diploma előtt), sokszor 0 gondolkodási időt hagyva a jelöltnek (telefonhívás, azonnali döntést kérve),
- → bevezették a központi rendszert. Pár év alatt mindenki ráállt a használatára (pl 50-ben 95 % ezen keresztül helyezkedett el). 1970-ig jól működött, aztán visszaesett 85 %-ra.

Gimnáziumi iskolafelvételi

Egy kis történeti motiváció ('mechanizmustervezés')

Rezidens allokáció az USA-ban

- 1945'-ig egyre korábban jöttek a kórházi ajánlatok (pl 2 évvel a diploma előtt), sokszor 0 gondolkodási időt hagyva a jelöltnek (telefonhívás, azonnali döntést kérve),
- → bevezették a központi rendszert. Pár év alatt mindenki ráállt a használatára (pl 50-ben 95 % ezen keresztül helyezkedett el). 1970-ig jól működött, aztán visszaesett 85 %-ra.
- Mert ekkor már az orvosin végzettek 10 %-a nő volt! (↔ párok) (Kojima et.al. Matching with couples: Stability and incentives in large markets)

Gimnáziumi iskolafelvételi

Egy kis történeti motiváció ('mechanizmustervezés')

Rezidens allokáció az USA-ban

- 1945'-ig egyre korábban jöttek a kórházi ajánlatok (pl 2 évvel a diploma előtt), sokszor 0 gondolkodási időt hagyva a jelöltnek (telefonhívás, azonnali döntést kérve),
- → bevezették a központi rendszert. Pár év alatt mindenki ráállt a használatára (pl 50-ben 95 % ezen keresztül helyezkedett el). 1970-ig jól működött, aztán visszaesett 85 %-ra.
- Mert ekkor már az orvosin végzettek 10 %-a nő volt! (↪ párok) (Kojima et.al. Matching with couples: Stability and incentives in large markets)

Gimnáziumi iskolafelvételi

- A sorrendek amiket a diákok megjelöltek egy ideig nyilvánosak voltak. Az igazgató mondhatta hogy csak azt veszi fel, aki 1. helyen jelentkezett...

Rövid összefoglaló

Elődök:

- Talmud (0-500 ?) 'a man has three wives whose marriage contracts specify that in the case of this death they receive 100, 200 and 300 respectively. The Talmud gives apparently contradictory recommendations. Where the man dies leaving an estate of only 100, the Talmud recommends equal division. However, if the estate is worth 300 it recommends proportional division (50,100,150), while for an estate of 200, its recommendation of (50,75,75) is a complete mystery. This particular Mishna has baffled Talmudic scholars for two millennia. In 1985, it was recognised that the Talmud anticipates the modern theory of cooperative games. Each solution corresponds to the nucleolus of an appropriately defined game.'

Rövid összefoglaló

Elődök:

- Sir James Waldegrave (1684-1741) - Waldegrave problem 'Suppose there are $n+1$ players with each player putting one unit into the pot or pool. The first two players play each other and the winner plays the third player. The loser of each game puts one unit into the pot. Play continues in like fashion through all the players until one of the players has beaten all the others in succession.'
- Antoine Augustin Cournot (1801-1877) - Cournot competition
 - There is more than one firm and all firms produce a homogeneous product, i.e. there is no product differentiation
 - Firms do not cooperate, i.e. there is no collusion
 - Firms have market power, i.e. each firm's output decision affects the good's price
 - Firms compete in quantities, and choose quantities simultaneously
 - The firms are economically rational and act strategically, usually seeking to maximize profit given their competitors' decisions
 - The number of firms is fixed

Rövid összefoglaló

Modern játékelmélet

- Theory of Games and Economic Behavior (1944), Neumann J., Morgenstern O.
- Az 50-es évek forradalma: Nash-egyensúly (Nash), Részjáték tökéletes egyensúly (Selten), Shapley-érték, Fogolydilemma
- A 60-as években: Nemteljes információs Bayes-i játékok (Harsányi), Kooperatív játékok (Aumann, Schmeidler), biológiai alkalmazások, evolúciósan stabil stratégia

A játékelmélet atyja



Neumann János (1903-1957)

CARNEGIE INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SCHENLEY PARK
PITTSBURGH 13, PENNSYLVANIA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
COLLEGE OF ENGINEERING AND SCIENCE

February 11, 1948

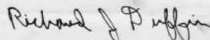
Professor S. Lefschetz
Department of Mathematics
Princeton University
Princeton, N. J.

Dear Professor Lefschetz:

This is to recommend Mr. John F. Nash, Jr.
who has applied for entrance to the graduate college
at Princeton.

Mr. Nash is nineteen years old and is
graduating from Carnegie Tech in June. He is a
mathematical genius.

Yours sincerely,



Richard J. Duffin

RJD:hl

Nobel-emlékdíjak

- (1994): Nash J., Harsanyi J., Selten R.
"for their pioneering analysis of equilibria in the theory of non-cooperative games"
- (2005): Aumann R., Schelling T.
"for having enhanced our understanding of conflict and cooperation through game-theory analysis".
- (2007): Hurwicz L., Maskin E., Myerson R.
"for having laid the foundations of mechanism design theory."
- (2012). Roth A.E., Shapley L.S.
"for their work on matching supply and demand for everything from single men and women to organ donors and their recipients."
- (2020). Milgrom P., Wilson R.
"for improvements to auction theory and inventions of new auction formats"

A játékelmélet ágai

Főbb ágak

- Nem kooperatív játékok (Fogolydilemma, alkujátékok)

A játékelmélet ágai

Főbb ágak

- Nem kooperatív játékok (Fogolydilemma, alkujátékok)
- Kooperatív játékok (Szavazás, elosztási problémák)

A játékelmélet ágai

Főbb ágak

- Nem kooperatív játékok (Fogolydilemma, alkujátékok)
- Kooperatív játékok (Szavazás, elosztási problémák)
- Algoritmikus játékelmélet (Párosítás, aukciók)

A játékelmélet ágai

Főbb ágak

- Nem kooperatív játékok (Fogolydilemma, alkujátékok)
- Kooperatív játékok (Szavazás, elosztási problémák)
- Algoritmikus játékelmélet (Párosítás, aukciók)
- Evolúciós játékelmélet (Populációdinamika)

A játékelmélet ágai

Főbb ágak

- Nem kooperatív játékok (Fogolydilemma, alkujátékok)
- Kooperatív játékok (Szavazás, elosztási problémák)
- Algoritmikus játékelmélet (Párosítás, aukciók)
- Evolúciós játékelmélet (Populációdinamika)
- Kombinatorikus játékok (Sakk és más táblajátékok)

Ismételt nullösszegű bimátrix játék

<http://ncase.me/trust/>

Racionalitás

Tökéletes racionalitás

Definíció

A közgazdaságtanban és játékelméletben gyakran felteszik, hogy a résztvevők **tökéletesen racionálisak**. Azaz,

- a saját hasznosságukat szeretnék maximalizálni
- ennek érdekében képesek tetszőlegesen komplex eszmefuttatásokra
- és ismerik a lehetséges kimeneteket és a számukra legkedvezőbbet választják ezek közül

A racionalitás korlátai

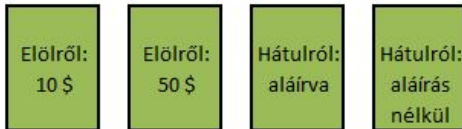
Kártyás feladat



Kérdés: Igaz-e, hogy ha egy kártya betűs oldalán mássalhangzó van, akkor annak számos oldalán páros szám áll? Oldjuk meg a feladatot a lehető legkevesebb kártya megfordításával!

A racionalitás korlátai

Kártyás feladat



Kérdés: Melyik csekk érvényes? A 30\$ alatt a csekk aláírás nélkül is érvényes, felette csak aláírással. Oldjuk meg a feladatot a lehető legkevesebb kártya megfordításával!

A racionalitás korlátai

Monty Hall probléma

A közismert tévés vetélkedőben a játékos három ajtó közül választhat. Kettő mögött egy kecske lapul, a harmadik mögött viszont egy drága sportautó. A játékos először kijelöl egy ajtót. Ekkor a műsorvezető a maradék kettő közül kinyit egy olyat, amely mögött egy kecske található. Ezután felajánlja a játékosnak, hogy változtathat a döntésén. Érdemes-e a játékosnak átváltani a másik ajtóra?

A racionalitás korlátai 2 - 'horgony'

Valódi kísérlet

A résztvevőknek licitálniuk kellett egy tárgyra amiről tudták hogy nekik 90 egységnyi pénz ér meg. Az első csoportnak azt mondták hogy nem licitálhatnak 100-nál többet a másodiknak azt hogy nem licitálhatnak 115-nél többet, a harmadiknál nem volt ilyen megkötés. A legmagasabb licitek a 2. csoportban születtek.

A racionalitás korlátai 3 - Behavioral economics

'Inside the (Twisted) Mind of the Average Consumer' - Dan Ariely

Subjects are asked to call out numbers, from 0 to 100, at certain intervals to signal their level of discomfort.

Subjects focused on two things: how intense the pain was at the end of the experiment, and whether the pain increased or decreased during the second half.

The first point makes intuitive sense: It's why fireworks displays always save the biggest blast for last. But Ariely's second point is startling. Pain that increases is considered worse than pain that is constant, even if that increasing pain is at a lower level than the constant pain.

Tökéletes racionalitás

Oroszlánok és az altatózott hús

Egy mesebeli szigeten 15 tökéletes logikával megáldott oroszlán él. Mind nagyon éhesek. Egy napon a szigetre ledobnak egy altatóval átítatott húst. Ha egy oroszlán megeszi, akkor maga is altatóval átítatott hússá válik, amit a többiek megehetnek. Ezt mindegyikük tudja és azt is, hogy a ledobott hús altatózott. Mindent megtesznek azért, hogy éhségüket csillapítsák, ugyanakkor elpusztulni sem akarnak. Mi történik és miért? (A hús oszthatatlan, egy oroszlán vagy megeszi, vagy nem bántja!)

Oroszlánok/2

Ha egy oroszlán van, akkor az megeszi a húst. Ha két oroszlán van, akkor egyik sem eszi meg a húst. Ha valamelyik megenné, akkor a másik egyedül maradna egy altatós hússal, s jóízűen elfogyasztaná. Ha három oroszlán van, akkor az első megeszi a húst, a másik kettő tehetetlenül nézi. Amikor a legfürgébb megette a húst, a másik kettő ott marad az altatós hússal, s az előbb tisztázottak szerint nem ennék meg. ...

A találgatós játék

A találgatós játék (Ledoux [1981])

Minden játékos leír 1-től 100-ig egy tetszőleges számot. Az nyer, aki a legközelebb lesz a megadott számok átlagának $2/3$ -ához (többen is nyerhetnek).

Kérdések

Létezik-e domináns stratégia? Milyen számot kell mondanunk, ha tökéletesen racionálisak vagyunk? Mi lesz a játék Nash-egyensúlya?

A találgatós játék II

Definíció

A **racionalitás köztudása** azt jelenti, hogy a játékosok racionálisak, tudják egymásról, hogy racionálisak, és azt is tudják egymásról, hogy tudják egymásról, hogy racionálisak és így tovább a végtelenségig.

A találgatós játék a gyakorlatban

Az eredmények jellege: A nyertes szám pl $9.87 \cong 50 \left(\frac{2}{3}\right)^4$, ami azt jelenti, hogy a győztes úgy becsülte, hogy az átlagos tippelő három szint mélységig tud eljutni ebben a gondolatmenetben.

Az információ köztudása

Common Knowledge

- Én tudom, te tudod.
- Én tudom hogy te tudod, te tudod hogy én tudom.
- Én tudom hogy te tudod hogy én tudom...

A megfontolásnak lehetnek nem-nyilvánvaló következményei...

Piros kalap (v Aumann) játék

- 100 ember ül körbe, mindenkin egy kalap ami kék vagy piros. Mindenki csak a többiekét látja (+ nincs beszéd). Thf h minden kalap piros.

Piros kalap (v Aumann) játék

- 100 ember ül körbe, mindenkin egy kalap ami kék vagy piros. Mindenki csak a többiekét látja (+ nincs beszéd). Thf h minden kalap piros.
- Egy ceremóniamester a kör közepén bejelenti hogy percenként megüt egy gongot. Miután megüti, ha valaki tudja hogy piros kalap volt rajta, el kell hagynia a termet. (világos hogy a gongütésre senki sem hagyja el a termet - senki nem kap általa új információt)

Piros kalap (v Aumann) játék

- 100 ember ül körbe, mindenkin egy kalap ami kék vagy piros. Mindenki csak a többiekét látja (+ nincs beszéd). Thf h minden kalap piros.
- Egy ceremóniamester a kör közepén bejelenti hogy percenként megüt egy gongot. Miután megüti, ha valaki tudja hogy piros kalap volt rajta, el kell hagynia a termet. (világos hogy a gongütésre senki sem hagyja el a termet - senki nem kap általa új információt)
- Viszont ha az első gongütés előtt kihirdeti hogy 'Legalább 1 piros kalap van a teremben' (ez nem lep meg senkit hiszem mindenki látja a többi 99 embert piros kalapban)...

Piros kalap (v Aumann) játék

- 100 ember ül körbe, mindenkin egy kalap ami kék vagy piros. Mindenki csak a többiekét látja (+ nincs beszéd). Thf h minden kalap piros.
- Egy ceremóniamester a kör közepén bejelenti hogy percenként megüt egy gongot. Miután megüti, ha valaki tudja hogy piros kalap volt rajta, el kell hagynia a termet. (világos hogy a gongütésre senki sem hagyja el a termet - senki nem kap általa új információt)
- Viszont ha az első gongütés előtt kihirdeti hogy 'Legalább 1 piros kalap van a teremben' (ez nem lep meg senkit hiszem mindenki látja a többi 99 embert piros kalapban)...
- 99 gongütéssig nem történik semmi, de a századikra mindenki feláll és kimegy.

Piros kalap (v Aumann) játék 2.

- 2 emberre (mindkét kalap piros): Mi történik az első gongütésnél? Látom hogy a másik nem kelt fel, és nem ment ki - ha rajtam kék kalap lett volna, akkor ő biztos lett volna benne hogy rajta van a piros, és kimegy. A második gongütésnél már tudom hogy rajtam piros kalap van (a másik is tudja), mindketten kimegyünk.

Piros kalap (v Aumann) játék 2.

- 2 emberre (mindkét kalap piros): Mi történik az első gongütésnél? Látom hogy a másik nem kelt fel, és nem ment ki - ha rajtam kék kalap lett volna, akkor ő biztos lett volna benne hogy rajta van a piros, és kimegy. A második gongütésnél már tudom hogy rajtam piros kalap van (a másik is tudja), mindketten kimegyünk.
- 3 emberre (mindhárom kalap piros): Te és én látjuk hogy a 3-ik emberen piros kalap van, és tudjuk egymásról hogy ezt látjuk. Tudjuk továbbá, hogy a 3. ember tudja hogy van min 1 piros kalap (én tudom hogy látja a tiéd, te tudod hogy látja az enyém). A gongütésnél: Ha a te kalapod kék lenne, ő és én figyelmen kívül hagynánk téged, és helyzet ugyanaz lenne, mint 2 játékos esetén - ekkor kimennénk a 2. gongütésnél. Tehát amikor látod hogy nem megyünk ki a 2. gongütésnél, tudod hogy piros a kalapod, ezért (velünk együtt) távozol a 3. gongnál.

... teljes indukció

A tömegek bölcsessége

Az ökör súlya

Francis Galton a viktoriánis kor egyik polihisztora (egyébként Darwin unokatestvére) volt. Egy vidéki vásáron egy érdekes versenybe botlott. Egy ökör súlyát kellett megbecsülni a résztvevőknek. Több mint 800-an adták le tippüket, de egy sem találta el a helyes választ (ami egyébként 1198 font volt). A számokat később elemezve meglepő felfedezésre jutott. A medián (1207 font) mindössze 0.8%-ban tért el a valóságtól, a tippek átlaga (1197 font) pedig még ennél is jobban megközelítette. Ami még meglepőbb, hogy a résztvevők között több szakértő is akadt, de semmelyikük nem jutott ilyen közel az igazsághoz.

A tömegek bölcsessége

Alkalmazhatóság

Természetesen nem minden tömeg bölcs. Az alábbi kritériumok szükségesek ahhoz, hogy a tömeg bölcsessége kiaknázható legyen:

- a vélemények sokszínűsége
- függetlenség
- decentralizáció (hierarchia hiánya)
- létezzen egy aggregációs mechanizmus

Ellsberg-paradoxon

Két kísérlet

Adott egy urna benne 90 alakra és súlyra megkülönböztethetetlen golyóval. A golyók közül 30 fekete, a maradék 60 pedig sárga vagy piros színű (hogyan milyen arányban az nem ismert). Egy golyót kell húzni az urnából és választhatunk a jutalmazási opciók közül.

Ellsberg-paradoxon 2

1. kísérlet

1. Ha fekete golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. Ha piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. kísérlet

1. Ha sárga vagy piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. Ha fekete vagy sárga golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Ellsberg-paradoxon 2

1. kísérlet

1. Ha fekete golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.



2. Ha piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. kísérlet

1. Ha sárga vagy piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. Ha fekete vagy sárga golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Ellsberg-paradoxon 2

1. kísérlet

1. Ha fekete golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.



2. Ha piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. kísérlet

1. Ha sárga vagy piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.



2. Ha fekete vagy sárga golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Ellsberg-paradoxon 2

1. kísérlet

1. Ha fekete golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Y \iff Több a sárga, mint a piros golyó.

2. Ha piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. kísérlet

1. Ha sárga vagy piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Y

2. Ha fekete vagy sárga golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Ellsberg-paradoxon 2

1. kísérlet

1. Ha fekete golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Y \iff Több a sárga, mint a piros golyó.

2. Ha piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

2. kísérlet

1. Ha sárga vagy piros golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Y \iff Több a piros, mint a sárga golyó.

2. Ha fekete vagy sárga golyót húzunk fizetnek nekünk 100 \$-ért.

Ellsberg-paradoxon 3

'People overwhelmingly prefer taking on risk in situations where they know specific odds rather than an alternative risk scenario in which the odds are completely ambiguous - they will always choose a known probability of winning over an unknown probability of winning even if the known probability is low and the unknown probability could be a guarantee of winning.'

prefer the devil they know

Two stage gamble

50% eséllyel nyerünk 200 dollárt, 50% eséllyel veszítünk 100-at.

Two stage gamble

50% eséllyel nyerünk 200 dollárt, 50% eséllyel veszítünk 100-at.

- a nyertesek 63 %-a játszik ismét

Two stage gamble

50% eséllyel nyerünk 200 dollárt, 50% eséllyel veszítünk 100-at.

- a nyertesek 63 %-a játszik ismét
- a vesztesek 54 %-a játszik ismét

Two stage gamble

50% eséllyel nyerünk 200 dollárt, 50% eséllyel veszítünk 100-at.

- a nyertesek 63 %-a játszik ismét
- a vesztesek 54 %-a játszik ismét
- Ha nem mondjuk meg az eredményt, az alanyok 38%-a játszik ismét

Ultimátum játék

Ultimátum játék

Adott két játékos. Az egyiknek felajánlanak egy összeget (pl. 10\$), amit valamilyen arányban megoszthat a másik játékossal. Ha azonban a második játékos kevesli a rá jutó részt, akkor megvétózhatja az elosztást. Ekkor egyikük sem kap semmit.

Ultimátum játék

Ultimátum játék

Adott két játékos. Az egyiknek felajánlanak egy összeget (pl. 10\$), amit valamilyen arányban megoszthat a másik játékossal. Ha azonban a második játékos kevesli a rá jutó részt, akkor megvétózhatja az elosztást. Ekkor egyikük sem kap semmit.

Játékelmélet: A második játékos hasznot maximalizál ezért bármilyen keveset is kap elfogadja. Az első játékos ezt felismerve a lehető legkevesebbet adja.

Valóság: A legtöbb játékos elfelezi a kapott pénzt. Az összeg 30%-nál kisebb ajánlatokat rendszerint visszautasítják.

Diktátor játék

Diktátor játék

Adott két játékos. Az egyiknek felajánlanak egy összeget, amit valamilyen arányban megoszthat a másik játékosal. A második játékosnak semmilyen beleszólása nincs az elosztásba.

Diktátor játék

Diktátor játék

Adott két játékos. Az egyiknek felajánlanak egy összeget, amit valamilyen arányban megoszthat a másik játékoskal. A második játékosnak semmilyen beleszólása nincs az elosztásba.

Játékelmélet: A diktátor hasznót maximalizál, ezért semmit nem ad a másiknak.

Valóság: A legtöbb játékos az összeg 30%-át továbbadja.

Bizalom játék

Bizalom játék

Adott két játékos. Az egyik kap egy összeget, amit valamilyen arányban megoszthat a másik játékosal. A második játékos az átadott pénz háromszorosát kapja, amiből valamennyit visszajuttathat, ha úgy dönt.

Bizalom játék

Bizalom játék

Adott két játékos. Az egyik kap egy összeget, amit valamilyen arányban megoszthat a másik játékosal. A második játékos az átadott pénz háromszorosát kapja, amiből valamennyit visszajuttathat, ha úgy dönt.

Játékelmélet: A második játékos hasznot maximalizál, ezért nem küld vissza semmit. Az első játékos ezt felismerve nem ad semmit.

Valóság: A legtöbb játékos több mint az összeg felét átküldi. Általában legalább ennyit vissza is küldenek.

Bizalom játék II

Bizalom játék (variáns)

Adott négy játékos, akik csak számítógépen keresztül tudnak kommunikálni. Mindegyiküknek adnak egy fix zsetonmennyiséget, amit később pénzre válthatnak. Dönthetnek, hogy a zsetonjukból valamennyit a közösbe raknak. A közösben lévő zsetonmennyiséget a játék végén megduplázzák és négy felé osztják. Tehát ha mindegyikük kooperál, akkor megduplázzák a pénzüket, míg ha csak egyvalaki, akkor az elveszíti a berakott pénzének a felét.

Bizalom játék II

Bizalom játék (variáns)

Kurzban and Houser 2005-ös kísérletében 84 játékos vett részt.

- A résztvevők 13%-a mindig kooperált, 20%-uk potyautasként viselkedett, a maradék pedig a társai viselkedésétől függően cselekedte az előbbit, vagy az utóbbit.
- Hosszú távon mindenki ugyanolyan jól járt (kialakult az egyensúly).
- Később tesztjátékokon megfigyelték, hogy a játékosok konzisztensen ugyanazon stratégiák mentén hoztak döntéseket, tehát 'programozottan' cselekedtek.